Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной и теоретической физики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФТФ
к.ф-м.н. Корель И. И.
“___ ”_______________ _______ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Статистическая физика

Образовательная программа: 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии, профиль: Лазерные системы и квантовые технологии

Курс: 3, семестр : 6

Физико-технический факультет,

		Семестр
№	**Вид деятельности**	**6**
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	2
2	Всего часов	72
3	Всего занятий в контактной форме, час.	58
4	Лекции, час.	18
5	Практические занятия, час.	36
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	0
8	Аттестация, час.	2
9	Консультации, час.	2
10	Самостоятельная работа, час.	14
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	РГЗ
12	Вид аттестации	З

Новосибирск 2017

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

ФГОС введен в действие приказом №953 от 03.09.2015 г. , дата утверждения: 07.10.2015 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, вариативная, по выбору студента

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ПиТФ, протокол заседания кафедры №6 от 20.06.2017

Утверждена на совете физико-технического факультета, протокол № 3 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, к.т.н. Моисеев А. Г.

Заведующий кафедрой:

профессор, д.ф-м.н. Дубровский В. Г.

Ответственный за образовательную программу:

декан Корель И. И.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

***Компетенция ФГОС*: ОПК.1 способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики; *в части следующих результатов обучения*:**
з1. уметь применять основные методы физического исследования явлений и свойств объектов материального мира
***Компетенция ФГОС*: ПК.1** **способность к анализу поставленной задачи исследований в области приборостроения; *в части следующих результатов обучения*:**
з7. знать основные законы физики, являющиеся базовыми для решения задач профессиональной деятельности

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
Статистическая физика	
ОПК.1.з1 уметь применять основные методы физического исследования явлений и свойств объектов материального мира	
1.обучить студентов умению применять основные методы физического исследования явлений и свойств объектов материального мира	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК.1.з7 знать основные законы физики, являющиеся базовыми для решения задач профессиональной деятельности	
2.Обучить студентов знанию основных законов физики, являющихся базовыми для решения задач профессиональной деятельности	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 6				
Дидактическая единица: Равновесная термодинамика и термодинамические потенциалы				
1. Соотношение между термодинамическими потенциалами при обратимых процессах	0	2	1, 2	Основные соотношения между изменением термодинамическими потенциалами и работой при равновесных процессах.
Дидактическая единица: Основы механики Лагранжа и Гамильтона				
2. Теоремы аналитической механики необходимые для формулировки статистической физики.	0	2	1, 2	Теоремы аналитической механики необходимые для формулировки статистической механики
Дидактическая единица: Микроканонический ансамбль Гиббса				
3. Расчёт термодинамических потенциалов в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.	0	4	1, 2	Расчёт термодинамических потенциалов в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.
Дидактическая единица: Канонический ансамбль Гиббса				

4. Расчёт термодинамических потенциалов и флуктуацийй энергии в рамках канонического ансамбля Гиббса классических систем.	0	4	1, 2	Расчёт термодинамических потенциалов в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.
Дидактическая единица: Большой канонический ансамбль Гиббса				
5. Расчёт термодинамических потенциалов в рамках большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.	0	4	1, 2	Расчёт термодинамических потенциалов в рамках большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Дидактическая единица: Квантовая система в термостате				
6. Расчёт термодинамических потенциалов квантовой ситемы в термостате.	0	2	1, 2	Расчёт термодинамических потенциалов квантовой ситемы в термостате.

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 6				
Дидактическая единица: Равновесная термодинамика и термодинамические потенциалы				
1. Расчёт термодинамических потенциалов неидеального газа.	0	2	1, 2	Решение задач
1. Термодинамические потенциалы идеального газа.	0	2	1, 2	Решение задач
1. Термодинамические потенциалы фотонного газа	0	2	1, 2	Решение задач
Дидактическая единица: Основы механики Лагранжа и Гамильтона				
2. Анализ теоремы Лиувилля (гидродинамическая аналогия)	0	2	1, 2	Решение задач
2. Интегралы движения и свойства траекторий в фазовом пространстве.	0	2	1, 2	Решение задач
Дидактическая единица: Микроканонический ансамбль Гиббса				
3. Расчёт термодинамических потенциалов идеального газа в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем . Уравнение состояния	0	2	1, 2	Решение задач
3. Свободное электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов. Расчет энергии гармонического осциллятора в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем. Спектральная плотность равновесного теплового излучения. Ультрафиолетовая катастрофа.	0	2	1, 2	Решение задач
Дидактическая единица: Канонический ансамбль Гиббса				
4. Расчёт средней потенциальной знергии для классических систем.	0	2	1, 2	Решение задач

4. Распределение кинетической энергии поступательного движения по степеням свободы для классической системы.	0	2	1, 2	Решение задач
4. Эллектрический дипольный момент классического газа из жёстких диполей в однородном электрическом поле в состоянии термодинамического равновесия (зависимость электрического дипольного момента от температуры и напряжённости электрического поля). Магнитный момент классического газа в магнитном поле в состоянии термодинамического равновесия.	0	2	1, 2	Решение задач
4. Термодинамические потенциалы ультрарелятивистского идеального газа. Термодинамические потенциалы газа из жёстких диполей в однородном электрическом поле. Энтропия, внутренняя энергия и теплоёмкость такого газа в сильном электрическом поле.	0	2	1, 2	Решение задач
4. Гармонический осциллятор в термостате. Термодинамические потенциалы идеального газа.	0	2	1, 2	Решение задач
4. Термодинамические потенциалы идеального газа в гравитационном поле. Энтропия, внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа в сильном гравитационном поле.	0	2	1, 2	Решение задач
Дидактическая единица: Большой канонический ансамбль Гиббса				
5. Флуктуации числа частиц в большом квантовом ансамбле Гиббса. Условие эквивалентности микроканонического, канонинического и большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.	0	2	1, 2	Решение задач
5. Идеальный газ и термодинамические потенциалы этого газа в рамках большого канонического ансамбля Гиббса.	0	2	1, 2	Решение задач
Дидактическая единица: Квантовая система в термостате				
6. Вырожденный ультрарелятивистский 3D Ферми-газ.	0	2	1, 2	Решение задач
6. Термодинамика равновесного теплового излучения.	0	2	1, 2	Решение задач
6. Вырожденный нерелятивистский 3D Ферми-газ.	0	2	1, 2	Решение задач

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 6				
1	РГЗ	1, 2	14	2
Методика решениея задач: Краснопевцев Е. А. Спецглавы физики. Статистическая физика равновесных систем : [учебное пособие] / Е. А. Краснопевцев. - Новосибирск, 2014. - 385, [1] с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000213264				
2	Подготовка к занятиям	1, 2	0	0
: Краснопевцев Е. А. Спецглавы физики. Статистическая физика равновесных систем : [учебное пособие] / Е. А. Краснопевцев. - Новосибирск, 2014. - 385, [1] с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000213264				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	Личный типовой сайт

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм
1	Дискуссия
Краткое описание применения: в форме вопросов и ответов	

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставлять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS.
Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.
Подробная информация о БРС приводится в Приложении №1 к рабочей программе.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Максимальный балл
Семестр: 6	
Дополнительная учебная деятельность:	
Контролирующие материалы - тесты	
Практические занятия:	25
РГЗ:	35
Зачет:	40

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля	
		Защита РГЗ	Зачет
ОПК.1	з1. уметь применять основные методы физического исследования явлений и свойств объектов материального мира	+	+
ПК.1	з7. знать основные законы физики, являющиеся базовыми для решения задач профессиональной деятельности		+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Статистическая физика : [учебное пособие] / М. А. Леонтович. - СПб. [и др.], 2008. - 419 с. : ил.. - На обл.: Знание! Уверенность! Успех!.

2. Щеголев И. Ф. Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики : [учебное пособие] / И. Ф. Щеголев. - Долгопрудный, 2008. - 207 с. : ил.

3. Ансельм А. И. Основы статистической физики и термодинамики : [учебное пособие для вузов по физическим и техническим направлениям и специальностям] / А. И. Ансельм. - СПб., 2007. - 423, [3] с. : ил.

4. Дубровский В. Г. Введение в квантовую и статистическую физику : учебник / В. Г. Дубровский. - Новосибирск, 2005. - 487 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2005/2005dubrovsk.pdf

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : http://elibrary.nstu.ru/

2. ЭБС «Издательство Лань» : https://e.lanbook.com/

3. ЭБС IPRbooks : http://www.iprbookshop.ru/

4. ЭБС "Znanium.com" : http://znanium.com/

5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Краснопевцев Е. А. Спецглавы физики. Статистическая физика равновесных систем : [учебное пособие] / Е. А. Краснопевцев. - Новосибирск, 2014. - 385, [1] с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000213264

8.2 Специализированное программное обеспечение

1 Microsoft Office

2 Microsoft Windows

9. Материально-техническое обеспечение

Презентационное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	Используется для чтения лекций и лекционных демонстраций

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра ______ПиТФ____________________________________

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФТФ
декан, к.ф-м.н. Корель И. И.
“___ ”______________ ______ г.

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Статистическая физика
(наименование дисциплины)

Лазерная техника и лазерные технологии
(наименование профиля подготовки)

12.03.05
(код и наименование направления подготовки)

бакалавр
Квалификация (степень) выпускника

Новосибирск 2015

Фонд оценочных средств является отдельным документом, который включает:

1. Титульный лист
2. Обобщенную структуру фонда оценочных средств по дисциплине (практике) – настоящую таблицу
3. Паспорт для каждого из используемых в данной дисциплине (практике) контролирующих мероприятий
4. Комплект контролирующих материалов (вопросов к зачету, тест и т.д.)
5. **Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине** Статистическая физика

Тема	**Код формируемой компетенции**	**Знания/умения**	**Контролирующее мероприятие (зачет, курсовой проект и т.п.)**
Законы равновесной термодинамики	ОПК1, ОПК2	Уметь составлять и решать уравнение для внутренней энергии идеального газа, газа Ван-дер Вальса, фотонного газа и газа с известным уравнением состояний, находить термодинамические потенциалы этих систем.	Зачёт Вопросы 1-3 РГР, задачи 7-12
Основные положения механики Лагранжа и Гамильтона для построения механики Гиббса	ОПК1, ОПК2	Уметь анализировать основные положения механики Гамильтона необходимые для формулировки механики Гиббса	Зачёт Вопросы 4 РГР, задачи 2
Микроканонический ансамбль Гиббса и его применение	ОПК1, ОПК2	Уметь выводить формулы для термодинамических потенциалов методом микроканонического ансамбля Гиббса. Расчёт этих потенциалов для простейших систем.	Зачёт Вопросы 5
Канонический ансамбль Гиббса и его применение	ОПК1, ОПК2	Уметь выводить формулы для термодинамических потенциалов методом канонического ансамбля Гиббса. Расчёт этих потенциалов для простейших систем.	Зачёт Вопросы 6-10 РГР, задачи 3-6
Большой канонический ансамбль Гиббса и его применение	ОПК1, ОПК2	Уметь выводить формулы для термодинамических потенциалов методом большого канонического ансамбля Гиббса. Расчёт этих	Зачёт Вопросы 11-12

		потенциалов для простейших систем.	
Квантовая система в термостате.	ОПК1, ОПК2	Уметь выводить формулы для вероятности реализации системы, внутренней и энтропии	Зачёт Вопросы 13-14

Таблица заполняется «вручную», входит в состав ФОС по дисциплине (практике).

2 и 3 столбцы заполняются из раздела РП «Внешние требования», но в привязке к темам.

В 4 столбце по каждой теме указывается форма контроля: зачет, курсовой проект, РГР, контрольная и т.п., а также указываются номера вопросов, заданий, этапов, разделов (для курсовых, РГР и других форм), проверяющих знания и умения в составе компетенций. Критерии оценки составляющих компетенций приводятся в **паспортах** применяемых в дисциплине контролирующих мероприятий (включаются как формы текущего, так и промежуточного контроля по дисциплине).

Комплект контролирующих материалов содержит тексты заданий, полные варианты тестов и т.д.

Правила аттестации студентов по курсу «Статистическая физика»

с итоговой аттестацией в форме зачёта

1. **Рейтинг студента** по курсу «Статистическая физика» складывается из рейтинга $R_{тек}$ за текущую работу в семестре и итогового рейтинга $R_{итог}$ за экзаменационную работу:

$$R = R_{тек} + R_{итог}$$

При этом максимальное число баллов составляет:

$$R_{тек.\ макс} = 60, \quad R_{итог.\ макс} = 40, \quad R_{макс} = 100$$

2. **Текущая аттестация студента** по курсу «Статистическая физика»

За текущую учебную деятельность начисляется следующее число баллов

Учебная деятельность студента	Самостоятельное решение задач (РГР)	Участие в семинарах, посещение лекций
Максимальное число баллов	40	20
Минимальное число баллов	20	10

Максимальное число баллов определяет уровень оценки А+ по ECTS («отлично» без сдачи экзамена). Минимальное число баллов определяет допуск к зачёту по Статистической физике.

3. Дополнительное число баллов

Студенты, получившие высокие рейтинги к 13 контрольной неделе, могут претендовать на получение дополнительного числа баллов (максимум до 50), которые позволят им получить оценку «отлично» без сдачи зачёта («автомат»).

Дополнительная учебная деятельность студента	Учебная работа по индивидуальному заданию преподавателя	Достижение призового места в олимпиаде по физике
Максимальное число баллов	40 (суммарно)	

4. **Итоговая аттестация студента**

Студенты, набравшие число баллов не менее минимального (30) за текущую работу в семестре, допускаются на экзамен.

Форма экзамена – письменная или устная – определяется преподавателем в начале семестра. Максимальное число баллов, которые студент может получить на экзамене, равно 40.

