

«

»

“ ”

“ ”

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Теория вероятностей и математическая статистика

: 01.03.02

, :

: 2 3,

: 4 5

		4	5
1	()	4	3
2		144	108
3	, .	81	62
4	, .	18	18
5	, .	54	36
6	, .	0	0
7	, .	12	13
8	, .	2	2
9	, .	7	6
10	, .	63	46
11	(, ,)		
12			

(): 01.03.02

228 12.03.2015 ., : 14.04.2015 .

: 1,

(): 01.03.02

, 4 20.06.2017
, 6 20.06.2017

, 6 21.06.2017

:

,

:

,

,

:

. . .

1.

1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; *в части следующих результатов обучения:*

5.

Компетенция ФГОС: ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; *в части следующих результатов обучения:*

1.

Компетенция ФГОС: ОПК.4 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; *в части следующих результатов обучения:*

3.

Компетенция ФГОС: ПК.2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; *в части следующих результатов обучения:*

2.

Компетенция ФГОС: ПК.3 способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности; *в части следующих результатов обучения:*

1.

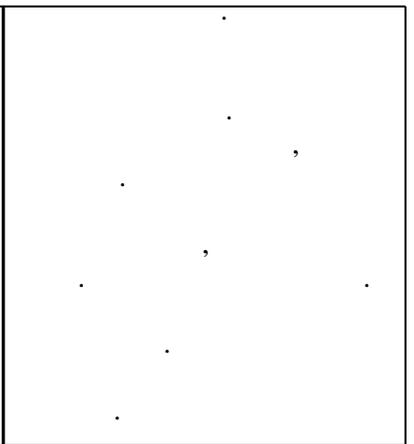
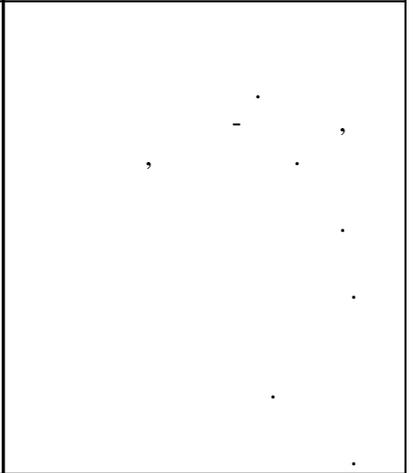
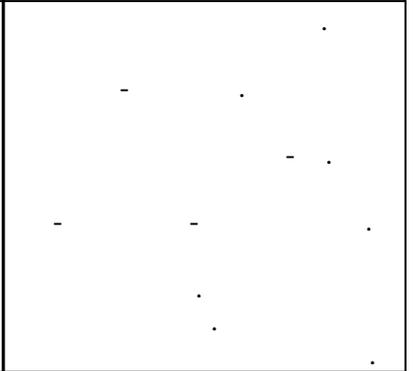
2.

2.1

--	--

.1. 5	
1.Знать некоторые случайные величины	; ;
.3. 1	
2.Уметь выбирать вероятностную модель	; ;
3.Знать основные свойства функции распределения и законов распределения, основные характеристики некоторых случайных величин	; ;
.2. 2	
4.Уметь вычислять числовые характеристики случайных величин	; ;
.1. 5	
5.Иметь представление об основах математической статистики	; ;
6.Знать основные постановки задач математической статистики	; ;
.2. 2	

3. n-	0	4	1, 2, 3, 4	
:				
4.	0	2	1, 2, 3, 4	
: 5				
:				
1.	0	2	5, 6	
2.	0	4	5, 6, 7, 9	<p>().</p> <p>().</p> <p>().</p>

3.	0	2	5, 6, 7, 9	
4.	0	2	5, 6, 8, 9	
5.	0	2	5, 6	
:				

6.	0	4	10, 11, 5, 6	1- 2-
7.	0	2	10, 11, 12, 13, 5, 6	

3.2

: 4				
:				
1.	3	12	1, 2	
:				

2.	4	16	1, 2, 3, 4	,
:				
3.	4	22	1, 2, 3, 4	,
:				
4.	1	4	1, 2, 3, 4	:
: 5				
:				
1.	0	2	13, 5, 6	:

2.	1	2	13, 5, 6	
3.	0	2	13, 5, 6	
4.	1	2	13, 5, 6, 9	
5.	1	2	13, 5, 7, 9	
6.	0	2	13, 5, 7, 9	
7.	0	2	13, 5, 7, 9	
8.	1	2	13, 5, 6, 7, 9	
9.	2	4	13, 5, 6, 8, 9	
10.	1	2	13, 5, 7	
:				
11.	1	2	11, 13, 5, 6	
12.	2	4	10, 11, 12, 13, 5	
13.	1	2	10, 11, 12, 13, 5	

<p>" : " 3 (010400.62 -)/ . . . - ;[: . . .] . - , 2014. - 62, [2] . : . , .. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202923</p>			
3		10, 11, 12, 13, 5, 6, 7, 8, 9	10 2
<p>" : " 3 (010400.62 -)/ . . . - ;[: . . .] . - , 2014. - 62, [2] . : . , .. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202923</p>			

5.

