ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет прикладной математики и информатики

“УТВЕРЖДАЮ”

Декан ФПМИ

профессор, д.т.н. Лемешко Борис Юрьевич

“___ ”_______________ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математика: Алгебра и теория чисел

ООП: специальность 010503.65 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Шифр по учебному плану: ЕН.Ф.1.1

Факультет: прикладной математики и информатики очная форма обучения

Курс: 1, семестр: 1

Лекции: 36

Практические работы: 54 Лабораторные работы: -

Курсовой проект: - Курсовая работа: - РГЗ: 1

Самостоятельная работа: 28

Экзамен: 1 Зачет: -

Всего: 118

Новосибирск

2011

Рабочая программа составлена на основании _Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению (специальности): 351500 Математическое обеспечение и администрирование информа-ционных систем.(№ 72 мжд/сп от 10.03.2000)

ЕН.Ф.1.1, дисциплины федерального компонента

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Прикладная математика протокол № 4 от 28.06.2011

Программу разработал

доцент, к.т.н. Токарева Марина Георгиевна

Заведующий кафедрой

профессор, д.т.н. Соловейчик Юрий Григорьевич

Ответственный за основную образовательную программу

профессор, д.т.н. Попов Александр Александрович

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Шифр дисциплины	Содержание учебной дисциплины	Часы
ЕН.Ф.1.1	Алгебра и теория чисел: целые и комплексные числа; многочлены над произвольным полем, вычисление корней многочлена, алгебраические уравнения; определители; общая теория систем линейных уравнений; действия над матрицами; квадратичные формы; дробно-рациональные функции; основы теории групп; векторные пространства; линейные отображения и операторы; евклидовы и унитарные пространства; алгебры.	**118**

2. Особенности (принципы) построения дисциплины

Таблица 2.1

Особенности (принципы) построения дисциплины

Особенность (принцип)	Содержание
Основания для введения дисциплины в учебный план по направлению или специальности	ГОС специальности 351500.
Адресат курса	Студенты специальности 010503.65 - "Математическое обеспечение и администрирование информационных систем".
Основная цель (цели) дисциплины	Обучение основам алгебры и теории чисел, выработке у студентов умений и навыков, необходимых для решения алгебраических задач, а также применению полученных знаний и навыков к решению ряда профессиональных задач.
Ядро дисциплины	Теория целых и комплексных чисел, многочленов и дробно-рациональных функций; теория матриц и определителей, систем линейных алгебраических уравнений, конечномерных линейных, евклидовых и унитарных пространств, линейных отображений и операторов в этих пространствах, квадратичных форм; элементы теории групп, алгебры.
Связи с другими учебными дисциплинами основной образовательной программы	Обеспечение последующих дисциплин образовательной программы: Геометрия и топология, математический анализ, специальные главы математического анализа, функциональный анализ, уравнения математической физики, дифференциальные уравнения.
Требования к первоначальному уровню подготовки обучающихся	Для успешного изучения курса студенту необходимо знать школьный курс математики.
Особенности организации учебного процесса по дисциплине	Весь учебный материал курса разбит на 4 модуля. Практическая часть дисциплины состоит из практических занятий, выполнения трех частей расчетно-графической работы (РГР), написания контрольных работ. Для проведения

	практических занятий используются методические указания. Промежуточный контроль осуществляется путем проверки домашних заданий, через написание контрольных работ и контроля выполнения РГР. Для повышения качества подготовки и стимулирования заинтересованности студентов при изучении и контроле материала по пройденным модулям используется балльно-рейтинговая система. Для повышения качества подготовки и стимулирования заинтересованности студентов при изучении и контроле материала по пройденным модулям используется балльно-рейтинговая система.

