

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра общих и естественно-научных дисциплин ИСТР
Кафедра автоматизированных систем управления

“УТВЕРЖДАЮ”
ДИРЕКТОР ИСТР
д.соц.н. Осьмук Л. А.
“ ____ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Дискретная математика

Образовательная программа: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, профиль:
Автоматизированные системы обработки информации и управления в социальной сфере

Курс: 1, семестр : 2

Институт социальных технологий и реабилитации,

		Семестр
№	Вид деятельности	2
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	4
2	Всего часов	144
3	Всего занятий в контактной форме, час.	81
4	Лекции, час.	36
5	Практические занятия, час.	36
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	18
8	Аттестация, час.	2
9	Консультации, час.	7
10	Самостоятельная работа, час.	63
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	контр.
12	Вид аттестации	Э

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

ФГОС введен в действие приказом №5 от 12.01.2016 г. , дата утверждения: 09.02.2016 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, базовая

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ЕНД ИСТР, протокол заседания кафедры №_____ от 20.06.2017
АСУ, протокол заседания кафедры №7 от 20.06.2017

Утверждена на совете института социальных технологий и реабилитации, протокол № 6 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, к.т.н. Сибиряков С. В.

Заведующий кафедрой:

доцент, к.п.н. Рощенко О. Е.
профессор, д.т.н. Гриф М. Г.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Гриф М. Г.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.2 способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач; в части следующих результатов обучения:
35. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности
37. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира
у8. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
---	---------------------------

Дискретная математика

ОПК.2.37 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
1. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.35 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	
2. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
3. Основные правила комбинаторики - правила суммы и произведения, принцип включения и исключения, формулы для вычисления числа размещений и сочетаний; производящие функции; методы суммирования, методы решения рекуррентных соотношений	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
4. Модели и структуры основные определения теории графов; понятие степени вершины; понятия матрицы смежности и инцидентности; понятие связности в графах; теорему Эйлера об обходе графа, понятия эйлера и гамильтонова графа; свойства деревьев; понятие остовного графа; понятия плоского и планарного графа; теорему Эйлера о многогранниках; понятие двудольного графа, теоремы Кёнига и Холла	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
5. Применять принцип включения и исключения в конкретных задачах	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
6. Уметь решать экстремальные задачи на графах пользоваться формальными методами дискретной математики, используемых для описания и исследования свойств объектов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.у8 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
7. решать рекуррентные соотношения	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
8. Уметь решать основные типы комбинаторных задач.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.35 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	
9. Владеть терминологией Теории графов и комбинаторики	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
10. Решать задачи суммирования, вычислять число размещений и сочетаний	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

11.о круге задач дискретной математики и их применении в других курсах и практических задачах;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
12.Основные понятия теории множеств (множество, операции над множествами, соответствия, отношения и функции);	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
13.Элементы теории графов (определение графа, типы графов, операции над графами);	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
14.Основные комбинаторные конфигурации и правила подсчета их количества.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.37 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
15.Осуществления основных операций над множествами, решении систем уравнений, исследовании бинарных отношений, в том числе специальных;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.у8 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
16.В построении таблиц истинности логических функций, эквивалентных преобразований, построении СКНФ и СДНФ, минимизации булевых функций	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.37 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
17.В распознавании типа комбинаторных расстановок, применении известных формул подсчета их количества, формул включения и исключения, кругов Эйлера	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.35 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	
18.основные положения теории множеств (множество, элементы множества, операции над множествами, соответствие, отношения и функции);	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
19.Основные комбинаторные конфигурации, их отличие и сходство, основные законы комбинаторики, правила подсчета комбинаторных конфигураций	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
20.Элементы алгебры логики: понятия логической функции и операций, основные законы алгебры логики, способы представления логических функций, понятие полноты логических функций;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
21.Элементы теории графов: определение графа на основе уже известных понятий теории множеств, типы графов, способы представления графов, бинарные операции над графами	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.у8 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
22.Проводить доказательства известных тождеств теории множеств, решать системы уравнений относительно множеств; исследовать и доказывать свойства бинарных отношений; исследовать свойства функций и доказывать некоторые тождества для них; выявлять виды специальных бинарных отношений и исследовать (доказывать существование) их основных свойств (рефлексивность, транзитивность и т.д.);	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
23.Строить таблицы истинности логических функций; различными способами находить существенные и фиктивные переменные; строить двойственные функции к исходным; осуществлять эквивалентные преобразования; приводить логические функции к специальным видам (например, минимизировать);	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
24.По формулировке конкретной задачи идентифицировать ситуацию, применив для решения основные законы комбинаторики, способы подсчета числа расстановок, круги Эйлера и т.д.;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
25.По виду графа определить его тип, маршрут, цепь, цикл; представить граф с помощью одной из его моделей; выполнить основные известные операции над графами.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.35 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	

26. "О фундаментальных понятиях курса, таких как "множество", "граф", "комбинаторная конфигурация", "логическая функция".	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
27. о теоретико-множественном построении других разделов дискретной математики: алгебры логики, комбинаторики, теории графов.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 2				
Дидактическая единица: Теория множеств				
1. Элементы теории множеств	0	2	1, 12, 15, 18, 26	Определение множества, элемента множества, подмножества, способы задания множества. Операции объединения, пересечения, разности, дополнения. Свойства операций над множествами.
2. Операции над множествами	0	2	1, 12, 15, 18	Прямые произведения множеств. Определение прямого произведения. Примеры. Теорема о мощности множества, образованного декартовым произведением n множеств.
3. Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение.	0	2	1, 12, 15, 18, 20, 23, 26	Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение. Образ и прообраз множества A . Область определения и область значения бинарного отношения R . Композиция отношений. Определение функции. Понятие обратной функции. Типы функций: сюръективная, инъективная, биективная.
4. Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств.	0	2	1, 12, 15, 18	Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств. Теоремы и мощности множеств, между которыми существует взаимнооднозначное соответствие, о количестве подмножеств конечного множества. Понятия равномощных множеств, счетных множеств. Теорема Кантора.

5. Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности.	0	2	1, 12, 15, 18	Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности. Понятие предпорядка на множестве A, частичного порядка, линейного порядка. Понятия наибольшего и наименьшего элемента частично упорядоченного множества
Дидактическая единица: Математическая логика				
6. Алгебра логики, логические функции.	0	2	15, 16, 18, 20, 22, 23, 26, 27	Алгебра логики, логические функции. Суперпозиции и формулы. Определение логической функции. Область определения и область значений логической функции. Таблица истинности логической функции. Виды логической функции одной и двух переменных. Понятие суперпозиции n функций, формулы. Глубина формулы. Представление логических функций различными формулами. Эквивалентные (равносильные) функции. Существенные и фиктивные переменные. Двойственные функции.

7. Совершенные нормальные формы.	0	2	15, 18, 20, 22, 23, 26	Совершенные нормальные формы. Понятия конститuent нуля и единицы. Определения совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ) и совершенной конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Составление СДНФ и СКНФ по таблицам истинности. Приведение к СДНФ. Понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Построение ДНФ с помощью эквивалентных преобразований. Переход от конъюнктивной нормальной формы (КНФ) к ДНФ. Правило "расщепления" для перехода от ДНФ к СДНФ. Приведение к СКНФ. Понятие КНФ. Построение КНФ с помощью эквивалентных преобразований, переход от ДНФ к КНФ. Правило "расщепления" для перехода от КНФ к СКНФ.
8. Минимизация логических функций.	0	2	11, 15, 16, 18, 20, 23, 26	Минимизация логических функций. Теорема о возможности и однозначности представления логических функций в виде сокращенной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы. Понятие импликанты. Тупиковые ДНФ. Понятие минимальной ДНФ (МДНФ). Графический способ построения МДНФ.
9. Полнота системы логических функций.	0	2	15, 16, 18, 20, 26	Полнота системы логических функций. Понятие полной системы логических функций. Определение классов Поста. Теорема Жегалкина. Теорема Поста. Определение базиса.
10. Исчисление одноместных предикатов.	0	2	15, 16, 18, 20, 26	Исчисление одноместных предикатов. Теория категорических суждений и силлогизмов Аристотеля
Дидактическая единица: Комбинаторика				
11. Основы комбинаторики.	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 26, 3, 7, 8	Основы комбинаторики. Общие правила комбинаторики. Формула включений и выключений. Правила суммы и произведения. Примеры решения задач. Круги Эйлера. Типы расстановок.

12. Размещения с повторениями и без них.	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 2, 26, 3, 7, 8, 9	Размещения с повторениями и без них. Основные признаки расстановки типа "размещения с повторениями". Теорема о количестве таких расстановок. Основные признаки "размещения без повторений". Теорема о подсчете числа расстановок указанного типа.
13. Перестановки с повторениями и без них	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 19, 26	Перестановки с повторениями и без них. Основные признаки перестановок без повторений. Теорема о подсчете числа расстановок указанного типа. Перестановки с повторениями. Теорема о подсчете количества таких перестановок.
14. Сочетания с повторениями и без них.	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 27	Сочетания с повторениями и без них. Основные признаки сочетаний без повторений. Теорема о подсчете количества таких сочетаний. Основные признаки сочетаний с повторениями. Теорема о подсчете количества сочетаний с повторениями. Основные свойства сочетаний.
18. Производящие функции	0	2	10, 11, 14, 15, 18, 26, 27, 3, 7, 8	Метод производящих функций

Дидактическая единица: Теория графов

15. Элементы теории графов.	0	2	1, 11, 13, 15, 18, 24, 25, 26, 4, 5, 9	Элементы теории графов. Основные определения, типы графов. Определение графа, вершины, ребра (дуги, петли, звена), отношение инцидентности, степень вершины. Основные типы графов (орграф, неорграф, униграф, мультиграф, полный граф). Маршруты, цепи, циклы. Связность. Граф типа "дерево", остов, разрез.
16. Способы задания графов.	0	2	11, 13, 15, 18, 26, 4, 6, 9	Способы задания графов. Матрица инцидентности для ориентированного и неориентированного графа. Список ребер. Матрица смежности для ориентированного и неориентированного графа.

17. Бинарные операции над графами.	0	2	1, 11, 13, 15, 18, 21, 25, 26, 6	Бинарные операции над графами. Операции объединения, соединения, пересечения, декартова произведения графов. Операция композиции. Примеры.
------------------------------------	---	---	----------------------------------	--

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 2				
Дидактическая единица: Теория множеств				
1. Элементы теории множеств	2	2	1, 12, 15, 17, 18, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Определение множества, элемента множества, подмножества, способы задания множества. Операции объединения, пересечения, разности, дополнения. Свойства операций над множествами
2. Операции над множествами	2	2	1, 12, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Определение множества, элемента множества, подмножества, способы задания множества. Операции объединения, пересечения, разности, дополнения. Свойства операций над множествами.
3. Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение.	2	2	1, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение. Образ и прообраз множества A. Область определения и область значения бинарного отношения R. Композиция отношений. Определение функции. Понятие обратной функции. Типы функций: сюръективная, инъективная, биективная.
4. Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств.	0	2	1, 12, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств. Теоремы и мощности множеств, между которыми существует взаимнооднозначное соответствие, о количестве подмножеств конечного множества. Понятия равномощных множеств, счетных множеств. Теорема Кантора.

5. Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности.	0	2	1, 12, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности.
Дидактическая единица: Математическая логика				
6. Алгебра логики, логические функции.	2	2	1, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Алгебра логики, логические функции. Суперпозиции и формулы. Определение логической функции. Область определения и область значений логической функции. Таблица истинности логической функции. Виды логической функции одной и двух переменных. Понятие суперпозиции n функций, формулы. Глубина формулы. Представление логических функций различными формулами. Эквивалентные (равносильные) функции. Существенные и фиктивные переменные. Двойственные функции.
7. Совершенные нормальные формы.	2	2	15, 16, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Совершенные нормальные формы. Понятия конституент нуля и единицы. Определения совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ) и совершенной конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Составление СДНФ и СКНФ по таблицам истинности. Приведение к СДНФ. Понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Построение ДНФ с помощью эквивалентных преобразований. Переход от конъюнктивной нормальной формы (КНФ) к ДНФ. Правило "расщепления" для перехода от ДНФ к СДНФ. Приведение к СКНФ. Понятие КНФ. Построение КНФ с помощью эквивалентных преобразований, переход от ДНФ к КНФ. Правило "расщепления" для перехода от КНФ к СКНФ.

8. Минимизация логических функций.	2	2	15, 16, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Минимизация логических функций. Теорема о возможности и однозначности представления логических функций в виде сокращенной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы. Понятие импликанты. Тупиковые ДНФ. Понятие минимальной ДНФ (МДНФ). Графический способ построение МДНФ.
9. Полнота системы логических функций.	2	2	15, 16, 17, 18, 2, 20, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Полнота системы логических функций. Понятие полной системы логических функций. Определение классов Поста. Теорема Жегалкина. Теорема Поста. Определение базиса.
10. Исчисление одноместных предикатов	0	2	15, 16, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Исчисление одноместных предикатов. Теория категорических суждений и силлогизмов Аристотеля.
Дидактическая единица: Комбинаторика				
11. Основы комбинаторики	2	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Основы комбинаторики. Общие правила комбинаторики. Формула включений и выключений. Правила суммы и произведения. Примеры решения задач. Круги Эйлера. Типы расстановок.
12. Размещения с повторениями и без них.	2	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Размещения с повторениями и без них. Основные признаки расстановки типа "размещения с повторениями". Теорема о количестве таких расстановок. Основные признаки "размещения без повторений". Теорема о подсчете числа расстановок указанного типа.
13. Перестановки с повторениями и без них.	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Перестановки с повторениями и без них. Основные признаки перестановок без повторений. Теорема о подсчете числа расстановок указанного типа. Перестановки с повторениями. Теорема о подсчете количества таких перестановок.