- , (. 5.1).

5.1

	-
	: http://ciu.nstu.ru/kaf/persons/20760 ;
	; e-mail: chimitova@corp.nstu.ru
	: http://ciu.nstu.ru/kaf/persons/20760 ;

5.2

1	-	.1;
<p>Формируемые умения: з5. знать методы теории вероятностей и математической статистики</p>		
<p>Краткое описание применения: На практических занятиях разбираются примеры решения практических задач (кейсы) оценки параметров распределений и проверки статистических гипотез</p>		
<p>" : (010400.62 - " " 3 : - ;[: . . .] . - , 2014. - 62, [2] . : . , .. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202923"</p>		
2		.1;
<p>Формируемые умения: з5. знать методы теории вероятностей и математической статистики</p>		
<p>Краткое описание применения: Построение вероятностных моделей. Обоснование выбора метода решения поставленной задачи. Анализ полученных результатов.</p>		

6.

(),

- 15- ECTS.

. 6.1.

: 4		
<i>Практические занятия:</i>	20	35
" : 3 / : http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2006/3191.rar"		
<i>РГЗ:</i>	10	25
" : 3 / : http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2006/3191.rar"		
<i>Экзамен:</i>	10	40
" : 3 : http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2006/3191.rar"		
: 5		
<i>Практические занятия:</i>	10	20
" : 3 (010400.62 - ") / : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202923"		
<i>РГЗ:</i>	20	40
" : 4 (510200 - ") / : http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/2783.rar"		
<i>Экзамен:</i>	0	40

6.2

.1	5.		+	+	+
.3	1.		+	+	+
.4	3.		+	+	
.2	2.		+	+	+
.3	1.		+	+	

1

7.

1. Лемешко Б. Ю. Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона. Руководство по применению / Б. Ю. Лемешко ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Москва, 2015. - 159, [1] с. : ил., табл.

2. Семенчин Е. А. Теория вероятностей в примерах и задачах : [учебник для вузов по специальности "Прикладная математика"] / Е. А. Семенчин. - СПб. [и др.], 2007. - 350, [1] с. : ил.
3. Бекарева Н. Д. Теория вероятностей : конспект лекций / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 195, [1] с. : ил.. - Режим доступа: <http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2007/bek.rar>
4. Лемешко Б. Ю. Критерии проверки отклонения распределения от равномерного закона. Руководство по применению : монография / Б. Ю. Лемешко, П. Ю. Блинов. - Москва, 2015. - 182, [1] с. : ил., табл.
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - М., 2008. - 478, [1] с. : ил.
6. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход : [монография] / Б. Ю. Лемешко [и др.]. - Новосибирск, 2011. - 887 с. : ил., табл.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000157641
7. Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики : [учебное пособие для вузов по нематематическим специальностям] / А. Н. Бородин. - СПб. [и др.], 2011. - 254 с. : табл.
8. Лемешко Б. Ю. Непараметрические критерии согласия. Руководство по применению / Б. Ю. Лемешко ; Мин-во образования и науки Рос. Федерации, Новосиб. гос. техн. ун-т. - Москва, 2014. - 162 с. : ил., табл.
9. Постовалов С. Н. Математическая статистика. Конспект лекций : учебное пособие / С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2014. - 138, [1] с. : ил.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000212950

1. Боровков А. А. Теория вероятностей : Учебное пособие / А. А. Боровков. - М., 1986. - 431 с. : ил.
2. Ширяев А. Н. Вероятность : Учебное пособие. - М., 1989. - 640 с.
3. Ивченко Г. И. Математическая статистика : учебное пособие для вузов / Г. И. Ивченко. - М., 1984. - 248 с.
4. Боровков А. А. Математическая статистика : оценка параметров. проверка гипотез: учебное пособие для вузов / А. А. Боровков. - М., 1984. - 472 с.

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znaniium.com" : <http://znaniium.com/>
5. :

8.

8.1

1. Теория вероятностей : методические указания к выполнению расчетно-графических работ для 3 курса ФПМИ / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост. Н. Д. Бекарева]. - Новосибирск, 2006. - 41, [1] с.. - Режим доступа: <http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2006/3191.rar>

2. Математическая статистика : методические указания к расчетно-графическому заданию для 4 курса ФПМИ (направление 510200 - "Прикладная математика и информатика" дневного отделения / Новосиб. гос. техн. ун-т; [сост.: С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова]. - Новосибирск, 2004. - 51 с.. - Режим доступа:

<http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/2783.rar>

3. Математическая статистика : методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" для 3 курса ФПМИ (направление 010400.62 - "Прикладная математика и информатика" дневного отделения) / Новосиб. гос. техн. ун-т ; [сост.: С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов]. - Новосибирск, 2014. - 62, [2] с. : ил., табл.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202923

8.2

1 Microsoft Office

2 Microsoft Windows

9.