3. Цели учебной дисциплины

Таблица 3.1

После изучения дисциплины студент будет

иметь представление	
1	о первообразных корнях
2	о дробно-рациональных функциях на множестве действительных и комплексных чисел
3	об основах теории билинейных и квадратичных форм в комплексном линейном пространстве
4	о теории групп
5	о алгебрах
знать	
6	основы теории целых и комплексных чисел
7	основы теории многочленов и дробно-рациональных функций
8	основы теории определителей и матриц
9	основы теории конечномерных векторных пространств
10	основы теории систем линейных уравнений
11	основы теории линейных отображений и линейных операторов
12	основы теории евклидовых и унитарных пространств
13	основы теории билинейных и квадратичных форм в действительном линейном пространстве
уметь	
14	работать с комплексными числами
15	возводить комплексные числа в степень, извлекать корни из комплексных чисел
16	находить делители многочленов, НОД двух многочленов
17	находить корни алгебраических уравнений, определять кратность корней
18	находить разложение правильных рациональных дробей на элементарные дроби
19	выполнять действия с матрицами
20	вычислять обратную матрицу для квадратной матрицы
21	вычислять определители матриц
22	проверять, образует ли данное множество с введенными на нем операциями сложения и умножения на число векторное пространство
23	выяснять, является ли данная система векторов линейно независимой
24	находить базы данной системы векторов
25	определять размерность и базис векторного пространства
26	находить координаты вектора в некотором базисе
27	дополнять до базиса какую-либо линейно независимую систему векторов
28	определять, является ли данное пространство подпространством векторного пространства
29	определять линейную оболочку и ранг системы векторов
30	строить фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений
31	вычислять ранг матрицы
32	исследовать на совместность неоднородные системы линейных алгебраических уравнений

33	решать системы линейных алгебраических уравнений
34	строить матрицу линейного отображения, находить ядро и образ линейного отображения, ранг и дефект линейного отображения
35	проверять линейность оператора
36	строить матрицу линейного оператора в фиксированных базисах линейных пространств
37	находить ядро и образ линейного оператора; линейного отображения
38	пересчитывать матрицу линейного оператора при изменении базисов линейных пространств
39	находить собственные векторы и собственные значения линейных операторов
40	находить ортогональную проекцию и перпендикуляр, опущенный из заданного вектора на подпространство
41	проверять аксиомы скалярного произведения, вычислять скалярное произведение
42	применять процесс ортогонализации векторов
43	приводить квадратичную форму к каноническому виду
44	проверять квадратичную форму на положительную определенность
иметь опыт (владеть)	
45	работы с комплексными числами
46	работы с многочленами
47	работы с матрицами
48	вычисления определителей
49	решения систем алгебраических уравнений
50	работы с линейными отображениями и операторами
51	работы с квадратичными формами

4. Содержание и структура учебной дисциплины

Лекционные занятия Таблица 4.1

(Модуль), дидактическая единица, тема	**Часы**	**Ссылки на цели**
Семестр: 1		
Модуль: Алгебраические системы. Целые и комплексные числа. Многочлены, алгебраические уравнения, дробно-линейные функции.		
Дидактическая единица: Целые и комплексные числа		
Целые и комплексные числа и действия с ними	3	1, 14, 15, 45, 6
Дидактическая единица: Многочлены над произвольным полем. Вычисление корней многочлена		
Многочлены и их корни	3	16, 46, 6, 7
Дидактическая единица: Алгебраические уравнения		
Алгебраические уравнения и нахождение корней алгебраических уравнений	2	17, 19, 46, 47, 6, 7
Дидактическая единица: Дробно-рациональные функции		

Дробно-рациональные функции на множестве действительных и комплексных чисел	2	18, 2, 46, 6, 7
Дидактическая единица: Основы теории групп		
Алгебраические системы: группы, кольца, поля.	2	4
Дидактическая единица: Алгебры		
Основные понятия алгебры	1	5
Модуль: Матрицы и определители		
Дидактическая единица: Определители		
Определители и различные способы их вычислений	3	19, 20, 21, 47, 48, 8
Дидактическая единица: Действия над матрицами		
Матрицы и основные операции над матрицами	2	19, 47, 8
Модуль: Векторные пространства. Системы линейных алгебраических уравнений.		
Дидактическая единица: Общая теория систем линейных уравнений		
Системы линейных алгебраических уравнений	3	10, 30, 31, 32, 33, 49
Дидактическая единица: Векторные пространства		
Векторные пространства	3	22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 9
Модуль: Евклидовы и унитарные пространства. Билинейные и квадратичные формы. Линейные отображения и операторы.		
Дидактическая единица: Евклидовы и унитарные пространства		
Основы евклидовых и унитарных пространств	4	12, 40, 41, 42, 51
Дидактическая единица: Квадратичные формы		
Билинейные и квадратичные формы	4	13, 43, 44, 51
Дидактическая единица: Линейные отображения и операторы		
Линейные отображения и линейные операторы векторных пространств	4	11, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 50

Практические занятия Таблица 4.2

(Модуль), дидактическая единица, тема	**Учебная деятельность**	**Часы**	**Ссылки на цели**
Семестр: 1			
Модуль: Алгебраические системы. Целые и комплексные числа. Многочлены, алгебраические уравнения, дробно-линейные функции.			
Дидактическая единица: Основы теории групп			
Алгебраические системы: группы, кольца, поля	Изучение основных алгебраических систем - групп, колец, полей,	2	4, 5

