

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФПМИ

д.т.н. Тимофеев В. С.

“ ____ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Методы статистического моделирования

Образовательная программа: 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль:
Компьютерное моделирование и информационные технологии

Курс: 3, семестр : 6

Факультет прикладной математики и информатики,

		Семестр
№	Вид деятельности	6
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	2
2	Всего часов	72
3	Всего занятий в контактной форме, час.	42
4	Лекции, час.	18
5	Практические занятия, час.	18
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	7
8	Аттестация, час.	2
9	Консультации, час.	4
10	Самостоятельная работа, час.	30
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	
12	Вид аттестации	3

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 01.03.02 Прикладная математика и информатика

ФГОС введен в действие приказом №228 от 12.03.2015 г. , дата утверждения: 14.04.2015 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, вариативная

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ПМт, протокол заседания кафедры №6 от 20.06.2017

Утверждена на совете факультета прикладной математики и информатики, протокол № 6 от 21.06.2017

Программу разработал:

советник по языковым и информационным зарубежным центрам, д.т.н. Цой Е. Б.

Заведующий кафедрой:

профессор, д.т.н. Соловейчик Ю. Г.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Соловейчик Ю. Г.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; в части следующих результатов обучения:	
у1. уметь анализировать математические модели	
Компетенция ФГОС: ПК.2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; в части следующих результатов обучения:	
з2. знать основы теории случайных процессов	
у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	
Компетенция ФГОС: ПК.3 способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности; в части следующих результатов обучения:	
у1. уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натурных экспериментов	

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
<i>Методы статистического моделирования</i>	
ПК.2.з2 знать основы теории случайных процессов	
1. знать основы теории случайных процессов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК.2.у2 уметь применять основные математические методы при построении моделей	
2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.3.у1 уметь анализировать математические модели	
3. уметь анализировать математические модели	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК.3.у1 уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натурных экспериментов	
4. уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натурных экспериментов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 6				
Дидактическая единица: Методология машинной имитации. Математические модели сложных систем				
1. Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей	1	3	1, 2, 3, 4	Конспектирование лекция. Решение задач. Дискуссия
Дидактическая единица: Моделирование систем массового обслуживания				

2. Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей	1	3	2, 3, 4	Конспектирование лекция. Решение задач. Дискуссия
Дидактическая единица: Методы моделирования случайных чисел, многомерных случайных величин, имеющих различные дискретные и непрерывные законы распределения				
3. Моделирование псевдослучайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$, дискретных и непрерывных псевдослучайных величин. Методы моделирования псевдослучайных чисел, физические и программные генераторы. Статистический анализ качества псевдослучайной величины. Тесты для анализа случайных последовательностей. Алгоритмы моделирования случайных величин, имеющих различные дискретные законы распределения. Метод обратной функции, метод суперпозиции, метод порядковых статистик, метод исключения. Моделирование показательного распределения	2	4	2, 3, 4	Конспектирование лекция. Решение задач. Дискуссия
Дидактическая единица: Тесты для анализа случайных последовательностей				
4. Моделирование псевдослучайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$, дискретных и непрерывных псевдослучайных величин. Методы моделирования псевдослучайных чисел, физические и программные генераторы. Статистический анализ качества псевдослучайной величины. Тесты для анализа случайных последовательностей. Алгоритмы моделирования случайных величин, имеющих различные дискретные законы распределения. Метод обратной функции, метод суперпозиции, метод порядковых статистик, метод исключения. Моделирование показательного распределения	1	3	2, 3, 4	Конспектирование лекция. Решение задач. Дискуссия
Дидактическая единица: Метод Монте-Карло				

5. Методы Монте-Карло. Роль закона больших чисел и предельных теорем в теории статистического моделирования. Различные варианты метода Монте-Карло. Применение метода Монте-Карло для моделирования систем массового обслуживания	2	5	2, 3, 4	Конспектирование лекция. Решение задач. Дискуссия
---	---	---	---------	---

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 6				
Дидактическая единица: Моделирование систем массового обслуживания				
1. Моделирование случайных процессов	0	4	1, 2, 3	Проектирование и разработка программы
2. Моделирование систем массового обслуживания	0	4	2, 3, 4	Проектирование и разработка программы
Дидактическая единица: Методы моделирования случайных чисел, многомерных случайных величин, имеющих различные дискретные и непрерывные законы распределения				
3. Моделирование дискретных случайных величин	0	4	2, 3, 4	Проектирование и разработка программы
Дидактическая единица: Метод Монте-Карло				
4. Метод Монте-Карло	0	6	2, 3, 4	Проектирование и разработка программы