14. Сочетания с повторениями и без них.	0	2	1, 10, 11, 14, 15, 17, 18, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Сочетания с повторениями и без них. Основные признаки сочетаний без повторений. Теорема о подсчете количества таких сочетаний. Основные признаки сочетаний с повторениями. Теорема о подсчете количества сочетаний с повторениями. Основные свойства сочетаний.
15. Элементы теории графов.	0	2	1, 11, 13, 15, 17, 18, 22, 24, 25, 27, 4, 5, 6, 7, 8, 9	Элементы теории графов. Основные определения, типы графов. Определение графа, вершины, ребра (дуги, петли, звена), отношение инцидентности, степень вершины. Основные типы графов (орграф, неорграф, униграф, мультиграф, полный граф). Маршруты, цепи, циклы. Связность. Граф типа "дерево", остов, разрез.
18. Производящие функции	0	2	10, 11, 14, 15, 17, 18, 19, 22, 25, 26, 27, 7, 8, 9	Метод производящих функций
Дидактическая единица: Теория графов				
16. Способы задания графов.	0	2	1, 11, 13, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 27, 3, 4, 7, 8, 9	Способы задания графов. Матрица инцидентности для ориентированного и неориентированного графа. Список ребер. Матрица смежности для ориентированного и неориентированного графа.
17. Бинарные операции над графами.	0	2	1, 11, 13, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 27, 7, 8, 9	Бинарные операции над графами. Операции объединения, соединения, пересечения, декартова произведения графов. Операция композиции. Примеры.

Таблица 3.3

Темы для самостоятельного изучения	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 2				
Дидактическая единица: Теория множеств				
1. Решение задач по теории множеств	0	8	1, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 2, 24, 25, 5, 6, 9	Решение задач по теории множеств
Дидактическая единица: Математическая логика				
3. Математическая логика	0	8	1, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 5, 6, 9	Математическая логика. Решение задач
Дидактическая единица: Комбинаторика				

2. Комбинаторика	0	8	1, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 24, 25, 26, 3, 5, 6, 7, 8, 9	Комбинаторика. Решение задач.
Дидактическая единица: Теория графов				
4. Теория графов.	0	7	1, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 4, 5, 6, 9	Теория графов. Самостоятельное решение задач.

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 2				
1	Контрольные работы	1, 2, 3, 4	32	2
Решение задач, подробная информация приведена в приложении №1 : Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382 . - Загл. с экрана.				
2	Подготовка к занятиям	1, 2, 3, 4	0	1
Решение задач на практических занятиях: Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382 . - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к занятиям	1, 2, 3, 4	0	1
Решение задач по темам лекций, подробная информация приведена в приложении №3 : Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382 . - Загл. с экрана.				
4	Дополнительная учебная деятельность	1, 15, 16, 17, 18, 19, 2, 24, 25, 3, 4, 5, 6, 9	0	2
Ответы на контрольные вопросы по темам лекций/ Подготовка к экзамену, подробная информация приведена в приложении №3 : Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382 . - Загл. с экрана.				
5	Подготовка к аттестации	1, 2, 3, 4	0	1
Ответы на вопросы по лекции, подробная информация приведена в приложении №3 : Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382 . - Загл. с экрана.				
6	Самостоятельное изучение теоретического материала	1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	31	0

Студент изучает темы, приведенные в таблице 3.3, подробная информация приведена в приложениях №1 №2 №3 : Кляуз А. П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: <http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382>. - Загл. с экрана.

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	e-mail; Социальные сети; Чат
Консультирование	e-mail; Социальные сети; Чат
Контроль	e-mail; Социальные сети; Чат
Размещение учебных материалов	e-mail; Портал НГТУ; Среда электронного обучения НГТУ; Чат

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS. Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 2		
<i>Подготовка к занятиям:</i> Решение задач	8	10
<i>Лекция:</i> Конспект. Ответы на вопросы	10	10
<i>Практические занятия:</i> Решение задач	10	20
<i>Контрольные работы:</i> Решение задач	15	20
<i>Экзамен:</i> Ответы на вопросы. Решение задач	20	40

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля	
		Контр. раб.	Экзамен
ОПК.2	35. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	+	+
	37. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	+	+
	у8. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	+	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для бакалавров и магистров : [учебник по направлению подготовки "Системный анализ и управление"] / Ф. А. Новиков. - Санкт-Петербург [и др.], 2017. - 493 с. : ил.
2. Гисин В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Б. Гисин ; Финансовый ун-т при Правительстве РФ. - Москва, 2016. - 382, [1] с. : ил., табл.. - Кн. доступна в электрон. библиотечной системе biblio-online.ru.
3. Пинус А. Г. Дискретные функции. Дополнительные главы дискретной математики : учебное пособие / А. Г. Пинус ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2016. - 89, [2] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000227597
4. Судоплатов С. В. Дискретная математика : [учебник для высших технических учебных заведений] / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - Новосибирск, 2016. - 279 с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000228681
5. Таранников Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. В. Таранников. - Москва, 2016. - 384, [1] с. : ил., табл.. - Кн. доступна в электрон. библиотечной системе biblio-online.ru.

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znanium.com" : <http://znanium.com/>
5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Кляуз А. П. Дискретная математика
[Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / А. П. Кляуз ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: <http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=1382>. - Загл. с экрана.

8.2 Специализированное программное обеспечение

- 1 Microsoft Windows
- 2 Microsoft Office

9. Материально-техническое обеспечение

Презентационное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	Для проведения занятий со студентами ИСТР

Компьютерный класс

№	Наименование	Назначение
1	Компьютерный класс (Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet)	Для проведения занятий со студентами ИСТР

Специальное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Устройство создания тактильной графики PIAF	Для проведения занятий со студентами ИСТР
2	Сканирующая и читающая машина для незрячих и слабовидящих пользователей SARA CE	Для проведения занятий со студентами ИСТР
3	Портативный электронный ручной видео-увеличитель для инвалидов по зрению RUBY XL HD	Для проведения занятий со студентами ИСТР
4	Тактильный дисплей Брайля Focus-80 Blue	Для проведения занятий со студентами ИСТР
5	Слух тренажер Соло-01	Для проведения занятий со студентами ИСТР
6	Слухотренажер СТ-01	Для проведения занятий со студентами ИСТР
7	слуховой аппарат	Для проведения занятий с о студентами ИСТР с ограничением по слуху
8	Комплект звукоусиливающий (Класс речевой)	Для проведения занятий со студентами ИСТР
9	Доска интерактивная	Для проведения занятий со студентами ИСТР
10	Микроскоп микмед -1BAP 3 C-11	Для проведения занятий со студентами ИСТР
11	Радиосистема Diversity 4-хканальная, приемник+руч. передат. с динам. капсулем, кардио	Для проведения занятий со студентами ИСТР
12	Брайлевский принтер Everest-D V4	Для проведения занятий со студентами ИСТР
13	Универсальный электронный видео-увеличитель Onyx Swing-Arm edition	Для проведения занятий с незрячими студентами ИСТР

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Дискретная математика приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.2 способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	з5. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	1.1 Элементы теории множеств Дидактическая единица:1 Теория множеств 1.1 Решение задач по теории множеств 1.2 Операции над множествами 1.3 Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение. 1.4 Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств. 1.5 Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности. 2.3 Математическая логика 2.6 Алгебра логики, логические функции. 2.7 Совершенные нормальные формы. 2.8 Минимизация логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. Дидактическая единица:2 Математическая логика 2.10 Исчисление одноместных предикатов 2.10 Исчисление одноместных предикатов. 3.2 Комбинаторика 3.11 Основы комбинаторики. Дидактическая единица:3 Комбинаторика 3.11 Основы комбинаторики 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.13 Перестановки с повторениями и без них. 3.13 Перестановки с повторениями и без них 3.14 Сочетания с повторениями и без них. 3.15 Элементы теории графов. 3.18 Производящие функции 4.4 Теория графов. Дидактическая единица:4 Теория графов 4.15 Элементы	Контрольная работа 1,РГЗ	Экзамен, вопросы1-21-41

		теории графов. 4.16 Способы задания графов. 4.16 Способы задания графов. 4.17 Бинарные операции над графами.		
ОПК.2	з7. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	Дидактическая единица:1 Теория множеств 1.1 Решение задач по теории множеств 1.1 Элементы теории множеств 1.2 Операции над множествами 1.3 Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение. 1.4 Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств. 1.5 Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности. 2.3 Математическая логика 2.6 Алгебра логики, логические функции. 2.7 Совершенные нормальные формы. 2.8 Минимизация логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. 2.10 Исчисление одноместных предикатов. Дидактическая единица:2 Математическая логика 2.10 Исчисление одноместных предикатов 3.2 Комбинаторика Дидактическая единица:3 Комбинаторика 3.11 Основы комбинаторики 3.11 Основы комбинаторики. 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.13 Перестановки с повторениями и без них 3.13 Перестановки с повторениями и без них. 3.14 Сочетания с повторениями и без них. 3.15 Элементы теории графов. 3.18 Производящие функции 4.4 Теория графов. Дидактическая единица:4 Теория графов 4.15 Элементы теории графов. 4.16 Способы задания графов. 4.16 Способы задания графов. 4.17 Бинарные операции над графами.	Контрольная работа 1, РГЗ	Экзамен, вопросы 42-52
ОПК.2	у8. уметь применять основные методы математического аппарата в математических	1.1 Элементы теории множеств Дидактическая единица:1 Теория множеств 1.1 Решение задач по теории множеств 1.2 Операции над	Контрольные работа 1, РГЗ	Экзамен, вопросы 52-78

	моделях объектов и процессов	множествами 1.3 Отношения и функции. Понятие отношения. Обратное отношение. 1.4 Взаимнооднозначные соответствия и мощности множеств. 1.5 Специальные бинарные отношения, свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, антитранзитивность. Отношение эквивалентности. 2.3 Математическая логика 2.6 Алгебра логики, логические функции. 2.7 Совершенные нормальные формы. 2.8 Минимизация логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. 2.9 Полнота системы логических функций. Дидактическая единица:2 Математическая логика 2.10 Исчисление одноместных предикатов 2.10 Исчисление одноместных предикатов. 3.2 Комбинаторика 3.11 Основы комбинаторики. Дидактическая единица:3 Комбинаторика 3.11 Основы комбинаторики 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.12 Размещения с повторениями и без них. 3.13 Перестановки с повторениями и без них. 3.14 Сочетания с повторениями и без них. 3.15 Элементы теории графов. 3.18 Производящие функции 4.4 Теория графов. Дидактическая единица:4 Теория графов 4.15 Элементы теории графов. 4.17 Бинарные операции над графами.		
--	------------------------------	---	--	--

Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится во 2 семестре - в форме экзамена , который направлен на оценку сформированности компетенции ОПК. 2

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи, требующие развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорт экзамена списка вопросов и перечня задач. Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование.

Кроме того, сформированность компетенции проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются контрольные работы. Требования к выполнению контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК. 2, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоен полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному значению.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра общих и естественно-научных дисциплин ИСТР

Паспорт экзамена

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: теоретический вопрос выбирается из перечня вопросов, приведенных ниже. Первая задача выбирается из диапазона задач 1-9, вторая и третья задачи выбираются из диапазона задач 10-19, четвертая задача выбирается из диапазона задач 20-24 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

Новосибирский Государственный Технический Университет
ИНСТИТУТ СОЦИАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И РЕАБИЛИТАЦИИ

Утверждаю:

зам. директора по учебной работе

_____ Е.В. Траулько

Дисциплина Дискретная математика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Вопросы

1. Множества и операции над ними.
2. Метод математической индукции

Задача

Доказать, что

$$1^4 + 2^4 + \dots + n^4 = \frac{1}{30}n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1).$$

Преподаватель _____ С.В. Сибиряков
(подпись)

Заведующий кафедрой _____ О.Е. Рощенко
(подпись)

« ____ » _____ 20 15 г.

2.Критерии оценки

1. Критерии оценки ответа на экзаменационный билет.

- Ответ на экзаменационный билет (тест) считается неудовлетворительным, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на пороговом уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет 20-25 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет (тест) билет засчитывается на базовом уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет 26-34 балла.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на продвинутом уровне, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет 35-40 баллов.

3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если общая сумма баллов за работу в семестре и баллов по все вопросам экзаменационного билета. Составляет не менее 50 баллов(по 100 балльной шкале). В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в программе дисциплины.

4.Вопросы к экзамену по дисциплине «Дискретная математика»

Контрольные вопросы к курсу «Дискретная математика

1. Математическая логика

1. Что называется высказыванием?
2. Приведите пример высказываний. Какое высказывание называется истинным, а какое ложным?
3. Что называется составным высказыванием?
4. Перечислите виды логических операций над высказываниями и сформулируйте их определение.
5. Какие основные символы используются в теории высказываний?
6. Какие связи простейшие? Назовите другие связи.
7. Что такое таблица истинности высказывания и как она строится? Как еще называется эта таблица?
8. Какие существуют логические отношения между высказываниями?
9. Перечислите варианты импликации.
10. Сформулируйте основные законы алгебры высказываний. Как их доказать?
11. Что такое булева функция?
12. Как строится таблица истинности для булевых функций?
13. что такое ДНФ и КНФ?
14. Дайте определение совершенного одночлена.
15. Приведите правило преобразования формул в СДНФ и СКНФ.
16. Как булевы функции связаны с формулами алгебры высказываний?
17. Дайте определение многочлена Жегалкина и сформулируйте теорему Жегалкина.
18. Сформулируйте первый алгоритм построения многочлена Жегалкина булевой функции.
19. В чем состоит метод неопределенных коэффициентов для построения многочлена Жегалкина?
20. Какой многочлен Жегалкина называется нелинейным?
21. Каков алгоритм определения линейности (нелинейности) булевой функции?