	их аксиом, проверка аксиом алгебраических систем на конкретных примерах.		
Дидактическая единица: Целые и комплексные числа			
Комплексные числа и действия с ними.	Алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженные комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корней из комплексных чисел.	4	14, 15, 45, 6
Дидактическая единица: Многочлены над произвольным полем. Вычисление корней многочлена			
Многочлены и действия с ними.	Действия с многочленами. Делители многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух многочленов. Корни многочленов.	2	16, 46, 7
Дидактическая единица: Алгебраические уравнения			
Алгебраические уравнения.	Решение алгебраических уравнений на множестве действительных и комплексных чисел. Вычисление целых корней алгебраических уравнений. Разложение многочленов на множители.	2	17, 45, 46, 7
Дидактическая единица: Дробно-рациональные функции			
Рациональные дроби	Правильные, неправильные рациональные дроби, выделение целой части. Разложение правильной рациональной дроби на	2	17, 18, 45, 46, 7

	элементарные дроби на множестве действительных и комплексных чисел. Изучение методов сравнения, частных значений, метода вычеркиваний.		
Модуль: Матрицы и определители			
Дидактическая единица: Действия над матрицами			
Матрицы и действия с матрицами.	Сложение, вычитание, умножение матриц на число, умножение матриц, транспонирование матриц.	2	19, 47, 8
Дидактическая единица: Определители			
Определение и простейшие свойства определителя.	Вычисление определителя по определению и с помощью свойств определителя.	2	21, 48, 8
Миноры, алгебраические дополнения и теорема Лапласа.	Вычисление определителя по теореме Лапласа. Разложение по строке, разложение по столбцу.	2	21, 48, 8
Крамеровские системы линейных уравнений. Обратные матрицы.	Невырожденные матрицы. Построение обратной матрицы. Решение СЛАУ по методу Крамера и с помощью обратной матрицы.	2	10, 20, 21, 33, 49, 8
Модуль: Векторные пространства. Системы линейных алгебраических уравнений.			
Дидактическая единица: Векторные пространства			
Основные понятия теории векторных пространств	Определение векторного пространства, проверка аксиом векторного пространства. Линейная зависимость векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и размерность линейного	8	22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 9

	пространства. Разложение элемента векторного пространства по базису. Подпространства линейного пространства.		
Дидактическая единица: Общая теория систем линейных уравнений			
Вырожденные и невырожденные СЛАУ. Однородные и неоднородные СЛАУ.	Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вырожденные и невырожденные алгебраические уравнения. Метод Гаусса. Ранг матрицы. Однородные системы. Фундаментальная система решений. Неоднородные системы. Теорема Кронекера - Капелли.	6	10, 31, 32, 33, 49
Модуль: Евклидовы и унитарные пространства. Билинейные и квадратичные формы. Линейные отображения и операторы.			
Дидактическая единица: Евклидовы и унитарные пространства			
Евклидовы пространства.	Определение евклидова пространства. Длины и углы. Ортогональность. Процесс ортогонализации Грама - Шмидта. Ортонормированный базис.	4	12, 40, 41, 42
Унитарные пространства	Аксиомы унитарного пространства. Скалярное произведение в унитарном пространстве.	2	12, 41
Дидактическая единица: Квадратичные формы			
Билинейные и квадратичные формы.	Определение билинейных и квадратичных форм. Прмеры. Матрица билинейной и	4	13, 43, 44, 51

	квадратичной формы. Изменение матрицы при переходе от одного базиса к другому. Приведение квадратичных форм к каноническому виду. Знакоопределенные квадратичные формы.		
Дидактическая единица: Линейные отображения и операторы			
Линейные отображения и линейные операторы.	Определение линейного отображения и линейного оператора. Матрица линейного отображения и линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при изменении базиса. Образ и прообраз линейного оператора. Связь между координатами вектора - образа и вектора - прообраза. Ядро и образ линейного оператора и линейного отображения. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора на множестве действительных чисел.	10	11, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 50

5. Самостоятельная работа студентов

Семестр- 1, Контрольные работы

Промежуточный контроль знаний осуществляется путем написания студентами 3 контрольных работ. Контрольная работа №1 состоит из двух частей: часть 1 - модуль 1, часть 2 - модуль 2.

Часть 1. Проверяет знания, умения и приобретенные навыки по модулю 1: действия с комплексными числами: умножение, деление, возведение в степень, решение алгебраических уравнений, разложение дробно-рациональных функций на множители (на множестве действительных и комплексных чисел).

