

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра инженерной математики

“УТВЕРЖДАЮ”

ДЕКАН АВТФ

к.т.н. Рева И. Л.

“ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ

Образовательная программа: 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, профиль:
Биотехнические и робототехнические системы

Курс: 1, семестры : 1 2

Факультет автоматизации и вычислительной техники

№	Вид деятельности	Семестр	
		1	2
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	7	6
2	Всего часов	252	216
3	Всего занятий в контактной форме, час.	167	164
4	Лекции, час.	72	72
5	Практические занятия, час.	72	72
6	Лабораторные занятия, час.	0	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	10	8
8	Аттестация, час.	2	2
9	Консультации, час.	21	18
10	Самостоятельная работа, час.	85	52
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	РГЗ контр.	РГЗ контр.
12	Вид аттестации	Э	Э

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

ФГОС введен в действие приказом №216 от 12.03.2015 г. , дата утверждения: 08.04.2015 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, базовая

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ИМ, протокол заседания кафедры №4 от 20.06.2017

Утверждена на совете факультета автоматики и вычислительной техники, протокол № 6 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, к.ф-м.н. Шеремет О. В.

Заведующий кафедрой:

профессор, д.ф-м.н. Селезнев В. А.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Прохоренко Е. В.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.1 способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики; в части следующих результатов обучения:
32. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности
34. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира
35. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность
у1. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств
у3. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
Математический анализ	
ОПК.1.32 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	
1. о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;	Лекции; Самостоятельная работа
2. о математическом анализе как важнейшем разделе математики, используемом в современном математическом моделировании	Лекции; Самостоятельная работа
3. основные понятия курса высшей математики: предел последовательности и функции, производная и частные производные, дифференциал, интеграл Римана от функции одной переменной, несобственные интегралы и кратные интегралы, обыкновенное дифференциальное уравнение, числовой ряд, степенной ряд, ряд Фурье, интеграл Фурье;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.35 знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность	
4. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.34 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
5. постановку и методы решения основных задач, связанных с перечисленными выше понятиями	Лекции; Самостоятельная работа
ОПК.1.у1 уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств	
6. выбирать методы решения задач на основе анализа построенной математической модели.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у3 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
7. строить графики функций в декартовой и полярной системах координат, вычислять пределы последовательностей и функций;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
8. дифференцировать функции одной переменной, заданные явно, параметрически и неявно; проводить полное их исследование с использованием методов дифференциального исчисления; дифференцировать функции многих переменных;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

9. переводить информацию с языка конкретной задачи на язык математических символов и строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
10. вычислять неопределенные и определенные интегралы (в том числе несобственные) с помощью основных методов интегрирования, использовать интегральное исчисление при решении задач геометрии и физики	Практические занятия; Самостоятельная работа
11. вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы и использовать их при решении задач геометрии и физики;	Практические занятия; Самостоятельная работа
12. находить общие решения и решения задач Коши для основных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, решать простейшие системы обыкновенных дифференциальных уравнений;	Практические занятия; Самостоятельная работа
13. определять сходимость числовых и функциональных рядов, представлять функции в виде рядов Тейлора и Фурье и в виде интеграла Фурье;	Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Элементы теории функций и функционального анализа				
1. 1.1. Отображение множеств. 1.2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. 1.3. Функция одной переменной. Предел функции в точке. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы. Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы. 1.4. Непрерывность функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций непрерывных в точке и на отрезке. Точки разрыва и их классификация.	0	14	1, 3, 5, 7	работа с конспектом
Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной				

2. 2.1. Производная функции, ее геометрический смысл. Производная суммы, произведения, частного функций. 2.2. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Производная функции, заданной параметрически и неявно. 2.3. Дифференциал функции. Связь дифференциала и производной функции. Геометрический смысл дифференциала. Производные высших порядков. 2.4. Теоремы Ферма, Ролля. Формула Тейлора. Правило Лопиталя. 2.5. Условия возрастания и убывания функции. Точки экстремума. Необходимые и достаточные условия экстремума. Отыскание наименьшего и наибольшего значения функций, непрерывных на отрезке. 2.6. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема исследования и построения графика функции.	0	18	3, 4, 5	работа с конспектом
Дидактическая единица: Интегральное исчисление функций одной действительной переменной				

3. 3.1. Понятие первообразной функции, её свойства. Неопределенный интеграл, его свойства. Основная таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования (подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, замена переменной). 3.2. Теорема о разложении рациональной дроби на сумму простейших. Интегрирование рациональных функций. 3.3. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. 3.4. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. 3.5. Основные методы вычисления определенных интегралов. 3.6. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций. 3.7. Приложение определенного интеграла к задачам гео-метрии: вычисление площадей плоских фигур, длины дуги кривой, объёма тел по их поперечному сечению и объёма тел вращения.	0	24	2, 3, 5	работа с конспектом
Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных				
4. 4.1. Понятие функции многих переменных. Область определения, предел и непрерывность. 4.2. Частные производные. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 4.3. Экстремумы функции 2-х переменных. Необходимое и достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутой области. 4.4. Элементы векторного анализа: производная скалярного поля по направлению. Градиент.	0	16	3, 5, 6, 8	работа с конспектом
Семестр: 2				

Дидактическая единица: Интегральное исчисление функций нескольких действительных переменных

5. 5.1. Определения двойного и тройного интегралов, их основные свойства.
5.2. Понятие повторного интеграла. Вычисление двойных и тройных интегралов в декартовых координатах.
5.3. Понятие о криволинейной системе координат. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Замена переменных в кратных интегралах.
5.4. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их основные свойства, вычисление. Физические приложения.
5.5. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

0

20

1, 2, 3, 5, 6, 9

работа с конспектом

Дидактическая единица: Дифференциальные уравнения

6. 6.1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка, основные понятия. Общее решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах). 6.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. 6.3. Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Структура общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. 6.4. Метод вариации произвольных постоянных. Уравнения с правой частью специального вида. 6.5. Понятие системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальная форма. Структура общего решения. 5.6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение в случае простых действительных корней характеристического уравнения.	0	26	1, 2, 3, 5	работа с конспектом
Дидактическая единица: Ряды и элементы гармонического анализа				