По сумме текущего рейтинга (учебная работа в течение семестра) и итогового рейтинга (результаты экзаменационной работы) определяется семестровый рейтинг по курсу «Статистическая физика» и выставляется оценка в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе (БРС) оценки достижений студентов НГТУ:

<table>
<tr><th>Характеристика работы студента</th><th>Диапазон баллов рейтинга</th><th>Оценка ECTS</th><th colspan="2">Традиционная (4-уровневая) шкала оценки</th></tr>
<tr><td rowspan="3">«Отлично» - работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному</td><td rowspan="3">90-100</td><td>A+</td><td rowspan="3">отлично</td><td rowspan="6">зачтено</td></tr>
<tr><td>A</td></tr>
<tr><td>A-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">«Очень хорошо» - работа хорошая, уровень выполнения отвечает большинству требований, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному</td><td rowspan="3">80-89</td><td>B+</td><td rowspan="3">хорошо</td></tr>
<tr><td>B</td></tr>
<tr><td>B-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">«Хорошо» - уровень выполнения работы отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки</td><td rowspan="3">70-79</td><td>C+</td><td rowspan="3">хорошо</td><td rowspan="7">зачтено</td></tr>
<tr><td>C</td></tr>
<tr><td>C-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">«Удовлетворительно» - уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</td><td rowspan="3">60-69</td><td>D+</td><td rowspan="4">удовл</td></tr>
<tr><td>D</td></tr>
<tr><td>D-</td></tr>
<tr><td>«Посредственно» - работа слабая, уровень выполнения не отвечает большинству требований, теоретическое содержание курса освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному</td><td>50-59</td><td>E</td></tr>
<tr><td>«Неудовлетворительно» (с возможностью пересдачи) – теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий.</td><td>25-49</td><td>FX</td><td rowspan="2">неуд</td><td rowspan="2">не зачтено</td></tr>
<tr><td>«Неудовлетворительно» (без возможности пересдачи) – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий</td><td>0-24</td><td>F</td></tr>
</table>

5. Примечания

Студенты, набравшие до экзаменационной сессии менее 30 баллов, могут получить недостающие для допуска к экзаменам число баллов (30) путем ликвидации задолженностей по учебной работе за семестр.

Студенты, набравшие после ликвидации задолженностей по учебной работе менее 25 баллов, не допускаются к экзаменам. Они получают оценку «неудовлетворительно» без права пересдачи.

Студенты, получившие оценку «неудовлетворительно» с правом пересдачи, сохраняют свой текущий рейтинг. При пересдаче такой студент может претендовать только на оценку «удовлетворительно».

Студенты, получившие оценку «неудовлетворительно» без права пересдачи, теряют свой текущий рейтинг. Такие студенты изучают курс физики повторно на платной основе. После повторного изучения предмета студент может получить любую оценку.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы

по дисциплине *статистическая физика*
(наименование дисциплины)

Задача (задание) 1 Вычислить электрический дипольный момент $\vec{P}$ идеального газа из N молекул в состоянии термодинамического равновесия при температуре T(K). Газ состоит из линейных молекул с неименным дипольным моментом d. Газ помещен в однородное электрическое поле, напряженность которого равна E. Построить график зависимости $\left|\vec{P}\right|$ от температуры T при неизменной напряженности электрического поля E. Построить график зависимости $\left|\vec{P}\right|$ от напряженности электрического поля E при неизменной температуре T.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 2 Доказать, что если все частицы вещества подчиняются законам классической нерелятивистской физики, т.е. гамильтониан частиц вещества имеет вид:

$$H(\vec{q}_i;\vec{p}_i)=\sum_{i=1}^{i=N}\frac{1}{2m_i}(\vec{p}_i-\frac{e}{c}\vec{A}_i(\vec{q}_i))^2+U(\vec{q}_1;...\vec{q}_N),$$

то в состоянии термодинамического равновесия в статическом магнитном поле магнитный момент такого вещества равен нулю.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 3. Вычислить классическую и квантовую статистические суммы из N невзаимодействующих осцилляторов. Собственные частоты осцилляторов равны ω_0.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 4. Вычислить статистический интеграл классического ротатора в термостате. Найти энергию ротатора.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 5. Вычислить статистический интеграл классического сферического маятника (ротатор в однородном поле тяжести) в термостате. Найти энергию сферического маятника в термостате. Ускорение свободного падения равно g.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 6. Вычислить статистическую сумму квантового ротатора в термостате. Найти энергию этого ротатора.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 7. Найти скорость звука в идеальном газе.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 8. Найти скорость звука в газе Ван-дер-Ваальса.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 9. 1 моль газа Ван-дер-Ваальса продавливается через пористую перегородку. Начальные объем и температура газа равны V_1, T_1, конечный объем (после продавливания)- V_2. Найти изменение температуры газа после продавливания ΔT, если при продавливании газа через пористую перегородку давления газа в частях сосуда остаются неизменными.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 10. Найти $c_p - c_v$ для газа Ван-дер-Ваальса. Здесь c_p-молярная теплоемкость при постоянном давлении, c_v-молярная теплоемкость при постоянном объеме.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 11. Найти энтропию S и теплоемкость фотонного газа при постоянном давлении C_v.

……………………………………………………………………

Задача (задание) 12. Тело подчиняется уравнению состояния

$$PV^{1.2} = 10^9 T^{1.1}.$$

Если объём тела равен V_0, то теплоёмкость равна константе C_V. Выразите энергию и энтропию тела как функцию V и T.

Составитель ____Моисеев А. Г._ И.О. Фамилия

(подпись)

«____»__________________20   г.

Комплект заданий для практических занятий

по дисциплине ___*статистическая физика*________________
(наименование дисциплины)

Тема …**Равновесные системы.**

Вариант 1. ……………………………………………………………...…..……………………………………….

Задание 1.

а) Получить выражение для внутренней энергии $U = U(P,V)$ классического идеального газа.

б) Используя результат пункта а), найти выражение для внутренней энергии $U = U(T,V)$ и энтропии $S = S(T,V)$ 1 моля идеального газа, если уравнение состояния вещества $PV = RT$ известно.

в) Найти все термодинамические потенциалы 1 моля идеального газа.

Задание 2.

Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражения для термодинамических потенциалов U, F, S. Найдите уравнение состояния.

Вариант 2. ……………………………………………………………...……….…………………………………

Задание 1.
Найти внутреннею энергию $U = U(T,V)$ и энтропию $S = S(T,V)$ 1 моля газа Ван-дер-Ваальса. Уравнение состояния для 1 моля газа Ван-дер-Ваальса считать известным $(V-b)(P+\frac{a}{V^2}) = RT$. Уравнение $\frac{\partial U}{\partial V} + P = T\frac{\partial P}{\partial T}$ считать известным.

Задание 2.

Используя метод микроканонического ансамбля Гиббса, выразите энергию классического идеального газа через температуру и получите уравнение состояния.

Вариант 3. ……………………………………………………………...……….…………………………………

Задание 1 .

Получить выражение для внутренней энергии $U = U(P,V)$ изотропного фотонного газа. Используя уравнение $\frac{\partial U}{\partial V} + P = T\frac{\partial P}{\partial T}$ найти выражение для внутренней энергии $U = U(T,V)$ и энтропии $S = S(T,V)$ фотонного газа в состоянии теплового равновесия.

Задание 2.

Для классического идеального ультрарелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражения для термодинамических потенциалов U, F, S. Найдите уравнение состояния.

Вариант 4. ………………………………………………………...……….…………………………………

Задание 1 .

Найти скорость звука в идеальном газе

Задание 2 .

Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражения для термодинамических потенциалов U, F, S. Найдите теплоёмкость C_V. Определите C_V и S в предельных случаях $(m_0 g H_0 / k_Б T) << 1$ и $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$, где m_0 -масса молекулы.

Вариант 5.

Задание 1 .

Найти скорость звука в газе Ван-дер-Ваальса.

Задание 2 .

Вычислить электрический дипольный момент $\vec{P}$ идеального газа из N молекул в состоянии термодинамического равновесия при температуре T(K). Газ состоит из линейных молекул с неименным дипольным моментом d. Газ помещен в однородное электрическое поле, напряженность которого равна E. Построить график зависимости $|\vec{P}|$ от температуры T при неизменной напряженности электрического поля E. Построить график зависимости $|\vec{P}|$ от напряженности электрического поля E при неизменной температуре T.

Составитель _____Моисеев А. Г._____И.О. Фамилия
(подпись)

«____»_________________20 г.

Комплект заданий для зачета

по дисциплине __*статистическая физика*___________________
(наименование дисциплины)

Задача (задание) 1 …. Термодинамические потенциалы при постоянном числе частиц:

а) возрастание энтропии в замкнутой системе при необратимом процессе;

б) ограничение работы при изотермическом процессе;

в) достижение минимума потенциалами F, G в состоянии теплового равновесия;

г) чему равно количество теплоты полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

…………………………………………………………….

Задача (задание) 2 ………………… Вывод уравнения для внутренней энергии. Роль уравнения состояния и уравнения в термодинамике при расчете термодинамических потенциалов.

……………………………………………

Задача (задание) 3 Термодинамические потенциалы при переменном числе частиц.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 4 Основные понятия механики Лагранжа и Гамильтона. Доказательство теоремы Лиувилля.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 5 Микроканонический ансамбль Гиббса классических систем.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 6. Канонический ансамбль Гиббса классических систем.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 7. Теорема о равномерном распределении кинетической энергии поступательного движения по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия для классических систем.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 8. Средняя потенциальная энергия молекул в состоянии термодинамического равновесия для классических систем.

……………………………………………………………….

Задача (задание) 9. Вращательные степени свободы и распределение кинетической энергии по вращательным степеням свободы в состоянии теплового равновесия для классических систем (на примере жёстких двухатомных молекул).

……………………………………………………………….

Задача (задание) 10. Флуктуации энергии в каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

……………………………………………………………
Задача (задание) 11. Большой канонический ансамбль Гиббса классических систем.

……………………………………………………………
Задача (задание) 12. Флуктуации числа частиц в большом каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

……………………………………………………………
Задача (задание) 13. Квантовая система в термостате в состоянии термодинамического равновесия. Вероятность реализации состояния, средняя энергия, энтропия.

……………………………………………………………
Задача (задание) 14. Фотонный газ в состоянии термодинамического распределения. Расчет спектральной плотности равновесного теплового излучения. Вывод законов Вина и Стефана-Больцмана

Критерии оценки

- Задание считается выполненным на **пороговом** уровне, если ….., оценка составляет 50 баллов
- Задание считается выполненным на **базовом** уровне, если оценка составляет 75 баллов
- Задание считается выполненным на **продвинутом** уровне, если …., оценка составляет 100 баллов

Зачет считается сданным, если средняя сумма баллов по всем заданиям составляет не менее 50 баллов (по 100 балльной шкале).
Коэффициент, с которым учитывается полученная сумма баллов в общей оценке по дисциплине, определяется Правилами аттестации.

Составитель _________ __Моисеев А. Г.____И.О. Фамилия
(подпись)

«____»________________20 г.

Тест для самопроверки знаний

по дисциплине ___*статистическая физика*___________________
(наименование дисциплины)

1) Какими параметрами задается состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия?

Ответ: Состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия задаётся давлением P [Па], абсолютной температурой T [К], и объёмом V [$м^3$].

2) Как называется уравнение, связывающее давление P, температуру T и объём V между собой $f(P,T,V)=0$ в состоянии теплового равновесия?

Ответ: Уравнение $f(P,T,V)=0$ называется уравнением состояния.

3) Запишите уравнение состояния для идеального газа.

Ответ: $PV=\upsilon RT$.

4) Запишите уравнение состояния для газа Ван-дер-Ваальса.

Ответ: $(P+\frac{a}{V^2}\upsilon^2)(V-\upsilon b)=\upsilon RT$.

5) Запишите выражение для элементарной работы, совершаемой телом против внешних сил при отсутствии внешнего поля.

Ответ: $\delta A=p\delta V$.

6) Что называется внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы?

Ответ: Внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы называется сумма кинетической и потенциальной энергий молекул системы.

7) Сформулируйте и запишите 1 начало термодинамики.

Ответ: Количество теплоты δQ, подведенное к телу, расходуется на изменение внутренней энергии dU и на совершение работы телом против внешних сил δA ($\delta Q=dU+\delta A$).

8) Сформулируйте 2 начало термодинамики.

Ответ: а) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла от холодного тела к горячему (формулировка Клаузиуса).

б) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла в работу при постоянной температуре (формулировка Кельвина).

9) Запишите выражение для энтропии при бесконечно малом обратимом процессе.

Ответ: $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$.

10) Сформулируйте основное свойство энтропии при обратимых процессах.

Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе обратимым образом из состояния 1 в состояние 2 не зависит от способа перехода.

11) Проведите аналогию между энтропией S и электростатическим потенциалом φ.

Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе из состояния 1 в состояние 2 обратимым образом и изменение $\Delta\varphi_{1;2}$ электростатического потенциала $\varphi = \varphi(x, y, z)$ при переходе из одной точки (x_1, y_1, z_1) трехмерного пространства в другую (x_2, y_2, z_2) не зависит от способа перехода. Энтропию системы в состоянии термодинамического равновесия $S = S(V, T)$ называют термодинамическим потенциалом.

12) Назовите ещё термодинамические потенциалы, когда число частиц в системе остаётся постоянным.

Ответ: U -внутренняя энергия, $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса,

$H = U + pV$ -энтальпия.

13) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: U -внутренняя энергия, $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса, $H = U + pV$ -энтальпия (число частиц в системе постоянно)? Сделайте вывод.

Ответ: а) Внутренняя энергия.

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \Rightarrow dU = TdS - pdV \Rightarrow U = U(S,V) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S}; p = -\frac{\partial U}{\partial V};$$

б) Свободная энергия.

$$F = U - TS \Rightarrow dF = dU - TdS - SdT \Rightarrow dF = -pdV - SdT \Rightarrow F = F(V,T) \Rightarrow p = -\frac{\partial F}{\partial V}; S = -\frac{\partial F}{\partial T};$$

в) Энергия Гиббса.

$$G = F + pV \Rightarrow dG = dF + pdV + Vdp \Rightarrow dG = -SdT + Vdp \Rightarrow G = G(T,p) \Rightarrow S = -\frac{\partial G}{\partial T}; V = \frac{\partial G}{\partial p};$$

г) Энтальпия.

$$H = U + pV \Rightarrow dH = dU + pdV + Vdp \Rightarrow dH = TdS + Vdp \Rightarrow H = H(S,p) \Rightarrow T = \frac{\partial H}{\partial S}; V = \frac{\partial H}{\partial p};$$

14) Назовите основное свойство энтропии S для замкнутых систем при необратимых процессах.

Ответ: Если замкнутая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2, то энтропия состояния 2 S_2 больше, чем энтропия состояния 1 S_1 при условии, что состояния 1 и 2-равновесные ($S_1 < S_2$).

15) Назовите основное свойство свободной энергии F для термодинамической системы при постоянной температуре T и объёме V.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и объёме V, а состояния 1 и 2 равновесные, то свободная энергия F_2 конечного состояния 2 меньше, чем свободная энергия F_1 начального состояния 1 ($F_2 < F_1$).