Часть 2. Проверяет знания, умения и приобретенные навыки по модулю 2: действие с матрицами: умножение транспонирование, вычисление определителей по свойствам и по теореме Лапласа, решение матричных уравнений, решение невырожденных СЛАУ по правилу Крамера.

Контрольная работа №2 соответствует материалу по модулю 3 и проверяет знания, умения и приобретенные навыки по данному модулю: умение определять базис и размерность векторного пространства, находить размерность и базис линейной оболочки, находить координаты вектора по базису, умение решать СЛАУ, проверять совместимость СЛАУ.

Контрольная работа №3 соответствует материалу по модулю 4 и проверяет знания, умения и приобретенные навыки по данному модулю: ортогональные системы векторов, процесс ортогонализации, нахождение ортогональной проекции и перпендикуляра, опущенного из заданного вектора на подпространство, строить матрицу линейного оператора в фиксированных базисах линейных пространств, находить ядро и образ линейного оператора; пересчитывать матрицу линейного оператора при изменении базисов линейных пространств.

На подготовку к контрольным работам отводится 6 часов по плану самостоятельной работы.

Методические указания к контрольным работам представлены в электронной библиотеке НГТУ.

Семестр- 1, РГЗ

РГЗ состоит из трех частей и охватывает материал по модулю 2 "Матрицы и определители", модулю 3 "Векторные пространства и системы линейных алгебраических уравнений", модулю 4 по теме "Евклидовы и унитарные пространства".

Цели РГЗ:

Часть 1. Приобретение практических навыков вычисления определителей и их применение для решения крамеровских систем линейных алгебраических уравнений.

Часть 2. Ознакомление с понятиями линейной зависимости системы векторов, базой, базисом, приобретение практических навыков решения и исследования на совместность СЛАУ.

Часть 3. Ознакомление с понятиями ортогонального дополнения, проекции вектора на подпространство, орта вектора к подпространству, ортогональной системы векторов и процедурой ортогонализации Грама - Шмидта.

Образец заданий РГР:

Часть 1.

1. Вычислите определитель матрицы размера 4x4, воспользовавшись его определением и свойствами.
2. Вычислите определитель матрицы из пункта 1, разложив его по элементам какой-либо строки и какого-либо столбца.
3. Вычислите определитель матрицы из пункта 1, разложив его по двум и трем каким-либо строкам (столбцам).
4. Решите крамеровскую СЛАУ методом обратных матриц и проверьте по формуле Крамера одну из компонент решения.

Часть 2.

1. Найдите все базы каждой из двух систем векторов. Определите, эквивалентны ли эти системы. Для каждой из систем векторов найдите такую базу, чтобы линейно - зависимые векторы системы выражались через векторы базы в виде линейной комбинации с целыми коэффициентами. Запишите соответствующие выражения.
2. Исследуйте совместность и запишите общее решение неоднородной СЛАУ в виде суммы частного решения этой системы и линейной комбинации базисных решений соответствующей однородной системы.

Часть 3.

1. Спроектируйте заданный вектор x на заданное подпространство L. Найдите длину наклонной, перпендикуляра и проекции, а также угол между наклонной и подпространством.
2. Выполните ортогонализацию базиса двумерного подпространства L и дополните его до ортогонального базиса пространства .

На выполнение РГЗ отводится 5 часов по плану самостоятельной работы.

Варианты заданий и пример решения представлены в методических указаниях к выполнению РГЗ.

Семестр- 1, Подготовка к занятиям

В течение семестра студенты выполняют подготовку к практическим занятиям по материалам, представленным на лекциях, и по литературе, указанной преподавателем. Подготовка к занятиям предполагает выполнение домашних заданий, которые включают выполнение заданий по пройденному материалу или выполнение РГЗ.

На подготовку к практическим занятиям отводится 11 часов по плану самостоятельной работы.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям представлены в электронном ресурсе научной библиотеке НГТУ.

6. Правила аттестации студентов по учебной дисциплине

Для повышения качества подготовки и стимулирования заинтересованности студентов при изучении и контроле материала по пройденным модулям используется бально-рейтинговая система.

Рейтинг студента формируется по каждому модулю и складывается из результатов работы в аудитории и дома, написания контрольной работы и качества выполнения РГЗ по данной теме согласно таблице 6. По каждому модулю студенты могут получить призовые баллы (бонус) за активную работу на практических занятиях: грамотные ответы на теоретические вопросы, быстрое самостоятельное решение задач, оригинальные решения задач.