7. 7.1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. 7.2. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. 7.3. Функциональные ряды, область сходимости функционального ряда. Понятие равномерной сходимости. 7.4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенные ряды. 7.5. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Фурье. 6.5 Ортогональные системы функций. Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. 6.6. Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций, заданных на интервале . Формулировка условий разложимости функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций по косинусам или синусам, заданных на . 6.7. Ряд Фурье в комплексной форме. 6.8. Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме.	0	26	1, 2, 3, 4, 5	работа с конспектом
---	---	----	---------------	---------------------

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Элементы теории функций и функционального анализа				

1. 1.1. Элементарные функции, их свойства, графики. 1.2. Графики функций, заданных параметрически и в полярной системе координат. 1.3. Предел последовательности. 1.4. Предел функции в точке и на бесконечности. Алгебраические свойства предела. 1.5. Первый и второй замечательные пределы. 1.6. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.	2	16	3, 7	выделяют основные элементарные функции, графики которых используются для преобразований; строят линии, заданные параметрическим способом и в полярной системе координат; выясняют характер неопределённости при вычислении предела; выбирают способ раскрытия неопределённости; исследуют функции на непрерывность; классифицируют точки разрыва.
Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной				
2. 2.1. Производная функции в точке. Геометрический смысл. 2.2. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически и неявно. 2.3. Правило Лопиталя. 2.4. Монотонность функции, экстремум функции. Необходимые и достаточные условия монотонности и экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. 2.5. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия перегиба. Асимптоты кривых. 2.6. Общая схема исследования функции и построение графиков.	2	20	7, 8	выбирают приёмы дифференцирования в зависимости от способа задания функции; совершенствуют технику дифференцирования сложных функций; применяют понятие производной при решении задач с геометрическим содержанием; анализируют возможность применения правила Лопиталя при вычислении пределов; исследуют функции методами дифференциального исчисления; проверяют соответствие результатов исследования и их графического представления.
Дидактическая единица: Интегральное исчисление функций одной действительной переменной				

3. 3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. 3.2. Таблица основных формул интегрирования. Интегрирование подведением под знак дифференциала, по частям и заменой переменной. 3.3. Интегрирование рациональных функций. 3.4. Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональностей. 3.5. Определенный интеграл и его вычисления. 3.6. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения. 3.7. Несобственные интегралы . 3.6. Несобственные интегралы. 3.7. Геометрические приложения определенного интеграла.	4	20	10, 7, 9	осваивает простейшие приёмы интегрирования; проверяет результат интегрирования дифференцированием; выбирает и обосновывает способы интегрирования функций различного типа; выбирает систему координат и нужную формулу при вычислении площадей фигур, длин дуг, объемов тел вращения. применяет определённый интеграл при решении задач с геометрическим содержанием; классифицирует несобственные интегралы; исследует несобственные интегралы на сходимость.
--	---	----	----------	--

Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных

4. 4.1. Область определения функции многих переменных; 4.2. Частные производные и дифференциал функции многих переменных; 4.3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 4.4. Экстремумы функции двух переменных. Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения в замкнутой области. 4.5. Производная скалярного поля по направлению. Градиент.	2	16	7, 8	сравнивают понятия области определения и производной для функций одной и двух переменных; осваивают технику дифференцирования функции многих переменных; исследуют функции двух переменных на экстремум, наибольшее и наименьшее значения в замкнутой области; вычисляют скорость изменения скалярного поля в заданом направлении, определяют направление наибольшего изменения.
--	---	----	------	--

Семестр: 2

Дидактическая единица: Интегральное исчисление функций нескольких действительных переменных

5. 5.1. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле; 5.2.. Вычисление двойного и тройного интегралов в прямоугольных координатах; 5.3. Замена переменных в кратных интегралах. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл в цилиндрических координатах; 5.4. Вычисление объёма тел с помощью кратных интегралов. 5.5. Вычисление криволинейных интегралов первого рода и второго рода 4.9. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Формула Грина. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Вычисление потенциала векторного поля; 4.10. Приложения криволинейных интегралов.	2	24	11	выбирают систему координат для рационального вычисления интегралов; используют кратные интегралы при решении задач с геометрическим содержанием. сравнивают криволинейные интегралы первого и второго рода и применяют необходимый интеграл при решении конкретной задачи; используют криволинейные интегралы при решении некоторых физических задач.
--	---	----	----	--

Дидактическая единица: Дифференциальные уравнения

6. 6.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши. 6.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее решение. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. 6.3. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. 6.4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации постоянных. 6.5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида. 6.6. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения. 5.7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение в случае простых корней характеристического уравнения.	4	28	12, 6, 9	определяют тип дифференциальных уравнений; выбирают соответствующие методы решения; составляют алгоритм решения линейных неоднородных уравнений с правой частью специального вида; используют дифференциальные уравнения при решении задач с физическим и геометрическим содержанием.
--	---	----	----------	--

Дидактическая единица: Ряды и элементы гармонического анализа

7. 7.1. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. 7.2. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. 7.3. Область сходимости функционального ряда. 7.4. Степенные ряды. Радиус сходимости. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенные ряды. 7.5. Ряд Фурье по тригонометрической системе функций. Условие Дирихле. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. 7.6. Ряд Фурье в комплексной форме. 6.7. Интеграл Фурье.	2	20	13, 4	подбирают признак для рационального исследования числовых рядов на сходимость; находят область сходимости функциональных рядов; представляют функции в виде степенных рядов, выполняют приближенные вычисления, оценивают погрешность; представляют функции в виде ряда Фурье в действительной и комплексной форме, а также в виде интеграла Фурье.
---	---	----	-------	---

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 1				
1	защита типового расчета	10, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	16	8
решение пробного варианта, размещенного в электронном курсе, подробная информация приведена в приложении №3 : Максименко В. Н. 100 вопросов по математическому анализу [Электронный ресурс]. Ч. 1 : электронный учебник для 1 курса всех форм обучения технических направлений / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. - Пер. свидетельство 0320802162.				
2	РГЗ	10, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	15	10
решение задач индивидуального варианта типового расчета , подробная информация приведена в приложении №4 : Максименко В. Н. 100 вопросов по математическому анализу [Электронный ресурс]. Ч. 1 : электронный учебник для 1 курса всех форм обучения технических направлений / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. - Пер. свидетельство 0320802162.				
3	Подготовка к занятиям	1, 2, 3, 4, 5	38	0
работа с конспектом, учебной литературой, электронным курсом. Решение задач (домашние задания), подробная информация приведена в приложениях №1 №2 : Максименко В. Н. 100 вопросов по математическому анализу [Электронный ресурс]. Ч. 1 : электронный учебник для 1 курса всех форм обучения технических направлений / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. - Пер. свидетельство 0320802162.				
4	Подготовка к аттестации	1, 10, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	16	3