2. Множества и отображения

22. Какие основные символы, используемые в теории множеств, вы знаете?
23. Что такое множество? Как его обозначить? Как можно задать множество? Что такое подмножество?
24. Какие основные операции выполняются над множествами?
25. Какое множество можно назвать универсальным?
26. Что такое диаграмма Эйлера-Венна? Проиллюстрируйте с помощью диаграммы Эйлера-Венна объединение и пересечение трех множеств.
27. Каковы соотношения между множествами и составными высказываниями?
28. Сформулируйте и докажите основные тождества алгебры множеств.
29. Что называется кортежем и какие кортежи называются равными?
30. Что такое: декартово произведение множеств; декартова степень некоторого множества A -, бинарное отношение, заданное на множестве A ?
31. Назовите основные свойства бинарных отношений. Какое отношение называется рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным? Какое отношение называется отношением эквивалентности?
32. Дайте определение отображения множества A во множество B . Поясните термин «мощность множества».
33. Что такое сюръекция, инъекция, биекция?
34. Дайте определение функции.

3. Логика предикатов

35. Что называется предикатом? Приведите примеры предикатов.
36. Какой предикат называется разрешимым, тождественно истинным. Тождественно ложным?
37. Перечислите операции, которые можно осуществить над предикатами. Как применяются предикаты в алгебре? Что такое множество истинности предиката?
38. Из чего состоит алфавит логики предикатов? Что такое квантор?
39. Что называется формулой логики предикатов?
40. Сформулируйте основные правила построения формул.
41. В чем состоит смысл термина «интерпретация в логике предикатов»?
42. Сформулируйте основные правила перехода к новым равносильным формулам.
43. Какая формула называется непротиворечивой, противоречивой, общезначимой?
44. Какая формула называется приведенной? Что такое приведенная форма?
45. Какая формула называется нормальной формой? Сформулируйте алгоритм приведения формулы к нормальной форме.
46. Что называют исчислением предикатов?
47. Сформулируйте аксиомы исчисления предикатов.

4. Комбинаторика

48. Что такое комбинаторика и для чего она нужна?

Что называется:

- перестановкой n -элементного множества;
- размещением из n элементов по m элементов;
- сочетанием из n элементов по m элементов?

49. В чем отличие размещений от перестановок?
50. В чем отличие сочетаний от размещений?
51. Сколькими способами можно разместить три книги на книжной полке?
52. Запишите формулу для вычисления числа сочетаний элементов, используемую в формуле бинома Ньютона.
53. Как найти число перестановок с повторениями и сочетаний с повторениями?
54. Сколько существует пятизначных чисел, у которых каждая следующая цифра:

меньше предыдущей,

- больше предыдущей.

55. Сколько прямых можно провести через n точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой?
56. Сколько разных слов можно составить перестановкой букв в слове «чачача»?
57. Вычислите: $(a+b+c)^2$ и $(a+b+c)^3$.
58. Покажите, что сумма $C_p^1 + C_p^2 + \dots + C_p^{p-1}$ делится на p , где p — простое

число.

59. Докажите свойства биномиальных коэффициентов.
60. Метод математической индукции.

5. Теория графов

61. Что называется графом? Ориентированным графом? Приведите примеры.
62. Что такое степень вершины?
63. Перечислите основные понятия, связанные с неориентированными графами.
64. Перечислите основные понятия, связанные с орграфами.
65. Перечислите способы задания графов.

66. В чем состоит аналитический способ задания графа?
67. В чем состоит геометрический способ задания графа?
68. В чем состоит матричный способ задания графа?
69. Какая матрица называется матрицей смежности графа?
70. Какая матрица называется матрицей инцидентности графа?
71. Что называется маршрутом, циклом и цепью графа?
72. Сформулируйте понятие связности графа. Какой граф называют связным?
73. Какие два графа называются изоморфными?
74. Сформулируйте алгоритм изоморфизма двух графов.
75. Перечислите операции над графами.
76. Дайте определение эйлера графа.
77. Сформулируйте алгоритм построения эйлера цикла.
78. Какой граф называют гамильтоновым?

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет».
Кафедра инженерной математики

Паспорт контрольной работы №1

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: функции одной переменной, предел, непрерывность (два задания); дифференциальное исчисление функции одной переменной (три задания) и включает 5 заданий. Выполняется письменно в отдельных тетрадях. Требования к оформлению работы размещены в ЭУМК 3956 (DiSpace). Комплект состоит из 10 вариантов. Вариант определяется последней цифрой шифра.

Задания для каждого варианта размещены в ЭУМК 7341 (DiSpace)

2. Критерии оценки

Контрольная работа оценивается 20 баллами.

пороговый уровень при выполнении контрольной работы составляет 50% от максимального количества баллов

базовый уровень при выполнении контрольной работы составляет 51 -80% максимального количества баллов

продвинутый уровень при выполнении контрольной работы составляет 81-100% максимального количества баллов.

Задача считается выполненной **на пороговом** уровне, если приведено решение без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков.

Задача считается выполненной **на базовом** уровне, если решение выполнено с пояснениями, правильно оформлено и сдано в установленные графиком учебного процесса сроки.

Решение задач контрольной работы в полном объеме - обязательное условие допуска к экзамену.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Образец варианта

Задача 1.С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

1. $(x_1 \vee x_2 x_3) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$

16. $\overline{(\bar{x}_1 \sim x_2) \vee x_1 \bar{x}_3}.$

2. $(x_1 \oplus x_2) \downarrow x_1 \bar{x}_3.$

17. $(x_1 \vee x_2 x_3) \oplus \overline{(x_1 \rightarrow x_2)}.$

Задача 2.Построить по матрице смежности граф

1)
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Новосибирский государственный

технический

университет».

Кафедра инженерной математики

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра общих и естественно-научных дисциплин истр

Паспорт расчетно-графического задания

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

5. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: функции одной переменной, предел, непрерывность (два задания); дифференциальное исчисление функции одной переменной (три задания) и включает 5 заданий. Выполняется письменно в отдельных тетрадях. Требования к оформлению работы размещены в ЭУМК 3956 (DiSpace). Комплект состоит из 10 вариантов. Вариант определяется последней цифрой шифра.

Задания для каждого варианта размещены в ЭУМК 4520 (DiSpace)

6. Критерии оценки

Контрольная работа оценивается 20 баллами.

пороговый уровень при выполнении контрольной работы составляет 50% от максимального количества баллов

базовый уровень при выполнении контрольной работы составляет 51 -80% максимального количества баллов

продвинутый уровень при выполнении контрольной работы составляет 81-100% максимального количества баллов.

Задача считается выполненной **на пороговом** уровне, если приведено решение без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков.

Задача считается выполненной **на базовом** уровне, если решение выполнено с пояснениями, правильно оформлено и сдано в установленные графиком учебного процесса сроки.

Решение задач контрольной работы в полном объеме - обязательное условие допуска к экзамену.

7. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4.Примерный перечень тем РГЗ

В соответствии с учебным планом студенты первого курса ИСТР НГТУ специальности 09.01 03 – **09.01.03 Программирование в компьютерных системах** выполняют контрольную работу по дискретной математике.

Для того, чтобы успешно ее выполнить, необходимо изучить сначала теоретический материал по одному из учебников, указанных в списке литературы, и конспекту лекций. При этом следует ориентироваться на рабочую программу, приведенную ниже. Затем следует внимательно разобрать решения примеров из данной методической разработки и выполнить задания для самопроверки.

При оформлении контрольной работы для замечаний преподавателя оставляются поля. Перед решением задачи полностью записывается ее условие. Решение следует сопровождать короткими пояснениями с указанием использованных формул и теорем. Рисунки должны быть выполнены аккуратно. В конце работы ставится дата ее завершения, приводится список проработанной литературы. Работа подписывается.

Выбор варианта контрольной работы определяется двумя последними цифрами номера зачетной книжки. Получив проверенную работу, студент обязан выполнить указания, сделанные рецензентом. Если работа не зачтена, следует сделать работу над ошибками в той же тетради и представить работу на повторную рецензию.

К сдаче экзамена или зачета допускаются студенты, имеющие на руках зачтенные контрольные работы.

Варианты контрольных заданий

№ варианта	№№ задач						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70
11	1	12	23	34	45	56	67
12	2	13	24	35	46	57	68
13	3	14	25	36	47	58	69
14	4	15	26	37	48	59	70
15	5	16	27	38	49	60	61
16	6	17	28	39	50	51	62
17	7	18	29	40	41	52	63
18	8	19	30	31	42	53	64
19	9	20	21	32	43	54	65
20	10	11	22	33	44	55	66
21	10	19	28	37	46	55	64
22	9	18	27	36	45	54	63
23	8	17	26	35	44	53	62
24	7	16	25	34	43	52	61
25	6	15	24	33	42	51	70
26	5	14	23	32	41	60	69
27	4	13	22	31	50	59	68
28	3	12	21	40	49	58	67
29	2	11	30	39	48	57	66
30	1	20	29	38	47	56	65

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел 1. Множества

Тема 1. Дискретные множества

Дискретные множества. Способы задания и операции над множествами. Булеан. Мощность прямого произведения множеств.

Тема 2. Элементы комбинаторики

Число размещений, перестановок и сочетаний, число разбиений на множества заданной мощности.

Раздел 2. Булевы функции

Тема 3. Булевы переменные и функции

Булевы переменные и функции. Операции булевой алгебры. Задание булевых функций формулами и с помощью таблицы истинности. Эквивалентные формулы, основные эквивалентности.

Тема 4. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы

Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы (ДНФ, КНФ) формул и их построение. Совершенные ДНФ, КНФ. Минимизация ДНФ, КНФ. Полиномиальное разложение: СПНФ, канонический полином Жегалкина, арифметический полином.

Раздел 3. Основы теории алгоритмов

Тема 5. Понятие алгоритма и сложность алгоритма

Понятие алгоритма и оценка сложности алгоритма. Эвристические алгоритмы. «Жадные» алгоритмы.

Раздел 4. Теория графов

Тема 6. Основные понятия теории графов

Граф как абстрактное математическое понятие. Вершины, рёбра, дуги. Понятие инцидентности. Способы задания графов. Матрицы графов и их свойства. Степени вершин графа. Теорема о вычислении вершин нечётной степени в графе (лемма о рукопожатиях).

Тема 7. Виды графов, операции над ними

Простой граф, мультиграф, псевдограф. Неориентированный и ориентированный графы (орграфы). Полный граф, звёздный граф и т.д. Двудольный граф, критерий двудольности. Понятие изоморфности графов. Инварианты.

Части графа. Подграфы. Дополнение графа. Реберный граф. Основные операции над графами.

Тема 8. Пути в графах, связность

Пути в графах. Меры графов (эксцентриситет, диаметр, радиус, сумма расстояний, центр и центр тяжести). Связность графов. Компоненты графов. Теорема Менгера.

Тема 9. Деревья и их свойства

Деревья и их свойства. Остовные (каркасные) деревья в графе, алгоритмы построения. Теорема Кирхгоффа о количестве всех остовных (каркасных) деревьев в графе.

Тема 10. Подструктуры графов

Подструктуры графов. Клика. Нахождение наибольшей клики с помощью «жадного» алгоритма. Независимое множество вершин. Паросочетания. Вершинные и реберные покрытия.

Тема 11. Циклы в графах, обходы графов

Циклы в графах. Базовые (фундаментальные) циклы в графах. Обходы графов: Эйлеров и Гамильтонов циклы в графе. Алгоритм Флери. Теоремы о существовании Эйлерова и Гамильтонова циклов в графе.

Понятие «почти все» графы. Теоремы о «почти всех» графах.

Тема 12. Планарные графы

Планарные графы. Теоремы Эйлера и Куратовского о планарных графах. Алгоритм определения планарности в гамильтоновом графе (метод цикла).

Тема 13. Раскраски графов

Раскраски. Хроматическое число. Теорема о четырех цветах. Алгоритмы раскраски (точные и приближённые).

Тема 14. Направленные, ориентированные графы

Направленные, ориентированные графы. Полустепени вершин. Способы задания. Операции над направленными графами. Связность, типы связности направленных графов. Достижимость. Матрица достижимости.

Тема 15. Взвешенные графы

Взвешенные графы. Взвешенные направленные графы (сети). Кратчайшее остовное дерево в графе. Деревья Штейнера.

Раздел 5. Основные прикладные задачи теории графов

Тема 16. Нахождение кратчайшего остовного дерева в графе

Нахождение кратчайшего остовного дерева в графе с помощью алгоритмов Краскала и Прима.

Тема 17. Нахождение кратчайших путей в графах

Нахождение кратчайших путей в графах. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Флойда.

Тема 18. Нахождение максимального потока в графе

Потоки в сетях. Задача о нахождении максимального потока в графе. Теорема и алгоритм Форда-Фалкерсона.

Тема 19. Задача о назначениях

Паросочетания в двудольных взвешенных графах. Задача о назначениях, венгерский метод решения.