-

1	(-) , ,	

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н., доцент В.С. Тимофеев
“ ____ ” _____ Г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

Образовательная программа: 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль:
Компьютерное моделирование и информационные технологии

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Теория вероятностей и математическая статистика приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	з5. знать методы теории вероятностей и математической статистики	Векторные случайные величины Выборочный метод в статистике Доверительное оценивание Достаточные статистики Закон больших чисел. Центральная предельная теорема. Информационное количество Фишера, неравенство Рао-Крамера и критерий эффективности Лемма Бореля-Кантелли. Неравенства Чебышева. Типы сходимости. Законы больших чисел, в том числе усиленные. Основная центральная предельная теорема. Метод максимального правдоподобия Метод моментов Непараметрическое оценивание функции плотности Непараметрическое оценивание функции распределения Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия Порядковые статистики Построение наиболее мощного критерия Построение оценок параметров распределений Проверка гипотез о виде распределения Проверка гипотез о независимости и однородности Проверка статистических гипотез Случайные величины Точечные оценки и их свойства Функции распределения, ее свойства. Дискретные двумерные и непрерывные n-мерные случайные величины, их описание. Преобразование случайных величин. Условные математическое ожидание и дисперсия. Кривые регрессии. Ковариация и корреляция случайных величин, корреляционное отношение. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Типы	РГЗ №1, №2 (сем.4), РГЗ (сем.5)	Экзамен (сем.4), вопросы 1-45, задачи 1-3 Экзамен (сем.5), вопросы 1 -12, задача 1

		случайных величин, их описание: ряды распределений и функции плотности вероятности. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Преобразование случайных величин. Характеристические и производящие функции, их применение для вычислений числовых характеристик.		
ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	у1. уметь анализировать математические модели	Векторные случайные величины Закон больших чисел. Центральная предельная теорема. Лемма Бореля-Кантелли. Неравенства Чебышева. Типы сходимости. Законы больших чисел, в том числе усиленные. Основная центральная предельная теорема. Непосредственный подсчет вероятностей с использованием их свойств. Построение наиболее мощного критерия Проверка гипотез о виде распределения Проверка гипотез о независимости и однородности Проверка статистических гипотез Случайные величины Случайные эксперимент, события. Определение вероятностей события: классическая, геометрическая, стохастическая и аксиоматическая. Условные эксперименты и вероятности. Независимость событий. Формулы умножения вероятностей, полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли. Формулы Пуассона, Муавра-Лапласа. Функции распределения, ее свойства. Дискретные двумерные и непрерывные n-мерные случайные величины, их описание. Преобразование случайных величин. Условные математическое ожидание и дисперсия. Кривые регрессии. Ковариация и корреляция случайных величин, корреляционное отношение. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Типы случайных величин, их описание: ряды распределений и функции плотности вероятности. Числовые характеристики случайных величин: математическое	РГЗ №1, №2 (сем.4), РГЗ (сем.5)	Экзамен (сем.4), вопросы 1-16, задачи 1-3 Экзамен (сем.5), вопросы 13 - 24, задача 2

		ожидание и дисперсия. Преобразование случайных величин. Характеристические и производящие функции, их применение для вычислений числовых характеристик.		
ОПК.4 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	у3. уметь применять основные методы, способы и средства получения, хранения и переработки информации с помощью компьютеров и компьютерных средств	Выборочный метод в статистике Доверительное оценивание Достаточные статистики Информационное количество Фишера, неравенство Рао-Крамера и критерий эффективности Метод максимального правдоподобия Метод моментов Непараметрическое оценивание функции плотности Непараметрическое оценивание функции распределения Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия Порядковые статистики Построение наиболее мощного критерия Проверка гипотез о виде распределения Проверка гипотез о независимости и однородности Точечные оценки и их свойства	РГЗ №1, №2 (сем.4), РГЗ (сем.5)	Экзамен (сем.4), вопросы 17-52, задачи 2,3 Экзамен (сем.5), вопросы 25 - 36, задачи 3, 4 ПК
ПК.2/НИ способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	Векторные случайные величины Доверительное оценивание Достаточные статистики Закон больших чисел. Центральная предельная теорема. Информационное количество Фишера, неравенство Рао-Крамера и критерий эффективности Лемма Бореля-Кантелли. Неравенства Чебышева. Типы сходимости. Законы больших чисел, в том числе усиленные. Основная центральная предельная теорема. Метод максимального правдоподобия Метод моментов Порядковые статистики Построение оценок параметров распределений Случайные величины Точечные оценки и их свойства Функции распределения, ее свойства. Дискретные двумерные и непрерывные n-мерные случайные величины, их описание. Преобразование случайных величин. Условные математическое ожидание и дисперсия. Кривые регрессии. Ковариация и корреляция случайных величин, корреляционное отношение. Функция распределения случайной	РГЗ (сем.5)	Экзамен (сем.5), вопросы 37 - 48, задача 5

		величины и ее свойства. Типы случайных величин, их описание: ряды распределений и функции плотности вероятности. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Преобразование случайных величин. Характеристические и производящие функции, их применение для вычислений числовых характеристик.		
ПК.3/НИ способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	у1. уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натуральных экспериментов	Построение наиболее мощного критерия Проверка гипотез о виде распределения Проверка гипотез о независимости и однородности	РГЗ (сем.5)	Экзамен (сем.5), вопросы 49 - 61, задача 6

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 4 семестре - в форме экзамена, в 5 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.3, ОПК.4, ПК.2/НИ, ПК.3/НИ.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 5 семестре обязательным этапом текущей аттестации является расчетно-графическое задание РГЗ. Требования к выполнению РГЗ, состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ.