повторение теоретического материала, изученного в семестре, алгоритмов решения типовых задач, подробная информация приведена в приложении №2 : Максименко В. Н. 100 вопросов по математическому анализу [Электронный ресурс]. Ч. 1 : электронный учебник для 1 курса всех форм обучения технических направлений / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594 . - Пер. свидетельство 0320802162.				
Семестр: 2				
1	защита типового расчета	11, 12, 13, 3, 4, 5	6	5
решение пробного варианта, размещенного в электронном курсе, подробная информация приведена в приложении №6 : Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана.				
2	РГЗ	11, 12, 13, 3, 4, 5	9	8
решение задач индивидуального варианта типового расчета , подробная информация приведена в приложении №7 : Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к занятиям	1, 2, 3, 4, 5	20	2
работа с конспектом, учебной литературой, электронным курсом. Решение задач (домашние задания), подробная информация приведена в приложениях №1 №5 : Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана.				
4	Подготовка к аттестации	1, 11, 12, 13, 2, 3, 4, 5, 6	17	3
повторение теоретического материала, изученного в семестре, алгоритмов решения типовых задач, подробная информация приведена в приложении №5 : Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана.				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	ЭБС:ЭУМК 4242
Консультирование	Портал НГТУ:moodle-nstu.ru; Социальные сети:Вконтакте
Контроль	Портал НГТУ:moodle-nstu.ru
Размещение учебных материалов	Портал НГТУ:moodle-nstu.ru; Социальные сети:Вконтакте; ЭБС:ЭУМК 4242

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм	Коды формируемых компетенций
1	Проблемный метод	ОПК.1;
Формируемые умения: у3. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов		
Краткое описание применения: работа в группах: выбор метода решения, обоснование, анализ результатов.		

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS.

Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 1		
<i>Подготовка к занятиям:</i>	5	10
<i>Практические занятия:</i> проверочные самостоятельные работы по теме прошедшего занятия	8	16
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>Контрольные работы:</i>	7	14
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>РГЗ:</i>	10	20
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>Экзамен:</i>	20	40
Семестр: 2		
<i>Подготовка к занятиям:</i>	5	10
<i>Практические занятия:</i> работы по теме прошедшего занятия	8	16
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>Контрольные работы:</i>	7	14
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>РГЗ: типовой расчет</i>	10	20
Контролирующие материалы приводятся в "Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386 . - Загл. с экрана."		
<i>Экзамен:</i>	20	40

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля		
		Контр. раб.	Защита РГЗ	Экзамен
ОПК.1	32. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	+	+	+
	34. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	+		+
	35. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность			+
	у1. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств	+	+	+
	у3. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	+	+	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.
2. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 2 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 544 с. : ил.
3. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 1 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 415 с. : ил.
4. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2006. - 679 с. : ил.
5. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2007. - 509 с. : ил.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2 : учебное пособие для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2006. - 863 с. : ил.
7. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Решение типичных и трудных задач : учебное пособие / Г. Н. Берман. - СПб. [и др.], 2007. - 604 с.
8. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.: 60х90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-16-010072-2, 1000 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720> - Загл. с экрана.
9. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 492 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/73084> — Загл. с экрана.

Дополнительная литература

1. Максименко В. Н. Курс математического анализа. Ч. 1 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. Г. Меграбов, Л. В. Павшук ; Новосиб. гос. техн. ун-т, Фак. приклад. математики и информатики. - Новосибирск, 2009. - 355 с. : ил. - Режим доступа: http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2009/09_maksim.pdf

2. Максименко В. Н. Курс математического анализа. Ч. 2 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. Г. Меграбов, Л. В. Павшок; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2011 - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000159783
3. Максименко В. Н. Практикум по математическому анализу. Ч. 1 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2014. - 114, [2] с. : ил., табл. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000203453
4. Максименко В. Н. Практикум по математическому анализу. Ч. 2 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш, О. В. Шеремет; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2009. - 166, [2] с. : ил. - Режим доступа: http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2009/09_Maximenko.pdf

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znaniy.com" : <http://znaniy.com/>
5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Шеремет О. В. Математический анализ I, II [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / О. В. Шеремет, Е. А. Лебедева; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2015]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - Загл. с экрана.
2. Максименко В. Н. 100 вопросов по математическому анализу [Электронный ресурс]. Ч. 1 : электронный учебник для 1 курса всех форм обучения технических направлений / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. - Рег. свидетельство 0320802162.

8.2 Специализированное программное обеспечение

- 1 Microsoft Office
- 2 Microsoft Windows

9. Материально-техническое обеспечение

Презентационное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	Чтение лекций с использованием презентаций

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра инженерной математики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН АВТФ
к.т.н., доцент И.Л. Рева
“ ” _____ Г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Образовательная программа: 12.03.04 Биотехнические системы и технологии, профиль:
Биотехнические и робототехнические системы

1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» приведена в Таблице.

Таблица

1 семестр

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.2	з2. Знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности з4. Знать универсальность математических методов в познании окружающего мира з5. Знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность у1. Уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств у2. Уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	Предел и непрерывность функций одной переменной	Контрольная работа (задания 1, 2) РГЗ (задания 1-5)	Экзамен (Вопросы 1-17)
		Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Контрольная работа (задания 3, 4) РГЗ (задания 6-10)	Экзамен (Вопросы 18-31)
		Интегральное исчисление функций одной переменной	Контрольная работа (задания 5, 6) РГЗ (задания 11-16)	Экзамен (Вопросы 32-48)
		Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Контрольная работа (задания 7) РГЗ (задания 11-16)	Экзамен (Вопросы 49-58)

2 семестр

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.2	з2. Знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности з4. Знать универсальность математических методов в познании окружающего мира з5. Знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность у1. Уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств у2. Уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	Кратные и криволинейные интегралы	Контрольная работа (задание 1,2) РГЗ (задания 1-5)	Экзамен (Вопросы 1-14)
		Дифференциальные уравнения	Контрольная работа (задания 3, 4) РГЗ (задания 6-10)	Экзамен (Вопросы 15-30)
		Ряды	Контрольная работа (задание 5) РГЗ (задания 11-16)	Экзамен (Вопросы 31-46)

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 1 семестре - в форме экзамена в 2 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.2/НИ.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и три задачи, требующие развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорте экзамена списка вопросов и перечня задач. Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (типовой расчет), контрольная работа. Требования к выполнению типового расчета, контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте типового расчета, контрольной работы.