Тема 20. Задача о коммивояжёре

Метод ветвей и границ. Задача о коммивояжёре. «Жадные» алгоритмы.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

I. Докажите тождество

1. $(A \cap ((\overline{A \cup B}) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}))) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}) = A.$
2. $(A \cap C) \cup (B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap C) \cup (\overline{B \cup C}) = U.$
3. $(A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (\overline{A \cap (B \setminus \tilde{N})}) = U.$
4. $(A \cap C) \cup (A \setminus C) \cup \overline{\overline{B \cap C} \cap (\overline{B \cup C})} = A \cup B.$
5. $(A \cap B) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}) \cup (\overline{A} \cup (\overline{A \cap B})) = U.$
6. $((A \setminus B) \cup (A \cap B)) \cap (\overline{A \cup (B \setminus \tilde{N})}) = \emptyset.$
7. $(A \cap B \cap C) \cup (C \setminus A) \cup (\overline{B \cap C}) = C.$
8. $\overline{\overline{(A \cup \overline{C})} \cap \overline{A \cap C}} \cap ((B \setminus A) \cup (A \cap B)) = B \cap C.$
9. $(A \cap B \cap C) \cup (\overline{A \cap B \cap C}) \cup \overline{B \cup C} = U.$
10. $((A \setminus C) \cup \overline{A \cup C}) \cap (A \cup (A \cap \overline{B \setminus C})) = A \setminus C.$

II. С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

11. $(x_1 \vee x_2 x_3) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$
12. $(x_1 \oplus x_2) \downarrow x_1 \bar{x}_3.$
13. $(x_3 \rightarrow x_1) \oplus (\overline{x_1 x_2 \vee x_3}).$
14. $(\overline{\bar{x}_1 \vee x_2}) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
15. $(x_3 \rightarrow x_1) \sim (x_1 x_2 \vee x_3).$
16. $\overline{(\bar{x}_1 \sim x_2) \vee x_1 \bar{x}_3}.$
17. $(x_1 \vee x_2 x_3) \oplus (\overline{x_1 \rightarrow x_2}).$
18. $((\bar{x}_1 \rightarrow x_2)(x_1 \vee x_3)) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$
19. $\bar{x}_1 x_3 \oplus (x_1 x_2 \vee x_3).$
20. $(\overline{\bar{x}_3 \vee x_2}) \downarrow (\bar{x}_1 \sim x_3).$

III. Составить таблицу истинности для заданной булевой функции. По таблице истинности составить СДНФ, СКНФ этой булевой функции и получить представление этой булевой функции в виде полинома Жегалкина и арифметического полинома.

$$21. (x_1 \vee x_3) \rightarrow (\bar{x}_1 \sim x_2).$$

$$26. (\overline{x_1 \rightarrow \bar{x}_2}) \vee x_3.$$

$$22. (\bar{x}_1 \vee x_2) \rightarrow (\bar{x}_3 \oplus 1).$$

$$27. (x_1 \downarrow x_3) \vee (\bar{x}_1 \sim x_2).$$

$$23. (x_1 \downarrow x_3) \rightarrow (x_2 \oplus x_3 \oplus 1).$$

$$28. (\overline{x_1 \rightarrow \bar{x}_3}) \vee (x_2 \oplus 1).$$

$$24. (x_2 \vee \bar{x}_3) \rightarrow (x_1 \oplus 1).$$

$$29. (\overline{x_3 \vee x_1}) \vee (x_1 \sim \bar{x}_2).$$

$$25. (\overline{x_1 \downarrow x_2}) \rightarrow (x_2 \oplus x_3).$$

$$30. (\bar{x}_3 \vee (x_2 \oplus 1)) \rightarrow x_1.$$

IV. Построить по матрице смежности граф и его реберный граф.

$$31. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$36. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$32. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$37. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$33. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$38. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$34. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

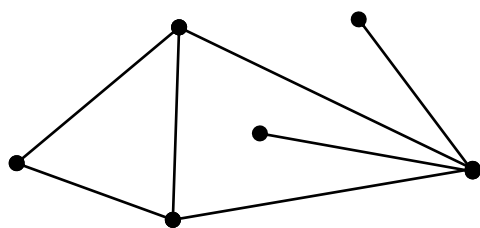
$$39. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$35. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

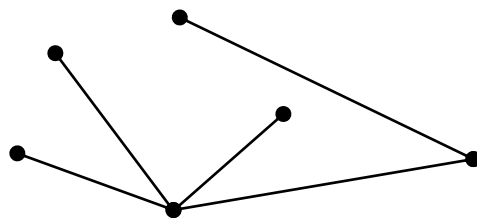
$$40. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

V. Для изображенного графа записать последовательность степеней, построить матрицу смежности, найти центр и центр тяжести.

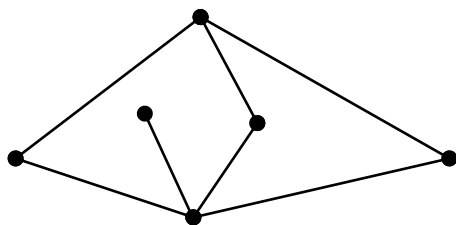
41.



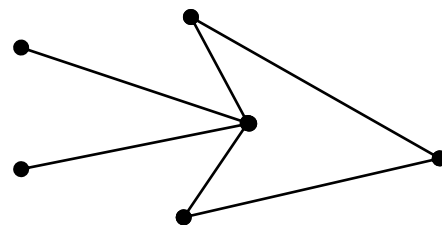
46.



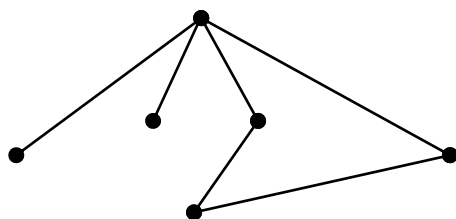
42.



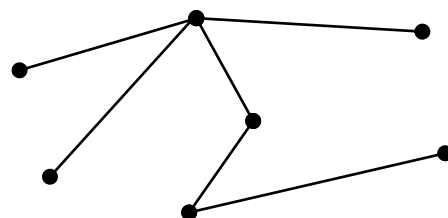
47.



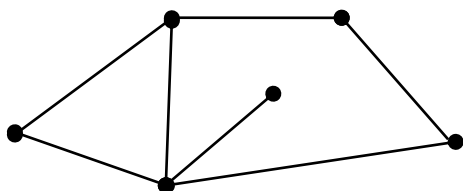
43.



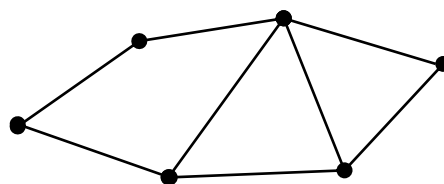
48.



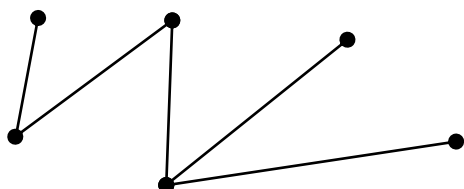
44.



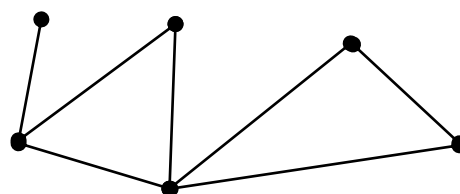
49.



45.

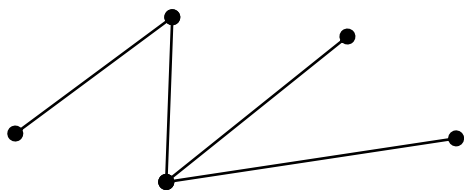


50.

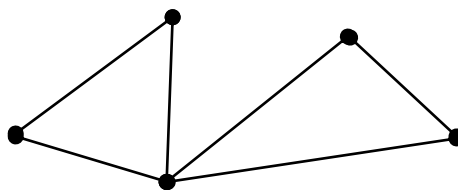


VI. Дайте развернутый (с пояснениями и, если это необходимо, с доказательствами) ответ на следующий вопрос: Является ли изображенный граф связным, полным, деревом, двудольным (если да, то разделить вершины на доли), эйлеровым, гамильтоновым (если является, то построить соответствующие циклы).

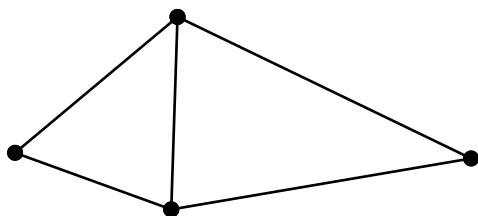
51.



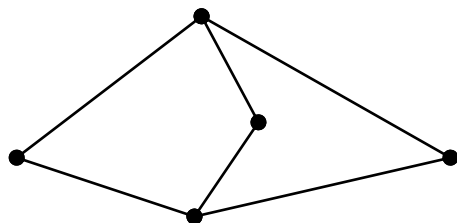
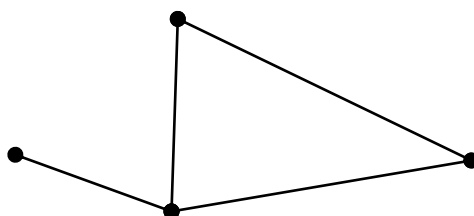
56.



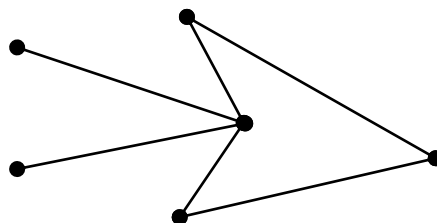
52.



57.

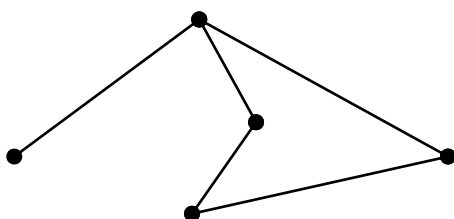


58.

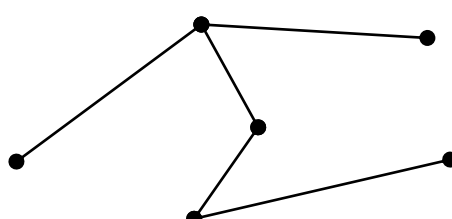


53.

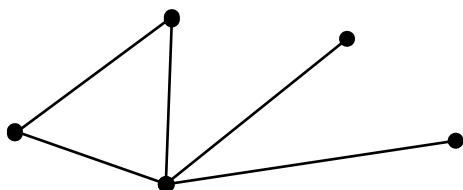
54.



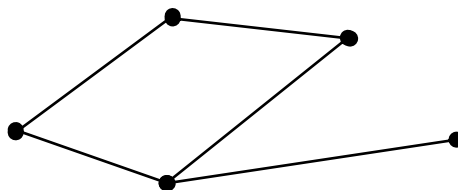
59.



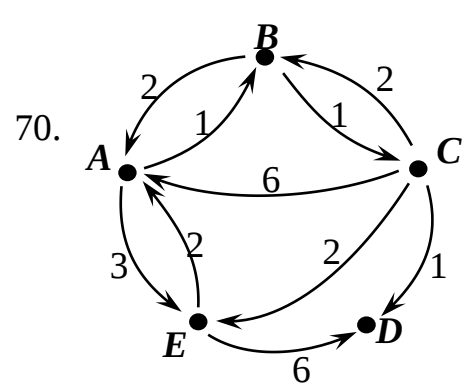
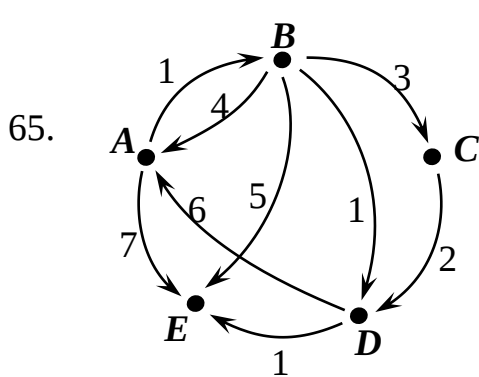
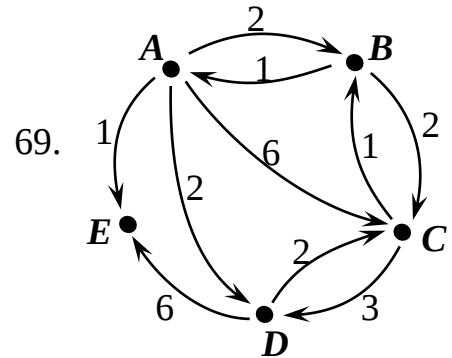
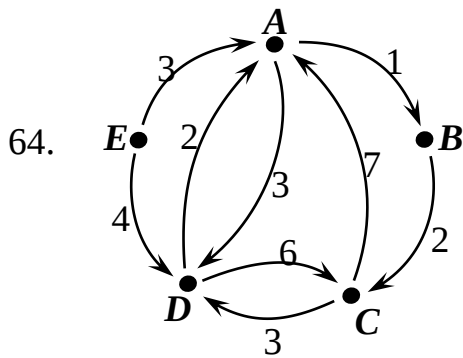
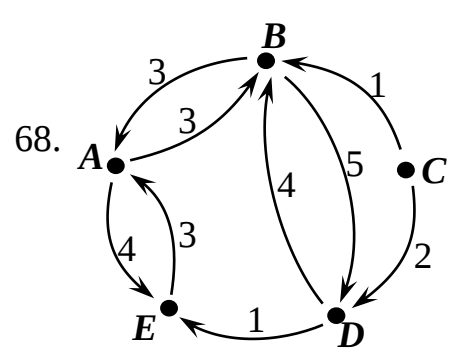
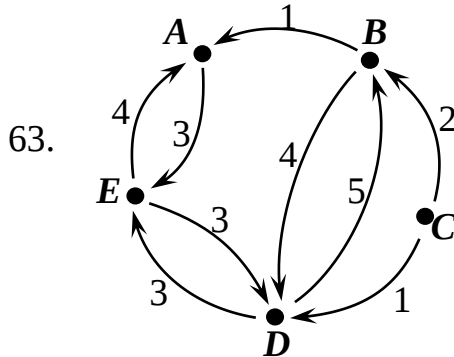
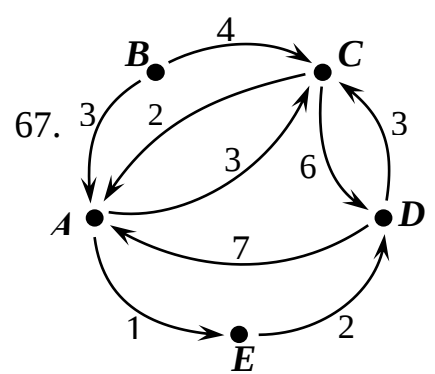
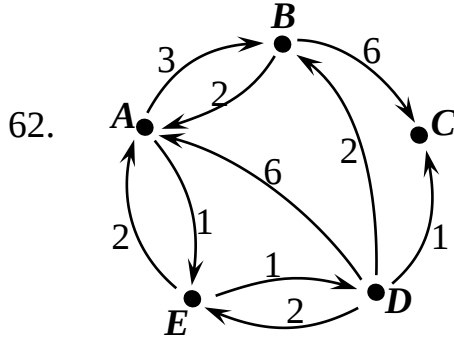
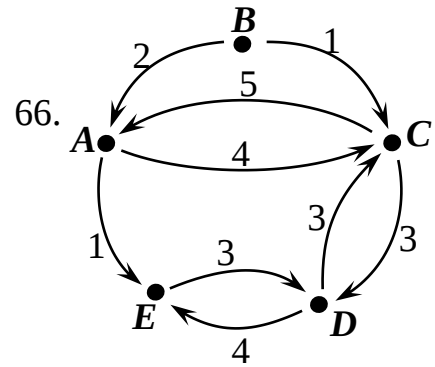
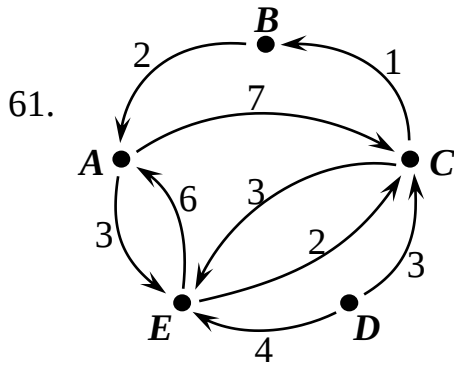
55.