Таблица 6

Учебная деятельность	Минимальный балл	Средний балл	Максимальный балл
Модуль 1 «Алгебраические системы. Целые и комплексные числа. Многочлены, алгебраические уравнения, дробно-линейные функции»			
Контрольная работа № 1 (часть 1)	4	7	10
Бонус за активную работу на практических занятиях		2	3
Модуль 2 «Матрицы и определители.»			
Контрольная работа №2 (часть 2)	3	6	9
РГР часть 1	2	3	4
Бонус за активную работу на практических занятиях		1	2
Модуль 3 «Векторные пространства. Системы линейных алгебраических уравнений»			
Контрольная работа №2	4	7	10
РГР часть 2	2	3	4
Бонус за активную работу на практических занятиях		1	2
Модуль 4 «Евклидовы и унитарные пространства. Билинейные и квадратичные формы. Линейные отображения и операторы»			
Контрольная работа №3	4	7	10
РГР часть 3	2	3	4
Бонус за активную работу на практических занятиях		1	2
Итого	21	41	60

Каждая правильно выполненная часть РГЗ оценивается

- на максимальное количество баллов согласно таблице 6, если она защищена в указанный преподавателем срок и при защите студент показал знания основных определений, свойств и теорем по данному модулю;
- на среднее количество баллов согласно таблице 1, если она защищена в срок, но при защите студент показал частичные знания (70%) основных

определений, свойств и теорем по данному модулю, или РГЗ была защищена в течение недели после указанного преподавателем срока;

- на минимальное количество баллов во всех остальных случаях.

Если по контрольной работе студент получил количество баллов, меньшее минимального количества, указанного в таблице 1 по данной теме, то для допуска к экзамену он обязан в устной форме защитить материал по данной теме, при этом студент допускается к защите контрольной работы при наличии 60% правильно выполненных домашних заданий. В случае успешной защиты студент получает минимальное количество баллов согласно таблице 1 по данной теме.

Если по контрольной работе студент получил минимальное количество баллов, при этом он систематически работал в аудитории и имеет 80 % правильно выполненных домашних заданий, то он может повысить свой рейтинг по данной теме до среднего, написав другой вариант контрольной работы по данной теме.

Таким образом, в результате работы в семестре студент может максимально набрать 60 баллов.

В соответствии с планом ООП проводится экзамен (1 семестр). К экзамену допускаются студенты, набравшие не менее 26 баллов (суммарное количество баллов по каждому модулю в колонке «минимальное количество баллов» табл. 1).

Экзамен проводится письменно. Экзаменационный билет состоит из трех частей: группа А - контроль знания теоретического материала, группа В и группа С - контроль приобретенных практических навыков и умений.

Группа А состоит из 4 теоретических вопросов Каждый теоретический вопрос оценивается от 1 до 4 баллов:

1 балл - студент знает только некоторые определения и свойства по данному вопросу;

2 балла - студент знает все определения и свойства по данному вопросу;

3 балла - студент показал знания основных определений по данному вопросу с доказательством только некоторых утверждений;

4 балла - студент дал полный, содержательный ответ с доказательством необходимым свойств, лемм и теорем.

Максимальное количество баллов по группе А - 12 баллов.

Группа В включает в себя 13 тестовых заданий с предложенными вариантами ответов, которые оцениваются в зависимости от сложности в 1 или 2 балла. Студент указывает только правильные ответы. Максимальное количество баллов по группе В - 22 балла.

Группа С включает в себя 2 задачи, для которых студент должен привести решения. Решение каждой задачи оценивается в 3 балла:

1 балл - задача решена частично;

2 балла - задача решена, но в решении есть неточности и недочеты;

3 балла - задача решена полностью, при решении студент показал приобретенные знания и навыки решения.

Максимальное количество баллов по группе С - 6 баллов.

Таким образом, студент может набрать максимальное количество баллов на экзамене - 40 баллов.

Общее количество баллов – это суммарное количество баллов, набранных студентом в семестре и на экзамене. Согласно общему количеству баллов выставляется оценка по шкале ETSC.

Перевод оценок в шкалу ECTS и традиционную 4-уровневую шкалу оценки осуществляется по следующим правилам.

