ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет прикладной математики и информатики

"УТВЕРЖДАЮ"

Декан ФПМИ

профессор, д.т.н. Лемешко Борис Юрьевич

"___"_______________ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математика: Уравнения математической физики

ООП: специальность 010503.65 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Шифр по учебному плану: ЕН.Ф.1.7

Факультет: прикладной математики и информатики очная форма обучения

Курс: 3, семестр: 5

Лекции: 36

Практические работы: 18 Лабораторные работы: -

Курсовой проект: - Курсовая работа: - РГЗ: -

Самостоятельная работа: 41

Экзамен: 5 Зачет: -

Всего: 95

Новосибирск

2011

Рабочая программа составлена на основании _Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению (специальности): 351500 Математическое обеспечение и администрирование информа-ционных систем.(№ 72 мжд/сп от 10.03.2000)

ЕН.Ф.1.7, дисциплины федерального компонента

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Вычислительных технологий протокол № 3 от 02.06.2011

Программу разработал

профессор, д.т.н. Шурина Элла Петровна

Заведующий кафедрой

профессор, д.ф.м.н. Шокин Юрий Иванович

Ответственный за основную образовательную программу

профессор, д.т.н. Попов Александр Александрович

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Шифр дисциплины	Содержание учебной дисциплины	Часы
ЕН.Ф.1.7	Уравнение Лапласа; интегральные уравнения; теория потенциала; задача Штурма-Лиувилля; сферические функции; пространство Соболева; вариационное исчисление: решение краевых задач.	**95**

2. Особенности (принципы) построения дисциплины

Таблица 2.1

Особенности (принципы) построения дисциплины

Особенность (принцип)	Содержание
Основания для введения дисциплины в учебный план по направлению или специальности	ГОС специальности 351500.
Адресат курса	Студенты специальности 010503.65 - "Математическое обеспечение и администрирование информационных систем".
Основная цель (цели) дисциплины	Обеспечение базы подготовки специалиста, теоретическая и практическая подготовка в области методов аналитического решения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и интегральных уравнений, приобретение знаний, необходимых для изучения последующих дисциплин.
Ядро дисциплины	Аналитические методы интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов
Связи с другими учебными дисциплинами основной образовательной программы	Дисциплина "Уравнения математической физики" базируется на сведениях, полученных при изучении дисциплин: математический анализ, геометрия и алгебра, дифференциальные уравнения. Сведения, полученные при изучении курса "Уравнения математической физики" могут быть использованы в дисциплинах: численные методы, методы оптимизации, МКЭ и курсах магистерской программы для магистрантов специальности 010500.
Требования к первоначальному уровню подготовки обучающихся	Для успешного изучения курса студенту необходимо знать математический анализ, функциональный анализ, линейную алгебру, дифференциальные уравнения.
Особенности организации учебного процесса по дисциплине	Классический курс "Уравнения математической физики" организован таким образом, чтобы студент мог получить сведения о математических моделях физических процессов,

	построенных на основании законов сохранения; дифференциальных уравнениях в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типа; интегральных уравнениях Фредгольма и Вольтерра; теории потенциала.

3. Цели учебной дисциплины

Таблица 3.1

После изучения дисциплины студент будет

иметь представление	
1	О классификации дифференциальных уравнений в частных производных (линейных второго порядка) и приведении этих уравнений к каноническому виду
2	О существовании и единственности решений уравнений математической физики, их непрерывной зависимости от исходных данных.
знать	
3	Основные типы уравнений математической физики
4	Классические и обобщенные решения.
5	Метод разделения переменных (метод Фурье) для решения гиперболических, параболических и эллиптических уравнений.
6	Методы решения краевых задач с помощью функций Грина
7	Теорию потенциала: объема, двойного и простого слоев
8	Интегральные уравнения Фредгольма, Вольтерра и методы их решения.
уметь	
9	Решать однородные и неоднородные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка гиперболического, параболического, эллиптического типов, начально-краевые задачи, краевые задачи.
10	Для эллиптических краевых задач, применяя функции Грина, теорию потенциала, переходить к интегральным уравнениям и решать их.
иметь опыт (владеть)	
11	Методом разделения переменных для решения дифференциальных уравнений в частных производных