60.



VII. С помощью алгоритма Флойда найти кратчайшие пути между всеми парами вершин графа.



РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

I. Докажите тождество $\overline{B \cap (\overline{A \setminus C}) \cup ((\overline{A \cup \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = U$.

Решение:

$$\begin{aligned} & \overline{B \cap (\overline{A \setminus C}) \cup ((\overline{A \cup \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cap \overline{C}}) \cup ((\overline{A \cap \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup ((\overline{A \cap B}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap (\overline{A \cup C}))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap ((\overline{A \cup A}) \cap (\overline{A \cup C}))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap (\overline{A \cup C}))} = U. \end{aligned}$$

При преобразовании были использованы следующие формулы:

$$\begin{aligned} A \setminus B &= A \cap \overline{B}, \\ \overline{A \cap B} &= \overline{A} \cup \overline{B}, \\ \overline{A \cup B} &= \overline{A} \cap \overline{B}, \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C), \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C), \\ \overline{\overline{A}} &= A, \\ A \cap U &= A, \\ A \cup \overline{A} &= U. \end{aligned}$$

II. С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

$$(\overline{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2.$$

Решение. С помощью основных равносильностей преобразуем к ДНФ:

$$\begin{aligned} (\overline{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2 &= (\overline{\overline{x}_1 \vee x_3}) \oplus x_2 = x_1 \overline{x}_3 \oplus x_2 = x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_2 \vee x_1 \overline{x}_3 x_2 = \\ &= x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_2 \vee (\overline{x}_1 \vee x_3) x_2 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 - \text{ДНФ}. \end{aligned}$$

Применяя закон склеивания (в обратном порядке: $x = xy \vee x\overline{y}$), дополняем конъюнкции $\overline{x}_1 x_2$, $x_2 x_3$ до полных элементарных конъюнкций:

$$x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_3 x_2 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3.$$

Т.к. $x \vee x = x$, после сокращения одинаковых конъюнкций, получаем СДНФ: $F = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$.

III. Составить таблицу истинности для заданной булевой функции. По таблице истинности составить СДНФ, СКНФ этой булевой функции и получить представление этой булевой функции в виде полинома Жегалкина и арифметического полинома.

$$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$$

Решение.

Составим таблицу истинности для этой булевой функции

Таблица истинности						СДНФ		
x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_1$	$x_2 \downarrow x_3$	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3)$	x_1x_3	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	1	1	0	1	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$
0	0	1	1	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	0	0	1	1	$x_1\bar{x}_2x_3$
1	1	0	0	0	0	0	0	
1	1	1	0	0	0	1	1	$x_1x_2x_3$

СДНФ состоит из дизъюнкций полных элементарных конъюнкций наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, на которых функция принимает значение 1. Переменные берутся без отрицания, если им соответствует в таблице истинности 1, с отрицанием, если 0. Следовательно, **СДНФ** имеет вид:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3.$$

СКНФ состоит из конъюнкций полных элементарных дизъюнкций наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, на которых функция принимает значение 0. Переменные берутся без отрицания, если им соответствует в таблице истинности 0, с отрицанием, если 1.

Таблица истинности						СКНФ		
x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_1$	$x_2 \downarrow x_3$	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3)$	x_1x_3	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$	Элементарные дизъюнкции СКНФ
0	0	0	1	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	0	0	$x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$
0	1	0	1	0	0	0	0	$x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3$
0	1	1	1	0	0	0	0	$x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3$
1	0	0	0	1	0	0	0	$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1	0	0	0	1	1	
1	1	0	0	0	0	0	0	$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3$
1	1	1	0	0	0	1	1	

Следовательно, **СКНФ** этой булевой функции имеет вид:

$$F = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3).$$

Получим представление этой булевой функции в виде **полинома Жегалкина**. Заменим в СДНФ операцию дизъюнкции операцией сложения по модулю два по $a \vee b = a \oplus b \oplus ab$. При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю (т.е. $a \vee b = a \oplus b$, если $ab = 0$). Следовательно, СПНФ будет иметь вид:

$$F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле $\bar{a} = 1 \oplus a$, затем раскрываем скобки и из полученного выражения удаляем попарно одинаковые слагаемые:

$$\begin{aligned} F &= (1 \oplus x_1)(1 \oplus x_2)(1 \oplus x_3) \oplus x_1(1 \oplus x_2)x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3. \end{aligned}$$

$$\text{Т.е. } P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

Найдем представление этой булевой функции в виде **арифметического полинома**. Заменим в СДНФ операцию дизъюнкции на операцию "арифметическое сложение" по формуле $a \vee b = a + b - ab$. При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю ($a \vee b = a + b$, если $ab = 0$):

$$F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле $\bar{a} = 1 - a$, затем раскрываем скобки и в полученном выражении приводим подобные:

$$\begin{aligned} F &= (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) + x_1(1 - x_2)x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= (1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2)(1 - x_3) + x_1 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3. \end{aligned}$$

$$\text{Получаем, что } G(F) = 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3.$$

Ответ: СДНФ имеет вид: $F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$, СКНФ: $F = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$, полином Жегалкина: $P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$, арифметический полином: $G(F) = 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3$.

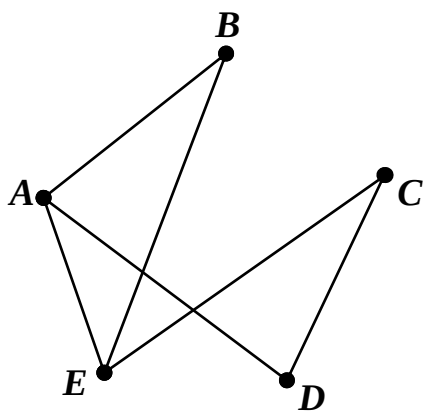
IV. Построить по матрице смежности граф и его реберный граф.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

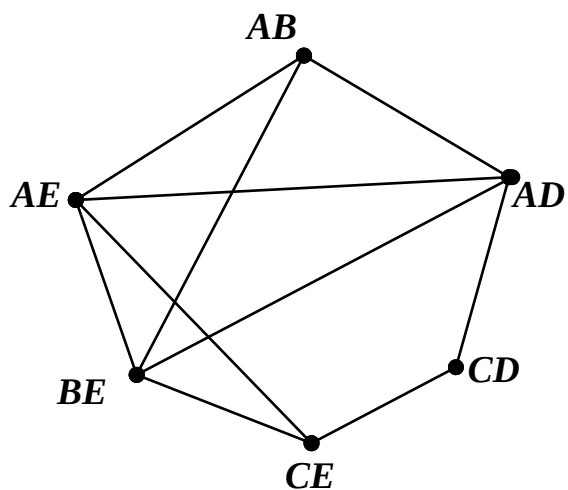
Решение.

По матрице смежности строим граф:

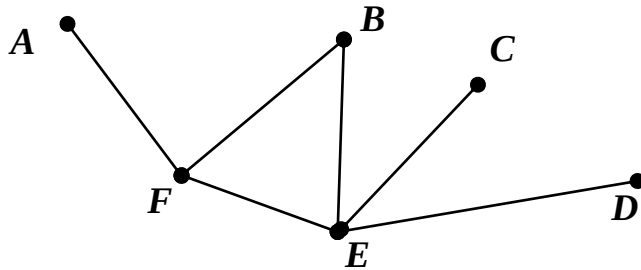
$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \quad D \quad E \\ A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array}$$



Строим реберный граф. Вершинами реберного графа являются ребра исходного графа. Вершины смежны, если смежны соответствующие им ребра исходного графа. Получаем следующий реберный граф:



V. Для изображенного графа записать последовательность степеней, построить матрицу смежности, найти центр и центр тяжести.



Решение.

1) Запишем последовательность степеней графа.

$$\deg A = 1, \quad \deg D = 1,$$

$$\deg B = 2, \quad \deg E = 4,$$

$$\deg C = 1, \quad \deg F = 3.$$

Значит последовательность степеней графа имеет вид: (1, 1, 1, 2, 3, 4).

2) Построим матрицу смежности:

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} A & B & C & D & E & F \end{matrix} \\
 \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

3) Найдем эксцентриситеты вершин графа

$$\varepsilon(A) = 3,$$

$$\varepsilon(\hat{A}) = 2,$$

$$\varepsilon(\tilde{N}) = 3,$$

$$\varepsilon(D) = 3,$$

$$\varepsilon(E) = 2,$$

$$\varepsilon(F) = 2.$$

Следовательно, центр графа составляют вершины B, E, F.

4) Найдем сумму расстояний для каждой вершины графа

$$S(A) = 11$$

$$S(B) = 8$$

$$S(C) = 10$$

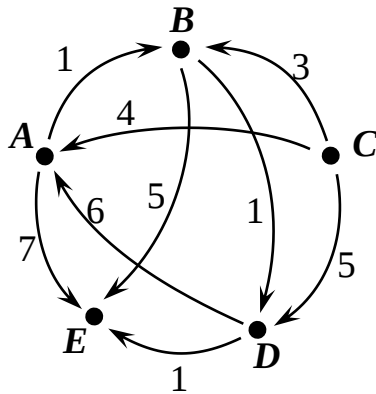
$$S(D) = 10$$

$$S(E) = 6$$

$$S(F) = 7$$

Следовательно, центр тяжести графа находится в вершине E.

VII. С помощью алгоритма Флойда найти кратчайшие пути между всеми парами вершин графа.



Решение.

Для выполнения алгоритма Флойда построим матрицу весов, которая является разновидностью матрицы смежности:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & A & B & C & D & E \\
 \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & 7 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

Выполним проход матрицы для каждой из вершин графа. Если путь через вершину проходит короче, то он и выбирается.

1) Проход через вершину *A*. С помощью построенной матрицы (а не по графу) сравниваем пути. Например, между вершинами *C* и *E* «расстояние» ∞ , а путь *C* – *A* – *E* равен 11, поэтому меняем соответствующий элемент в матрице. Получаем следующую матрицу:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & A & B & C & D & E \\
 \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & 7 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & 11 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

2) Проход через вершину *B*. Выполняется аналогично, но основой для его выполнения служит матрица, полученная в результате прохода через матрицу *A*.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & A & B & C & D & E \\
 \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & 2 & 6 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 4 & 8 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

3) Проход через вершину *C*.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & A & B & C & D & E \\
 \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & 2 & 6 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 4 & 8 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

В результате этого прохода матрица не изменилась, так как в вершину *C* не входит ни одна дуга, а следовательно путь из одной вершины в другую через *C* невозможен.

4) Проход через вершину *D*.

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

5) Проход через вершину E .

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

В результате этого прохода матрица также как и для прохода через вершину C не изменилась, так как из вершины E не выходит ни одна дуга, а следовательно путь из одной вершины в другую через E невозможен.

Ответ: матрица расстояний между вершинами графа имеет вид

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

Паспорт экзамена

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: теоретический вопрос выбирается из перечня вопросов, приведенных ниже. Первая задача выбирается из диапазона задач 1-9, вторая и третья задачи выбираются из диапазона задач 10-19, четвертая задача выбирается из диапазона задач 20-24 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

Новосибирский Государственный Технический Университет
ИНСТИТУТ СОЦИАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И РЕАБИЛИТАЦИИ

Утверждаю:

зам. директора по учебной работе

_____ Е.В. Траулько

Дисциплина Дискретная математика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Вопросы

1. Множества и операции над ними.
2. Метод математической индукции

Задача

Доказать, что

$$1^4 + 2^4 + \dots + n^4 = \frac{1}{30}n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1).$$

Преподаватель _____ С.В. Сибиряков
(подпись)

Заведующий кафедрой _____ О.Е. Рощенко
(подпись)

« ____ » _____ 20 15 г.

2. Критерии оценки

1. Критерии оценки ответа на экзаменационный билет.

- Ответ на экзаменационный билет (тест) считается неудовлетворительным, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на пороговом уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает не принципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет 20-25 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет (тест) билет засчитывается на базовом уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет 26-34 балла.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на продвинутом уровне, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет 35-40 баллов.