16) Назовите основное свойство работы δA_{12}, совершаемое термодинамической системой против внешних сил, при необратимом переходе из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T, а состояния 1 и 2 равновесные, то работа δA_{12}, совершаемая термодинамической системой против внешних сил, удовлетворяет неравенству $\delta A_{12} < -(F_2 - F_1)$.

17) Назовите основное свойство потенциала Гиббса G для термодинамической системы при постоянной температуре T и давлении p.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и давлении p, а состояния 1 и 2 равновесные, то потенциал Гиббса G_2 конечного состояния 2 меньше, чем потенциал Гиббса G_1 начального состояния 1 ($G_2 < G_1$).

18) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению внутренней энергии ΔU_{12} системы.

19) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению энтальпии ΔH_{12} системы.

20) Запишите выражение для приращения внутренней энергии dU при условии, что число частиц в системе N может меняться.

Ответ: Приращение внутренней энергии dU, когда число частиц N в термодинамической системе постоянно, равно $dU = TdS - pdV$. Если внутренняя энергия U пропорциональна числу частиц N, то приращение внутренней энергии dU можно представить в виде

$$dU = TdS - pdV + \mu dN \Rightarrow U = U(S,V,N) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S}; p = -\frac{\partial U}{\partial V}; \mu = \frac{\partial U}{\partial N};$$

21) Приведите примеры систем, когда полная энергия системы U не пропорциональна числу частиц в системе N.

Ответ: Электростатическая энергия отрицательно заряженного металлического шара равна $U = \frac{1}{2} k_o \frac{Q^2}{R}$, где R -радиус шара, Q-заряд шара, распределённый по поверхности шара. В этом случае $Q = -N_e q_e$, где q_e -элементарный заряд, N_e-число электронов, определяющих заряд шара. Это в итоге дает выражение для электростатической энергии заряженного шара $U = \frac{1}{2} k_o \frac{q_e^2}{R} N_e^2$. Аналогично можно показать, что энергия гравитирующего шара радиуса R массы M, когда вещество равномерно распределено по объёму, равна $U = -\frac{3}{5} G \frac{M^2}{R}$. Поскольку полная масса M равна Nm, где m-масса одной частицы из которых состоит шар, то энергия гравитирующего шара равна $U = -\frac{3}{5} G \frac{m^2}{R} N^2$.

22) Назовите другие термодинамические потенциалы, когда число частиц N в системе может изменяться, но полная энергия U пропорциональна числу частиц N.

Ответ: $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса,

$H = U + pV$ -энтальпия, $\Omega = F - G$ -омега потенциал, μ -химический потенциал, S -энтропия.

21) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса, $H = U + pV$ -энтальпия, $\Omega = F - G$ -омега потенциал, μ -химический потенциал, когда число частиц N в системе может меняться, но полная энергия пропорциональна числу частиц в системе? Сделайте вывод.

Ответ: а) Свободная энергия.

$$F = U - TS \Rightarrow dF = dU - TdS - SdT \Rightarrow dF = -pdV - SdT + \mu dN \Rightarrow F = F(V,T,N) \Rightarrow p = -\frac{\partial F}{\partial V}; S = -\frac{\partial F}{\partial T}; \mu = \frac{\partial F}{\partial N}$$

б) Энергия Гиббса.

$$G = F + pV \Rightarrow dG = dF + pdV + Vdp \Rightarrow dG = -SdT + Vdp + \mu dN \Rightarrow G = G(T,p,N) \Rightarrow S = -\frac{\partial G}{\partial T}; V = \frac{\partial G}{\partial p}; \mu = \frac{\partial G}{\partial N};$$

или $$G = N \cdot f(T,P) \Rightarrow \frac{\partial G}{\partial N} = f(T,P) = \mu \Rightarrow G = \mu N;$$

в) Энтальпия.

$$H = U + pV \Rightarrow dH = dU + pdV + Vdp \Rightarrow dH = TdS + Vdp + \mu dN \Rightarrow H = H(S,p) \Rightarrow T = \frac{\partial H}{\partial S}; V = \frac{\partial H}{\partial p}; \mu = \frac{\partial H}{\partial N};$$

г) Омега потенциал.

$$\Omega = F - G \Rightarrow \Omega = F - \mu N \Rightarrow d\Omega = dF - d(\mu N) \Rightarrow -pdV - SdT - Nd\mu \Rightarrow \Omega = \Omega(V,T,\mu);$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial V} = -p; \frac{\partial \Omega}{\partial T} = -S; \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = -N;$$

или $\Omega = F - G \Rightarrow dF - d(G) \Rightarrow -pdV - Vdp \Rightarrow \Omega = -pV;$

д) Химический потенциал.

$$G = \mu N \Rightarrow dG = \mu dN + Nd\mu;$$

так как $dG = -SdT + Vdp + \mu dN$, то $-SdT + Vdp + \mu dN = \mu dN + Nd\mu \Rightarrow d\mu = -\frac{S}{N}dT + \frac{V}{N}dp \Rightarrow \mu = \mu(T,p);$

22) Как задаётся состояние механической системы в рамках гамильтоновой механики?

Ответ: Состояние механической системы в рамках классической гамильтоновой механики задаётся обобщёнными координатами $q_i = q_i(t)$ и обобщенными импульсами $p_i = p_i(t)$, заданными как функции времени t, где $i = 1;2;3;...N$, а N – число степеней свободы.

23) Каким уравнениям удовлетворяют обобщённые координаты $q_i = q_i(t)$ и обобщенные импульсы $p_i = p_i(t)$?

Ответ: Обобщённые координаты $q_i = q_i(t)$ и обобщенные импульсы $p_i = p_i(t)$ удовлетворяют уравнениям Гамильтона:

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i},$$

где $H = H(q_j, p_j)$ -гамильтониан системы.

24) Что нужно задать, чтобы решить уравнения Гамильтона?

Ответ: Для решения уравнений Гамильтона нужно задать начальные значения обобщённых координат $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и начальные значения обобщённых импульсов $p_{io} = p_i(t = t_o)$. Здесь $t = t_o$-начальный момент времени. Задание начального состояния системы $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и $p_{io} = p_i(t = t_o)$ полностью определяет решение гамильтоновых уравнений $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$ при $t > t_o$.

25) Какое пространство называется фазовым и для чего оно служит?

Ответ: Действительное пространство, размерность которого равна $2N$, где N-число степеней свободы механической системы, называется фазовым пространством. Состояние механической системы в какой-либо момент времени задаётся точкой в фазовом пространстве, координаты этой точки есть значения обобщённых координат и обобщённых импульсов механической системы в этот момент времени. С течением времени значения обобщённых координат и обобщённых импульсов изменяются, и точка, изображающая механическую систему в фазовом пространстве движется, образуя траекторию в фазовом пространстве.

26) Докажите, что траектории, описывающие эволюцию систем в фазовом пространстве, не пересекаются.

Ответ: Пересечение траекторий в фазовом пространстве в какой-либо момент времени $t = t_o$ в точке $\{q_{io}; p_{io}\}$, где $i = 1;2;3;...N$, означало бы, что система гамильтоновых уравнений

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i}$$

для $t > t_o$ имеет многозначные решения $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$.

27) Запишите определение классических скобок Пуассона.

Ответ: Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$ и $G = G(q_i, p_i, t)$ -функции, заданные на точках фазового пространства. Классическими скобками Пуассона называется величина

$$\{F, G\}_{кл.} = \sum_{i=1}^{i=N} \left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial G}{\partial q_i}\right).$$

28) Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$-функция, заданная на точках фазового пространства, $H = H(q_i, p_i)$-гамильтониан системы. Запишите для этой функции уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}.$$

29) Докажите теорему. Пусть $F = F(q_i, p_i)$-функция, заданная на точках фазового пространства и $H = H(q_i, p_i)$- гамильтониан системы. Покажите, что если $\{F, H\}_{кл.} = 0$, то $F = F(q_i, p_i)$-интеграл движения, то есть $\frac{d}{dt}F = 0$.

Ответ: По условию теоремы $\{F, H\}_{кл.} = 0$ и $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, тогда из утверждения

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$$

следует $\frac{d}{dt}F = 0$.

30) Если функция $F = F(q_i, p_i)$, заданная на точках фазового пространства, зависит только от интегралов движения C_j ($F = F(C_j)$), то чему равна классическая скобка Пуассона $\{F, H\}_{кл.}$?

Ответ: В этом случае $\frac{dF}{dt} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, и из $\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$ следует, что $\{F, H\}_{кл.} = 0$.

31) Дайте определение ансамбля механических систем.

Ответ: Совокупность одинаковых механических систем, имеющих одинаковый гамильтониан $H = H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы, называется ансамблем при условии, что начальные состояния систем различны.

32) Дайте определение плотности точек $\rho(q_i, p_i, t)$ для ансамбля механических систем в фазовом пространстве.

Ответ: Плотностью точек $\rho(q_i, p_i, t)$ называется величина $\rho(q_i, p_i, t) = \frac{dN'}{d\Gamma}$, где dN'-число элементов ансамбля, находящихся в элементе объёма фазового пространства $d\Gamma = dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N$.

33) Запишите для плотности точек $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.}.$$

34) Сформулируйте теорему Лиувилля.

Ответ: Скорость изменения плотности точек ансамбля в фазовом пространстве в окрестности одной из точек, соответствующей какому-либо элементу ансамбля равна нулю.

$$\frac{d\rho}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0.$$

35) Дайте определение микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Микроканоническим ансамблем Гиббса классических систем называется совокупность атомных (молекулярных) систем имеющих одинаковый гамильтониан

$H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы каждого элемента ансамбля. Все атомные системы находятся в одинаковых сосудах. Теплообмен между стенками каждого сосуда и атомной системой отсутствует. Энергии E_j элементов ансамбля находятся в очень узкой полосе $E < E_j < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Плотность точек, описывающих микроканонический ансамбль в фазовом пространстве не зависит от времени t ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$).

36) Чему равна классическая скобка Пуассона $\{\rho, H\}_{кл.}$ для микроканонического ансамбля Гиббса?

Ответ: Поскольку теорема Лиувилля для микроканонического ансамбля Гиббса выполняется $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0$, а $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, то $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$.

37) От каких параметров зависит плотность точек микроканонического ансамбля Гиббса в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$?

Ответ: Так как для микроканонического ансамбля Гиббса $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и $\frac{d\rho}{dt} = 0$, то плотность точек в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ зависит только от интегралов движения $\rho = \rho(E, \vec{L}, \vec{P})$, где E – энергия, $\vec{P}$ – импульс, $\vec{L}$ – момент импульса. Если для каждого элемента ансамбля $\vec{P} = 0$ и $\vec{L} = 0$, то $\rho = \rho(E)$, то есть плотность точек в фазовом пространстве зависит только от энергии элемента ансамбля. Поскольку энергии E_j элементов ансамбля сохраняются (теплообмена нет) и все E_j лежат в очень узкой области $E < E_j < E + \Delta E$ ($\Delta E << E$), то плотность $\rho = \rho(E)$ точек микроканонического ансамбля Гиббса в этой области есть константа ($\rho(E) = \rho_o$).

38) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства $\Delta\Gamma$, в котором движутся точки, соответствующие элементам микроканонического ансамбля.

Ответ:

$$\Delta\Gamma(E, V, N) = \int\limits_{E < H(q_i, p_i) < E + \Delta E} dq_1 dq_2 ... dq_N \, dp_1 dp_2 ... dp_N \,, \qquad \text{где } \Delta E << E .$$

39) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства Γ, в каждой точке которого энергия элемента микроканонического ансамбля меньше E.

Ответ:

$$\Gamma(E, V, N) = \int\limits_{H(q_i, p_i) < E} dq_1 dq_2 ... dq_N \, dp_1 dp_2 ... dp_N \,.$$

40) Запишите выражение для энтропии микроканонического ансамбля.

Ответ:

$S(E,V,N) = k_B \ln(\Delta\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N) = k_B \ln(\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N) = k_B \ln(g(E,V,N))$,

где $g(E,V,N) = \frac{\Delta\Gamma(E,V,N)}{\Delta E}$.

41) Запишите выражение для температуры микроканонического ансамбля.

Ответ:

$$\frac{1}{T}=\frac{\partial S(E,V,N)}{\partial E}\ \text{при}\ V-const;\quad N-const\ .$$

42) Дайте определение канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов в полости каждого термостата одинаково во всех элементах ансамбля $N-const$, число атомов в стенках каждого термостата $N_T-const$ одинаково во всех элементах ансамбля ($N<<N_T$). Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj}=E_j+E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E<E_{oj}<E+\Delta E$, где $\Delta E<<E$. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H(\vec{q}_i,\vec{p}_i)=\sum_{i=1}^{N}\frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i}+U(\vec{q}_1,\vec{q}_2,...\vec{q}_N)\ .$$

43) Запишите выражение для плотности точек в фазовом пространстве системы атомов в полости термостата.

Ответ:

$$\rho(\vec{q}_1...\vec{q}_N\,\vec{p}_1...\vec{p}_N)=\exp[\frac{F-H(\vec{q}_1...\vec{q}_N,\vec{p}_1...\vec{p}_N)}{k_BT}],\ \text{где}\ H(\vec{q}_1...\vec{q}_N,\vec{p}_1...\vec{p}_N)=\sum_{i=1}^{N}\frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i}+U(\vec{q}_1,\vec{q}_2,...\vec{q}_N)\ .$$

44) Запишите выражение для статистического интеграла канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$Z_N=\frac{1}{h^{3N}N!}\int\exp[-\frac{H(\vec{q}_1...\vec{q}_N,\vec{p}_1...\vec{p}_N)}{k_BT}]d^3\vec{q}_1d^3\vec{p}_1...d^3\vec{q}_Nd^3\vec{p}_N\ .$$

45) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z_N)\ , \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}\ , \quad U = F + TS\ .$$

46) Дайте определение большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов N в полости каждого термостата может изменяться, число атомов в стенках каждого термостата N_T может изменяться ($N << N_T$). Число атомов в полости каждого термостата и в стенках каждого термостата одно и тоже во всех элементах большого канонического $N + N_T = N_o - const$ ансамбля Гиббса. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ...\vec{q}_N)\ .$$

47) Запишите выражение для большого статистического интеграла.