В 4 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание РГЗ. Требования к выполнению РГЗ, состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ(Р).

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе учебной дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.3, ОПК.4, ПК.2/НИ, ПК.3/НИ, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт экзамена

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», 4 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в устной форме по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-16, второй вопрос из диапазона вопросов 17-31, третий вопрос из диапазона вопросов 32-45, четвертый вопрос из диапазона вопросов 46-52 (список вопросов приведен ниже). Далее в билете предлагается к решению 3 задачи. Задачи выбираются из числа задач, указанных в списке тем задач (п.5). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № 1

к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей.
2. Случайная величина. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
3. Математическое ожидание случайной величины: определение, вычисление.
4. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности.
5. Случайная величина распределена равномерно на отрезке $[0,1]$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta=2\xi+1$
6. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шаров, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну белый шар. Найти вероятность того, что после этого наудачу выбранный из урны шар будет белым.
7. В ящике 10 деталей, среди которых 2 нестандартных. Найти вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях окажется не более одной нестандартной.

Утверждаю: зав. кафедрой _____ должность, ФИО
(подпись) _____
(дата)

2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет (тест) считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи

допускает принципиальные ошибки, оценка составляет 0-9 баллов.

- Ответ на экзаменационный билет (тест) засчитывается на **пороговом уровне**, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет 10-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет (тест) билет засчитывается на **базовом уровне**, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет 20-31 баллов. •
- Ответ на экзаменационный билет (тест) билет засчитывается на **продвинутом уровне**, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет 32-40 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Предмет теории вероятности. Случайный эксперимент, случайное событие.
2. Пространство элементарных событий.
3. Определение события. Арифметические операции над событиями, их свойства. событий: определения, примеры.
4. Классическое определение вероятности, свойства вероятности, вытекающие из этого определения.
5. Принцип геометрической вероятности: определение, примеры.
6. Статистическое определение вероятности: определение, недостатки.
7. Аксиоматическое построение теории вероятности.
8. Свойства вероятности, в том числе формула сложения вероятностей.
9. Задача о совпадениях.
10. Условная вероятность: определение, справедливость аксиом вероятности для условной вероятности.
11. Независимые события, некоторые свойства независимых событий, в том числе вероятность суммы попарно независимых событий.
12. Формула умножения вероятностей.
13. Полная группа событий, формула полной вероятности, формула Байеса.
14. Схема Бернулли, формула Бернулли.
15. Формула Пуассона.
16. Формулы Муавра - Лапласа.
17. Определение случайной величины, функция распределения случайной величины: определение, основные свойства функции распределения.
18. Дискретная случайная величина: определение, описание, формула для вычисления функции распределения.
19. Распределение Бернулли: определение, числовые характеристики (их

вычисление с помощью производящих функций).

20. Биномиальное распределение: определение, числовые характеристики (их вычисление с помощью производящей функции).

21. Геометрическое распределение: определение, числовые характеристики (их вычисление с помощью производящей функции).

22. Гипергеометрическое распределение: определение.

23. Пуассоновское распределение: определение, числовые характеристики (их вычисление с помощью производящей функции).

24. Непрерывная случайная величина: определение. Плотность распределения, основные свойства плотности распределения.

25. Равномерное распределение: определение, числовые характеристики, графики функции распределения и плотности распределения.

26. Экспоненциальное (показательное) распределение: определение, числовые характеристики (их вычисление с помощью характеристической функции), графики функции распределения и плотности распределения.

27. Нормальное распределение: определение, числовые характеристики (их вычисление с помощью характеристической функции), графики функции распределения и плотности распределения. Стандартное нормальное распределение.

28. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их основные свойства.

29. Моменты случайных величин: начальные, центральные, абсолютные. Другие числовые характеристики случайных величин: мода, медиана, квантиль, асимметрия, эксцесс.

30. Характеристическая функция (х.ф.) случайных величин: определение, теорема единственности, формула обращения, применение х.ф.

31. Производящие функции: определение, основные свойства, применение

32. Многомерные случайные величины: определение, совместная функция распределения, ее основные свойства

33. Двумерные дискретные случайные величины: определение, описание, нахождение маргинальных распределений

34. Двумерные непрерывные случайные величины: определение, свойства совместной плотности распределения.

35. Маргинальные распределения: определение, вычисление.

36. Вероятность попадания двумерной случайной величины в прямоугольник.

37. Многомерное нормальное распределение, его характеристическая функция.

38. Условные распределения дискретной случайной величины. Вычисление условных распределений.

39. Условные распределения непрерывной случайной величины: функция распределения и плотность распределения.

40. Двумерное нормальное распределение, его характеристическая функция, плотности условных распределений.

41. Условное математическое ожидание: определение, вычисление, основные свойства условного математического ожидания.

42. Условная дисперсия: определение, вычисление, основные свойства.