3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если общая сумма баллов за работу в семестре и баллов по все вопросам экзаменационного билета. Составляет не менее 50 баллов (по 100 балльной шкале). В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведёнными в программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Дискретная математика»

Контрольные вопросы к курсу «Дискретная математика

1. Математическая логика

1. Что называется высказыванием?
2. Приведите пример высказываний. Какое высказывание называется истинным, а какое ложным?
3. Что называется составным высказыванием?
4. Перечислите виды логических операций над высказываниями и сформулируйте их определение.
5. Какие основные символы используются в теории высказываний?
6. Какие связки простейшие? Назовите другие связки.
7. Что такое таблица истинности высказывания и как она строится? Как еще называется эта таблица?
8. Какие существуют логические отношения между высказываниями?
9. Перечислите варианты импликации.
10. Сформулируйте основные законы алгебры высказываний. Как их доказать?
11. Что такое булева функция?
12. Как строится таблица истинности для булевых функций?
13. что такое ДНФ и КНФ?
14. Дайте определение совершенного одночлена.
15. Приведите правило преобразования формул в СДНФ и СКНФ.
16. Как булевы функции связаны с формулами алгебры высказываний?
17. Дайте определение многочлена Жегалкина и сформулируйте теорему Жегалкина.

18. Сформулируйте первый алгоритм построения многочлена Жегалкина булевой функции.
19. В чем состоит метод неопределенных коэффициентов для построения многочлена Жегалкина?
20. Какой многочлен Жегалкина называется нелинейным?
21. Каков алгоритм определения линейности (нелинейности) булевой функции?

2. Множества и отображения

22. Какие основные символы, используемые в теории множеств, вы знаете?
23. Что такое множество? Как его обозначить? Как можно задать множество? Что такое подмножество?
24. Какие основные операции выполняются над множествами?
25. Какое множество можно назвать универсальным?
26. Что такое диаграмма Эйлера-Венна? Проиллюстрируйте с помощью диаграммы Эйлера-Венна объединение и пересечение трех множеств.
27. Каковы соотношения между множествами и составными высказываниями?
28. Сформулируйте и докажите основные тождества алгебры множеств.
29. Что называется кортежем и какие кортежи называются равными?
30. Что такое: декартово произведение множеств; декартова степень некоторого множества A -, бинарное отношение, заданное на множестве A ?
31. Назовите основные свойства бинарных отношений. Какое отношение называется рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным? Какое отношение называется отношением эквивалентности?
32. Дайте определение отображения множества A во множество B . Поясните термин «мощность множества».
33. Что такое сюръекция, инъекция, биекция?
34. Дайте определение функции.

3. Логика предикатов

35. Что называется предикатом? Приведите примеры предикатов.
36. Какой предикат называется разрешимым, тождественно истинным. Тождественно ложным?
37. Перечислите операции, которые можно осуществить над предикатами. Как применяются предикаты в алгебре? Что такое множество истинности предиката?
38. Из чего состоит алфавит логики предикатов? Что такое квантор?
39. Что называется формулой логики предикатов?
40. Сформулируйте основные правила построения формул.
41. В чем состоит смысл термина «интерпретация в логике предикатов»?
42. Сформулируйте основные правила перехода к новым равносильным формулам.
43. Какая формула называется непротиворечивой, противоречивой, общезначимой?
44. Какая формула называется приведенной? Что такое приведенная форма?
45. Какая формула называется нормальной формой? Сформулируйте алгоритм приведения формулы к нормальной форме.
46. Что называют исчислением предикатов?
47. Сформулируйте аксиомы исчисления предикатов.

4. Комбинаторика

48. Что такое комбинаторика и для чего она нужна?

Что называется:

- перестановкой поэлементного множества;
- размещением из p элементов по m элементов;
- сочетанием из p элементов по m элементов?

49. В чем отличие размещений от перестановок?

50. В чем отличие сочетаний от размещений?

51. Сколькими способами можно разместить три книги на книжной полке?

52. Запишите формулу для вычисления числа сочетаний элементов, используемую в формуле бинома Ньютона.

53. Как найти число перестановок с повторениями и сочетаний с повторениями?

54. Сколько существует пятизначных чисел, у которых каждая следующая цифра:

меньше предыдущей,

— больше предыдущей.

55. Сколько прямых можно провести через p точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой?

56. Сколько разных слов можно составить перестановкой букв в слове «чачача»?

57. Вычислите: $(a + b + c)^2$ и $(a + b + c)^3$.

58. Покажите, что сумма $C_p^1 + C_p^2 + \dots + C_p^{p-1}$ делится на p , где p — простое

число.

59. Докажите свойства биномиальных коэффициентов.

60. Метод математической индукции.

5. Теория графов

61. Что называется графом? Ориентированным графом? Приведите примеры.

62. Что такое степень вершины?

63. Перечислите основные понятия, связанные с неориентированными графами.

64. Перечислите основные понятия, связанные с орграфами.

65. Перечислите способы задания графов.

66. В чем состоит аналитический способ задания графа?

67. В чем состоит геометрический способ задания графа?

68. В чем состоит матричный способ задания графа?

69. Какая матрица называется матрицей смежности графа?

70. Какая матрица называется матрицей инцидентности графа?

71. Что называется маршрутом, циклом и цепью графа?

72. Сформулируйте понятие связности графа. Какой граф называют связным?

73. Какие два графа называются изоморфными?

74. Сформулируйте алгоритм изоморфизма двух графов.

75. Перечислите операции над графами.

76. Дайте определение эйлера графа.

77. Сформулируйте алгоритм построения эйлера цикла.

78. Какой граф называют гамильтоновым?

Паспорт контрольной работы №1

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: функции одной переменной, предел, непрерывность (два задания); дифференциальное исчисление функции одной переменной (три задания) и включает 5 заданий. Выполняется письменно в отдельных тетрадях. Требования к оформлению работы размещены в ЭУМК 3956 (DiSpace). Комплект состоит из 10 вариантов. Вариант определяется последней цифрой шифра. Задания для каждого варианта размещены в ЭУМК 7341 (DiSpace)

2. Критерии оценки

Контрольная работа оценивается 20 баллами.

пороговый уровень при выполнении контрольной работы составляет 50% от максимального количества баллов

базовый уровень при выполнении контрольной работы составляет 51 -80% максимального количества баллов

продвинутый уровень при выполнении контрольной работы составляет 81-100% максимального количества баллов.

Задача считается выполненной **на пороговом** уровне, если приведено решение без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков.

Задача считается выполненной **на базовом** уровне, если решение выполнено с пояснениями, правильно оформлено и сдано в установленные графиком учебного процесса сроки.

Решение задач контрольной работы в полном объеме - обязательное условие допуска к экзамену.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Образец варианта

Задача 1.С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

$$1. (x_1 \vee x_2 x_3) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$$

$$16. \overline{(\bar{x}_1 \sim x_2) \vee x_1 \bar{x}_3}.$$

$$2. (x_1 \oplus x_2) \downarrow x_1 \bar{x}_3.$$

$$17. (x_1 \vee x_2 x_3) \oplus \overline{(x_1 \rightarrow x_2)}.$$

Задача 2. Построить по матрице смежности граф

$$1) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$2) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Паспорт расчетно-графического задания

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: функции одной переменной, предел, непрерывность (два задания); дифференциальное исчисление функции одной переменной (три задания) и включает 5 заданий. Выполняется письменно в отдельных тетрадях. Требования к оформлению работы размещены в ЭУМК 3956 (DiSpace). Комплект состоит из 10 вариантов. Вариант определяется последней цифрой шифра.

Задания для каждого варианта размещены в ЭУМК 4520 (DiSpace)

2. Критерии оценки

Контрольная работа оценивается 20 баллами.

пороговый уровень при выполнении контрольной работы составляет 50% от максимального количества баллов

базовый уровень при выполнении контрольной работы составляет 51 -80% максимального количества баллов

продвинутый уровень при выполнении контрольной работы составляет 81-100% максимального количества баллов.

Задача считается выполненной **на пороговом** уровне, если приведено решение без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков.

Задача считается выполненной **на базовом** уровне, если решение выполнено с пояснениями, правильно оформлено и сдано в установленные графиком учебного процесса сроки.

Решение задач контрольной работы в полном объеме - обязательное условие допуска к экзамену.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень тем РГЗ

В соответствии с учебным планом студенты первого курса ИСТР НГТУ специальности 09.01 03 –

09.01.03 Программирование в компьютерных системах выполняют контрольную работу по дискретной математике.

Для того, чтобы успешно ее выполнить, необходимо изучить сначала теоретический материал по одному из учебников, указанных в списке литературы, и конспекту лекций. При этом следует ориентироваться на рабочую программу, приведенную ниже. Затем следует внимательно разобрать решения примеров из данной методической разработки и выполнить задания для самопроверки.

При оформлении контрольной работы для замечаний преподавателя оставляются поля. Перед решением задачи полностью записывается ее условие. Решение следует сопровождать короткими пояснениями с указанием использованных формул и теорем. Рисунки должны быть выполнены аккуратно. В конце работы ставится дата ее завершения, приводится список проработанной литературы. Работа подписывается.

Выбор варианта контрольной работы определяется двумя последними цифрами номера зачетной книжки. Получив проверенную работу, студент обязан выполнить указания, сделанные рецензентом. Если работа не зачтена, следует сделать работу над ошибками в той же тетради и представить работу на повторную рецензию.

К сдаче экзамена или зачета допускаются студенты, имеющие на руках зачтенные контрольные работы.

Варианты контрольных заданий

№ варианта	№№ задач						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70
11	1	12	23	34	45	56	67
12	2	13	24	35	46	57	68
13	3	14	25	36	47	58	69
14	4	15	26	37	48	59	70
15	5	16	27	38	49	60	61
16	6	17	28	39	50	51	62
17	7	18	29	40	41	52	63
18	8	19	30	31	42	53	64
19	9	20	21	32	43	54	65
20	10	11	22	33	44	55	66
21	10	19	28	37	46	55	64
22	9	18	27	36	45	54	63
23	8	17	26	35	44	53	62
24	7	16	25	34	43	52	61
25	6	15	24	33	42	51	70
26	5	14	23	32	41	60	69
27	4	13	22	31	50	59	68
28	3	12	21	40	49	58	67
29	2	11	30	39	48	57	66
30	1	20	29	38	47	56	65

ТЕМЫ РГЗ

Раздел 1. Множества

Тема 1. Дискретные множества

Дискретные множества. Способы задания и операции над множествами. Булеан. Мощность прямого произведения множеств.

Тема 2. Элементы комбинаторики

Число размещений, перестановок и сочетаний, число разбиений на множества заданной мощности.

Раздел 2. Булевы функции

Тема 3. Булевы переменные и функции

Булевы переменные и функции. Операции булевой алгебры. Задание булевых функций формулами и с помощью таблицы истинности. Эквивалентные формулы, основные эквивалентности.

Тема 4. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы

Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы (ДНФ, КНФ) формул и их построение. Совершенные ДНФ, КНФ. Минимизация ДНФ, КНФ. Полиномиальное разложение: СПНФ, канонический полином Жегалкина, арифметический полином.

Раздел 3. Основы теории алгоритмов

Тема 5. Понятие алгоритма и сложность алгоритма

Понятие алгоритма и оценка сложности алгоритма. Эвристические алгоритмы. «Жадные» алгоритмы.

Раздел 4. Теория графов

Тема 6. Основные понятия теории графов

Граф как абстрактное математическое понятие. Вершины, рёбра, дуги. Понятие инцидентности. Способы задания графов. Матрицы графов и их свойства. Степени вершин графа. Теорема о вычислении вершин нечётной степени в графе (лемма о рукопожатиях).

Тема 7. Виды графов, операции над ними

Простой граф, мультиграф, псевдограф. Неориентированный и ориентированный графы (орграфы). Полный граф, звёздный граф и т.д. Двудольный граф, критерий двудольности. Понятие изоморфности графов. Инварианты.

Части графа. Подграфы. Дополнение графа. Реберный граф. Основные операции над графами.

Тема 8. Пути в графах, связность

Пути в графах. Меры графов (эксцентриситет, диаметр, радиус, сумма расстояний, центр и центр тяжести). Связность графов. Компоненты графов. Теорема Менгера.

Тема 9. Деревья и их свойства

Деревья и их свойства. Остовные (каркасные) деревья в графе, алгоритмы построения. Теорема Кирхгоффа о количестве всех остовных (каркасных) деревьев в графе.

Тема 10. Подструктуры графов

Подструктуры графов. Клика. Нахождение наибольшей клики с помощью «жадного» алгоритма. Независимое множество вершин. Паросочетания. Вершинные и реберные покрытия.

Тема 11. Циклы в графах, обходы графов

Циклы в графах. Базовые (фундаментальные) циклы в графах. Обходы графов: Эйлеров и Гамильтонов циклы в графе. Алгоритм Флери. Теоремы о существовании Эйлерова и Гамильтонова циклов в графе.

Понятие «почти все» графы. Теоремы о «почти всех» графах.

Тема 12. Планарные графы

Планарные графы. Теоремы Эйлера и Куратовского о планарных графах. Алгоритм определения планарности в гамильтоновом графе (метод цикла).

Тема 13. Раскраски графов

Раскраски. Хроматическое число. Теорема о четырех цветах. Алгоритмы раскраски (точные и приближённые).

Тема 14. Направленные, ориентированные графы

Направленные, ориентированные графы. Полустепени вершин. Способы задания. Операции над направленными графами. Связность, типы связности направленных графов. Достижимость. Матрица достижимости.

Тема 15. Взвешенные графы

Взвешенные графы. Взвешенные направленные графы (сети). Кратчайшее остовное дерево в графе. Деревья Штейнера.

Раздел 5. Основные прикладные задачи теории графов

Тема 16. Нахождение кратчайшего остовного дерева в графе

Нахождение кратчайшего остовного дерева в графе с помощью алгоритмов Краскала и Прима.

Тема 17. Нахождение кратчайших путей в графах

Нахождение кратчайших путей в графах. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Флойда.

Тема 18. Нахождение максимального потока в графе

Потоки в сетях. Задача о нахождении максимального потока в графе. Теорема и алгоритм Форда-Фалкерсона.

Тема 19. Задача о назначениях

Паросочетания в двудольных взвешенных графах. Задача о назначениях, венгерский метод решения.

Тема 20. Задача о коммивояжёре

Метод ветвей и границ. Задача о коммивояжёре. «Жадные» алгоритмы.