Ответ:

$$\xi = \sum_{N=0}^{N=\infty} \int \exp[\frac{\mu N - H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N\ .$$

48) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$\Omega = -k_B T \ln(\xi)\ ; \quad S = -\frac{\partial \Omega}{\partial T}\ ; \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}\ ; \quad U = \Omega - \mu \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} - T\frac{\partial \Omega}{\partial T}\ ;$$

49) Квантовая система характеризуется энергетическим спектром $\{E_n\}$. Кратность вырождения уровней $\{g_n\}$ известна. Запишите выражение для вероятности P_n обнаружить квантовую систему на n энергетическом уровне, если квантовая система помещена в термостат, температура которого T.

Ответ:

$$P_n = \frac{g_n}{Z}\exp-[\frac{E_n}{k_B T}],$$ где Z -статистическая сумма.

50) Получите формулу для вычисления статистической суммы Z .

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum_{все\ n} P_n = 1$ равна единице, то $Z = \sum_{все\ n} g_n \exp[-\frac{E_n}{k_B T}]$.

51) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U квантовой системы в термостате.

Ответ:

$$F = -k_B T\ln(Z), \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad U = F + TS.$$

52) Энергетический спектр частиц $\{\varepsilon_i\}$ известен, взаимодействие между частицами отсутствует. Запишите выражение для возможных значений энергий системы, если химический потенциал равен μ , а число частиц на i уровне равно n_i .

Ответ:

$$E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu).$$

53) Запишите выражение для вероятности $P_{n_1;n_2;n_3...}$ обнаружить квантовую систему с энергией $E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu)$, если квантовая система помещена в термостат (большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц) , температура термостата равна T .

Ответ:

$$P_{n_1;n_2;n_3...} = \frac{1}{Z}\exp-[\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}],$$ где Z -большая статистическая сумма.

54) Получите формулу для вычисления большой статистической суммы Z .

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum_{\text{все } n_1;n_2;n_3...} P_{n_1;n_2;n_3...} = 1$ равна единице, то

$$Z = \sum_{\text{все } n_1;n_2;n_3...} \exp[-\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}] .$$

55) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического квантового ансамбля Гиббса невзаимодействующих частиц.

Ответ:

$$\Omega = -k_B T \ln(Z) ; \quad S = -\frac{\partial \Omega}{\partial T} ; \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} ; \quad U = \Omega - \mu \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} - T \frac{\partial \Omega}{\partial T} ;$$

56) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы фермионы. В этом случае $n_1 = 0;1; \;\; n_2 = 0;1; \;\; n_3 = 0;1; \, ...$.

Ответ:

$$Z = (1 + \exp(-\beta(\varepsilon_1 - \mu)))(1 + \exp(-\beta(\varepsilon_2 - \mu)))(1 + \exp(-\beta(\varepsilon_3 - \mu)))... .$$

$$\Omega = -k_B T \sum_{\text{все } i} \ln(1 + \exp(-\beta(\varepsilon_i - \mu))) \text{, где } \beta = \frac{1}{k_B T} .$$

57) Сделайте вывод распределения Ферми.

Ответ: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}$. Для Ферми частиц

$$\bar{N} = \sum_{\text{все } i} \frac{1}{1 + \exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]} .$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}] + 1}$ - распределение Ферми.

58) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы бозоны. В этом случае $n_i = 0;1;2;3;4;...$.

Ответ:

$$Z=\prod_i\sum_{n=0}^{n=\infty}\exp[-n\beta(\varepsilon_i-\mu)]=\prod_i\frac{1}{1-\exp[-\beta(\varepsilon_i-\mu)]},$$

$$\Omega=k_BT\sum_{все\ i}\ln(1-\exp[-\beta(\varepsilon_i-\mu)]).$$

59) Сделайте вывод распределения Бозе.

<u>**Ответ**</u>: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N}=-\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$. Для Бозе-частиц

$$\bar{N}=\sum_{все\ i}\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i-\mu}{k_BT}]-1}.$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i-\mu}{k_BT}]-1}$ - распределение Бозе.

Составитель _____Моисеев А. Г._____И.О. Фамилия
(подпись)

«____»_________________20 г.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной и теоретической физики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФТФ
к.ф-м.н., доцент И.И. Корель
“___”_______________ ______ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Статистическая физика

Образовательная программа: 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии, профиль: Лазерные системы и квантовые технологии

Новосибирск 2017

1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по **дисциплине** Статистическая физика приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	**Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)**	**Темы**	**Этапы оценки компетенций**	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	**Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)**
ОПК.1 способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	з1. уметь применять основные методы физического исследования явлений и свойств объектов материального мира	**Дидактическая единица:1** Равновесная термодинамика и термодинамические потенциалы 1.1 Соотношение между термодинамическими потенциалами при обратимых процессах 1.1 Термодинамические потенциалы идеального газа. 1.1 Термодинамические потенциалы фотонного газа 1.1 Расчёт термодинамических потенциалов неидеального газа. **Дидактическая единица:2** Основы механики Лагранжа и Гамильтона 2.2 Теоремы аналитической механики необходимые для формулировки статистической физики. 2.2 Анализ теоремы Лиувилля (гидродинамическая аналогия) 2.2 Интегралы движения и свойства траекторий в фазовом пространстве. **Дидактическая единица:3** 3.3 Расчёт термодинамических потенциалов идеального газа в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем . Уравнение состояния 3.3 Свободное электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов. Расчет энергии гармонического осциллятора в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем. Спектральная плотность равновесного теплового излучения. Ультрафиолетовая катастрофа. **Дидактическая единица:4** Канонический ансамбль Гиббса 4.4 Расчёт термодинамических потенциалов в рамках канонического ансамбля Гиббса классических систем. 4.4 Распределение кинетической энергии	РГЗ, разделы 1-6.	Зачет, вопросы 1-16.

		поступательного движения по степеням свободы для классической системы. 4.4 Расчёт термодинамических потенциалов и флуктуаций энергии в рамках канонического ансамбля Гиббса классических систем. 4.4 Электрический дипольный момент классического газа из жёстких диполей в однородном электрическом поле в состоянии термодинамического равновесия (зависимость электрического дипольного момента от температуры и напряжённости электрического поля). Магнитный момент классического газа в магнитном поле в состоянии термодинамического равновесия. 4.4 Термодинамические потенциалы идеального газа в гравитационном поле. Энтропия, внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа в сильном гравитационном поле. 4.4 Термодинамические потенциалы ультрарелятивистского идеального газа. Энтропия, внутрення энергия и теплоёмкость такого газа в сильном электрическом поле. 4.4 Расчёт средней потенциальной знергии для классических систем. 4.4 Гармонический осциллятор в термостате. Термодинамические потенциалы идеального газа. **Дидактическая единица:5** 5.5 Расчёт термодинамических потенциалов в рамках большого канонического ансамбля Гиббса классических систем. Большой канонический ансамбль Гиббса 5.5 Идеальный газ и термодинамические потенциалы этого газа в рамках большого канонического ансамбля Гиббса. 5.5 Флуктуации числа частиц в большом квантовом ансамбле Гиббса. Условие эквивалентности микроканонического, канонинического и большого канонического ансамбля Гиббса классических систем. Дидактическая единица:6		

		Квантовая система в термостате **Дидактическая единица:6** 6.6 Вырожденный нерелятивистский 3D Ферми-газ. 6.6 Вырожденный ультрарелятивистский 3D Ферми-газ. 6.6 Термодинамика равновесного теплового излучения. 6.6 Расчёт термодинамических потенциалов квантовой ситемы в термостате.		
ОПК.3 способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	з4. знать основные законы физики, являющиеся базовыми для решения задач профессиональной деятельности	. **Дидактическая единица:1** Равновесная термодинамика и термодинамические потенциалы 1.1 Соотношение между термодинамическими потенциалами при обратимых процессах 1.1 Термодинамические потенциалы идеального газа. 1.1 Термодинамические потенциалы фотонного газа 1.1 Расчёт термодинамических потенциалов неидеального газа. **Дидактическая единица:2** Основы механики Лагранжа и Гамильтона 2.2 Теоремы аналитической механики необходимые для формулировки статистической физики. 2.2 Анализ теоремы Лиувилля (гидродинамическая аналогия) 2.2 Интегралы движения и свойства траекторий в фазовом пространстве. **Дидактическая единица:3** 3.3 Расчёт термодинамических потенциалов идеального газа в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем . Уравнение состояния 3.3 Свободное электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов. Расчет энергии гармонического осциллятора в рамках микроканонического ансамбля Гиббса классических систем. Спектральная плотность равновесного теплового излучения. Ультрафиолетовая катастрофа. **Дидактическая единица:4** Канонический ансамбль Гиббса 4.4 Расчёт термодинамических потенциалов в рамках канонического ансамбля Гиббса классических систем. 4.4 Распределение кинетической энергии		Зачет, вопросы...

		поступательного движения по степеням свободы для классической системы. 4.4 Расчёт термодинамических потенциалов и флуктуаций энергии в рамках канонического ансамбля Гиббса классических систем. 4.4 Электрический дипольный момент классического газа из жёстких диполей в однородном электрическом поле в состоянии термодинамического равновесия (зависимость электрического дипольного момента от температуры и напряжённости электрического поля). Магнитный момент классического газа в магнитном поле в состоянии термодинамического равновесия. 4.4 Термодинамические потенциалы идеального газа в гравитационном поле. Энтропия, внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа в сильном гравитационном поле. 4.4 Термодинамические потенциалы ультрарелятивистского идеального газа. Энтропия, внутрення энергия и теплоёмкость такого газа в сильном электрическом поле. 4.4 Расчёт средней потенциальной знергии для классических систем. 4.4 Гармонический осциллятор в термостате. Термодинамические потенциалы идеального газа. **Дидактическая единица:5** 5.5 Расчёт термодинамических потенциалов в рамках большого канонического ансамбля Гиббса классических систем. Большой канонический ансамбль Гиббса 5.5 Идеальный газ и термодинамические потенциалы этого газа в рамках большого канонического ансамбля Гиббса. 5.5 Флуктуации числа частиц в большом квантовом ансамбле Гиббса. Условие эквивалентности микроканонического, канонинического и большого канонического ансамбля Гиббса классических систем. Дидактическая единица:6		

		Квантовая система в термостате **Дидактическая единица:6** 6.6 Вырожденный нерелятивистский 3D Ферми-газ. 6.6 Вырожденный ультрарелятивистский 3D Ферми-газ. 6.6 Термодинамика равновесного теплового излучения. 6.6 Расчёт термодинамических потенциалов квантовой ситемы в термостате.		

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплинепроводится в 6 семестре - в форме зачёта, который направлен на оценку сформированностикомпетенцийОПК.1.

Зачёт проводится *в устной форме*, по билетам, состоящим из двух теоретических вопросов и задачи, подобранных таким образом, чтобы в совокупности перекрывать все разделы курса «Статистическая физика», преподававшиеся студентам в данном семестре.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1. К мероприятиям текущего контроля относятся: проведение и защита Расчетно-графических заданий (РГЗ).

В 6 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (работа) (РГЗ(Р)). Требования к выполнению РГЗ(Р), состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ(Р).

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.3, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Приложение

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ НГТУ

Контролирующие материалы по курсу
“Статистическая физика”

Задачи к зачёту по курсу “Статистическая физика”.

1. Вычислить статистический интеграл Z гармонического осциллятора в термостате, найти энергию E осциллятора, а так же величины $\bar{q}$, $\bar{p}$, $\left\langle q^2 \right\rangle$ и $\left\langle p^2 \right\rangle$.

2. Вычислить статистический интеграл классического ротатора в термостате. Найти энергию ротатора. Гамильтониан сферического ротатора имеет вид:

$$H = \frac{1}{2mR^2}(P_\theta^2 + \frac{P_\varphi^2}{\sin^2(\theta)}).$$

3. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Определите C_V в предельных случаях $(m_0 g H_0 / k_Б T) << 1$ и $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$, где m_0 -масса молекулы.

4. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для приращения энтропии ΔS при включении сильного поля тяжести $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$ по сравнению, когда поле тяжести отсутствует. Здесь m_0 -масса молекулы.

5. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U.

6. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала S.

7. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала F.

8. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Найдите уравнение состояния.

9. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных молекул в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Гамильтониан системы из жёстких двухатомных молекул имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})].$$

10. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})-bE\cos(\theta_i)].$$

Найти изменение энтропии газа при наложении сильного электрического поля.

11. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})-bE\cos(\theta_i)].$$

Найти внутреннюю энергию газа U и теплоёмкость C_V в слабом электрическом поле.

12. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})-bE\cos(\theta_i)].$$

Найти внутреннюю энергию газа U и теплоёмкость C_V в сильном электрическом поле.

1. **Вопросы к** зачету **по дисциплине** «Статистическая физика»

1. Термодинамические потенциалы U,F,G,H при постоянном числе частиц:
а) возрастание энтропии в замкнутой системе при необратимом процессе;
б) ограничение работы $\delta A\le-\Delta F$ при изотермическом процессе;
в) достижение минимума потенциалами F и G в состоянии теплового равновесия;
г) чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

2. Вывод уравнения $\dfrac{\partial U}{\partial V}+P=T\dfrac{\partial P}{\partial T}$. Роль уравнения состояния и уравнения $U=U(P,V)$ в термодинамике при расчете термодинамических потенциалов:
а) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ идеального газа; <u>(по указанию</u>
б) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ фотонного газа; <u>преподавателя)</u>
в) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ газа Ван-дер-Ваальса;

3. Термодинамические потенциалы U, F, G, H, Ω, μ при переменном числе частиц.

4. Основные понятия механики Лагранжа и Гамильтона. Доказательство теоремы Лиувилля.

5. Микроканонический ансамбль Гиббса классических систем.

6. Канонический ансамбль Гиббса классических систем.

7. Теорема о равномерном распределении кинетической энергии поступательного движения по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия для классических систем.

8. Средняя потенциальная энергия молекул в состоянии термодинамического равновесия при выполнения условий: $\sum\limits_{1\le i\le N;1\le\alpha\le 3} q_i^\alpha \dfrac{\partial U_N}{\partial q_i^\alpha} = \nu U_N$ и $\lim\limits_{q_i^\alpha\to\pm\infty} U_N = \infty$. Здесь $U_N = U(q_i^\alpha)$ - потенциальная энергия молекул $1\le i\le N$, $1\le\alpha\le 3$, N -число частиц.