4. Содержание и структура учебной дисциплины

Лекционные занятия Таблица 4.1

(Модуль), дидактическая единица, тема	Часы	Ссылки на цели
Семестр: 5		
Модуль: Классификация дифференциальных уравнений в частных производных (линейных второго порядка) и приведении этих уравнений к каноническому виду.		
Дидактическая единица: Классификация дифференциальных уравнений в частных производных (линейных второго порядка) и приведении этих уравнений к каноническому виду. Вывод основных уравнений математической физики на основании законов сохранения.		
Классификация линейных дифференциальных	6	1, 3, 4

уравнений второго порядка в частных производных. Приведение к каноническому виду. Гиперболические уравнения: вывод уравнения колебания струны, формула Даламбера, метод характеристик - задача Коши.		
Модуль: Гиперболические уравнения.		
Дидактическая единица: Гиперболические уравнения. Основные теоремы. Задача Коши, начально- краевые задачи. Фундаментальное решение. Метод разделения переменных.		
Гиперболические уравнения: краевые задачи, метод Фурье для решения однородных и неоднородных краевых задач.	4	1, 2, 3, 4, 5
Модуль: Параболические уравнения		
Дидактическая единица: Параболические уравнения. Основные теоремы. Задача Коши, начально-краевые задачи. Фундаментальное решение. Метод разделения переменных		
Параболические уравнения: вывод уравнения теплопроводности. Метод Фурье для решения краевых задач параболического типа. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности, фундаментальное решение	4	1, 2, 3, 4, 5
Модуль: Эллиптические уравнения.		
Дидактическая единица: Эллиптические уравнения. Основные теоремы. Функция Грина. Теория потенциала.		
Эллиптические уравнения. Гармонические функции, фундаментальное решение оператора Лапласа, теорема о среднем арифметическом, принцип максимума, метод Фурье.	4	2, 3, 4, 5
Вывод уравнений движения, неразрывности жидкости (газа), анализ этих уравнений. Уравнения Максвелла, Гельмгольца - векторные краевые задачи. Стационарные и нестационарные процессы.	6	1, 2, 3, 4
Эллиптические уравнения. Теория потенциала: объема, двойного и простого слоя, их физический смысл, поверхность Ляпунова, обобщенные решения.	4	2, 4, 7
Эллиптические уравнения. Функция Грина для задачи Дирихле. Свойства функций Грина, построение функций Грина.	4	2, 4, 6
Модуль: Интегральные уравнения.		
Дидактическая единица: Интегральные уравнения. Методы решения.		
Интегральные уравнения. Приведение краевых задач эллиптического типа к интегральным уравнениям, теоремы Фредгольма, методы решения уравнений Фредгольма (второго рода) и Вольтерра.	4	8

Практические занятия   Таблица 4.2

(Модуль), дидактическая единица, тема	Учебная деятельность	Часы	Ссылки на цели
Семестр: 5			
Модуль: Классификация дифференциальных уравнений в частных производных (линейных второго порядка) и приведении этих уравнений к каноническому виду.			
Дидактическая единица: Классификация дифференциальных уравнений в частных производных (линейных второго порядка) и приведении этих уравнений к каноническому виду. Вывод основных уравнений математической физики на основании законов сохранения.			
Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Задача Коши для уравнения гиперболического типа. Полуограниченная струна: четное, нечетное продолжение, задача о распространении краевого режима.	Определяет тип уравнения, выполняет замену переменных. Применяя формулу Даламбера, метод характеристик, решает одномерное волновое уравнение: бесконечная и полуограниченная струна, выполняет контрольную работу, проверяющую степень знаний и умений студента в соответствии с указанными целями	4	3
Модуль: Гиперболические уравнения.			
Дидактическая единица: Гиперболические уравнения. Основные теоремы. Задача Коши, начально- краевые задачи. Фундаментальное решение. Метод разделения переменных.			
Метод Фурье решения гиперболических уравнений: однородных и неоднородных.	Разделять переменные. Решать задачу Штурма-Лиувилля для трех типов краевых условий: Дирихле, Неймана, третьих краевых условий; учитывать неоднородности в правой части уравнения и краевых условиях.	3	11, 3, 5, 9