Пример решения

I. Докажите тождество

1. $(A \cap ((\overline{A \cup B}) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}))) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}) = A.$
2. $(A \cap C) \cup (B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap C) \cup (\overline{B \cup C}) = U.$
3. $(A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (\overline{A \cap (B \setminus \tilde{N})}) = U.$
4. $(A \cap C) \cup (A \setminus C) \cup \overline{\overline{B \cap C} \cap (\overline{B \cup C})} = A \cup B.$
5. $(A \cap B) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}) \cup (\overline{A} \cup (\overline{A \cap B})) = U.$
6. $((A \setminus B) \cup (A \cap B)) \cap (\overline{A \cup (B \setminus \tilde{N})}) = \emptyset.$
7. $(A \cap B \cap C) \cup (C \setminus A) \cup (\overline{B \cap C}) = C.$
8. $\overline{(A \cup \overline{C}) \cap \overline{A \cap C} \cap ((B \setminus A) \cup (A \cap B))} = B \cap C.$
9. $(A \cap B \cap C) \cup (\overline{A \cap B \cap C}) \cup \overline{B \cup C} = U.$
10. $((A \setminus C) \cup \overline{A \cup C}) \cap (A \cup (A \cap \overline{B \setminus C})) = A \setminus C.$

II. С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

11. $(x_1 \vee x_2 x_3) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$
12. $(x_1 \oplus x_2) \downarrow x_1 \bar{x}_3.$
13. $(x_3 \rightarrow x_1) \oplus (\overline{x_1 x_2 \vee x_3}).$
14. $(\overline{\bar{x}_1 \vee x_2}) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
15. $(x_3 \rightarrow x_1) \sim (x_1 x_2 \vee x_3).$
16. $\overline{(\bar{x}_1 \sim x_2) \vee x_1 \bar{x}_3}.$
17. $(x_1 \vee x_2 x_3) \oplus (\overline{x_1 \rightarrow x_2}).$
18. $((\bar{x}_1 \rightarrow x_2)(x_1 \vee x_3)) \sim (x_1 \rightarrow x_2).$
19. $\bar{x}_1 x_3 \oplus (x_1 x_2 \vee x_3).$
20. $(\overline{\bar{x}_3 \vee x_2}) \downarrow (\bar{x}_1 \sim x_3).$

III. Составить таблицу истинности для заданной булевой функции. По таблице истинности составить СДНФ, СКНФ этой булевой функции и получить представление этой булевой функции в виде полинома Жегалкина и арифметического полинома.

$$21. (x_1 \vee x_3) \rightarrow (\bar{x}_1 \sim x_2).$$

$$26. (\overline{(x_1 \rightarrow \bar{x}_2)}) \vee x_3.$$

$$22. (\bar{x}_1 \vee x_2) \rightarrow (\bar{x}_3 \oplus 1).$$

$$27. (x_1 \downarrow x_3) \vee (\bar{x}_1 \sim x_2).$$

$$23. (x_1 \downarrow x_3) \rightarrow (x_2 \oplus x_3 \oplus 1).$$

$$28. (\overline{(x_1 \rightarrow \bar{x}_3)}) \vee (x_2 \oplus 1).$$

$$24. (x_2 \vee \bar{x}_3) \rightarrow (x_1 \oplus 1).$$

$$29. (\overline{(x_3 \vee x_1)}) \vee (x_1 \sim \bar{x}_2).$$

$$25. (\overline{(x_1 \downarrow x_2)}) \rightarrow (x_2 \oplus x_3).$$

$$30. (\bar{x}_3 \vee (x_2 \oplus 1)) \rightarrow x_1.$$

IV. Построить по матрице смежности граф и его реберный граф.

$$31. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$36. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$32. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$37. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$33. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$38. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$34. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

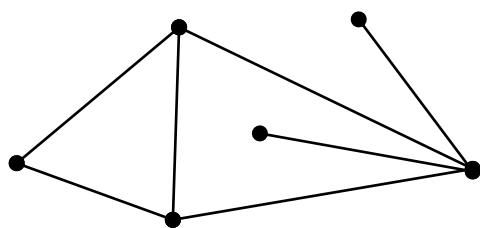
$$39. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$35. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

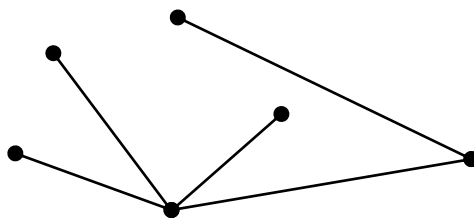
$$40. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

V. Для изображенного графа записать последовательность степеней, построить матрицу смежности, найти центр и центр тяжести.

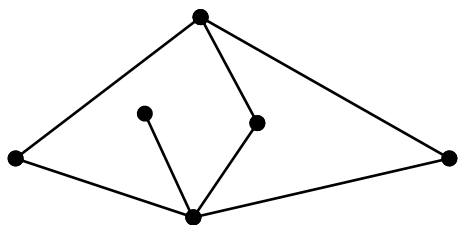
41.



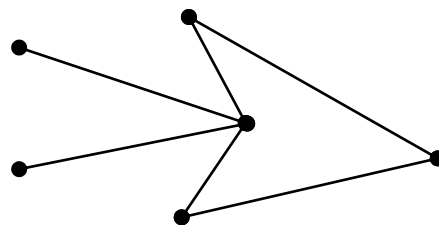
46.



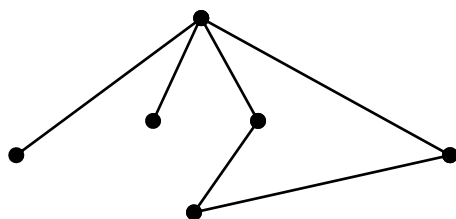
42.



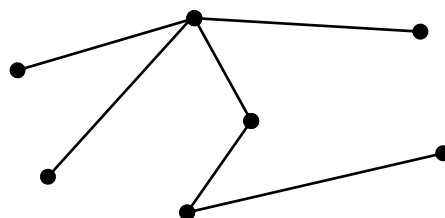
47.



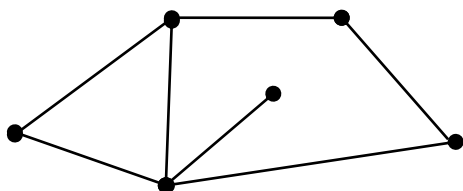
43.



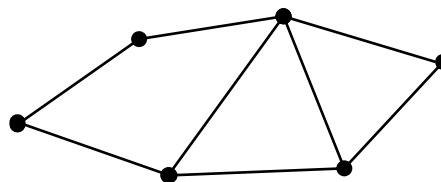
48.



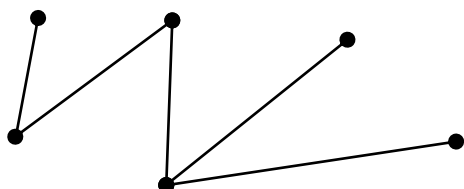
44.



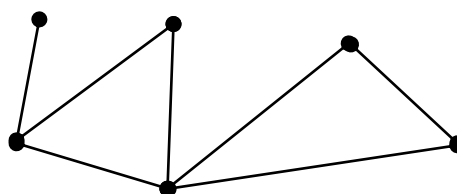
49.



45.

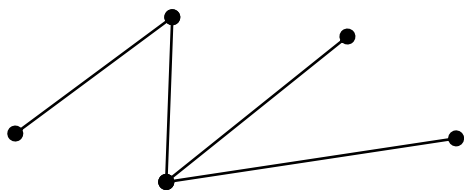


50.

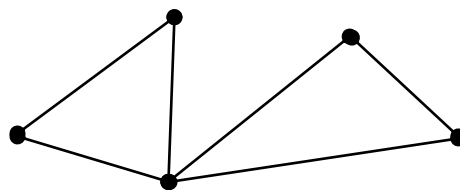


VI. Дайте развернутый (с пояснениями и, если это необходимо, с доказательствами) ответ на следующий вопрос: Является ли изображенный граф связным, полным, деревом, двудольным (если да, то разделить вершины на доли), эйлеровым, гамильтоновым (если является, то построить соответствующие циклы).

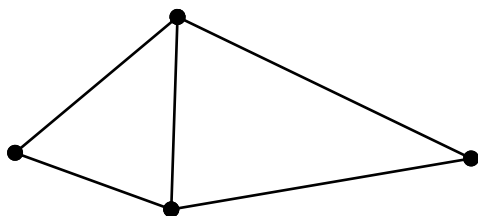
51.



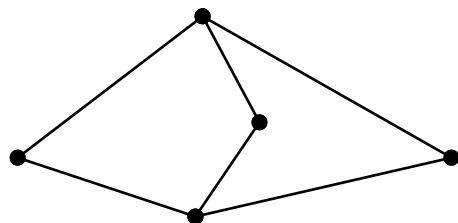
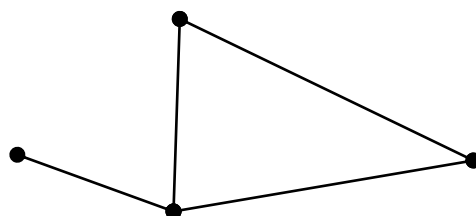
56.



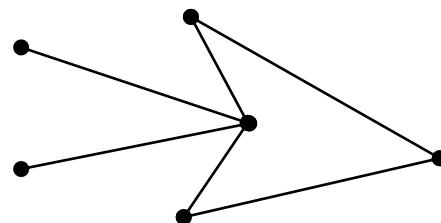
52.



57.

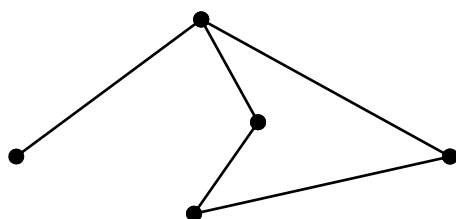


58.

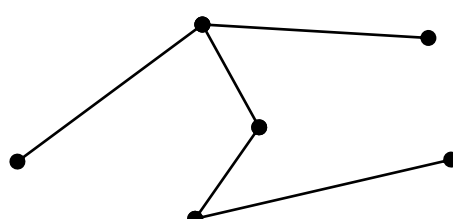


53.

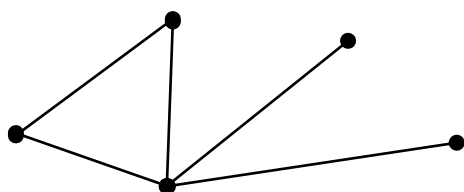
54.



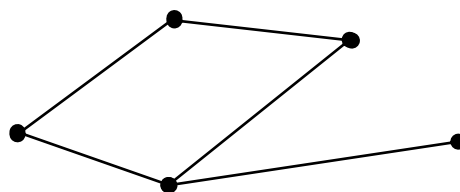
59.



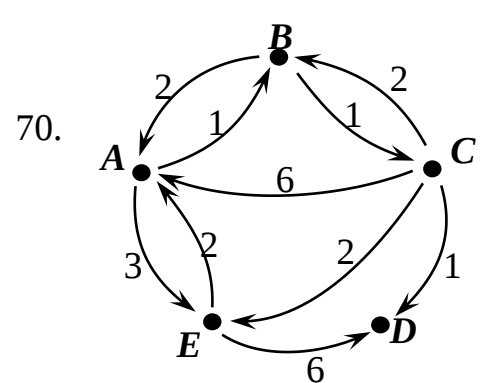
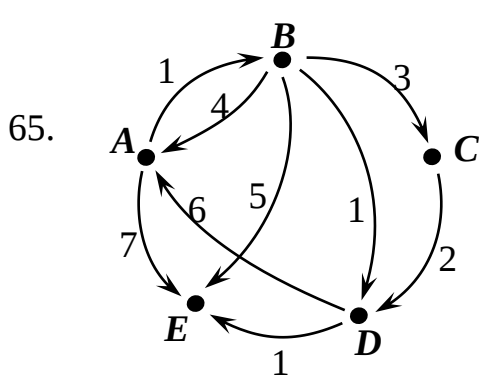
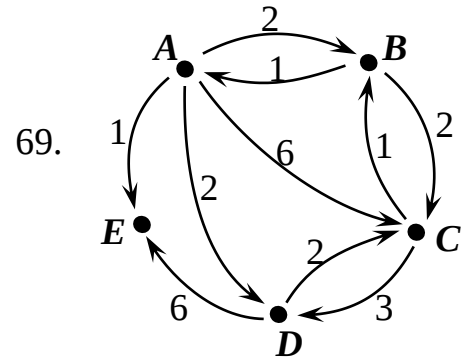
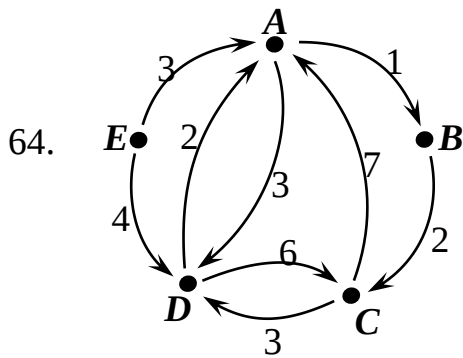
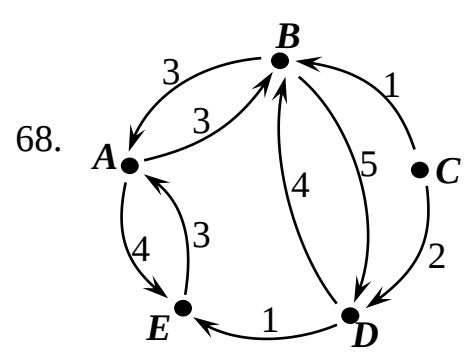
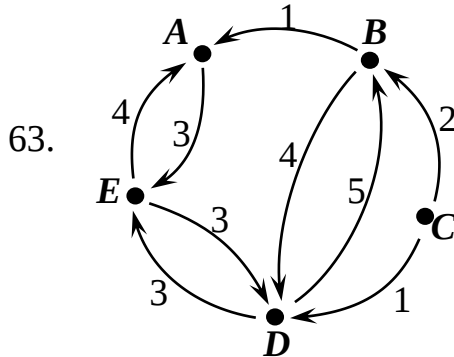
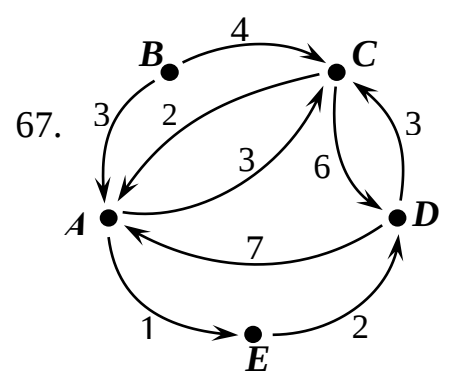
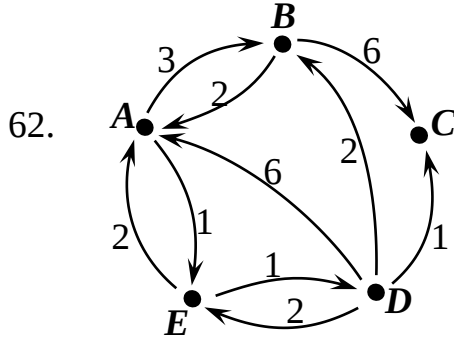
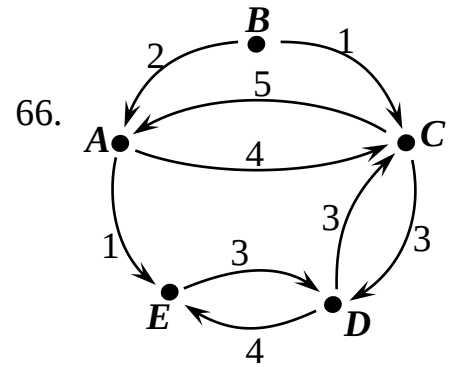
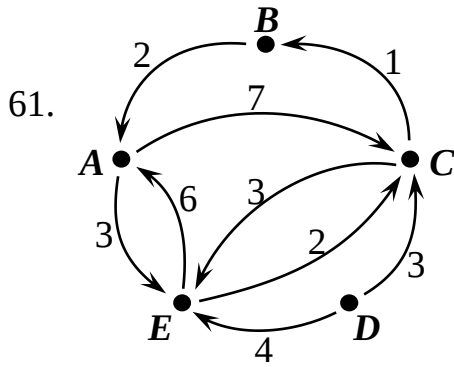
55.