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 6				
1	Подготовка к занятиям	2, 3, 4	10	0
: Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar Еланцева И. Л. Методические указания по выполнению лабораторных работ по Методам статистического моделирования [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / И. Л. Еланцева, Е. Б. Цой ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2011/lib_838_1320286258.rar . - Загл. с экрана.				
2	Дополнительная учебная деятельность	1, 2, 3, 4	10	0
Решение задач: Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar				
3	Подготовка к аттестации	1, 2, 3, 4	10	4
: Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	e-mail
Консультирование	e-mail
Контроль	e-mail
Размещение учебных материалов	Портал НГТУ; ЭБС

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм
1	Дискуссия
Краткое описание применения: Формулируется задача и ищутся пути решения	
Подробная информация об использовании технологии приводится в "Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar "	

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS.

Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 6		
<i>Подготовка к занятиям:</i> Решение задач	0	
Контролирующие материалы (Перечень задач) приводятся в "Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar "		
<i>Дополнительная учебная деятельность:</i>	0	
<i>Практические занятия:</i>	40	80
Контролирующие материалы (Методические указания) приводятся в "Еланцева И. Л. Методические указания по выполнению лабораторных работ по Методам статистического моделирования [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / И. Л. Еланцева, Е. Б. Цой ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2011/lib_838_1320286258.rar . - Загл. с экрана."		
<i>Зачет:</i>	10	20
Контролирующие материалы (список вопросов) приводятся в "Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил.. - Режим доступа: http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar "		

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля
		Зачет
ОПК.3	у1. уметь анализировать математические модели	+
ПК.2	з2. знать основы теории случайных процессов	+

	у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	+
ПК.3	у1. уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натурных экспериментов	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Бекарева Н. Д. Случайные процессы : конспект лекций / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2008. - 222, [1] с. : ил. - Режим доступа: <http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2008/bek.rar>

Дополнительная литература

1. Туганбаев А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – СПб. [и др.] : Лань, 2011. – 223 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Т. 2. Основы эконометрики/ С. А. Айвазян : Учебник для экон. спец. вузов: В 2 т.. - М., 2001. - 432 с.
3. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей : [учебник для вузов по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологии] / В. П. Чистяков. - М., 2007. - 252, [1] с.
4. Лоу А. М. Имитационное моделирование / Аверилл М. Лоу, В. Дэвид Кельтон ; [пер. с англ. под ред. В.Н. Томашевского]. - СПб. [и др.], 2004. - 846 с. : ил., табл.
5. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Т. 1. Теория вероятностей и прикладная статистика/ С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян : Учебник для экон. спец. вузов: В 2 т.. - М., 2001. - 656 с.

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znaniy.com" : <http://znaniy.com/>
5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Еланцева И. Л. Методические указания по выполнению лабораторных работ по Методам статистического моделирования [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / И. Л. Еланцева, Е. Б. Цой ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2011/lib_838_1320286258.rar. - Загл. с экрана.
2. Цой Е. Б. Моделирование и управление в экономике. [ч. 1] : конспект лекций / Е. Б. Цой, И. В. Самочернов, М. Е. Цой; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 160 с. : ил. - Режим доступа: <http://www.library.nstu.ru/fulltext/metodics/2004/coy.rar>

8.2 Специализированное программное обеспечение

- 1 GPSS World
- 2 Visual Studio

9. Материально-техническое обеспечение

Компьютерный класс

№	Наименование	Назначение
1	Компьютерный класс (Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet)	Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новосибирский государственный
технический университет»

Кафедра прикладной математики

"УТВЕРЖДАЮ"
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н. Тимофеев В. С.
“ ” _____ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Методы статистического моделирования

Образовательная программа: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Факультет прикладной математики и информатики

Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Тема	Код формируемой компетенции	Знания/умения	Контролирующее мероприятие (экзамен, зачет, курсовой проект и т.п.)
Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей. Моделирование случайных процессов. Моделирование систем массового обслуживания. Моделирование псевдослучайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$, дискретных и непрерывных псевдослучайных величин. Методы моделирования псевдослучайных чисел, физические и программные генераторы. Статистический анализ качества псевдослучайной величины. Тесты для анализа случайных последовательностей. Алгоритмы моделирования случайных величин, имеющих различные дискретные законы распределения. Метод обратной функции, метод суперпозиции, метод порядковых статистик, метод исключения. Моделирование показательного распределения. Моделирование дискретных случайных величин. Методы Монте-Карло. Роль закона больших чисел и предельных теорем в теории статистического моделирования. Различные варианты метода Монте-Карло. Применение метода Монте-Карло для моделирования систем массового обслуживания.	ПК.2/НИ	з2. знать основы теории случайных процессов у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	Зачет. Задание 3.3 стр. 56

Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей. Моделирование случайных процессов. Моделирование систем массового обслуживания. Моделирование псевдослучайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$, дискретных и непрерывных псевдослучайных величин. Методы моделирования псевдослучайных чисел, физические и программные генераторы. Статистический анализ качества псевдослучайной величины. Тесты для анализа случайных последовательностей. Алгоритмы моделирования случайных величин, имеющих различные дискретные законы распределения. Метод обратной функции, метод суперпозиции, метод порядковых статистик, метод исключения. Моделирование показательного распределения. Моделирование дискретных случайных величин. Методы Монте-Карло. Роль закона больших чисел и предельных теорем в теории статистического моделирования. Различные варианты метода Монте-Карло. Применение метода Монте-Карло для моделирования систем массового обслуживания.	ОПК.3	у1. уметь анализировать математические модели	Зачет. Задание 5.3 стр. 89-92
Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей. Моделирование случайных процессов. Моделирование систем массового обслуживания. Моделирование псевдослучайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$, дискретных и непрерывных псевдослучайных величин. Методы моделирования псевдослучайных чисел, физические и программные генераторы. Статистический анализ качества псевдослучайной величины. Тесты для анализа случайных последовательностей. Алгоритмы моделирования случайных величин, имеющих различные дискретные законы распределения. Метод обратной функции, метод суперпозиции, метод порядковых статистик, метод исключения. Моделирование показательного распределения. Моделирование дискретных случайных величин. Методы Монте-Карло. Роль закона больших чисел и предельных теорем в теории статистического моделирования. Различные варианты метода Монте-Карло. Применение метода Монте-Карло для моделирования систем массового обслуживания.	ПК.3/НИ	у1. уметь оценивать результаты моделирования и сопоставлять их с результатами натуральных экспериментов	Зачет. Задание 6.4 стр. 108-111

Комплект контролирующих материалов по дисциплине включает:

1. Комплект заданий к зачету.
2. Комплект вопросов для проверки знаний студентов во время семестра.
3. Перечень вопросов для проверки знаний на зачете.

Пример задания к зачету

Разработать программу, позволяющую моделировать последовательность псевдослучайных чисел, принадлежащих указанному распределению. Получить последовательность псевдослучайных величин. Провести статистический анализ качества этой последовательности:

$$P\{\xi = i\} = \frac{1}{n}, i = 1, 2, \dots, n$$

Пример вопросов для проверки знания на зачете

- 1 Специальный алгоритм моделирования распределения Пуассона;
- 2 Метод исключения. Эффективность метода исключения. Модификации метода;
- 3 Моделирование процесса скользящего суммирования.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н., доцент В.С. Тимофеев
“ ” _____ Г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Методы статистического моделирования

Образовательная программа: 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль:
Компьютерное моделирование и информационные технологии

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Методы статистического моделирования приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ (Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	у1. уметь анализировать математические модели	Компьютерная имитация. Методология компьютерной имитации. Математические модели сложных систем. Типы математических моделей Методы Монте-Карло. Роль закона больших чисел и предельных теорем в теории статистического моделирования. Различные варианты метода Монте-Карло. Применение метода Монте-Карло для моделирования систем массового обслуживания		Зачет , задачи 1-4

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 6 семестре - в форме зачета, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.3, ПК.2/НИ, ПК.3/НИ.

Зачет проводится в письменной форме, по билетам. Билет состоит из задач, приведенных в паспорте зачета, позволяющих оценить показатели сформированности соответствующих компетенций.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.3, ПК.2/НИ, ПК.3/НИ, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований,

теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт зачета

по дисциплине «Методы статистического моделирования», 6 семестр

1. Методика оценки

Зачет проводится в письменной форме по билетам. Каждый студент должен решить самостоятельно задачи по четырем темам: а) моделирование псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0;1]$; б) моделирование случайных дискретных величин; в) моделирование случайных непрерывных величин; г) моделирование случайных векторов и процессов. Билет формируется по следующему правилу: порядковый номер студента в журнале текущей успеваемости совпадает с номером задачи. Всего предлагается решить задачи из 4-х разных тем.