В 2 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (типовой расчет), контрольная работа. Требования к выполнению типового расчета, контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте типового расчета, контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.2/НИ, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра инженерной математики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазонов вопросов 1-18, 33-59 второй вопрос из диапазонов вопросов 19-32, 50-59 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-9, вторая задача выбирается из диапазона задач 10-19, 29-33, третья задача выбирается из диапазона задач 20-28 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Продолжительность теста 90 минут, тест формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 15 заданий по одному из банка задач 1, 2, 5, 7, 10, 11-12, 16, 17-18, 20, 21, 24, 27-28, 29, 32, 33 (п.5).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ факультет	
БИЛЕТ № _____	
к экзамену по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр	
1. Функция действительного переменного: определение, способы задания, основные элементарные функции, гиперболические функции. 2. Производные и дифференциалы высших порядков. Повторное дифференцирование функций, заданных параметрически. 3. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}$. 4. Определить интервалы монотонности и точки экстремума функции $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$. 5. Вычислить интеграл или установить его расходимость $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x}$.	
Утверждаю: зав. кафедрой ИМ _____	профессор Селезнев В.А.
(подпись)	(дата)

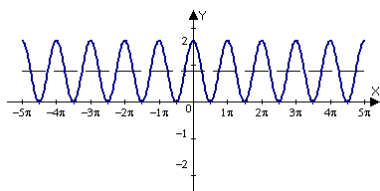
Пример теста для экзамена

ДЕ 1. Предел и непрерывность

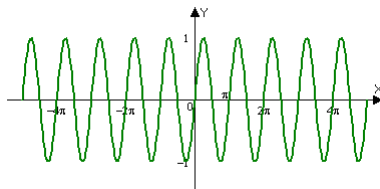
Вопрос 1. Найти область определения функции $f(x) = \frac{\ln(2-x)}{x^2}$:

- a. $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2)$
- b. $x \in (0; 2)$
- c. $x \in (-\infty; 0)$
- d. $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2]$

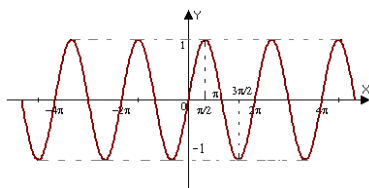
Вопрос 2. График функции $y = 1 + \cos(2x)$ представлен на рисунке



a.



b.



c.

Вопрос 3. Значение предела функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{3+x}$ равно

- a. 2
- b. 1
- c. 3
- d. 4

Вопрос 4. Указать эквивалентную бесконечно малую функции $\alpha(x) = \sin \frac{3x}{2}$ при $x \rightarrow 0$:

- a. $\frac{3x}{2}$
- b. $\frac{3}{2}$
- c. $\frac{x}{2}$
- d. x

ДЕ 2. Дифференциальное исчисление функции действительной переменной

Вопрос 5. Найдите производную сложной функции $\sin x^2$:

- a. $2x \cos x^2$
- b. $\cos x^2$
- c. $\sin 2x^2$

d. $\sin 2x$

Вопрос 6. Найдите производную частного функций $\frac{e^x}{\ln x}$:

a. $\frac{e^x \cdot (x \cdot \ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$

b. $\frac{e^x \cdot (\ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$

c. $\frac{e^x}{x}$

d. $\frac{e^x + 1}{x}$

Вопрос 7. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$ с помощью правила Лопиталя:

a. 1

b. 2

c. 3

d. 4

Вопрос 8. Найдите интервалы убывания и возрастания функция $y = x^3 - 4,5x^2 + 6x - 3$.

Определите точки экстремума:

a. функция возрастает на интервалах $(-\infty; 1), (2; +\infty)$

b. функция убывает на интервале $(1; 2)$

c. в точке $x = 1$ функция имеет максимум

d. в точке $x = 2$ функция имеет минимум

ДЕ 3. Интегральное исчисление функции действительной переменной

Вопрос 9. Приведите неопределенный интеграл $\int e^x \cdot \cos e^x dx$ к табличному виду:

a. $\int \cos e^x d(e^x)$

b. $\int \cos e^x dx$

c. $\int \sin e^x dx$

Вопрос 10. Найдите первообразную функции $x \cdot \arcsin x$

a. $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1 - x^2} + C$

b. $\frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1 - x^2} + C$

Вопрос 11. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и функцией $y = x$ на отрезке $[0; 1]$:

a. 0.5

b. 1.5

c. 2.5

d. 3.5

Вопрос 12. Вычислите несобственный интеграл первого рода или убедитесь в его

расходимости $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$:

- a. интеграл расходится
- b. $\frac{1}{2}$
- c. 0
- d. 1

ДЕ 4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Вопрос 13. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = x^{2y} + x^2y - y^3 + 2x - 4$

- a. $z'_x = 2yx^{2y-1} + 2xy + 2$
- b. $z'_x = 2yx^{2y-1} + 2xy - 2$
- c. $z'_x = 2x^{2y} \ln y + 2xy - 2$
- d. $z'_y = 2x^{2y} \ln x + x^2 - 3y^2$
- e. $z'_y = 2yx^{2y-1} \ln x + x^2 - 3y^2 - 4$
- f. $z'_y = 2x^{2y} \ln x + x^2 - 3y^2 - 4$

Вопрос 14. Найти координаты нормального вектора к поверхности $z = z(x, y)$ в точке

$M_0(-1; 2)$, если $z(M_0) = 5$, $\frac{\partial z}{\partial x}(M_0) = 2$, $\frac{\partial z}{\partial y}(M_0) = -4$

- a. $(2; -4; -1)$
- b. $(2; -4)$
- c. $(2; -4; 5)$
- d. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{5}$
- e. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{-1}$

Вопрос 15. Исследовать функцию $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ на наличие экстремума в точке $(4; -2)$

- a. в точке **(4; -2)** экстремума нет
- b. $(4; -2)$ – точка локального минимума
- c. $(4; -2)$ – точка локального максимума

2. Критерии оценки

Критерии оценки экзаменационного билета

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов

- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

Критерии оценки теста

- Каждое задание теста оценивается в 1-2 балла.
- Ответ на тест считается **неудовлетворительным**, если студентом не выполнено больше половины заданий из каждой ДЕ. Оценка составляет 0-14 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на **пороговом** уровне, если некоторые задачи из каждой ДЕ выполнены с ошибками. Оценка составляет 15-24 баллов
- Ответ на тест засчитывается на **базовом** уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 25-30 баллов.
- Ответ на тест на **продвинутом** уровне не предусмотрен.

2. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

3. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Последовательность. Бесконечно малая последовательность. Теорема об арифметике бесконечно малых последовательностей.
2. Бесконечно большая последовательность. Теорема о связи бесконечно большой и бесконечно малой последовательностей.
3. Предел последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Выражение предела последовательности через бесконечно малую последовательность.
4. Теорема о единственности предела последовательности. Теорема об арифметике предела последовательностей.
5. Теоремы о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
6. Монотонные последовательности. Критерий сходимости монотонной последовательности. Теорема о вложенных отрезках.
7. Второй замечательный предел для последовательностей.
8. Предел функции. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Необходимое условие существования предела функции.
9. Теоремы о единственности предела функции и об арифметике пределов функций. Теоремы о предельном переходе в неравенствах для пределов функций.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел для функции действительного переменного.
12. Бесконечно малые функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Критерий эквивалентности функций. Теорема о вычислении пределов с помощью эквивалентностей.

13. Непрерывная в точке функция. Классификация точек разрыва. Теорема о сохранении знака непрерывной функции. Теорема о локальной ограниченности непрерывной в точке функции.
14. Непрерывная на множестве функция. Теоремы Больцано-Коши о непрерывных на отрезке функциях.
15. Непрерывная на множестве функция. Теоремы Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на отрезке функции, о наибольшем и наименьшем значениях непрерывной на отрезке функции).
16. Теорема об арифметике непрерывных на множестве функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
17. Теорема о непрерывности обратной функции.
18. Производная функции в точке. Правая и левая производные. Условие существования производной в точке.
19. Дифференцируемая в точке функция. Критерий дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости и непрерывности.
20. Теорема об арифметике дифференцируемых функций.
21. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная обратной функции.
22. Дифференциал функции в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала функции в точке. Инвариантность формы дифференциала.
23. Производные элементарных функций.
24. Теоремы Ферма и Ролля.
25. Теоремы Лагранжа и Коши.
26. Теорема Лопиталя.
27. Производные и дифференциалы высших порядков.
28. Формула Тейлора. Формулы Коши, Лагранжа и Пеано остаточного члена в формуле Тейлора.
29. Формулы Маклорена для элементарных функций.
30. Достаточный признак монотонности дифференцируемой функции. Необходимый и достаточный признаки локального экстремума дифференцируемой функции. Достаточное условие локального экстремума n -раз дифференцируемой функции.
31. Достаточный признак направления выпуклости графика функции. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
32. Неопределенный интеграл. Теорема об общем виде первообразной. Свойства неопределенного интеграла.
33. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
34. Определенный интеграл функции на отрезке. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции на отрезке.
35. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов.
36. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
37. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
38. Несобственные интегралы первого рода. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов.
39. Несобственные интегралы второго рода. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов.

40. Вычисление площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах с помощью определенного интеграла.
41. Вычисление площади петли кривой, заданной параметрически, с помощью определенного интеграла.
42. Вычисление площади криволинейного сектора с помощью определенного интеграла.
43. Вычисление длин дуг кривых. Дифференциал длины дуги кривой.
44. Вычисление объемов тел, образованных вращением криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах и параметрически вокруг оси Ox помощью определенного интеграла.
45. Вычисление объемов тел, образованных вращением криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах и параметрически вокруг оси Oy с помощью определенного интеграла.
46. Вычисление площадей поверхностей тел вращения с помощью интеграла Римана.
47. Приближенное вычисление определенных интегралов: формулы прямоугольников и трапеций.
48. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула парабол.
49. Предел функции многих переменных, его свойства. Непрерывность функции многих переменных. Свойства непрерывных функций.
50. Частная производная функции многих переменных. Дифференцируемая функция многих переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных.
51. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции многих переменных, уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
52. Дифференцируемость сложной функции. Частные производные сложной функции.
53. Дифференциал функции многих переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.
54. Производная по направлению и градиент.
55. Производные высших порядков функции многих переменных. Достаточное условие n -раз дифференцируемости функции многих переменных. Теорема о порядке дифференцирования во второй производной функции многих переменных.
56. Формула Тейлора для функции многих переменных.
57. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие локального экстремума.
58. Экстремум функции двух переменных. Достаточное условие локального экстремума.

4. Перечень тем экзаменационных задач

Предел и непрерывность функции действительной переменной

1. Нахождение области определения функции
2. Построение графиков элементарных функций
3. Построение кривых, заданных параметрически
4. Построение кривых в полярных координатах
5. Определение порядка бесконечно больших и бесконечно малых величин
6. Определение эквивалентных бесконечно малых функций
7. Применение эквивалентных для вычисления пределов
8. Вычисление пределов функций в точке и на бесконечности
9. Исследование функций на непрерывность в точке

Дифференциальное исчисление функции действительной переменной

10. Вычисление производной сложной функции
11. Вычисление производной произведения функций
12. Вычисление производной частного функций
13. Нахождение дифференциала функции
14. Построение касательных к кривым заданным в декартовых координатах
15. Нахождение касательных к кривым заданным неявно и параметрически.
16. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя
17. Определение промежутков монотонности дифференцируемой функции
18. Определение точек локального экстремума функции
19. Определение промежутков направления выпуклости дважды дифференцируемых функций

Интегральное исчисление функции действительной переменной

20. Приведение неопределенного интеграла к табличному виду
21. Интегрирование по частям
22. Интегрирование рациональных функций
23. Вычисление пройденного пути с помощью определенного интеграла
24. Вычисление площадей плоских фигур
25. Вычисление длин дуг с помощью определенного интеграла
26. Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла
27. Вычисление несобственных интегралов 1-го рода, или определение их расходимости
28. Вычисление несобственных интегралов 2-го рода, или определение их расходимости

Дифференциальное исчисление функции многих переменных

29. Нахождение частных производных и дифференциалов явно заданных функций
30. Нахождение частных производных и дифференциалов неявно заданных функций
31. Нахождение частных производных сложных функций
32. Определение касательной и нормали к поверхности
33. Нахождение экстремумов функций многих переменных

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: предел и непрерывность функций одной переменной (два задания); дифференциальное исчисление функций одной переменной (два задания); дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (одно задание); интегральное исчисление функций одной переменной (два задания) и включает 7 заданий. Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (14 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$.