60.



VII. С помощью алгоритма Флойда найти кратчайшие пути между всеми парами вершин графа.



РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

I. Докажите тождество $\overline{B \cap (\overline{A \setminus C}) \cup ((\overline{A \cup \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = U$.

Решение:

$$\begin{aligned} & \overline{B \cap (\overline{A \setminus C}) \cup ((\overline{A \cup \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cap \overline{C}}) \cup ((\overline{A \cap \overline{B}}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup ((\overline{A \cap B}) \cup (A \cap B \cap C))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap (\overline{A \cup (A \cap C))})} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap ((\overline{A \cup A}) \cap (\overline{A \cup C})))} = \\ & = \overline{B \cap (\overline{A \cup C}) \cup (B \cap (\overline{A \cup C}))} = U. \end{aligned}$$

При преобразовании были использованы следующие формулы:

$$\begin{aligned} A \setminus B &= A \cap \overline{B}, \\ \overline{A \cap B} &= \overline{A} \cup \overline{B}, \\ \overline{A \cup B} &= \overline{A} \cap \overline{B}, \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C), \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C), \\ \overline{\overline{A}} &= A, \\ A \cap U &= A, \\ A \cup \overline{A} &= U. \end{aligned}$$

II. С помощью основных равносильностей (без построения таблицы истинности) привести заданную булеву функцию к виду СДНФ.

$$(\overline{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2.$$

Решение. С помощью основных равносильностей преобразуем к ДНФ:

$$\begin{aligned} (\overline{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2 &= (\overline{\overline{x}_1 \vee x_3}) \oplus x_2 = x_1 \overline{x}_3 \oplus x_2 = x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_2 \vee x_1 \overline{x}_3 x_2 = \\ &= x_1 \overline{x}_3 \overline{x}_2 \vee (\overline{x}_1 \vee x_3) x_2 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 - \text{ДНФ}. \end{aligned}$$

Применяя закон склеивания (в обратном порядке: $x = xy \vee x\overline{y}$), дополняем конъюнкции $\overline{x}_1 x_2$, $x_2 x_3$ до полных элементарных конъюнкций:

$$x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_2 x_3 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_3 x_2 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3.$$

Т.к. $x \vee x = x$, после сокращения одинаковых конъюнкций, получаем СДНФ: $F = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$.

III. Составить таблицу истинности для заданной булевой функции. По таблице истинности составить СДНФ, СКНФ этой булевой функции и получить представление этой булевой функции в виде полинома Жегалкина и арифметического полинома.

$$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$$

Решение.

Составим таблицу истинности для этой булевой функции

Таблица истинности						СДНФ		
x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_1$	$x_2 \downarrow x_3$	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3)$	x_1x_3	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	1	1	0	1	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$
0	0	1	1	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	0	0	1	1	$x_1\bar{x}_2x_3$
1	1	0	0	0	0	0	0	
1	1	1	0	0	0	1	1	$x_1x_2x_3$

СДНФ состоит из дизъюнкций полных элементарных конъюнкций наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, на которых функция принимает значение 1. Переменные берутся без отрицания, если им соответствует в таблице истинности 1, с отрицанием, если 0. Следовательно, **СДНФ** имеет вид:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3.$$

СКНФ состоит из конъюнкций полных элементарных дизъюнкций наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, на которых функция принимает значение 0. Переменные берутся без отрицания, если им соответствует в таблице истинности 0, с отрицанием, если 1.

Таблица истинности						СКНФ		
x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_1$	$x_2 \downarrow x_3$	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3)$	x_1x_3	$\bar{x}_1(x_2 \downarrow x_3) \vee x_1x_3$	Элементарные дизъюнкции СКНФ
0	0	0	1	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	0	0	$x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3$
0	1	0	1	0	0	0	0	$x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3$
0	1	1	1	0	0	0	0	$x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3$
1	0	0	0	1	0	0	0	$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1	0	0	0	1	1	
1	1	0	0	0	0	0	0	$\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3$
1	1	1	0	0	0	1	1	

Следовательно, **СКНФ** этой булевой функции имеет вид:

$$F = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3).$$

Получим представление этой булевой функции в виде **полинома Жегалкина**. Заменим в СДНФ операцию дизъюнкции операцией сложения по модулю два по $a \vee b = a \oplus b \oplus ab$. При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю (т.е. $a \vee b = a \oplus b$, если $ab = 0$). Следовательно, СПНФ будет иметь вид:

$$F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле $\bar{a} = 1 \oplus a$, затем раскрываем скобки и из полученного выражения удаляем попарно одинаковые слагаемые:

$$\begin{aligned} F &= (1 \oplus x_1)(1 \oplus x_2)(1 \oplus x_3) \oplus x_1(1 \oplus x_2)x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3. \end{aligned}$$

$$\text{Т.е. } P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

Найдем представление этой булевой функции в виде **арифметического полинома**. Заменим в СДНФ операцию дизъюнкции на операцию "арифметическое сложение" по формуле $a \vee b = a + b - ab$. При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю ($a \vee b = a + b$, если $ab = 0$):

$$F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле $\bar{a} = 1 - a$, затем раскрываем скобки и в полученном выражении приводим подобные:

$$\begin{aligned} F &= (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) + x_1(1 - x_2)x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= (1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2)(1 - x_3) + x_1 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_3 - x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\ &= 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3. \end{aligned}$$

$$\text{Получаем, что } G(F) = 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3.$$

Ответ: СДНФ имеет вид: $F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$, СКНФ: $F = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$, полином Жегалкина: $P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$, арифметический полином: $G(F) = 1 - x_1 - x_2 + x_1 x_2 - x_3 + 2x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3$.

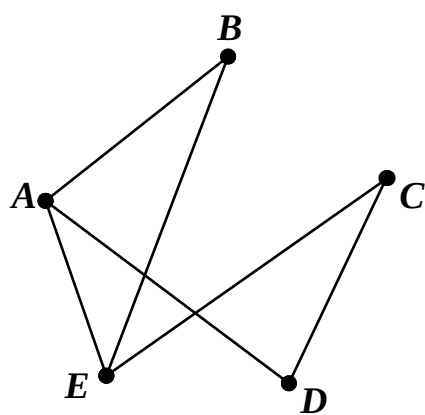
IV. Построить по матрице смежности граф и его реберный граф.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

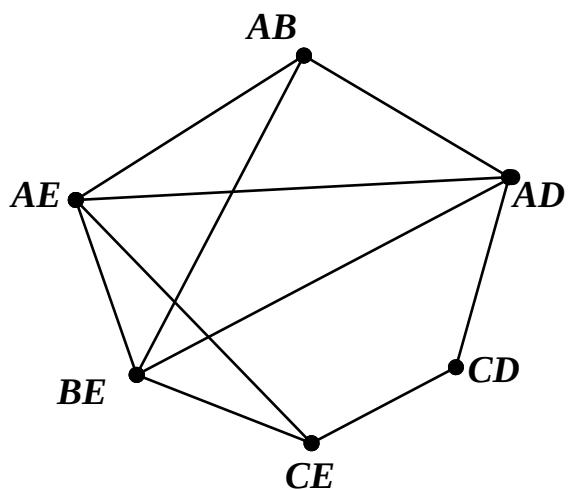
Решение.

По матрице смежности строим граф:

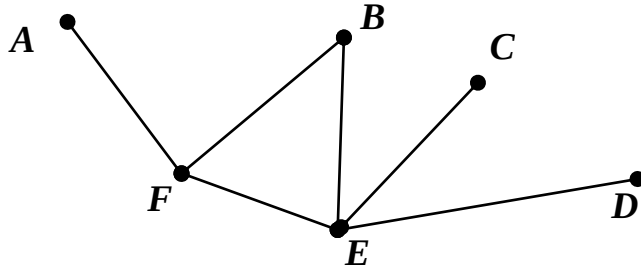
$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \quad D \quad E \\ A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array}$$



Строим реберный граф. Вершинами реберного графа являются ребра исходного графа. Вершины смежны, если смежны соответствующие им ребра исходного графа. Получаем следующий реберный граф:



V. Для изображенного графа записать последовательность степеней, построить матрицу смежности, найти центр и центр тяжести.



Решение.

1) Запишем последовательность степеней графа.

$$\deg A = 1, \quad \deg D = 1,$$

$$\deg B = 2, \quad \deg E = 4,$$

$$\deg C = 1, \quad \deg F = 3.$$

Значит последовательность степеней графа имеет вид: (1, 1, 1, 2, 3, 4).

2) Построим матрицу смежности:

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

3) Найдем эксцентриситеты вершин графа

$$\varepsilon(A) = 3,$$

$$\varepsilon(\hat{A}) = 2,$$

$$\varepsilon(\tilde{N}) = 3,$$

$$\varepsilon(D) = 3,$$

$$\varepsilon(E) = 2,$$

$$\varepsilon(F) = 2.$$

Следовательно, центр графа составляют вершины B, E, F.

4) Найдем сумму расстояний для каждой вершины графа

$$S(A) = 11$$

$$S(B) = 8$$

$$S(C) = 10$$

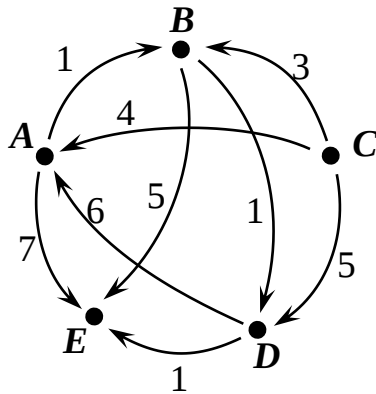
$$S(D) = 10$$

$$S(E) = 6$$

$$S(F) = 7$$

Следовательно, центр тяжести графа находится в вершине E.

VII. С помощью алгоритма Флойда найти кратчайшие пути между всеми парами вершин графа.



Решение.

Для выполнения алгоритма Флойда построим матрицу весов, которая является разновидностью матрицы смежности:

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & 7 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Выполним проход матрицы для каждой из вершин графа. Если путь через вершину проходит короче, то он и выбирается.

1) Проход через вершину *A*. С помощью построенной матрицы (а не по графу) сравниваем пути. Например, между вершинами *C* и *E* «расстояние» ∞ , а путь *C* – *A* – *E* равен 11, поэтому меняем соответствующий элемент в матрице. Получаем следующую матрицу:

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & 7 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & 11 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

2) Проход через вершину *B*. Выполняется аналогично, но основой для его выполнения служит матрица, полученная в результате прохода через матрицу *A*.

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & 2 & 6 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 4 & 8 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

3) Проход через вершину *C*.

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & 2 & 6 \\ \infty & 0 & \infty & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 4 & 8 \\ 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

В результате этого прохода матрица не изменилась, так как в вершину *C* не входит ни одна дуга, а следовательно путь из одной вершины в другую через *C* невозможен.

4) Проход через вершину *D*.

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

5) Проход через вершину E .

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

В результате этого прохода матрица так же как и для прохода через вершину C не изменилась, так как из вершины E не выходит ни одна дуга, а следовательно путь из одной вершины в другую через E невозможен.

Ответ: матрица расстояний между вершинами графа имеет вид

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{array}{ccccc}
 A & B & C & D & E \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & \infty & 2 & 3 \\
 7 & 0 & \infty & 1 & 2 \\
 4 & 3 & 0 & 4 & 6 \\
 6 & 7 & \infty & 0 & 1 \\
 \infty & \infty & \infty & \infty & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$