Форма билета для зачета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № _____

к зачету по дисциплине «Методы статистического моделирования»

Задача 1. Разработать алгоритм и программу, позволяющую моделировать псевдослучайные числа с равномерным распределением на отрезке $(0,1)$. Провести статистический анализ качества получаемой последовательности.

Задача 2. Написать в аналитической форме алгоритм моделирования случайной величины с использованием порядковых статистик.

Задача 3. Написать в аналитической форме алгоритм моделирования случайной величины при помощи метода суперпозиции.

Задача 4. Написать в аналитической форме алгоритм моделирования случайной величины по методу исключения.

Утверждаю: зав. кафедрой _____ должность, ФИО
(подпись)

(дата)

2. Критерии оценки

- Ответ на билет для зачета считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-

следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет 0-9 баллов.

- Ответ на билет для зачета засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает не принципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет 10-12 баллов.
- Ответ на билет для зачета засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет 13-15 баллов.
- Ответ на билет для зачета засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет 16-20 баллов.

3. Шкала оценки

Зачет считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям билета составляет не менее 10 баллов (из возможных 20 баллов).

В общей оценке по дисциплине баллы за зачет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень заданий к зачету по дисциплине «Методы статистического моделирования».

Тема 1. Моделирование псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на отрезке [0;1].

Разработать программу, реализующую указанную схему моделирования равномерно распределенных псевдослучайных величин на отрезке [0;1]. Получить последовательность псевдослучайных величин. Провести анализ качества этой последовательности.

- 1) Мультипликативный генератор Лемера: $x_{n+1} = \alpha_0 x_n \pmod{m}$;
- 2) Смешанный генератор: $x_{n+1} = \alpha_0 x_m + \mu \pmod{m}$;
- 3) Генератор Дэвиса:
 $x_{n+1} = \alpha_0 x_n + \alpha_1 x_{n-1} \pmod{m}$, $\alpha_0 = 3,14159265$, $\alpha_1 = 0,54210189$, $m = 2^2$;
- 4) Аддитивный генератор: $x_{n+1} = x_n + x_{n-1} \pmod{m}$;
- 5) Линейный конгруэнтный генератор: $x_{n+1} = \sum_{i=0}^j \alpha_i x_{n-i} + \mu \pmod{m}$;
- 6) Генератор Ковью: $x_{n+1} = x_n^2 + x_n \pmod{m}$;
- 7) Квадратичный генератор: $x_{n+1} = \alpha_0 x_n^2 + \alpha_1 x_n + \alpha_2 \pmod{m}$;

Контрольные вопросы и упражнения

1. Выбор начальных параметров для линейной конгруэнтной схемы.
2. Тест проверки на периодичность.
3. Статистические критерии согласия Колмогорова-Смирнова.
4. Проверка частот, проверка серий.
5. Проверка «наибольшее из t », покер-тест.

Задания для самопроверки на стр. 48, учебное пособие «Моделирование и управление в экономике», НГТУ, 2004.

Тема 2. Моделирование случайных дискретных величин.

Разработать программу, позволяющую моделировать последовательность псевдослучайных величин, принадлежащих указанному распределению. Получить последовательность псевдослучайных величин. Провести статистический анализ качества этой последовательности.

1) Биноминальное распределение: $P_i = P(\xi = i) = C_n^i p^i (1-p)^{n-i}, i = 0, 1, \dots, n;$

2) Гипергеометрическое распределение: $P_i = P(\xi = i) = \frac{C_k^i C_{N-k}^{n-i}}{C_N^n}, i = 0, 1, \dots, n;$

$i \leq k, n-i \leq N-k;$

3) Геометрическое: $P_i = P(\xi = i) = p(1-p)^{i-1}, i = 1, 2, \dots;$

4) Распределение Пуассона: $P(\xi = i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}, i = 0, 1, \dots;$

5) $P(\xi = i) = \frac{1}{n}, i = 1, 2, \dots, n;$

6) $P(\xi = i) = \frac{1}{2^i}, i = 1, 2, \dots.$

Контрольные вопросы и упражнения

- Стандартные алгоритмы моделирования дискретных и целочисленных случайных величин. Трудоемкость алгоритмов.
- Специальный алгоритм моделирования распределения Пуассона.
- Специальный алгоритм моделирования биномиального распределения.
- Пусть α - равномерно распределенная на интервале $[0;1]$ случайная величина. Показать, что $\xi = [\alpha(n+1)]$ имеет равномерное дискретное распределение с вероятностью $P_i = 1/(n+1)$.
- Показать, что $\xi = [\ln \alpha / \ln(1-p)], 0 < p < 1$ имеет геометрическое распределение.
- Показать, что $\xi = \min \{n: \prod_{i=0}^n \alpha_i < e^{-\lambda}\}$ распределена по закону Пуассона с параметром λ .