43. Линии регрессии двумерной нормально распределенной случайной Величины.

44. Ковариация случайных величин: определение, основные свойства.

45. Коэффициент корреляции: определение, основные свойства.

46. Последовательность независимых событий. Теорема Бореля - Кантелли.

47. Последовательность независимых случайных величин, необходимое и достаточное условия независимости случайных величин.

48. Неравенства Чебышева и Колмогорова.

49. Сходимость последовательности случайных величин.

50. Закон больших чисел (случай одинаково распределенных случайных величин и случай произвольной последовательности).

51. Усиленный закон больших чисел (оба случая).

52. Центральная предельная теорема. Теоремы Линдеберга и Ляпунова.

5. Задачи к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей»

1. Задачи по теме «Случайные события»

2. Задачи по теме «Случайные величины и их распределения»

3. Задачи по теме «Многомерные случайные величины»

4. Задачи по теме «Предельные теоремы теории вероятности»

Паспорт расчетно-графического задания

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», 4 семестр

1. Методика оценки

Расчетно-графическое задание №1

Первое расчетно-графическое задание включает 8 задач. Студенты вычисляют вероятности событий, используя для этой цели все известные им модели (задачи 1-5), определяют законы распределения дискретной и непрерывной случайных величин (задачи 6-8). При выполнении расчетно-графического задания студенты проанализировать полученные результаты, в особенности задачи 8.

Расчетно-графическое задание №2

Второе расчетно-графическое задание включает 3 задачи. В первых двух задачах в рамках расчетно-графического задания по дисциплине студенты полностью исследуют двумерные дискретные и непрерывные случайные величины (с.в.): вычисляют маргинальные распределения, числовые характеристики с.в., исследуют на функциональную зависимость ее компоненты, находят условные распределения и их числовые характеристики. В третьей задаче студенты находят закон распределения функции известной с.в., находят числовые характеристики новой с.в. оптимальным способом. Решения задач требуют обязательного осмысления.

Отчет по РГЗ №1 и №2 должен содержать титульный лист, условия задач и текст решения с необходимыми вычислениями, ссылки на соответствующий теоретический материал. Задачи записываются в порядке их следования в задании, каждая задача начинается с новой страницы (возможны исключения, если запись решения задачи занимает мало места). Графики выполняются ручкой (не карандашом), содержат необходимые пояснения.

2. Критерии оценки

Расчетно-графическое задание №1 оценивается по следующим правилам:

Работа считается **не выполненной**, если решены правильно не более 3-х задач, возможно с арифметическими ошибками. В остальных задачах при решении допущены грубые ошибки: неверно выбрана вероятностная модель, не проверены свойства распределений случайных величин – присутствуют ошибки в их записи, неточно записаны законы распределения известных случайных величин или не указаны области их значений. Графики выполнены либо неверно, либо с ошибками, либо нет соответствия с вычислениями, определяющими график. Оценка составляет от 0 до 4 баллов.

Работа считается выполненной на **пороговом уровне**, если решены правильно не менее 4-х задач, но решения не сопровождаются объяснениями, промежуточные вычисления отсутствуют – сразу приводится ответ, возможны вычислительные ошибки, не приводящие к искажению результата. При защите работы ответы на вопросы неполные или их нет (не более 30%). Оценка составляет от 5 до 8 баллов.

Работа считается выполненной на **базовом уровне**, если решены правильно не менее 6 задач, но обоснования неполные, могут быть допущены вычислительные ошибки, не искажающие результата. В остальных задачах допущены негрубые ошибки. На защите часть ошибок исправляется, ответы на вопросы достаточно полные, число правильных ответов не менее 60%. Оценка составляет от 9 до 11 баллов.

Работа считается выполненной на **продвинутом уровне**, если все задачи решены верно с необходимыми пояснениями, записи решений выполнены аккуратно. Возможно некоторое непонимание выбранной модели, но при защите работы ситуация исправляется. Оценка составляет от 12 до 13 баллов.

Расчетно-графическое задание №2 оценивается по следующим правилам:

Работа считается **не выполненной**, если сделана попытка решить одну из задач, в записи решения нет пояснений, возможны арифметические ошибки, искажающие результат. Оценка составляет от 0 до 4 баллов.

Работа считается выполненной на **пороговом уровне**, если решена правильно одна задача, решения двух других или одной из них содержат грубые ошибки: неправильно используются формулы, решения не сопровождаются объяснениями, промежуточные вычисления отсутствуют – сразу приводится ответ, возможны вычислительные ошибки, не приводящие к искажению результата. При защите работы ответы на вопросы неполные или их нет (не более 30%). Оценка составляет от 5 до 7 баллов.

Работа считается выполненной на **базовом уровне**, если решены правильно все задачи, но могут отсутствовать ответы на некоторые пункты заданий, при решении задач обоснования слабые или их вовсе нет, могут быть допущены вычислительные ошибки, не искажающие результата. На защите часть ошибок исправляется, ответы на вопросы достаточно полные, число правильных ответов не менее 60%. Оценка составляет от 8 до 10 баллов.