2. Исследовать непрерывность или определить тип разрыва функции $y = \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$ в точке $x=1$.

3. Вычислить $f''\left(\frac{\pi}{9}\right)$ для $f(x) = e^{\cos 3x}$.

4. Определить интервалы монотонности, точки экстремума, точки перегиба графика функции $y = \frac{2x}{1+x^2}$.

5. Найти интеграл $\int \frac{3x+1}{x^2-3} dx$.

6. Найти интеграл $\int x \cos(x-2) dx$

7. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением $\cos(xz) + \sin(yz) = xyz - \pi^2 - 1$ в точке $M_0(\pi, \pi, 1)$.

Паспорт расчетно-графического задания (типового расчета)

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

1. Методика оценки

Типовой расчет выполняется студентами за счет часов самостоятельной работы.

Обязательные структурные части типового расчета:

1. Предел и непрерывность функций одной переменной (задачи № 1-5);
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (задачи № 6-10);
3. Интегральное исчисление функций одной переменной (задачи № 11-16);
4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (задачи № 17-20).

На обложке типового расчета необходимо указать название дисциплины, название и номер типового расчета, ФИО, группу и номер варианта. Каждое задание оформляется на отдельном листе и сдается после прохождения темы. При оформлении задания обязательны: условия задачи, подробное решение с комментариями, рабочими формулами и рисунками, ответ.

Оцениваемые позиции: сроки выполнения типового расчета (до или после установленного срока); наличие в решениях комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков; арифметические ошибки на оценку не влияют.

2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий выполнены с ошибками, оценка составляет менее 9 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, приведены решения без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков, некоторые виды заданий типового расчета выполнены с ошибками и оценены 0-0,5 балла, задания сданы после установленного срока, оценка составляет 10-13 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания типового расчета выполнены, ни одного из них не оценено в 0 баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки и оценены в 0,5 балла, оценка составляет 14-17 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания типового расчета выполнены, приведены решения с комментариями, рабочими формулами и рисунками, качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к максимальному (1 балл за задачу), оценка составляет 18-20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за типовой расчет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный вариант типового расчета

1. Построить график функции: $y = 1 - x + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n$
5. Исследовать функцию на непрерывность и построить эскиз графика
$$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$$
6. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\begin{cases} x = 2 \sin^2 t \\ y = 2 \cos^3 t \end{cases}$ в точке $t = \frac{\pi}{3}$,
вычислить в этой точке y''_{xx} .
7. Функция $y(x)$, заданная неявно уравнением $xy + e^{x+y} - 1 = 0$, принимает в точке $x_0 = 0$ значение $y_0 = 0$. Найти $y'_x(x_0)$, $y''_{xx}(x_0)$.
8. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} (2x-1)^{\frac{x}{x^2-1}}$.
9. Найти многочлен, приближающий заданную функцию $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ с точностью до $o((x-x_0)^3)$.
10. Провести полное исследование поведения функции $y = e^{\sqrt[3]{x}}$ и построить ее график.

Найдите неопределённые интегралы, ответ проверьте дифференцированием.

11. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$.

12. $\int x \cdot 3^{\frac{x}{2}} dx$

13. $\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}}$

14. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1}$.
15. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 7 \\ y = -2x + 10 \end{cases}$.
16. Вычислите длину дуги циклоиды $\begin{cases} x = 5(1 - \cos t) \\ y = 5(t - \sin t) \end{cases}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.
17. Найти область определения функции $z = \sqrt{x - \sqrt{y - 1}}$ и изобразить ее на плоскости.
18. Вычислить частные производные z'_x и z'_y сложной функции $z = u + \sqrt{v}$, $u = x^2 y$, $v = x^y$ в точке $(x, y) = (e, 2)$.
19. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 1 = 0$, в точке $M_0(1; 2; 2)$.
20. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$ в области D , ограниченной прямыми $x + y + 1 = 0$ и $x = -3$.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра инженерной математики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-25, второй вопрос из диапазона вопросов 26-46 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-10, вторая задача выбирается из диапазона задач 11-15, третья задача выбирается из диапазона задач 16-20 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Тест, рассчитанный на 90 минут, формируется по следующему правилу: тест формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 21 заданий по одному из банка задач 1-4, 7-23 (п.5).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ факультет БИЛЕТ № _____ к экзамену по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр
1. Определение двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. 2. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Теорема о сходимости остатка ряда. 3. Вычислить интеграл $\iint_D (1+xy) dx dy$, D – прямоугольник с вершинами $A(-1;-1)$, $B(-1;2)$, $C(1;2)$, $D(1;-1)$ 4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{2x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} x^{2(n-1)}$.
Утверждаю: зав. кафедрой ИМ _____ профессор Селезнев В.А. (подпись) _____ (дата)

Пример теста для экзамена

ДЕ1. Интегральное исчисление функций многих переменных

Вопрос 1. Вычислить интеграл $\iint_D 2x^2 y dx dy$, D — прямоугольник с вершинами $A(0;0)$, $B(3;0)$, $C(3;1)$, $D(0;1)$

- a. 9
- b. -9
- c. 3
- d. -3

Вопрос 2. Тело ограничено поверхностями $y = x$, $y = 2x$, $z = x^2 + y^2$, $x = 1$, $z = 0$. Указать интеграл, вычисляющий объем этого тела.

- a. $\int_0^1 dy \int_x^{2x} dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- b. $\int_0^1 dx \int_x^{2x} (x^2 + y^2) dy$
- c. $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y^2) dy$
- d. $\int_0^1 dy \int_0^2 dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- e. $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^y (x^2 + y^2) dx$

Вопрос 3. Вычислить интеграл $\int_{AB} 2x dl$ по отрезку AB , соединяющему точки $A(2;4)$, $B(6;4)$

- a. 32
- b. 16
- c. -32
- d. -16

Вопрос 4. Длина дуги $y = \cos x$, лежащая между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = \frac{\pi}{2}$

вычисляется с помощью интеграла

- a. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$
- b. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$
- c. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

d. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Вопрос 5. Вычислить интеграл $\int_{AB} (x+1)dy$ вдоль отрезка AB прямой $y = 2x + 5$ от точки

$A(-2;1)$ до точки $B(1;7)$

- a. 3
- b. -3
- c. 6
- d. -6
- e. 0

Вопрос 6. Вычислить интеграл $\oint_{ABCD} xy dx + (x-y)dy$ вдоль контура треугольника с

вершинами $A(0;0)$, $B(2;2)$, $C(0;2)$, обходимому в положительном направлении.