Модуль: Параболические уравнения			
Дидактическая единица: Параболические уравнения. Основные теоремы. Задача Коши, начально- краевые задачи. Фундаментальное решение. Метод разделения переменных			
Метод Фурье решения параболических уравнений: однородных и неоднородных.	Разделять переменные, учитывать неоднородности, формулировать математическую модель по заданному описанию физического процесса.	3	11, 3, 5, 9
Модуль: Эллиптические уравнения.			
Дидактическая единица: Эллиптические уравнения. Основные теоремы. Функция Грина. Теория потенциала.			
Эллиптические краевые задачи. Решение с помощью теории потенциала и функции Грина.	Решать задачи (неоднородные) данными методами в областях: круг, сфера. Задачу в круге (Дирихле) решить методом Фурье, потенциалом двойного слоя, функция Грина.	4	10, 11, 3, 4, 6, 7
Решение интегральных уравнений Фредгольма, Вольтерра.	Решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.	4	10, 8

5. Самостоятельная работа студентов

Семестр- 5, Контрольные работы

Студент выполняет контрольную работу на тему "Определение типа уравнений, приведение уравнений в частных производных к каноническому виду, решение задач о распространении краевого режима". При выполнении контрольной работы студент проявляет навыки, полученные при изучении тем модуля 1. Проведение контрольной работы обеспечивает выполнение целей № 1,3.

Пример задания контрольной работы:

1. Привести к каноническому виду уравнение.
2. Найти закон вынужденных колебаний полуограниченной изначально невозмущенной струны, если вынуждающее воздействие описывается формулой (а - скорость распространения колебаний).

Время подготовки к контрольной работе - 8часов

Семестр- 5, Подготовка к занятиям

Подготовка к практическим занятиям включает в себя проработку теоретического лекционного материала и решение задач (домашнее задание) по соответствующему модулю. Методические указания к практическим занятиям см. (электронные ресурсы)
Время на подготовку к практическим занятиям: 33 ч.

6. Правила аттестации студентов по учебной дисциплине
<u>5 семестр, III курс</u>

Правила текущей аттестации

Основным критерием оценивания работы студента является своевременное и правильное выполнение домашних заданий и контрольных мероприятий. Курс разбит на шесть основных тем, по каждой теме определен объем домашнего задания, срок выполнения и максимальный и минимальный балл. В качестве контрольных мероприятий выступает контрольная работа.

Максимальный балл (см. таблицу 6.1) за выполнение домашнего задания получает студент, правильно и в срок решивший не менее 90% домашнего задания; минимальный балл – 0 (не выполненное домашнее задание, неправильно решенное домашнее задание). Задания, представленные позже указанного сроки, - не рассматриваются. Максимальный балл за выполненные домашние задания – 44 баллов.

Контрольная работа по теме «Приведение дифференциальных уравнений в частных производных к каноническому виду» (см. п.5 Рабочей программы) проводится на 5-ой неделе, максимальный балл за правильно решенные задания -11 баллов.

Студент получает 5 баллов за активную работу на практических занятиях в течение семестра.

Максимальное количество баллов, которые студент может получить за успешную работу в семестре - 60.

Таблица 6.1

№	Тема	Объем	Балл	Срок выполнения
1	Приведение дифференциальных уравнений в частных производных к каноническому виду	6 задач	4	4 недели (1-4н.)
2	Формула Даламбера	5задач	5	2 недели (5-6н.)
3	Метод разделения переменных	12 задач	12	6 недель (7-12н.)
4	Эллиптические краевые задачи. Функция Грина.	4-6 задач	7	1 неделя (13н.)
5	Теория потенциала.	4 задач	7	1 недели (14н.)
6	Интегральные уравнения	3 задач	7	2 недели (13-14н.)

Сумма баллов за выполнение домашних заданий 44

Правила итоговой аттестации

В соответствии с планом ООП в конце 5-го семестра проводится экзамен. К экзамену в допускаются студенты, получившие не менее 30 баллов в течение семестра и выполнившие контрольную работу не менее, чем на 5 баллов.

Экзамен состоит из двух этапов: письменного решения задач и устного теоретического собеседования. Пример билета и теоретических вопросов см. п.9 Рабочей программы. Контролирующие материалы.