Балл	0-24	25-49	50-59	60-62	63-66	67-69	70-72	73-76	77-79	80-82	83-86	87-89	90-93	94-97	98-100
ECTS	F	FX	E	D-	D	D+	C-	C	C+	B-	B	B+	A-	A	A+
Оценка	Неуд	неуд	удовл	удовл	удовл	удовл	удовл	хор	хор	хор	хор	отл	отл	отл	отл

7. Список литературы

7.1 Основная литература

В печатном виде
1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2002. - 375 с. : ил.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. - СПб. [и др.], 2007. - 431 с. - Рекомендовано МО.
3. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев. - СПб. [и др.], 2005. - 215, [1] с.
4. Денисов В. И. Сборник задач по геометрии и алгебре. Ч. 1 : учебное пособие / В. И. Денисов, В. М. Чубич ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2001. - 101 с.
5. Денисов В. И. Сборник задач по геометрии и алгебре. Ч. 2 : учебное пособие [для 1 курса факультета прикладной математики и информатики (направление 510200)] / В. И. Денисов, В. М. Чубич ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2002. - 93 с.
6. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М., 2003. - 495 с. : ил.. - Библиогр.: с. 493.

В электронном виде
1. Денисов В. И. Сборник задач по геометрии и алгебре. Ч. 1 : учебное пособие / В. И. Денисов, В. М. Чубич ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2001. - 101 с.

7.2 Дополнительная литература

В печатном виде
1. Воеводин В. В. Линейная алгебра : учебное пособие / В. В. Воеводин. - СПб. [и др.], 2008. - 400 с.
2. Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - М., 2002. - 317 с. - Рекомендовано МО.
3. Беклемишева Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : [учебное пособие для вузов] / Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубарев ; под ред. Д. В. Беклемишева. - М., 2003. - 495 с.

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

В печатном виде
1. Геометрия и алгебра. Ч. 1 : методические указания к выполнению РГЗ для 1 курса ФПМИ (направление 510200) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: Н. Д. Бекарева и др.]. - Новосибирск, 2001. - 24 с.
2. Геометрия и алгебра. Ч. 2 : методические указания к выполнению РГЗ для 1 курса факультетата прикладной математики и информатики (направление 510200) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: В. С. Карманов, В. М. Чубич]. - Новосибирск, 2002. - 27 с. : ил.

В электронном виде

1. Геометрия и алгебра. Ч. 2 : методические указания к выполнению РГЗ для 1 курса факультетата прикладной математики и информатики (направление 510200) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: В. С. Карманов, В. М. Чубич]. - Новосибирск, 2002. - 27 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2002/2002_2323.rar
2. Чубич В. М. Методические рекомендации для подготовки к контрольным работам по ГиА [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / В. М. Чубич, О. С. Черникова ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2011/lib_853_1324264156.doc. - Загл. с экрана.
3. Чубич В. М. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям по ГиА [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / В. М. Чубич, О. С. Черникова ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2011/lib_853_1324112949.doc. - Загл. с экрана.

9. Контролирующие материалы для аттестации студентов по дисциплине

Экзаменационные вопросы

1. Алгебраические системы: группы, кольца, поля. Алгебраическая операция, аксиомы кольца, группы, поля. Примеры групп, колец, полей.
2. Определения и примеры групп, абелевы группы, конечные группы, порядок конечной группы, подгруппа.
3. Определение и примеры алгебр. Ассоциативные, коммутативные и антикомутативные алгебры.
4. Определение делимости целых чисел и простейшие свойства этого отношения.
5. Наибольший общий делитель (НОД). Алгоритм Евклида поиска НОД. Взаимно простые и простые числа.
6. Алгебраическая форма комплексных чисел. Действия над комплексными числами – сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел. Сопряженные комплексные числа.
7. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
8. Многочлены. Операции над многочленами. Деление с остатком, делители, НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Неприводимые многочлены.
9. Корни многочленов. Теорема Безу. Связь корней многочлена и его делителей с первой степени.
10. Алгебраические уравнения. Нахождение целых корней алгебраического уравнения. Кратность корня алгебраического уравнения.
11. Правильные дроби, простейшие дроби. Теорема о разложении на простейшие дроби. Простейшие комплексные и вещественные дробно-рациональные функции.
12. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами и их свойства.
13. Определение и свойства определителей.
14. Вычисление определителей второго и третьего порядков.
15. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке (столбцу).
16. Докажите, что сумма произведений элементов какого-либо столбца (строки) на алгебраические дополнения элементов другого столбца (строки) равна нулю.
17. Докажите, что алгебраическое дополнение A_{ij} элемента a_{ij} связано с минором M_{ij} соотношением $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$.
18. Обратные матрицы, их вычисление.
19. Решение квадратной системы линейных алгебраических уравнений с невырожденной основной матрицей по формулам Крамера.
20. Обратные матрицы. Свойства обратной матрицы. Решение квадратной системы линейных алгебраических уравнений с невырожденной матрицей методом обратных матриц.
21. Определение векторного пространства. Примеры и свойства векторных пространств.
22. Линейные комбинации, линейная зависимость. Докажите, что система векторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ линейно независима тогда и только тогда, когда из равенства

$\alpha_1 \cdot e_1 + \alpha_2 \cdot e_2 + \ldots + \alpha_n \cdot e_n = \theta$ следует равенство нулю всех коэффициентов линейной комбинации.