9. Вращательные степени свободы и распределение кинетической энергии по вращательным степеням свободы в состоянии теплового равновесия для классических систем (на примере жёстких двухатомных молекул).

10. Флуктуации энергии в каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

11. Большой канонический ансамбль Гиббса классических систем.

12. Флуктуации числа частиц в большом каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

13. Квантовая система в термостате в состоянии термодинамического равновесия. Вероятность реализации состояния, средняя энергия, энтропия.

14. Большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц. Вывод распределений Бозе и Ферми.

15. Фотонный газ в состоянии термодинамического распределения. Расчет спектральной плотности равновесного теплового излучения $\rho = \rho(\omega, T)$. Вывод законов Вина и Стефана-Больцмана.

16. Электронный вырожденный нерелятивистский и релятивистский газ в состоянии теплового равновесия при Т=0К.

17. Железная звезда (белый карлик). Условие перехода железной звезды в нейтронную звезду.

18. Нейтронная звезда. Условие перехода нейтронной звезды в чёрную дыру.

19. Температура чёрной дыры и время испарения чёрной дыры.

Дополнительные вопросы к зачёту

1) Какими параметрами задается состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия?
Ответ: Состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия задаётся давлением P [Па], абсолютной температурой T [K], и объёмом V [$м^3$].

2) Как называется уравнение, связывающее давление P, температуру T и объём V между собой $f(P,T,V)=0$ в состоянии теплового равновесия?

Ответ: Уравнение $f(P,T,V)=0$ называется уравнением состояния.

3) Запишите уравнение состояния для идеального газа.
Ответ: $PV=\upsilon RT$.

4) Запишите уравнение состояния для газа Ван-дер-Ваальса.
Ответ: $(P+\frac{a}{V^2}\upsilon^2)(V-\upsilon b)=\upsilon RT$.

5) Запишите выражение для элементарной работы, совершаемой телом против внешних сил при отсутствии внешнего поля.
Ответ: $\delta A=p\delta V$.

6) Что называется внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы?
Ответ: Внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы называется сумма кинетической и потенциальной энергий молекул системы.

7) Сформулируйте и запишите 1 начало термодинамики.
Ответ: Количество теплоты δQ, подведенное к телу, расходуется на изменение внутренней энергии dU и на совершение работы телом против внешних сил δA ($\delta Q=dU+\delta A$).

8) Сформулируйте 2 начало термодинамики.
Ответ: а) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла от холодного тела к горячему (формулировка Клаузиуса).
б) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла в работу при постоянной температуре (формулировка Кельвина).

9) Запишите выражение для энтропии при бесконечно малом обратимом процессе.
Ответ: $dS=\frac{\delta Q}{T}$.

10) Сформулируйте основное свойство энтропии при обратимых процессах.
Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе обратимым образом из состояния 1 в состояние 2 не зависит от способа перехода.

11) Проведите аналогию между энтропией S и электростатическим потенциалом φ .
Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе из состояния 1 в состояние 2 обратимым образом и изменение $\Delta\varphi_{1;2}$ электростатического потенциала $\varphi=\varphi(x,y,z)$ при переходе из одной точки (x_1,y_1,z_1) трехмерного пространства в другую (x_2,y_2,z_2) не зависит от способа перехода. Энтропию системы в состоянии термодинамического равновесия $S=S(V,T)$ называют термодинамическим потенциалом.

12) Назовите ещё термодинамические потенциалы, когда число частиц в системе остаётся постоянным.
Ответ: U -внутренняя энергия, $F=U-TS$ -свободная энергия, $G=F+pV$ -энергия Гиббса, $H=U+pV$ -энтальпия.

13) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: U -внутренняя энергия, $F=U-TS$ -свободная энергия, $G=F+pV$ -энергия Гиббса, $H=U+pV$ -энтальпия (число частиц в системе постоянно)? Сделайте вывод.

Ответ: а) Внутренняя энергия.

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \Rightarrow dU = TdS - pdV \Rightarrow U = U(S,V) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S}; p = -\frac{\partial U}{\partial V};$$

б) Свободная энергия.

$$F = U - TS \Rightarrow dF = dU - TdS - SdT \Rightarrow dF = -pdV - SdT \Rightarrow F = F(V,T) \Rightarrow p = -\frac{\partial F}{\partial V}; S = -\frac{\partial F}{\partial T};$$

в) Энергия Гиббса.

$$G = F + pV \Rightarrow dG = dF + pdV + Vdp \Rightarrow dG = -SdT + Vdp \Rightarrow G = G(T,p) \Rightarrow S = -\frac{\partial G}{\partial T}; V = \frac{\partial G}{\partial p};$$

г) Энтальпия.

$$H = U + pV \Rightarrow dH = dU + pdV + Vdp \Rightarrow dH = TdS + Vdp \Rightarrow H = H(S,p) \Rightarrow T = \frac{\partial H}{\partial S}; V = \frac{\partial H}{\partial p};$$

14) Назовите основное свойство энтропии S для замкнутых систем при необратимых процессах.
Ответ: Если замкнутая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2, то энтропия состояния 2 S_2 больше, чем энтропия состояния 1 S_1 при условии, что состояния 1 и 2-равновесные ($S_1 < S_2$).

15) Назовите основное свойство свободной энергии F для термодинамической системы при постоянной температуре T и объёме V.
Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и объёме V, а состояния 1 и 2 равновесные, то свободная энергия F_2 конечного состояния 2 меньше, чем свободная энергия F_1 начального состояния 1 ($F_2 < F_1$).

16) Назовите основное свойство работы δA_{12}, совершаемое термодинамической системой против внешних сил, при необратимом переходе из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T.
Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T, а состояния 1 и 2 равновесные, то работа δA_{12}, совершаемая термодинамической системой против внешних сил, удовлетворяет неравенству $\delta A_{12} < -(F_2 - F_1)$.

17) Назовите основное свойство потенциала Гиббса G для термодинамической системы при постоянной температуре T и давлении p.
Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и давлении p, а состояния 1 и 2 равновесные, то потенциал Гиббса G_2 конечного состояния 2 меньше, чем потенциал Гиббса G_1 начального состояния 1 ($G_2 < G_1$).

18) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?
Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению внутренней энергии ΔU_{12} системы.

19) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?
Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению энтальпии ΔH_{12} системы.

20) Запишите выражение для приращения внутренней энергии dU при условии, что число частиц в системе N может меняться.
Ответ: Приращение внутренней энергии dU, когда число частиц N в термодинамической системе постоянно, равно $dU = TdS - pdV$. Если внутренняя энергия U пропорциональна числу частиц N, то приращение внутренней энергии dU можно представить в виде

$$dU = TdS - pdV + \mu dN \Rightarrow U = U(S,V,N) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S}; p = -\frac{\partial U}{\partial V}; \mu = \frac{\partial U}{\partial N};$$

21) Приведите примеры систем, когда полная энергия системы U не пропорциональна числу частиц в системе N.

Ответ: Электростатическая энергия отрицательно заряженного металлического шара равна $U=\frac{1}{2}k_o\frac{Q^2}{R}$, где R -радиус шара, Q-заряд шара, распределённый по поверхности шара. В этом случае $Q=-N_e q_e$, где q_e-элементарный заряд, N_e-число электронов, определяющих заряд шара. Это в итоге дает выражение для электростатической энергии заряженного шара $U=\frac{1}{2}k_o\frac{q_e^2}{R}N_e^2$. Аналогично можно показать, что энергия гравитирующего шара радиуса R массы M, когда вещество равномерно распределено по объёму, равна $U=-\frac{3}{5}G\frac{M^2}{R}$. Поскольку полная масса M равна Nm, где m-масса одной частицы из которых состоит шар, то энергия гравитирующего шара равна $U=-\frac{3}{5}G\frac{m^2}{R}N^2$.

22) Назовите другие термодинамические потенциалы, когда число частиц N в системе может изменяться, но полная энергия U пропорциональна числу частиц N.

Ответ: $F=U-TS$ -свободная энергия, $G=F+pV$ -энергия Гиббса,
$H=U+pV$ -энтальпия, $\Omega=F-G$ -омега потенциал, μ -химический потенциал, S -энтропия.

21) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: $F=U-TS$ -свободная энергия, $G=F+pV$ -энергия Гиббса, $H=U+pV$ -энтальпия, $\Omega=F-G$ -омега потенциал, μ -химический потенциал, когда число частиц N в системе может меняться, но полная энергия пропорциональна числу частиц в системе? Сделайте вывод.

Ответ: а) Свободная энергия.

$$F=U-TS\Rightarrow dF=dU-TdS-SdT\Rightarrow dF=-pdV-SdT+\mu dN\Rightarrow F=F(V,T,N)\Rightarrow p=-\frac{\partial F}{\partial V};S=-\frac{\partial F}{\partial T};\mu=\frac{\partial F}{\partial N}$$

б) Энергия Гиббса.

$$G=F+pV\Rightarrow dG=dF+pdV+Vdp\Rightarrow dG=-SdT+Vdp+\mu dN\Rightarrow G=G(T,p,N)\Rightarrow S=-\frac{\partial G}{\partial T};V=\frac{\partial G}{\partial p};\mu=\frac{\partial G}{\partial N};\text{ или}$$

$$G=N\cdot f(T,P)\Rightarrow\frac{\partial G}{\partial N}=f(T,P)=\mu\Rightarrow G=\mu N;$$

в) Энтальпия.

$$H=U+pV\Rightarrow dH=dU+pdV+Vdp\Rightarrow dH=TdS+Vdp+\mu dN\Rightarrow H=H(S,p)\Rightarrow T=\frac{\partial H}{\partial S};V=\frac{\partial H}{\partial p};\mu=\frac{\partial H}{\partial N};$$

г) Омега потенциал.

$$\Omega=F-G\Rightarrow\Omega=F-\mu N\Rightarrow d\Omega=dF-d(\mu N)\Rightarrow -pdV-SdT-Nd\mu\Rightarrow\Omega=\Omega(V,T,\mu);$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial V}=-p;\frac{\partial\Omega}{\partial T}=-S;\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}=-N;$$

или $\Omega=F-G\Rightarrow dF-d(G)\Rightarrow -pdV-Vdp\Rightarrow\Omega=-pV;$

д) Химический потенциал.

$$G=\mu N\Rightarrow dG=\mu dN+Nd\mu;$$

так как $dG=-SdT+Vdp+\mu dN$, то $-SdT+Vdp+\mu dN=\mu dN+Nd\mu\Rightarrow d\mu=-\frac{S}{N}dT+\frac{V}{N}dp\Rightarrow\mu=\mu(T,p);$

22) Как задаётся состояние механической системы в рамках гамильтоновой механики?

Ответ: Состояние механической системы в рамках классической гамильтоновой механики задаётся обобщёнными координатами $q_i=q_i(t)$ и обобщенными импульсами $p_i=p_i(t)$, заданными как функции времени t, где $i=1;2;3;...N$, а $N-$число степеней свободы.

23) Каким уравнениям удовлетворяют обобщённые координаты $q_i=q_i(t)$ и обобщенные

импульсы $p_i = p_i(t)$?

Ответ: Обобщённые координаты $q_i = q_i(t)$ и обобщенные импульсы $p_i = p_i(t)$ удовлетворяют уравнениям Гамильтона:

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i},$$

где $H = H(q_j, p_j)$-гамильтониан системы.

24) Что нужно задать, чтобы решить уравнения Гамильтона?

Ответ: Для решения уравнений Гамильтона нужно задать начальные значения обобщённых координат $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и начальные значения обобщённых импульсов $p_{io} = p_i(t = t_o)$. Здесь $t = t_o$- начальный момент времени. Задание начального состояния системы $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и $p_{io} = p_i(t = t_o)$ полностью определяет решение гамильтоновых уравнений $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$ при $t > t_o$.

25) Какое пространство называется фазовым и для чего оно служит?

Ответ: Действительное пространство, размерность которого равна $2N$, где N-число степеней свободы механической системы, называется фазовым пространством. Состояние механической системы в какой-либо момент времени задаётся точкой в фазовом пространстве, координаты этой точки есть значения обобщённых координат и обобщённых импульсов механической системы в этот момент времени. С течением времени значения обобщённых координат и обобщённых импульсов изменяются, и точка, изображающая механическую систему в фазовом пространстве движется, образуя траекторию в фазовом пространстве.

26) Докажите, что траектории, описывающие эволюцию систем в фазовом пространстве, не пересекаются.

Ответ: Пересечение траекторий в фазовом пространстве в какой-либо момент времени $t = t_o$ в точке $\{ q_{io}; p_{io} \}$, где $i = 1; 2; 3; ... N$, означало бы, что система гамильтоновых уравнений

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i}$$

для $t > t_o$ имеет многозначные решения $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$.

27) Запишите определение классических скобок Пуассона.

Ответ: Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$ и $G = G(q_i, p_i, t)$-функции, заданные на точках фазового пространства. Классическими скобками Пуассона называется величина

$$\{F, G\}_{кл.} = \sum_{i=1}^{i=N} \left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial G}{\partial q_i}\right).$$

28) Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$-функция, заданная на точках фазового пространства, $H = H(q_i, p_i)$- гамильтониан системы. Запишите для этой функции уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}.$$

29) Докажите теорему. Пусть $F = F(q_i, p_i)$-функция, заданная на точках фазового пространства и $H = H(q_i, p_i)$- гамильтониан системы. Покажите, что если $\{F, H\}_{кл.} = 0$, то $F = F(q_i, p_i)$-интеграл движения, то есть $\frac{d}{dt}F = 0$.

Ответ: По условию теоремы $\{F, H\}_{кл.} = 0$ и $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, тогда из утверждения

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$$

следует $\frac{d}{dt}F = 0$.

30) Если функция $F = F(q_i, p_i)$, заданная на точках фазового пространства, зависит только от интегралов движения C_j ($F = F(C_j)$), то чему равна классическая скобка Пуассона $\{F, H\}_{кл.}$?

Ответ: В этом случае $\frac{dF}{dt} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, и из $\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$ следует, что $\{F, H\}_{кл.} = 0$.

31) Дайте определение ансамбля механических систем.
Ответ: Совокупность одинаковых механических систем, имеющих одинаковый гамильтониан $H = H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы, называется ансамблем при условии, что начальные состояния систем различны.

32) Дайте определение плотности точек $\rho(q_i, p_i, t)$ для ансамбля механических систем в фазовом пространстве.