Работа считается выполненной на **продвинутом уровне**, если все задачи решены верно с необходимыми пояснениями, записи решений выполнены аккуратно. Возможно некоторое непонимание интерпретации полученных результатов, но при защите работы ситуация исправляется. Оценка составляет от 11 до 12 баллов.

Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ №1 и №2 учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

3. Примерный перечень тем РГЗ

Вариант типового РГЗ №1.

1. Наудачу выбирается семизначное число. Найти вероятность того, что число читается одинаково как слева направо, так и справа налево (например, 5732375).
2. На катетах АВ и АС равнобедренного прямоугольного треугольника АВС случайно выбираются точки М и N и из них опускаются перпендикуляры МК и NL на гипотенузу ВС. Какова вероятность того, что площадь пятиугольника KLNAM больше половины площади треугольника АВС?
3. Три стрелка выстрелили по мишени. При одном выстреле вероятность попадания для них 0.5, 0.7 и 0.9 соответственно. Найти вероятность, что мишень поражена не менее двух раз.

4. В семи урнах содержится по 2 белых и 2 черных шаров, а в трех урнах – по 7 белых и 3 черных шаров. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен черный шар? Найти вероятность, что при этом он извлечен из урны с 7 белыми и 3 черными шарами.

5. Рассматривается серия из n независимых испытаний с вероятностью «успеха» в отдельном испытании p и вероятностью «неуспеха» $q = 1 - p$. X – число успехов в серии из n независимых испытаний. Требуется:

А. Для малого n построить ряд распределения случайной величины X , найти функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание MX , дисперсию DX , вероятность $P\{X \leq 2\}$ и вероятность хотя бы одного успеха в n испытаниях.

Б. Для большого n и малого np найти $P\{X \leq 2\}$ приближенно с помощью формулы Пуассона. Оценить точность приближения.

В. Для больших n и np найти вероятность $P\{a \leq X \leq b\}$ приближенно с помощью формулы Муавра – Лапласа.

Вариант	Случай А		Случай Б		Случай В			
	n	p	n	p	n	p	a	b
1	5	0.2	100	0.002	100	0.2	16	40

6. Ведется стрельба до первого попадания, но не больше 5 выстрелов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.7. X – число произведенных выстрелов. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Построить график функции распределения.

7. Плотность вероятности $f(x)$ случайной величины X на интервале (a, b) и сам интервал (a, b) заданы в условии, вне интервала (a, b) плотность вероятности $f(x) = 0$. Функция $f(x)$ зависит от константы A . Требуется:

1. Найти константу A ;
2. Построить графики плотности и функции распределения;
3. Найти математическое ожидание MX , дисперсию DX и среднее квадратическое отклонение σ ;

4. Вычислить $P\{|X - MX| \leq \sigma\}$.

Варианты	$f(x)$	(a, b)
1	$Ax + \frac{1}{3}$	$(0, 1)$

8. Отклонение размера детали от номинала есть случайная величина X , $X \sim N(a, \sigma)$.

Годными считаются детали, для которых отклонение от номинала лежит в интервале $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$. Требуется:

1. Записать формулу плотности распределения и построить ее график;

2. Построить график функции распределения по точкам $x = a + k\sigma$,

$k = \pm 1, \pm 2, \pm 3$;

3. Найти вероятность того, что при выборе 3 деталей отклонение каждой из них попадет в интервал (α, β) ;

4. Определить, какое наименьшее число деталей необходимо изготовить, чтобы среди них с вероятностью 0.95 хотя бы одна деталь была годной.

Вариант типового задания по РГЗ №2.

Задача 1.

1. Закон распределения случайного вектора $Z = (X, Y)$ задан таблицей

X	Y		
	-1	0	1
1	0.2	0.1	0.3
2	0	0.1	0.2
3	0	0.1	0.

Найти:

1. Законы распределения случайных величин X и Y ;

2. Математическое ожидание MZ ;

3. Дисперсии DX и DY ;

4. Ковариацию $\text{cov}(X, Y)$ и коэффициент корреляции r_{xy} . Зависимы ли случайные величины X и Y ?

5. Закон распределения случайной величины X при условии, что Y принимает любое из всех возможных для нее значений;

6. Условное математическое ожидание $m_x(y) \equiv M(X/Y = y)$ и условную дисперсию

$$d_x(y) \equiv D(X/Y = y).$$

Задача 2.

Плотность вероятности случайного вектора $Z = (X, Y)$ и область определения D случайной величины Z заданы в вариантах. Формула плотности вероятности $f(x, y)$ содержит неизвестную переменную A . Найти:

1. Значение переменной A ;
2. Вероятность попадания случайной точки (X, Y) в заданную область G ;
3. Законы распределения случайных величин X и Y , а также их функции распределения. Дать графическое изображение полученных функций.
4. Математические ожидания MX и MY , а также дисперсии DX и DY ;
5. Ковариацию $cov(X, Y)$ и коэффициент корреляции r_{xy} ;
6. Условные законы распределений $f(x/y)$, $f(y/x)$;
7. Условные математические ожидания $m_x(y)$, $m_y(x)$ и дисперсии $d_x(y)$, $d_y(x)$. Нарисовать на одном чертеже линии регрессии.
8. Вычислить корреляционные отношения $\eta_{x|y}^2$, $\eta_{y|x}^2$.