23. Докажите, что система векторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ линейно зависима тогда и только тогда, когда либо $e_1 = \theta$, либо некоторый вектор e_k $(2 \le k \le n)$ является линейной комбинацией предшествующих векторов.
24. Эквивалентные системы векторов. Докажите, что если каждый из векторов линейно независимой системы $x_1, x_2, \ldots, x_m$ линейно выражается через векторы другой системы $y_1, y_2, \ldots, y_n$, то $m \le n$. Докажите, что эквивалентные линейно независимые системы состоят их одного и того же числа векторов.
25. Докажите, что элементарные преобразования системы векторов не нарушают ее линейную зависимость или независимость.
26. Ранг системы векторов. Базы. Докажите, что элементарные преобразования системы векторов приводят к эквивалентной системе.
27. Базис линейного пространства. Докажите, что разложение любого вектора $x \in L$ по данному базису единственно. Докажите, что произвольную систему из k линейно независимых векторов $f_1, f_2, \ldots, f_k$ $(k < n)$ можно дополнить до базиса n-мерного пространства L.
28. Понятие подпространства и линейной оболочки. Примеры подпространств.
29. Изоморфизм линейных пространств. Докажите, что все конечномерные пространства, заданные над одним полем, изоморфны, если и только если они имеют одинаковую размерность. Пример изоморфных линейных пространств.
30. Ранг матрицы, базисный минор. Докажите, что любая строка (любой столбец) матрицы А является линейной комбинацией базисных строк (базисных столбцов).
31. Докажите, что определитель равен нулю тогда и только тогда, когда между его строками (столбцами) существует линейная зависимость.
32. Докажите, что размерность линейной оболочки системы векторов-столбцов матрицы А равна рангу матрицы А; базис указанной линейной оболочки образуют базисные столбцы матрицы А.
33. Докажите, что ранг любой матрицы равен максимальному числу линейно независимых столбцов (строк).
34. Докажите, что максимальное число линейно независимых строк любой матрицы совпадает с максимальным числом линейно независимых столбцов.
35. Докажите, что однородная СЛАУ нетривиально совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы А меньше числа неизвестных.
36. Критерий Кронекера-Капелли совместности неоднородной СЛАУ.
37. Докажите, что множество всех решений однородной СЛАУ с n неизвестными образует подпространство размерности n-r, где r-ранг матрицы системы.
38. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ.
39. Докажите, что сумма частного решения неоднородной СЛАУ и общего решения соответствующей однородной системы дает общее решение неоднородной системы.
40. Определение евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств.
41. Неравенство Коши – Буняковского для евклидова пространства.
42. Докажите, что неравенство Коши-Буняковского обращается в равенство тогда и только тогда, когда векторы x и y коллинеарны.

43. Докажите, что в любом конечномерном действительном линейном пространстве можно ввести скалярное произведение.
44. Нормированное пространство. Докажите, что всякое евклидово пространство является нормированным, если $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$.
45. Ортонормированный базис и его существование в евклидовом пространстве.
46. Нахождение по наклонной ее ортогональной проекции и перпендикуляра.
47. Определение унитарного пространства. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши - Буняковского. Понятие нормы в унитарном пространстве.
48. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
49. Линейная форма. Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при изменении базиса.
50. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методам Лагранжа. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
51. Определение и примеры линейных операторов. Действия с линейными операторами. Пространство линейных операторов.
52. Ядро и образ линейного оператора. Связь между дефектом, рангом и размерностью области определения линейного оператора.
53. Обратный оператор. Невырожденный оператор.
54. Связь между координатами вектора - образа и вектора - прообраза. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.

Пример экзаменационного билета.