Ответ: Плотностью точек $\rho(q_i, p_i, t)$ называется величина $\rho(q_i, p_i, t) = \frac{dN'}{d\Gamma}$, где dN' -число элементов ансамбля, находящихся в элементе объёма фазового пространства $d\Gamma = dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N$.

33) Запишите для плотности точек $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ уравнение движения в форме скобок Пуассона.
Ответ:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.}.$$

34) Сформулируйте теорему Лиувилля.
Ответ: Скорость изменения плотности точек ансамбля в фазовом пространстве в окрестности одной из точек, соответствующей какому-либо элементу ансамбля равна нулю.

$$\frac{d\rho}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0.$$

35) Дайте определение микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ: Микроканоническим ансамблем Гиббса классических систем называется совокупность атомных (молекулярных) систем имеющих одинаковый гамильтониан $H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы каждого элемента ансамбля. Все атомные системы находятся в одинаковых сосудах. Теплообмен между стенками каждого сосуда и атомной системой отсутствует. Энергии E_j элементов ансамбля находятся в очень узкой полосе $E < E_j < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Плотность точек, описывающих микроканонический ансамбль в фазовом пространстве не зависит от времени t ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$).

36) Чему равна классическая скобка Пуассона $\{\rho, H\}_{кл.}$ для микроканонического ансамбля Гиббса?
Ответ: Поскольку теорема Лиувилля для микроканонического ансамбля Гиббса выполняется $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0$, а $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, то $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$.

37) От каких параметров зависит плотность точек микроканонического ансамбля Гиббса в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$?

Ответ: Так как для микроканонического ансамбля Гиббса $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и $\frac{d\rho}{dt} = 0$, то плотность точек в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ зависит только от интегралов движения $\rho = \rho(E, \vec{L}, \vec{P})$, где E – энергия, $\vec{P}$ – импульс, $\vec{L}$ – момент импульса. Если для каждого элемента ансамбля $\vec{P} = 0$ и $\vec{L} = 0$, то $\rho = \rho(E)$, то есть плотность точек в фазовом пространстве зависит только от энергии элемента ансамбля. Поскольку энергии E_j элементов ансамбля сохраняются (теплообмена нет) и все E_j лежат в очень узкой области $E < E_j < E + \Delta E$ ($\Delta E << E$), то плотность $\rho = \rho(E)$ точек микроканонического ансамбля Гиббса в этой области есть константа ($\rho(E) = \rho_o$).

38) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства $\Delta\Gamma$, в котором движутся точки, соответствующие элементам микроканонического ансамбля.
Ответ:

$$\Delta\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{E<H(q_i,p_i)<E+\Delta E} dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N \text{ , где } \Delta E << E .$$

39) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства Γ, в каждой точке которого энергия элемента микроканонического ансамбля меньше E.
Ответ:

$$\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{H(q_i,p_i)<E} dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N .$$

40) Запишите выражение для энтропии микроканонического ансамбля.
Ответ:
$S(E,V,N) = k_B \ln(\Delta\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N) = k_B \ln(\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N) = k_B \ln(g(E,V,N))$,
где $g(E,V,N) = \dfrac{\Delta\Gamma(E,V,N)}{\Delta E}$.

41) Запишите выражение для температуры микроканонического ансамбля.
Ответ:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(E,V,N)}{\partial E} \text{ при } V - const; \;\; N - const .$$

42) Дайте определение канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов в полости каждого термостата одинаково во всех элементах ансамбля $N - const$, число атомов в стенках каждого термостата $N_T - const$ одинаково во всех элементах ансамбля ($N << N_T$). Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ... \vec{q}_N) .$$

43) Запишите выражение для плотности точек в фазовом пространстве системы атомов в полости термостата.
Ответ:

$$\rho(\vec{q}_1 ... \vec{q}_N \vec{p}_1 ... \vec{p}_N) = \exp[\frac{F - H(\vec{q}_1 ... \vec{q}_N, \vec{p}_1 ... \vec{p}_N)}{k_B T}], \text{ где } H(\vec{q}_1 ... \vec{q}_N, \vec{p}_1 ... \vec{p}_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ... \vec{q}_N) .$$

44) Запишите выражение для статистического интеграла канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ:

$$Z_N = \frac{1}{h^{3N} N!} \int \exp[-\frac{H(\vec{q}_1 ... \vec{q}_N, \vec{p}_1 ... \vec{p}_N)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N .$$

45) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z_N)\ , \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}\ , \quad U = F + TS\ .$$

46) Дайте определение большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов N в полости каждого термостата может изменяться, число атомов в стенках каждого термостата N_T может изменяться ($N << N_T$). Число атомов в полости каждого термостата и в стенках каждого термостата одно и тоже во всех элементах большого канонического $N + N_T = N_o - const$ ансамбля Гиббса. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ...\vec{q}_N)\ .$$

47) Запишите выражение для большого статистического интеграла.

Ответ:

$$\xi = \sum_{N=0}^{N=\infty} \int \exp[\frac{\mu N - H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N\ .$$

48) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$\Omega = -k_B T \ln(\xi)\ ; \quad S = -\frac{\partial \Omega}{\partial T}; \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}; \quad U = \Omega - \mu\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} - T\frac{\partial \Omega}{\partial T}\ ;$$

49) Квантовая система характеризуется энергетическим спектром $\{E_n\}$. Кратность вырождения уровней $\{g_n\}$ известна. Запишите выражение для вероятности P_n обнаружить квантовую систему на n энергетическом уровне, если квантовая система помещена в термостат, температура которого T.

Ответ:

$$P_n = \frac{g_n}{Z}\exp-[\frac{E_n}{k_B T}],$$ где Z -статистическая сумма.

50) Получите формулу для вычисления статистической суммы Z.

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum_{все\ n} P_n = 1$ равна единице, то $Z = \sum_{все\ n} g_n \exp[-\frac{E_n}{k_B T}]$.

51) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U квантовой системы в термостате.

Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z)\ , \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}\ , \quad U = F + TS\ .$$

52) Энергетический спектр частиц $\{\varepsilon_i\}$ известен, взаимодействие между частицами отсутствует. Запишите выражение для возможных значений энергий системы, если химический потенциал

равен μ, а число частиц на i уровне равно n_i.

Ответ:

$$E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu).$$

53) Запишите выражение для вероятности $P_{n_1;n_2;n_3...}$ обнаружить квантовую систему с энергией $E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu)$, если квантовая система помещена в термостат (большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц), температура термостата равна T.

Ответ:

$$P_{n_1;n_2;n_3...} = \frac{1}{Z}\exp-[\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}],$$ где Z -большая статистическая сумма.

54) Получите формулу для вычисления большой статистической суммы Z.

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum_{все\ n_1;n_2;n_3...} P_{n_1;n_2;n_3...} = 1$ равна единице, то

$$Z = \sum_{все\ n_1;n_2;n_3...} \exp[-\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}].$$

55) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического квантового ансамбля Гиббса невзаимодействующих частиц.

Ответ:

$$\Omega = -k_B T\ln(Z);\quad S = -\frac{\partial\Omega}{\partial T};\quad \bar{N} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu};\quad U = \Omega - \mu\frac{\partial\Omega}{\partial\mu} - T\frac{\partial\Omega}{\partial T};$$

56) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы фермионы. В этом случае $n_1 = 0;1;\ n_2 = 0;1;\ n_3 = 0;1;\ ...$.

Ответ:

$$Z = (1+\exp(-\beta(\varepsilon_1 - \mu)))(1+\exp(-\beta(\varepsilon_2 - \mu)))(1+\exp(-\beta(\varepsilon_3 - \mu)))....$$

$$\Omega = -k_B T\sum_{все\ i} \ln(1+\exp(-\beta(\varepsilon_i - \mu))),$$ где $\beta = \frac{1}{k_B T}$.

57) Сделайте вывод распределения Ферми.

Ответ: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$. Для Ферми частиц

$$\bar{N} = \sum_{все\ i}\frac{1}{1+\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]}.$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]+1}$ - распределение Ферми.

58) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы бозоны. В этом случае $n_i = 0;1;2;3;4;...$.

Ответ:

$$Z = \prod_i \sum_{n=0}^{n=\infty}\exp[-n\beta(\varepsilon_i - \mu)] = \prod_i \frac{1}{1-\exp[-\beta(\varepsilon_i - \mu)]},$$

$$\Omega = k_B T\sum_{все\ i}\ln(1-\exp[-\beta(\varepsilon_i - \mu)]).$$

59) Сделайте вывод распределения Бозе.

Ответ: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$. Для Бозе частиц

$$\bar{N} = \sum_{\textit{все } i} \frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}] - 1}.$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}] - 1}$ - распределение Бозе.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной и теоретической физики

Паспорт зачета

по дисциплине«Статистическая физика», 6 семестр

1. **Методика оценки**

Зачет проводится в устной (письменной) форме

Форма билета для зачета

НОВОСИБИРСКИЙГОСУДАРСТВЕННЫЙТЕХНИЧЕСКИЙУНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФТФ

Билет №_____
к зачету по дисциплине «Статистическая физика»

---

1. **Канонический ансамбль Гиббса классических систем.**
2. **Флуктуации числа частиц в большом каноническом ансамбле Гиббса классических систем.**

3. Задача Вычислить статистический интеграл Z гармонического осциллятора в термостате, найти энергию E осциллятора, а так же величины $\bar{q}$, $\bar{p}$, $\langle q^2 \rangle$ и $\langle p^2 \rangle$.

Составил, доцент Моисеев А.Г.
Утверждаю: зав. кафедрой ________ Дубровский В.Г. 01.06.2017 г.
(должность) (подпись) ФИО дата

3. **Критерии оценки**

- Ответ на билет (тест) считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет _*10*___ *баллов.*
- Ответ на билет (тест) засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные,
оценка составляет _*20*__ *баллов.*
- Ответ на билет (тест) билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов,

явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет _*30*_ *баллов.*

- Ответ на билет (тест) билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет _40_ *баллов.*

4. **Вопросы к** зачету **по дисциплине «**Статистическая физика**»**

1. Термодинамические потенциалы U,F,G,H при постоянном числе частиц:
а) возрастание энтропии в замкнутой системе при необратимом процессе;
б) ограничение работы $\delta A \le -\Delta F$ при изотермическом процессе;
в) достижение минимума потенциалами F и G в состоянии теплового равновесия;
г) чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

2. Вывод уравнения $\dfrac{\partial U}{\partial V} + P = T\dfrac{\partial P}{\partial T}$. Роль уравнения состояния и уравнения $U = U(P,V)$ в термодинамике при расчете термодинамических потенциалов:
а) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ идеального газа; (по указанию
б) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ фотонного газа; преподавателя)
в) расчет $U(V,T)$ и $S(V,T)$ газа Ван-дер-Ваальса;

3. Термодинамические потенциалы U,F,G,H,Ω,μ при переменном числе частиц.

4. Основные понятия механики Лагранжа и Гамильтона. Доказательство теоремы Лиувилля.

5. Микроканонический ансамбль Гиббса классических систем.

6. Канонический ансамбль Гиббса классических систем.

7. Теорема о равномерном распределении кинетической энергии поступательного движения по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия для классических систем.

8. Средняя потенциальная энергия молекул в состоянии термодинамического равновесия при выполнения условий: $\sum\limits_{1\le i\le N;1\le\alpha\le 3} q_i^\alpha \dfrac{\partial U_N}{\partial q_i^\alpha} = \nu U_N$ и $\lim\limits_{q_i^\alpha \to \pm\infty} U_N = \infty$. Здесь $U_N = U(q_i^\alpha)$ - потенциальная энергия молекул $1 \le i \le N$, $1 \le \alpha \le 3$, N -число частиц.

9. Вращательные степени свободы и распределение кинетической энергии по вращательным степеням свободы в состоянии теплового равновесия для классических систем (на примере жёстких двухатомных молекул).

10. Флуктуации энергии в каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

11. Большой канонический ансамбль Гиббса классических систем.

12. Флуктуации числа частиц в большом каноническом ансамбле Гиббса классических систем.

13. Квантовая система в термостате в состоянии термодинамического равновесия. Вероятность реализации состояния, средняя энергия, энтропия.

14. Большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц. Вывод распределений Бозе и Ферми.

15. Фотонный газ в состоянии термодинамического распределения. Расчет спектральной плотности равновесного теплового излучения $\rho = \rho(\omega, T)$. Вывод законов Вина и Стефана-Больцмана.

16. Электронный вырожденный нерелятивистский и релятивистский газ в состоянии теплового равновесия при T=0K.

17. Железная звезда (белый карлик). Условие перехода железной звезды в нейтронную звезду.

18. Нейтронная звезда. Условие перехода нейтронной звезды в чёрную дыру.

19. Температура чёрной дыры и время испарения чёрной дыры.

Задачи к зачёту по курсу “Статистическая физика”.

1. Вычислить статистический интеграл Z гармонического осциллятора в термостате, найти энергию E осциллятора, а так же величины $\overline{q}$, $\overline{p}$, $\left\langle q^2 \right\rangle$ и $\left\langle p^2 \right\rangle$.

2. Вычислить статистический интеграл классического ротатора в термостате. Найти энергию ротатора. Гамильтониан сферического ротатора имеет вид:

$$H = \frac{1}{2mR^2}(P_\theta^2 + \frac{P_\varphi^2}{\sin^2(\theta)}).$$

3. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Определите C_V в предельных случаях $(m_0 g H_0 / k_Б T) << 1$ и $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$, где m_0 -масса молекулы.

4. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в

однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для приращения энтропии ΔS при включении сильного поля тяжести $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$ по сравнению, когда поле тяжести отсутствует. Здесь m_0 -масса молекулы.

5. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U.

6. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала S.

7. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала F.

8. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Найдите уравнение состояния.

9. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных молекул в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Гамильтониан системы из жёстких двухатомных молекул имеет вид:

$$H = \sum_{i=1}^{i=N} [\frac{1}{2M} \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2\mu R^2} (P_{\theta_i}^2 + \frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})].$$

10. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H = \sum_{i=1}^{i=N} [\frac{1}{2M} \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2\mu R^2} (P_{\theta_i}^2 + \frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)}) - bE\cos(\theta_i)].$$

Найти изменение энтропии газа при наложении сильного электрического поля.

11. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})-bE\cos(\theta_i)].$$

Найти внутреннюю энергию газа U и теплоёмкость C_V в слабом электрическом поле.

12. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})-bE\cos(\theta_i)].$$

Найти внутреннюю энергию газа U и теплоёмкость C_V в сильном электрическом поле.

Дополнительные вопросы к зачёту

1) Какими параметрами задается состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия?
<u>Ответ</u>: Состояние изотропного вещества в состоянии термодинамического равновесия задаётся давлением P [Па], абсолютной температурой T [K], и объёмом V [м^3].

2) Как называется уравнение, связывающее давление P, температуру T и объём V между собой $f(P,T,V)=0$ в состоянии теплового равновесия?
<u>Ответ</u>: Уравнение $f(P,T,V)=0$ называется уравнением состояния.

3) Запишите уравнение состояния для идеального газа.
<u>Ответ</u>: $PV=\upsilon RT$.

4) Запишите уравнение состояния для газа Ван-дер-Ваальса.
<u>Ответ</u>: $(P+\frac{a}{V^2}\upsilon^2)(V-\upsilon b)=\upsilon RT$.

5) Запишите выражение для элементарной работы, совершаемой телом против внешних сил при отсутствии внешнего поля.
<u>Ответ</u>: $\delta A=p\delta V$.

6) Что называется внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы?
<u>Ответ</u>: Внутренней энергией U молекулярной (атомной) системы называется сумма кинетической и потенциальной энергий молекул системы.

7) Сформулируйте и запишите 1 начало термодинамики.
<u>Ответ</u>: Количество теплоты δQ, подведенное к телу, расходуется на изменение внутренней энергии dU и на совершение работы телом против внешних сил δA ($\delta Q=dU+\delta A$).

8) Сформулируйте 2 начало термодинамики.
<u>Ответ</u>: а) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла от холодного тела к горячему (формулировка Клаузиуса).

б) Невозможен такой термодинамический процесс, единственным результатом которого будет переход тепла в работу при постоянной температуре (формулировка Кельвина).

9) Запишите выражение для энтропии при бесконечно малом обратимом процессе.

Ответ: $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$.

10) Сформулируйте основное свойство энтропии при обратимых процессах.

Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе обратимым образом из состояния 1 в состояние 2 не зависит от способа перехода.

11) Проведите аналогию между энтропией S и электростатическим потенциалом φ.

Ответ: Изменение энтропии $\Delta S_{1;2}$ системы при переходе из состояния 1 в состояние 2 обратимым образом и изменение $\Delta\varphi_{1;2}$ электростатического потенциала $\varphi = \varphi(x, y, z)$ при переходе из одной точки (x_1, y_1, z_1) трехмерного пространства в другую (x_2, y_2, z_2) не зависит от способа перехода. Энтропию системы в состоянии термодинамического равновесия $S = S(V,T)$ называют термодинамическим потенциалом.

12) Назовите ещё термодинамические потенциалы, когда число частиц в системе остаётся постоянным.

Ответ: U -внутренняя энергия, $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса, $H = U + pV$ -энтальпия.

13) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: U -внутренняя энергия, $F = U - TS$ -свободная энергия, $G = F + pV$ -энергия Гиббса, $H = U + pV$ -энтальпия (число частиц в системе постоянно)? Сделайте вывод.

Ответ: а) Внутренняя энергия.

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \Rightarrow dU = TdS - pdV \Rightarrow U = U(S,V) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S};\, p = -\frac{\partial U}{\partial V};$$

б) Свободная энергия.

$$F = U - TS \Rightarrow dF = dU - TdS - SdT \Rightarrow dF = -pdV - SdT \Rightarrow F = F(V,T) \Rightarrow p = -\frac{\partial F}{\partial V};S = -\frac{\partial F}{\partial T};$$

в) Энергия Гиббса.

$$G = F + pV \Rightarrow dG = dF + pdV + Vdp \Rightarrow dG = -SdT + Vdp \Rightarrow G = G(T,p) \Rightarrow S = -\frac{\partial G}{\partial T};V = \frac{\partial G}{\partial p};$$

г) Энтальпия.

$$H = U + pV \Rightarrow dH = dU + pdV + Vdp \Rightarrow dH = TdS + Vdp \Rightarrow H = H(S,p) \Rightarrow T = \frac{\partial H}{\partial S};V = \frac{\partial H}{\partial p};$$

14) Назовите основное свойство энтропии S для замкнутых систем при необратимых процессах.

Ответ: Если замкнутая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2, то энтропия состояния 2 S_2 больше, чем энтропия состояния 1 S_1 при условии, что состояния 1 и 2- равновесные ($S_1 < S_2$).

15) Назовите основное свойство свободной энергии F для термодинамической системы при постоянной температуре T и объёме V.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и объёме V, а состояния 1 и 2 равновесные, то свободная энергия F_2 конечного состояния 2 меньше, чем свободная энергия F_1 начального состояния 1 ($F_2 < F_1$).

16) Назовите основное свойство работы δA_{12}, совершаемое термодинамической системой против внешних сил, при необратимом переходе из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T, а состояния 1 и 2 равновесные, то работа δA_{12}, совершаемая термодинамической системой против внешних сил, удовлетворяет неравенству $\delta A_{12} < -(F_2 - F_1)$.

17) Назовите основное свойство потенциала Гиббса G для термодинамической системы при постоянной температуре T и давлении p.

Ответ: Если термодинамическая система необратимо переходит из состояния 1 в состояние 2 при постоянной температуре T и давлении p, а состояния 1 и 2 равновесные, то потенциал Гиббса G_2 конечного состояния 2 меньше, чем потенциал Гиббса G_1 начального состояния 1 ($G_2 < G_1$).

18) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном объёме при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению внутренней энергии ΔU_{12} системы.

19) Чему равно количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2?

Ответ: Количество теплоты δQ_{12}, полученное системой при постоянном давлении при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно изменению энтальпии ΔH_{12} системы.

20) Запишите выражение для приращения внутренней энергии dU при условии, что число частиц в системе N может меняться.

Ответ: Приращение внутренней энергии dU, когда число частиц N в термодинамической системе постоянно, равно $dU = TdS - pdV$. Если внутренняя энергия U пропорциональна числу частиц N, то приращение внутренней энергии dU можно представить в виде $dU = TdS - pdV + \mu dN \Rightarrow U = U(S,V,N) \Rightarrow T = \frac{\partial U}{\partial S}; p = -\frac{\partial U}{\partial V}; \mu = \frac{\partial U}{\partial N};$

21) Приведите примеры систем, когда полная энергия системы U не пропорциональна числу частиц в системе N.

Ответ: Электростатическая энергия отрицательно заряженного металлического шара равна $U = \frac{1}{2} k_o \frac{Q^2}{R}$, где R -радиус шара, Q-заряд шара, распределённый по поверхности шара. В этом случае $Q = -N_e q_e$, где q_e-элементарный заряд, N_e-число электронов, определяющих заряд шара. Это в итоге дает выражение для электростатической энергии заряженного шара $U = \frac{1}{2} k_o \frac{q_e^2}{R} N_e^2$. Аналогично можно показать, что энергия гравитирующего шара радиуса R массы M, когда вещество равномерно распределено по объёму, равна $U=-\frac{3}{5}G\frac{M^2}{R}$. Поскольку полная масса M равна Nm, где m-масса одной частицы из которых состоит шар, то энергия гравитирующего шара равна $U=-\frac{3}{5}G\frac{m^2}{R}N^2$.

22) Назовите другие термодинамические потенциалы, когда число частиц N в системе может изменяться, но полная энергия U пропорциональна числу частиц N.
Ответ: $F=U-TS$-свободная энергия, $G=F+pV$-энергия Гиббса,
$H=U+pV$-энтальпия, $\Omega=F-G$-омега потенциал, μ-химический потенциал, S-энтропия.

21) От каких переменных зависят термодинамические потенциалы: $F=U-TS$-свободная энергия, $G=F+pV$-энергия Гиббса, $H=U+pV$-энтальпия, $\Omega=F-G$-омега потенциал, μ-химический потенциал, когда число частиц N в системе может меняться, но полная энергия пропорциональна числу частиц в системе? Сделайте вывод.
Ответ: а) Свободная энергия.

$$F=U-TS\Rightarrow dF=dU-TdS-SdT\Rightarrow dF=-pdV-SdT+\mu dN\Rightarrow F=F(V,T,N)\Rightarrow p=-\frac{\partial F}{\partial V};S=-\frac{\partial F}{\partial T};\mu=\frac{\partial F}{\partial N}$$

б) Энергия Гиббса.

$$G=F+pV\Rightarrow dG=dF+pdV+Vdp\Rightarrow dG=-SdT+Vdp+\mu dN\Rightarrow G=G(T,p,N)\Rightarrow S=-\frac{\partial G}{\partial T};V=\frac{\partial G}{\partial p};\mu=\frac{\partial G}{\partial N};$$

или $$G=N\cdot f(T,P)\Rightarrow\frac{\partial G}{\partial N}=f(T,P)=\mu\Rightarrow G=\mu N;$$

в) Энтальпия.

$$H=U+pV\Rightarrow dH=dU+pdV+Vdp\Rightarrow dH=TdS+Vdp+\mu dN\Rightarrow H=H(S,p)\Rightarrow T=\frac{\partial H}{\partial S};V=\frac{\partial H}{\partial p};\mu=\frac{\partial H}{\partial N};$$

г) Омега потенциал.

$$\Omega=F-G\Rightarrow\Omega=F-\mu N\Rightarrow d\Omega=dF-d(\mu N)\Rightarrow-pdV-SdT-Nd\mu\Rightarrow\Omega=\Omega(V,T,\mu);$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial V}=-p;\frac{\partial\Omega}{\partial T}=-S;\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}=-N;$$

или $\Omega=F-G\Rightarrow dF-d(G)\Rightarrow-pdV-Vdp\Rightarrow\Omega=-pV;$

д) Химический потенциал.

$$G=\mu N\Rightarrow dG=\mu dN+Nd\mu;$$

так как $dG=-SdT+Vdp+\mu dN$, то $-SdT+Vdp+\mu dN=\mu dN+Nd\mu\Rightarrow d\mu=-\frac{S}{N}dT+\frac{V}{N}dp\Rightarrow\mu=\mu(T,p);$

22) Как задаётся состояние механической системы в рамках гамильтоновой механики?
Ответ: Состояние механической системы в рамках классической гамильтоновой механики задаётся обобщёнными координатами $q_i=q_i(t)$ и обобщенными импульсами $p_i=p_i(t)$, заданными как функции времени t, где $i=1;2;3;...N$, а $N-$число степеней свободы.

23) Каким уравнениям удовлетворяют обобщённые координаты $q_i=q_i(t)$ и обобщенные импульсы $p_i=p_i(t)$?
Ответ: Обобщённые координаты $q_i=q_i(t)$ и обобщенные импульсы $p_i=p_i(t)$ удовлетворяют уравнениям Гамильтона:

$$\dot{q}_i(t)=\frac{\partial H(q_j,p_j)}{\partial p_i};\quad\dot{p}_i(t)=-\frac{\partial H(q_j,p_j)}{\partial q_i},$$

где $H=H(q_j,p_j)$-гамильтониан системы.

24) Что нужно задать, чтобы решить уравнения Гамильтона?

Ответ: Для решения уравнений Гамильтона нужно задать начальные значения обобщённых координат $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и начальные значения обобщённых импульсов $p_{io} = p_i(t = t_o)$. Здесь $t = t_o$-начальный момент времени. Задание начального состояния системы $q_{io} = q_i(t = t_o)$ и $p_{io} = p_i(t = t_o)$ полностью определяет решение гамильтоновых уравнений $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$ при $t > t_o$.

25) Какое пространство называется фазовым и для чего оно служит?

Ответ: Действительное пространство, размерность которого равна $2N$, где N-число степеней свободы механической системы, называется фазовым пространством. Состояние механической системы в какой-либо момент времени задаётся точкой в фазовом пространстве, координаты этой точки есть значения обобщённых координат и обобщённых импульсов механической системы в этот момент времени. С течением времени значения обобщённых координат и обобщённых импульсов изменяются, и точка, изображающая механическую систему в фазовом пространстве движется, образуя траекторию в фазовом пространстве.

26) Докажите, что траектории, описывающие эволюцию систем в фазовом пространстве, не пересекаются.

Ответ: Пересечение траекторий в фазовом пространстве в какой-либо момент времени $t = t_o$ в точке $\{q_{io}; p_{io}\}$, где $i = 1;2;3;...N$, означало бы, что система гамильтоновых уравнений

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i}$$

для $t > t_o$ имеет многозначные решения $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$.

27) Запишите определение классических скобок Пуассона.

Ответ: Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$ и $G = G(q_i, p_i, t)$-функции, заданные на точках фазового пространства. Классическими скобками Пуассона называется величина

$$\{F, G\}_{кл.} = \sum_{i=1}^{i=N} \left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial G}{\partial q_i}\right).$$

28) Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$-функция, заданная на точках фазового пространства, $H = H(q_i, p_i)$-гамильтониан системы. Запишите для этой функции уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}.$$

29) Докажите теорему. Пусть $F = F(q_i, p_i)$-функция, заданная на точках фазового пространства и $H = H(q_i, p_i)$- гамильтониан системы. Покажите, что если $\{F, H\}_{кл.} = 0$, то $F = F(q_i, p_i)$-интеграл движения, то есть $\frac{d}{dt}F = 0$.

Ответ: По условию теоремы $\{F, H\}_{кл.} = 0$ и $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, тогда из утверждения

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$$

следует $\frac{d}{dt}F = 0$.

30) Если функция $F = F(q_i, p_i)$, заданная на точках фазового пространства, зависит только от интегралов движения C_j ($F = F(C_j)$), то чему равна классическая скобка Пуассона $\{F, H\}_{кл.}$?

Ответ: В этом случае $\frac{dF}{dt} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, и из $\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \{F, H\}_{кл.}$ следует, что $\{F, H\}_{кл.} = 0$.

31) Дайте определение ансамбля механических систем.
Ответ: Совокупность одинаковых механических систем, имеющих одинаковый гамильтониан $H = H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы, называется ансамблем при условии, что начальные состояния систем различны.

32) Дайте определение плотности точек $\rho(q_i, p_i, t)$ для ансамбля механических систем в фазовом пространстве.

Ответ: Плотностью точек $\rho(q_i, p_i, t)$ называется величина $\rho(q_i, p_i, t) = \frac{dN'}{d\Gamma}$, где dN' -число элементов ансамбля, находящихся в элементе объёма фазового пространства $d\Gamma = dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N$.