- a. $-\frac{2}{3}$
- b. $\frac{2}{3}$
- c. $\frac{4}{3}$
- d. $-\frac{4}{3}$

ДЕ2. Дифференциальные уравнения

Вопрос 7. Найти решение дифференциального уравнения $y' = \operatorname{tg} x$, удовлетворяющее начальному условию $y(2\pi) = 1$.

- a. $y = 1 - \ln |\cos x|$
- b. $y = 1 + \ln |\cos x|$
- c. $y = \frac{1}{\cos^2 x}$
- d. $y = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$

Вопрос 8. Выбрать способ понижения порядка дифференциального уравнения $(y')^2 = y'' + 1$ и определить тип уравнения после понижения порядка

- a. замена $y' = p(x)$
- b. замена $y' = p(y)$
- c. с разделяющимися переменными
- d. однородное
- e. линейное
- f. Бернулли

Вопрос 9. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = 0$

- a. $y_{o.o.} = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$
- b. $y_{o.o.} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$
- c. $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{-x}$

d. $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$

Вопрос 10. Указать вид общего решения уравнения $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$

a. $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x}x^2 A$

b. $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x}Ax$

c. $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x}A$

d. $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + 2e^{-x}$

ДЕЗ. Ряды

Вопрос 11. Укажите сходящиеся ряды

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+10}{4n+1} \right)^n$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2}{n+100} \right)^n$

Вопрос 12. Указать абсолютно сходящийся ряд

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

Вопрос 13. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n+1}$

a. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$

b. $(-1; 1)$

c. $(0; 2)$

d. $(-2; 2)$

Вопрос 14. Разложить функцию $f(x) = x^2 \ln(1+2x)$ в ряд Маклорена

a. $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{n}, x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$

b. $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in [-1; 1)$

c. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n x^{2n}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$

d. $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Вопрос 15. Укажите вид ряда Фурье для функции $f(x) = x \sin x^2$ на отрезке $[-\pi, \pi]$:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \exists a_n \neq 0, \exists b_n \neq 0$$

a. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

b. $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

c. $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx, a_0 \neq 0$

2. Критерии оценки

Критерии оценки экзаменационного ответа

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

Критерии оценки теста

- Каждое задание теста оценивается в 1-2 балла (зависимости от полноты ответа)
- Ответ на тест считается неудовлетворительным, если студентом не выполнено больше половины заданий из каждой ДЕ. Оценка составляет 0-14 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на пороговом уровне, если некоторые задачи из каждой ДЕ выполнены с ошибками. Оценка составляет 15-24 баллов
- Ответ на тест засчитывается на базовом уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 25-30 баллов.
- Ответ на тест на продвинутом уровне не предусмотрен.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

Модуль 1. Кратные, криволинейные интегралы

1. Задача об определении объема цилиндрического тела. Задача о массе пластинки переменной плотности. Определение двойного интеграла. Теорема существования двойного интеграла (формулировка).
2. Определение двойного интеграла. Свойства.
3. Вычисление двойного интеграла (сведение к повторному интегралу, вывод формул).
4. Замена переменных в двойном интеграле (вывод общей формулы замены переменных).
5. Замена переменных с использованием полярной и обобщенной полярной системы координат. Пример применения.
6. Тройной интеграл. Свойства. Сведение к повторному интегралу.
7. Тройной интеграл. Замена переменных (общая формула без вывода). Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы перехода к ЦСК и ССК.
8. Приложения двойных и тройных интегралов.
9. Криволинейный интеграл I рода (по длине дуги). Свойства, вычисление, применения.
10. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Свойства, вычисление для плоской и пространственной кривой.
11. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Задача о работе переменной силы вдоль кривой.
12. Формула Грина (с доказательством). Пример применения.
13. Теоремы о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (доказательства).
14. Восстановление функции по ее полному дифференциалу (вывод формул).

Модуль 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

15. Основные определения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые точки, особые решения.
17. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, в полных дифференциалах (вид, решение в общем виде с обоснованием).
18. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка (вид, решение в общем виде с обоснованием).
19. Дифференциальные уравнения первого порядка: линейные, Бернулли. Метод вариации произвольной постоянной.
20. Дифференциальные уравнения первого порядка: линейные, Бернулли. Метод Бернулли.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши – общее и частное решения. Уравнения, допускающие понижение порядка (виды, решение в общем виде с обоснованием).
22. Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка, свойства дифференциального оператора. Понятие общего решения. Определения линейной зависимости и независимости функций.
23. Определитель Вронского. Необходимое условие линейной зависимости функций.

- Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
24. Фундаментальная система решений. Доказательство теоремы о структуре решения линейного однородного дифференциального уравнения.
 25. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай действительных и комплексных различных корней характеристического уравнения (доказательства).
 26. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай действительных кратных (с доказательством) и комплексных кратных корней характеристического уравнения.
 27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура решения (доказательство теоремы). Метод вариации постоянных (для уравнения второго порядка).
 28. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида (доказательства для всех видов правых частей).
 29. Нормальная система дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Метод исключения решения системы (доказательство).
 30. Системы линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Модуль 3. Ряды и ряды Фурье

31. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Остаток ряда (теорема с доказательством).
32. Свойства сходящихся рядов. Доказать необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.
33. Ряды с положительными членами. Доказать теоремы сравнения. Ряды-эталон (доказать).
34. Ряды с положительными членами. Доказать признак Даламбера.
35. Ряды с положительными членами. Доказать радикальный признак Коши.
36. Ряды с положительными членами. Доказать интегральный признак Коши.
37. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Доказать теорему Лейбница.
38. Ряды с произвольными членами (по знаку). Доказать достаточный признак сходимости. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
39. Функциональные ряды. Область сходимости. Доказать признак равномерной сходимости (Вейерштрасса). Свойства равномерно сходящихся рядов.
40. Степенные ряды. Теорема Абеля (с доказательством). Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
41. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложить функции e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^m$ в ряд Маклорена. Указать область сходимости.
42. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложить функции $\ln(1+x)$, $\arctg x$ в ряд Маклорена. Указать область сходимости.
43. Применение рядов в приближенных вычислениях.
44. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье на $[-\pi, \pi]$, $[-1, 1]$ (с выводом). Теорема Дирихле.
45. Ряд Фурье для периодических функций, для четных и нечетных функций.
46. Ряд Фурье в комплексной форме (вывести формулу).