Варианты	D	$f(x, y)$	G
1	$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$	$A(x + y)$	$x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$

Задача 3. Найти закон распределения случайной величины $Y = |\ln(X)|$, если случайная величина $X \succ \text{Rav}[0, e]$. Вычислить MY , DY рациональными способами.

Паспорт экзамена

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», 5 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-15, второй вопрос из диапазона вопросов 16-30, третий вопрос из диапазона вопросов 31-45, четвертый вопрос из диапазона вопросов 46-61, (список вопросов приведен ниже). После ответа на вопросы необходимо решить 6 задач (типы задач приведены ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ПМИ

Билет № 1

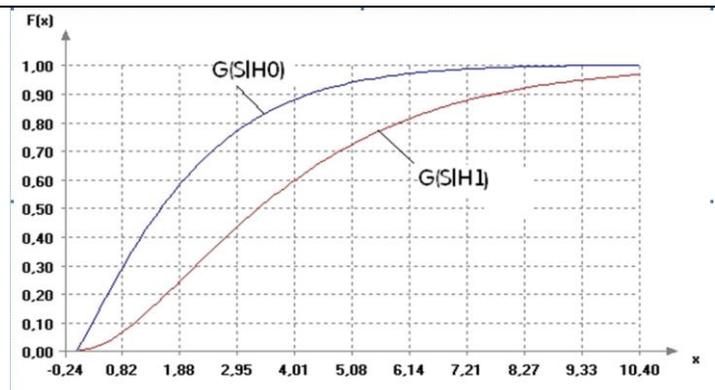
к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Определение случайной величины. Привести пример случайной величины, ее область определения и распределение.
2. Определение достаточной статистики. Привести пример достаточной статистики.
3. Критерий согласия Колмогорова при проверке сложной гипотезы о виде распределения: статистика, критическая область.
4. Определение порядковой статистики и вариационного ряда.
5. Найти 99%-доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания нормальной случайной величины, если $\sigma = 4$, $\bar{X} = 10.2$, $n = 16$.
- 6-7. Среди 2020 семей, имеющих двух детей, 527 семей, в которых два мальчика, и 476 – две девочки. В остальных 1017 семьях дети разного пола. Проверить гипотезу о том, что количество мальчиков в семье с двумя детьми – биномиальная случайная величина.

$$P\{\xi = k\} = C_m^k \theta^k (1 - \theta)^{m-k}, \quad k = 0, \dots, m$$

8. Построить график эмпирической функции распределения по выборке {1,4,-3,9,2}. {1,4,-3,9,2}.

9. Вычислите ошибки первого и второго рода, если гипотеза H_0 отвергается при $S > 6.14$. Является ли критерий несмещенным?



10. Построить равномерно наиболее мощный критерий проверки гипотезы $H_0 : \theta = \theta_0$ против сложной альтернативы $H_1 : \theta = \theta_1 > \theta_0$ о параметре θ распределения с плотностью $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x \geq 0$ по выборке из одного наблюдения.

2. Критерии оценки

За каждый вопрос/задачу дается от 0 до 4 баллов в зависимости от правильности ответов/решения, наличия смысловых или вычислительных ошибок.

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если суммарное количество баллов за экзамен составляет от 0 до 19 баллов.
- Ответ засчитывается на **пороговом** уровне, если суммарное количество баллов за экзамен составляет от 20 до 27 баллов.
- Ответ засчитывается на **базовом** уровне, если суммарное количество баллов за экзамен составляет от 28 до 35 баллов.
- Ответ засчитывается на **продвинутом** уровне, если суммарное количество баллов за экзамен составляет от 36 до 40 баллов.

Далее суммируется количество баллов, набранных в семестре и количество баллов, набранных на экзамене, и выставляется итоговая оценка.

Экзамен считается сданным, если итоговая сумма баллов составляет не менее 50 баллов (по 100 балльной шкале).

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математическая статистика»

1. Случайная величина.
2. Функция распределения случайной величины.
3. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия.
4. Закон больших чисел.
5. Центральная предельная теорема.
6. Выборочный метод в статистике.
7. Порядковые статистики и вариационный ряд.
8. Выборочные моменты