33) Запишите для плотности точек $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ уравнение движения в форме скобок Пуассона.
Ответ:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.}.$$

34) Сформулируйте теорему Лиувилля.
Ответ: Скорость изменения плотности точек ансамбля в фазовом пространстве в окрестности одной из точек, соответствующей какому-либо элементу ансамбля равна нулю.

$$\frac{d\rho}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0.$$

35) Дайте определение микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ: Микроканоническим ансамблем Гиббса классических систем называется совокупность атомных (молекулярных) систем имеющих одинаковый гамильтониан $H(q_i, p_i); i = 1; 2; 3; ...N$, где N -число степеней свободы каждого элемента ансамбля. Все атомные системы находятся в одинаковых сосудах. Теплообмен между стенками каждого сосуда и атомной системой отсутствует. Энергии E_j элементов ансамбля находятся в очень узкой полосе $E < E_j < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Плотность точек, описывающих микроканонический ансамбль в фазовом пространстве не зависит от времени t ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$).

36) Чему равна классическая скобка Пуассона $\{\rho, H\}_{кл.}$ для микроканонического ансамбля Гиббса?
Ответ: Поскольку теорема Лиувилля для микроканонического ансамбля Гиббса выполняется $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0$, а $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, то $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$.

37) От каких параметров зависит плотность точек микроканонического ансамбля Гиббса в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$?

Ответ: Так как для микроканонического ансамбля Гиббса $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и $\frac{d\rho}{dt} = 0$, то плотность точек в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ зависит только от интегралов движения $\rho = \rho(E, \vec{L}, \vec{P})$, где $E -$ энергия, $\vec{P} -$ импульс, $\vec{L} -$ момент импульса. Если для каждого элемента ансамбля $\vec{P} = 0$ и $\vec{L} = 0$, то $\rho = \rho(E)$, то есть плотность точек в фазовом пространстве зависит только от энергии элемента ансамбля. Поскольку энергии E_j элементов ансамбля сохраняются (теплообмена нет) и все E_j лежат в очень узкой области $E < E_j < E + \Delta E$ $(\Delta E << E)$, то плотность $\rho = \rho(E)$ точек микроканонического ансамбля Гиббса в этой области есть константа ($\rho(E) = \rho_o$).

38) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства $\Delta\Gamma$, в котором движутся точки, соответствующие элементам микроканонического ансамбля.
Ответ:

$$\Delta\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{E<H(q_i,p_i)<E+\Delta E} dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N \ , \qquad \text{где } \Delta E << E .$$

39) Запишите выражение для величины объёма фазового пространства Γ, в каждой точке которого энергия элемента микроканонического ансамбля меньше E .
Ответ:

$$\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{H(q_i,p_i)<E} dq_1 dq_2 ... dq_N dp_1 dp_2 ... dp_N \ .$$

40) Запишите выражение для энтропии микроканонического ансамбля.
Ответ:

$$S(E,V,N) = k_B \ln(\Delta\Gamma(E,V,N)) \text{ или } S(E,V,N) = k_B \ln(\Gamma(E,V,N)) \text{ или } S(E,V,N) = k_B \ln(g(E,V,N)) ,$$

где $g(E,V,N) = \dfrac{\Delta\Gamma(E,V,N)}{\Delta E}$.

41) Запишите выражение для температуры микроканонического ансамбля.
Ответ:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(E,V,N)}{\partial E} \text{ при } V - const; \ \ N - const \ .$$

42) Дайте определение канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T , число атомов в полости каждого термостата одинаково во всех элементах ансамбля $N - const$, число атомов в стенках каждого термостата $N_T - const$ одинаково во всех элементах ансамбля ($N << N_T$). Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ... \vec{q}_N) \ .$$

43) Запишите выражение для плотности точек в фазовом пространстве системы атомов в полости термостата.
Ответ:

$$\rho(\vec{q}_1...\vec{q}_N \vec{p}_1...\vec{p}_N) = \exp[\frac{F - H(\vec{q}_1...\vec{q}_N, \vec{p}_1...\vec{p}_N)}{k_B T}], \text{ где } H(\vec{q}_1...\vec{q}_N, \vec{p}_1...\vec{p}_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ...\vec{q}_N) .$$

44) Запишите выражение для статистического интеграла канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ:

$$Z_N = \frac{1}{h^{3N} N!} \int \exp[-\frac{H(\vec{q}_1...\vec{q}_N, \vec{p}_1...\vec{p}_N)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N .$$

45) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z_N), \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad U = F + TS .$$

46) Дайте определение большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов N в полости каждого термостата может изменяться, число атомов в стенках каждого термостата N_T может изменяться ($N << N_T$). Число атомов в полости каждого термостата и в стенках каждого термостата одно и тоже во всех элементах большого канонического $N + N_T = N_o - const$ ансамбля Гиббса. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E << E$. Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ...\vec{q}_N) .$$

47) Запишите выражение для большого статистического интеграла.
Ответ:

$$\xi = \sum_{N=0}^{N=\infty} \int \exp[\frac{\mu N - H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N .$$

48) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.
Ответ:

$$\Omega = -k_B T \ln(\xi); \quad S = -\frac{\partial \Omega}{\partial T}; \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}; \quad U = \Omega - \mu \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} - T \frac{\partial \Omega}{\partial T};$$

49) Квантовая система характеризуется энергетическим спектром $\{E_n\}$. Кратность вырождения уровней $\{g_n\}$ известна. Запишите выражение для вероятности P_n обнаружить квантовую систему на n энергетическом уровне, если квантовая система помещена в

термостат, температура которого T.

Ответ:

$$P_n = \frac{g_n}{Z}\exp-[\frac{E_n}{k_B T}],$$ где Z -статистическая сумма.

50) Получите формулу для вычисления статистической суммы Z.

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum\limits_{все\ n} P_n = 1$ равна единице, то $Z = \sum\limits_{все\ n} g_n \exp[-\frac{E_n}{k_B T}]$.

51) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U квантовой системы в термостате.

Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z), \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad U = F + TS.$$

52) Энергетический спектр частиц $\{\varepsilon_i\}$ известен, взаимодействие между частицами отсутствует. Запишите выражение для возможных значений энергий системы, если химический потенциал равен μ, а число частиц на i уровне равно n_i.

Ответ:

$$E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu).$$

53) Запишите выражение для вероятности $P_{n_1;n_2;n_3...}$ обнаружить квантовую систему с энергией $E_{n_1;n_2;n_3...} = \sum\limits_{все\ i} n_i(\varepsilon_i - \mu)$, если квантовая система помещена в термостат (большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц) , температура термостата равна T.

Ответ:

$$P_{n_1;n_2;n_3...} = \frac{1}{Z}\exp-[\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}],$$ где Z -большая статистическая сумма.

54) Получите формулу для вычисления большой статистической суммы Z.

Ответ:

Поскольку полная вероятность $\sum\limits_{все\ n_1;n_2;n_3...} P_{n_1;n_2;n_3...} = 1$ равна единице, то

$$Z = \sum_{все\ n_1;n_2;n_3...} \exp[-\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}].$$

55) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического квантового ансамбля Гиббса невзаимодействующих частиц.

Ответ:

$$\Omega = -k_B T \ln(Z); \quad S = -\frac{\partial \Omega}{\partial T}; \quad \bar{N} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}; \quad U = \Omega - \mu\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} - T\frac{\partial \Omega}{\partial T};$$

56) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы фермионы. В этом случае $n_1 = 0;1; \quad n_2 = 0;1; \quad n_3 = 0;1; \ldots$.

Ответ:

$$Z = (1+\exp(-\beta(\varepsilon_1 - \mu)))(1+\exp(-\beta(\varepsilon_2 - \mu)))(1+\exp(-\beta(\varepsilon_3 - \mu)))\ldots.$$

$$\Omega = -k_B T \sum_{все\ i} \ln(1+\exp(-\beta(\varepsilon_i - \mu)))\text{, где } \beta = \frac{1}{k_B T}.$$

57) Сделайте вывод распределения Ферми.

Ответ: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$. Для Ферми частиц

$$\bar{N} = \sum_{все\ i} \frac{1}{1+\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]}.$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]+1}$ - распределение Ферми.

58) Получите выражение для большой статистической суммы и Ω-потенциала, когда частицы бозоны. В этом случае $n_i = 0;1;2;3;4;...$.

Ответ:

$$Z = \prod_i \sum_{n=0}^{n=\infty} \exp[-n\beta(\varepsilon_i - \mu)] = \prod_i \frac{1}{1-\exp[-\beta(\varepsilon_i - \mu)]},$$

$$\Omega = k_B T \sum_{все\ i} \ln(1-\exp[-\beta(\varepsilon_i - \mu)]).$$

59) Сделайте вывод распределения Бозе.

Ответ: Среднее число частиц в термостате есть $\bar{N} = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}$. Для Бозе частиц

$$\bar{N} = \sum_{все\ i} \frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]-1}.$$

Здесь $\frac{1}{\exp[\frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T}]-1}$ - распределение Бозе.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной и теоретической физики

Паспорт
расчетно-графического задания (работы)

по дисциплине«Статистическая физика», 6 семестр

1. **Методика оценки**

В рамках расчетно-графического задания (работы)по дисциплине студенты решить задачи, которые им предложены.

Студенты должны объяснить решения своих задач.

2. **Критерии оценки**

Работа считается **не выполненной,** если решены не все задачи.

Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если задачи решены, но даётся фрагментарное объяснение задач. Оценка составляет в этом случае 20 баллов.

Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если решены все задачи, но недостаточно чётко даётся объяснение законов, лежащих в основе явлений. Оценка в этом случае составляет 40 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если решены все задачи и чётко даётся объяснение законов, лежащих в основе явлений. Оценка в этом случае составляет 60 баллов.

3. **Шкала оценки**

Баллы набранные студентами при защите РГЗ суммируютя с баллами набранными при сдаче зачёта

4. **Задачи для РГЗ**

1. Вычислить статистический интеграл Z гармонического осциллятора в термостате, найти энергию E осциллятора, а так же величины $\overline{q}$, $\overline{p}$, $\left\langle q^2 \right\rangle$ и $\left\langle p^2 \right\rangle$.

2. Вычислить статистический интеграл классического ротатора в термостате. Найти энергию ротатора. Гамильтониан сферического ротатора имеет вид:

$$H = \frac{1}{2mR^2}(P_\theta^2 + \frac{P_\varphi^2}{\sin^2(\theta)}).$$

3. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0.

Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Определите C_V в предельных случаях $(m_0 g H_0 / k_Б T) << 1$ и $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$, где m_0 -масса молекулы.

4. Для классического идеального нерелятивистского газа из N молекул, находящегося в однородном поле тяжести, в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Газ находится в цилиндрическом сосуде высотой H_0. Площадь поперечного сечения цилиндра S_0. Сила тяжести параллельна оси цилиндра, ускорение свободного падения обозначить g. Получите выражение для приращения энтропии ΔS при включении сильного поля тяжести $(m_0 g H_0 / k_Б T) >> 1$ по сравнению, когда поле тяжести отсутствует. Здесь m_0 -масса молекулы.

5. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U.

6. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала S.

7. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала F.

8. Для классического идеального нерелятивистского газа в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Найдите уравнение состояния.

9. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных молекул в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Получите выражение для термодинамического потенциала U. Гамильтониан системы из жёстких двухатомных молекул имеет вид:

$$H = \sum_{i=1}^{i=N} [\frac{1}{2M} \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2\mu R^2} (P_{\theta_i}^2 + \frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)})].$$

10. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H = \sum_{i=1}^{i=N} [\frac{1}{2M} \vec{P}_i^2 + \frac{1}{2\mu R^2} (P_{\theta_i}^2 + \frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)}) - bE\cos(\theta_i)].$$

Найти изменение энтропии газа при наложении сильного электрического поля.

11. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}\left[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}\left(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)}\right)-bE\cos(\theta_i)\right].$$

Найти внутреннюю энергию газа U и теплоёмкость C_V в слабом электрическом поле.

12. Для классического идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в рамках канонического ансамбля Гиббса рассчитайте статистический интеграл Z. Гамильтониан идеального нерелятивистского газа из жёстких двухатомных электрических диполей в однородном электрическом поле имеет вид:

$$H=\sum_{i=1}^{i=N}\left[\frac{1}{2M}\vec{P}_i^2+\frac{1}{2\mu R^2}\left(P_{\theta_i}^2+\frac{P_{\varphi_i}^2}{\sin^2(\theta_i)}\right)-bE\cos(\theta_i)\right].$$

Найти свободную энергию газа F.

13.. Доказать, что если все частицы вещества подчиняются законам классической нерелятивистской физики, т.е. гамильтониан частиц вещества имеет вид:

$$H(\vec{q}_i;\vec{p}_i)=\sum_{i=1}^{i=N}\frac{1}{2m_i}(\vec{p}_i-\frac{e}{c}\vec{A}_i(\vec{q}_i))^2+U(\vec{q}_1;...\vec{q}_N),$$

то в состоянии термодинамического равновесия в статическом магнитном поле магнитный момент такого вещества равен нулю.

14. Вычислить классическую и квантовую статистические суммы из N невзаимодействующих осцилляторов. Собственные частоты осцилляторов равны ω_0.

15. Вычислить статистический интеграл классического сферического маятника (ротатор в однородном поле тяжести) в термостате. Найти энергию сферического маятника в термостате. Ускорение свободного падения равно g.

16. Вычислить статистическую сумму квантового ротатора в термостате. Найти энергию этого ротатора.

17. Найти скорость звука в идеальном газе.

18. Найти скорость звука в газе Ван-дер-Ваальса.

19. 1 моль газа Ван-дер-Ваальса продавливается через пористую перегородку. Начальные объем и температура газа равны V_1, T_1, конечный объем (после продавливания)- V_2. Найти изменение температуры газа после продавливания ΔT, если при продавливании газа через пористую перегородку давления газа в частях сосуда остаются неизменными.

20. Найти $c_p - c_v$ для газа Ван-дер-Ваальса. Здесь c_p-молярная теплоемкость при постоянном давлении, c_v-молярная теплоемкость при постоянном объеме.

21. Найти энтропию S и теплоемкость фотонного газа при постоянном давлении C_v.

22. Тело подчиняется уравнению состояния

$$PV^{1.2} = 10^9 T^{1.1}.$$

Если объём тела равен V_0, то теплоёмкость равна константе C_V. Выразите энергию и энтропию тела как функцию V и T.