5. Перечень задач по дисциплине «Математический анализ»

1. Вычисление двойных интегралов по прямоугольной области
2. Вычисление двойных интегралов по криволинейной области
3. Вычисление площади, массы, координат центра тяжести плоских фигур, вычисление объемов тел с помощью двойных интегралов.
4. Вычисление тройных интегралов
5. Вычисление объемов тел, их массы и координат центра тяжести с помощью тройных интегралов
6. Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода
7. Вычисление длин и масс дуг с помощью криволинейных интегралов 1-го рода
8. Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода
9. Вычисление площадей плоских фигур, работы переменной силы с помощью криволинейных интегралов 2-го рода
10. Применение формулы Грина для вычисления криволинейных интегралов 2-го рода
11. Нахождение общего решения и решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка
12. Решение уравнений, допускающих понижение порядка
13. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с постоянными коэффициентами
14. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с правой частью специального вида
15. Решение систем линейных дифференциальных уравнений
16. Исследование сходимости знакоположительных рядов
17. Исследование абсолютной и условной сходимости знакочередующихся рядов
18. Определение область сходимости степенных рядов
19. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена
20. Представление функций рядами и интегралами Фурье

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: кратные и криволинейные интегралы (три задания); дифференциальные уравнения (два задания); ряды и ряды Фурье (два задания) и включает 7 заданий. Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (14 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

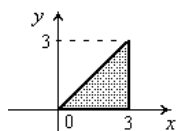
Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

1. Вычислите двойной интеграл $\iint_D (3x - 2y) dx dy$ по изображенной области:



2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = xy$, $z = 0$, $y = 2x$, $y = 0$, $x = 2$.

3. Вычислить интеграл: $\int_L (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$, $L: x^2 + y^2 = R^2$.

4. Найти общее решение уравнения $xy' = y + x^2 \cos x$.
5. Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' + y = 4e^x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -3$.
6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}}$.
7. Разложить функцию $y = \ln x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 4$, указать область сходимости полученного ряда.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра инженерной математики

**Паспорт
расчетно-графического задания (типовой расчет)**

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Типовой расчет выполняется студентами за счет часов самостоятельной работы.

Обязательные структурные части типового расчета:

Кратные и криволинейные интегралы (задачи № 1-7);

Дифференциальные уравнения (задачи № 8-14);

Ряды и ряды Фурье (задачи № 15-20).

На обложке типового расчета необходимо указать название дисциплины, название и номер типового расчета, ФИО, группу и номер варианта. Каждое задание оформляется на отдельном листе и сдается после прохождения темы. При оформлении задания обязательны: условия задачи, подробное решение с комментариями, рабочими формулами и рисунками, ответ.

Оцениваемые позиции: сроки выполнения типового расчета (до или после установленного срока); наличие в решениях комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков; арифметические ошибки на оценку не влияют.

2. Критерии оценки

Работа считается **не выполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий выполнены с ошибками, оценка составляет менее 9 баллов.

Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, приведены решения без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков, некоторые виды заданий типового расчета выполнены с ошибками и оценены 0-0,5 балла, задания сданы после установленного срока, оценка составляет 10-13 баллов.

Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания типового расчета выполнены, ни одного из них не оценено в 0 баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки и оценены в 0,5 балла, оценка составляет 14-17 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания типового расчета

выполнены, приведены решения с комментариями, рабочими формулами и рисунками, качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к максимальному (1 балл за задачу), оценка составляет 18-20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за типовой расчет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный вариант типового расчета

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = 16\sqrt{2x}$, $y = \sqrt{2x}$; $z = 0$; $x + z = 2$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 10\left[(x-1)^2 + y^2\right] + 1$; $z = 21 - 20x$
3. Найти массу пластинки, координаты точек которой удовлетворяют неравенствами $1 \leq x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 9$; $0 \leq y \leq 2x$ с плотностью распределенного вещества $\mu = y^2$.
4. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $64(x^2 + y^2) = z^2$; $x^2 + y^2 = 4$; $y = 0$; $z = 0$; ($y \geq 0$; $z \geq 0$), с плотностью распределенного вещества $\mu = \frac{5}{4}(x^2 + y^2)$.
5. Вычислить криволинейный интеграл по формуле Грина: $\oint_L (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$, где кривая L – окружность $x^2 + y^2 = R^2$
6. Вычислить массу дуги кривой L , заданной уравнением $\rho = e^{\frac{3\varphi}{4}}$ ($0 \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{7}$), если плотность распределенного вещества равна $\gamma = \rho^{4/3}$.
7. Вычислить работу силы $\vec{F} = \{y; 3x; z^2\}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $\gamma : \begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1 \\ z = 3 \end{cases}$ от точки $M(2; 0; 3)$ к точке $N(0; 2; 3)$.

Найдите общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если есть начальные условия.

8. $x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2$; $y|_{x=1} = 1$.
9. $xy' + y = x \sin x$; $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$.
10. $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$; $y(0) = 1$.
11. $y'' + \frac{2x}{1+x^2}y' = \frac{6x^2}{1+x^2}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.
12. $y'' + 4y = \frac{8}{\sin 2x}$

13. $y''' - y'' = 12x + 10$.

14. Найдите решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений

первого порядка
$$\begin{cases} x' = 2x + y - 2z \\ y' = -x + 2y + z \\ z' = x + 3y + 4z \end{cases}$$
, удовлетворяющее начальным условиям $x(0) = -8$,

$y(0) = 3, z(0) = 6$.

15. Исследовать числовой ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$ на сходимость.

16. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sqrt{n+2}}{n^3 + 6}$ на абсолютную или условную сходимость.

17. Определить область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+2)^2} \cdot (x+3)^n$.

18. Определить область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)(x+3)^n}$.

19. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-x}$ в ряд Тейлора по степеням $(x+1)$. Указать область сходимости.

20. Разложить функцию $y = e^x$ в ряд Фурье на $(-1, 1]$.