Группа А. (12 баллов)

55. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел. (Максимально 3 балла)
56. Докажите, что система векторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ линейно зависима тогда и только тогда, когда либо $e_1 = \theta$, либо некоторый вектор e_k $(2 \le k \le n)$ является линейной комбинацией предшествующих векторов. (Максимально 4 балла)
57. Неравенство Коши – Буняковского для евклидова пространства. (Максимально 3 балла)
58. Определение и примеры линейных операторов. Действия с линейными операторами. (Максимально 3 балла)

Группа В. (22 балла)

1. Вычислите значение выражения $3\overline{z} - 2\operatorname{Im} z \cdot z \cdot a$, если $a = 2 - i$, $z = i$

   1) $-2 + i$, 2) $-2 + 7i$, 3) $2 + i$, 4) $2 - i$, 5) нет ответа

2. Сколько корней имеет уравнение $z^3 = -1$ на множестве комплексных чисел?

   1) только один - -1; 2) два корня, среди которых i и $-i$;

   3) три корня, среди которых $\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$ и $\dfrac{\sqrt{3}-i}{2}$;

   4) три корня, среди которых $\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$ и $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$; 5) нет ответа

3. Для многочленов $P(z) = z^2 + z - 2$ и $Q(z) = z^3 + 5z^2 + 5z - 2$ выберите верное утверждение:
   1) $P(z)$ – делитель $Q(z)$; 2) $z - 2$ - общий делитель $P(z)$ и $Q(z)$;
   3) $НОД\big(P(z), Q(z)\big) = z + 2$; 4) $НОД\big(P(z), Q(z)\big) = z - 1$; 5) нет ответа

4. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ 0 & 1 & -i \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ равен:
   1) $2+i$, 2) $-i$, 3) i, 4) $1+i$, 5) нет ответа

5. Найдите матрицу, обратную к матрице $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$:
   1) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$; 3) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$; 4) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$; 5) нет ответа

6. Укажите, какие из заданных множеств являются подпространствами действительного линейного пространства матриц размера 2×2:
   А: $\left\{ \begin{pmatrix} -a & b \\ b & 0 \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$ Б: $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & c \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in R \right\}$ В: $\left\{ \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & b \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in R \right\}$
   1) В 2) Б, В 3) А, В 4) А, Б 5) нет ответа

7. Выясните, является ли система линейно зависимой и укажите ее ранг:
   $x_1 = (2, 3, -1)$, $x_2 = (4, 1, 5)$, $x_3 = (0, 2, -2)$
   1) Да, 2 2) Нет, 3 3) Да, 1 4) Нет, 2 5) нет ответа

8. Найдите сумму координат вектора $x = (-5, 0)$ в базисе $e_1 = (-1, 2)$ $e_2 = (3, 4)$.
   1) 3 2) 1 3) -1 4) -2 5) нет ответа
9. Исследуйте совместность и найдите общее решение и одно частное решение системы уравнений $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 2 \end{cases}$.
10. Для данной системы векторов $e_1 = (0, 2, 0)$, $e_2 = (3, 0, 1)$, $e_3 = (-1, 0, 1)$ выберите верное утверждение:
    1) Система векторов – ортонормированная,
    2) система векторов является ортогональным базисом пространства R^3,
    3) векторы e_1 и e_2 ортогональны и $\|e_2\| = 4$,
    4) векторы e_2 и e_3 ортогональны и $\|e_3\| = 2$,
    5) нет ответа.
11. Для заданной в пространстве R^2 функции $A(x, y) = \alpha_1\beta_1 + 2\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1$, где $x = (\alpha_1, \alpha_2)$, $y = (\beta_1, \beta_2)$ выберите верное утверждение:
    1) функция $A(x, y)$ - не является билинейной формой;
    2) функция $A(x, y)$ - является симметричной билинейной формой;
    3) функция $A(x, y)$ - является несимметричной билинейной формой;
    4) функция $A(x, y)$ определяет скалярное произведение в R^2;
    5) нет правильного ответа.

12. Для заданного линейного оператора пространства R^3, который описывается своим действием на произвольный вектор $x = (x_1, x_2, x_3)^T$: $Ax = (-x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2 + x_3, x_1 - x_2 - 2x_3)$ выберите верное утверждение:
    1) оператор невырожденный;
    2) дефект оператора равен 3, ранг - 0;
    3) дефект оператора равен 2, ранг - 1;
    4) дефект оператора равен 1, ранг - 2;
    5) нет правильного ответа

13. Линейный оператор А в стандартном базисе имеет матрицу $A_e = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите его матрицу в базисе $b_1 = (1,2)$, $b_2 = (-1,0)$.

Группа С. (6 баллов)

1. Образуют ли матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ базис в пространстве квадратных матриц порядка 2? (Максимально 3 балла)
2. Найдите собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных в некотором базисе линейного пространства над полем действительных чисел R матрицей $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$. (Максимально 3 балла)