Максимальный балл, полученный на экзамене - 40. Студент, правильно решивший задачи, получает 15 баллов, правильно ответивший на теоретические вопросы (основные и дополнительные) - 25 баллов.

7. Список литературы

7.1 Основная литература

В печатном виде

1. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики : учебник для физико-математических специальностей университетов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М., 2004. - 798 с. - Рекомендовано МО.
2. Будак Б. М. Сборник задач по математической физике : учебное пособие для студентов университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. - М., 2004. - 688 с. : ил., табл. - Рекомендовано МО.

7.2 Дополнительная литература

В печатном виде

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - М., 2004. - 398, [1] с. : ил. - Рекомендовано МО.

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

В электронном виде

1. Шурина Э. П. Задачи по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Э. П. Шурина ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_852_1326174706.pdf. - Загл. с экрана.

9. Контролирующие материалы для аттестации студентов по дисциплине

Теоретические вопросы

1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных, линейных, второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа.
2. Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа
3. Приведение к каноническому виду уравнений эллиптического типа.
4. Характеристики оператора. Задача Коши для уравнения гиперболического типа. Метод характеристик, Формула Даламбера.
5. Вывод уравнения колебания струны.
6. Вывод уравнения теплопроводности.
7. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теорема Фредгольма.
8. Интегральные уравнения Фредгольма. Основные теоремы. Интегральное уравнение Фредгольма с вырожденным ядром.
9. Метод Фурье для решения уравнений гиперболического типа (однородных). Основные теоремы.
10. Метод Фурье для решения неоднородного уравнения гиперболического типа. Теорема.
11. Краевые условия (один, два, три типы). Метод Фурье для уравнений параболического типа.
12. Параболические уравнения. Задача Коши. Фундаментальное решение.
13. Параболические уравнения. Теорема о максимуме (минимуме).
14. Интегральное представление функции класса $C^{(2)}$ в замкнутой области $\overline{\Omega}$.
15. Поверхность Ляпунова. Потенциал объема и двойного слоя.
16. Поверхность Ляпунова. Потенциал двойного и простого слоев.
17. Функция Грина оператора Лапласа, основные свойства функции Грина. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью функции Грина.
18. Гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Свойства гармонических функций. Основные теоремы
19. Функция Грина. Потенциал двойного слоя. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с использованием функции Грина и потенциала двойного слоя.
20. Теория потенциала. Решение неоднородных задач Неймана потенциалами простого слоя.
21. Функция Грина для задачи Дирихле. Основные свойства функции Грина.
22. Метод разделения переменных для неоднородного параболического уравнения. Начальное и краевые условия однородные. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности для решения этой задачи.
23. Интегральное представление функции класса $C^{(2)}$. Потенциал объема, двойного и простого слоев.
24. Метод Фурье. Решение эллиптических задач методом Фурье (задача Дирихле в круге для уравнения Лапласа). Свойства собственных функций.
25. Формулы Грина (1-ая и 2-ая). Гармонические функции, их свойства, основные теоремы. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости.
26. Вывод основных уравнений движения жидкости (газа).
27. Основные уравнения электромагнитного поля (уравнения Максвелла). Нестационарные и гармонические электромагнитные поля.
28. Явные, неявные схемы. Аппроксимация одномерного параболического уравнения. Анализ устойчивости, сходимость.

Примеры экзаменационных билетов

Билет 1.

1) Найти закон распределения температуры в стержне, если уравнение имеет вид: $\frac{\partial U}{\partial t} + 6U - 3\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$, граничные условия: однородные условия Дирихле, начальное распределение температуры: $U\big|_{t=0} = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ (длина стержня 1; $x \in (0,1)$).

2) Найти гармоническую функцию внутри шара радиуса R=1, принимающую на его поверхности значения $U\big|_{R=1} = \varphi(\theta) = \cos^2\theta$.

Билет 2.

1) Проводящий шар находится во внешнем электрическом поле, направленном по оси z, напряженность которого равна E_0. Определить величину искажения внешнего поля.

2) Найти закон колебания стержня под воздействием внешней силы $f(x,t) = \frac{2x^2}{l}$, длина стержня l. Правый и левый концы стержня гибко закреплены. Начальные отклонения и скорость равны 0.