9. Эмпирическая функция распределения (э.ф.р.)
10. Теорема о сходимости э.ф.р. к функции распределения случайной величины
11. Теорема Гливленко-Кантелли
12. Гистограмма.
13. Оценка плотности распределения с помощью ядерных функций.
14. Оценка Каплана-Мейера функции распределения по случайно цензурированным выборкам
15. Понятие статистической оценки.
16. Критерии сравнения статистических оценок
17. Несмещенные оценки с равномерно минимальной дисперсией (НОРМД).
18. Теорема о единственности НОРМД.
19. Состоятельность оценки.
20. Критерий состоятельности.
21. Функция правдоподобия
22. Информационное количество Фишера.
23. Неравенство Рао-Крамера.
24. Эффективные оценки.
25. Критерий эффективности.
26. Эффективные оценки для экспоненциальной модели
27. Достаточные статистики
28. Критерий факторизации
29. Метод максимального правдоподобия
30. Свойства оценок максимального правдоподобия
31. Асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия
32. Метод моментов
33. Методы минимального расстояния
34. Метод минимума Хи-квадрат
35. Метод минимума статистики Колмогорова
36. Метод минимума статистики омега-квадрат Мизеса.
37. Интервальное оценивание
38. Построение доверительного интервала с помощью центральной статистики
39. Построение доверительного интервала с помощью распределения точечной оценки.
40. Построение асимптотического доверительного интервала
41. Понятие статистической гипотезы
42. Виды статистических гипотез
43. Критерии согласия
44. Оперативные характеристики критерия согласия
45. Мощность критерия согласия.
46. Несмещенность критерия согласия
47. Состоятельность критерия согласия
48. Критерий Колмогорова.
49. Критерий Смирнова.
50. Критерий омега-малое квадрат Мизеса (Крамера-Мизеса-Смирнова).
51. Критерий омега-большое квадрат Мизеса (Андесона-Дарлингга).
52. Непараметрические критерии согласия при проверке сложных гипотез.
53. Критерий Хи-квадрат Пирсона.
54. Критерий отношения правдоподобия.
55. Критерий Хи-квадрат для проверки гипотезы однородности.
56. Критерий Смирнова для проверки гипотезы однородности.
57. Критерий Хи-квадрат для проверки гипотезы независимости.
58. Равномерно наиболее мощный критерий (РНМК).
59. Построение НМК при проверке простых гипотез.

60. Лемма Неймана-Пирсона.
61. Построение РНМК при проверке простых гипотез против сложной односторонней альтернативы.

5. Типы задач к экзамену по дисциплине «Математическая статистика»

1. Построение оценок методом моментов или методом максимального правдоподобия
2. Исследование свойств оценок (несмещенность, состоятельность, эффективность)
3. Построение достаточной статистики
4. Построение доверительного интервала
5. Проверка гипотезы о согласии
6. Проверка гипотезы однородности
7. Проверка гипотезы независимости
8. Построение НМК при проверке простых гипотез
9. Построение РНМК при проверке простой гипотезы против сложной альтернативы
10. Вычисление вероятностей ошибок первого и второго рода по графикам функции распределения статистики критерия при верной основной и альтернативной гипотезе.
11. Построение графика э.ф.р. и оценки Каплана-Мейера

Паспорт расчетно-графического задания

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», 5 семестр

1. Методика оценки

Расчетно-графическое задание состоит из двух частей. В первой части необходимо найти оценки параметров распределений и исследовать их свойства: несмещенность, состоятельность и эффективность, а также построить точный и асимптотический доверительный интервал. Во второй части требуется проверить гипотезу о виде распределения, гипотезу независимости и гипотезу однородности.

При решении задач необходимо сначала выполнить постановку задачи, а именно – определить тип наблюдаемой случайной величины (непрерывная или дискретная, регулярная или нерегулярная модель), а также способ представления наблюдений случайной величины (группированный или негруппированный). В соответствии с этим необходимо выбрать подходящий метод оценивания или критерий для проверки гипотезы.

При выполнении расчетно-графического задания допускается использование специального программного обеспечения. Вычисление оценок и статистик критериев можно выполнять численно на компьютере.

Отчет по расчетно-графическому заданию должен содержать титульный лист, лист задания, текст решения задач с необходимой степенью детализации, ссылки на соответствующие теоремы, свойства, статистические таблицы, использованные при получении решения.

2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если студент решил больше половины задач неправильно, ответы на вопросы по темам РГЗ неполные, оценка составляет от 0 до 19 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если студент решил задачи принципиально правильно, но ответы на вопросы по темам РГЗ неполные, оценка составляет от 20 до 27 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если студент выполнил задания, допустив несущественные ошибки, и правильно ответил на вопросы по темам РГЗ, оценка составляет от 28 до 35 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если студент выполнил правильно и полностью все задания и ответил на вопросы по темам РГЗ, оценка составляет от 36 до 40 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень тем РГЗ(Р)

Часть 1. Оценивание параметров

Пусть X_1, X_2, \dots, X_n – выборка из заданного в соответствии с вариантом распределения.

1. Найти точечную оценку неизвестного параметра θ (или некоторой функции $\tau(\theta)$) по методу моментов или по методу максимального правдоподобия. Проверить полученную оценку на несмещенность, состоятельность и эффективность.
2. Найти достаточную статистику.
3. Найти функцию $\tau(\theta)$, допускающую эффективную оценку.
4. Построить точный доверительный интервал.
5. Построить асимптотический доверительный интервал.

Часть 2. Проверка статистических гипотез

Задание состоит из трех задач. В соответствии с номером варианта необходимо сделать формальную постановку задачи, подобрать статистический критерий и выполнить расчет. Вероятность ошибки первого рода $\alpha = 0.05$.

1. Проверить гипотезу о виде распределения.
2. Проверить гипотезу о независимости.
3. Проверить гипотезу об однородности распределений.