Задания для самопроверки на стр. 56, учебное пособие «Моделирование и управление в экономике», НГТУ, 2004.

Тема 3. Специальные методы моделирования неравномерных распределений.

Разработать алгоритм и программу, позволяющую моделировать псевдослучайные числа с указанным законом распределения. Получить последовательность псевдослучайных величин. Провести статистический анализ качества этой последовательности.

1. Найти методом обратной функции моделирующее выражение для случайной величины ξ , имеющей заданную плотность распределения:

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, x \in [a, b]; \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$

б) $f(x) = C e^{-\lambda x}, x \in [0, \infty), \lambda > 0;$

в) $f(x) = C(1+x)^{3/4}, x \in [0, 1];$

г) $f(x) = C|\sin x|, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right];$

д) $f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{\sigma^2}\right\}, x \in [0, \infty);$

е) $f(x) = \frac{1}{\pi b \sqrt{1-(x-a)^2/b^2}};$

ж) $f(x) = \frac{1}{\pi b \sqrt{1-(x-a)^2/b^2}};$

з) $f(x) = C a^x, x \in [0, 1];$

и) $f(x) = C x e^{-a^2 x^2}, x \in [0, 1];$

2. Найти моделирующее выражение для случайной величины ξ , имеющей заданную плотность распределения, по методу обратной функции, когда $\Phi(\alpha)$ немонотонна:

- а) $f(x) = \frac{3}{8}(1+x^2), x \in [-1,1]$;
- б) $f(x) = Cx(1+x)^2, x \in [0,1]$;
- в) $f(x) = C(x^4 + ax^{\frac{1}{2}}), x \in [0,1], a > 0$;
- г) $f(x) = C(3 + \sqrt[3]{2x}), x \in [0,1]$;
- д) $f(x) = Ce^{-ax}(1 + e^{-bx}), x \in [0, \infty), a, b > 0$;
- е) $f(x) = C(x^{-2} + x^2e^{-x^3}), x \in [1, \infty)$;
- ж) $f(x) = C(1+x^3), x \in [0,1]$;
- з) $f(x) = \frac{5}{12}(1+(x-1)^4), x \in [0,2]$;
- и) $f(x) = \frac{2}{3}e^{-x} + \frac{5}{3}e^{-5x}, x \in [0, \infty)$.

3. Написать алгоритм моделирования случайной величины ξ , распределенной по закону $f(x)$, с использованием порядковых статистик:

- а) $f(x) = 12x(1-x)^2, x \in [0,1]$;
- б) $f(x) = 4(1-x)^3, x \in [0,1]$;
- в) $f(x) = C(1-x^3), x \in [0,1]$;
- г) $f(x) = -\frac{2}{3}(x^2 - x + 1), x \in [0,1]$;
- д) $f(x) = -x^3 - x^2 - x + 3, x \in [0,1]$.

4. Написать алгоритм моделирования случайной величины ξ , имеющей указанную плотность распределения $f(x)$:

- а) $f(x) = Cx^2e^{ax}, x \in [0, b], a, b > 0$;
- б) $f(x) = Ce^{ax} \sin x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$;
- в) $f(x) = C_1e^{-|x|} + C_2e^{-3|x|}, x \in [-1,1]$.

5. Написать алгоритм моделирования случайной величины ξ при помощи метода суперпозиции:

- а) $f(x) = n \int_1^\infty y^{-n} e^{xy} dy, x \in [0, \infty)$;
- б) $f(x) = \sum_{n=0}^\infty a_n x^n, x \in [0,1], a_n \geq 0$;
- в) $f(x) = \sum_{i=0}^\infty \frac{i+1}{i!} (\lambda x)^i e^{-\lambda}, x \in [0,1], \lambda \geq 0$;
- г) $f(x) = \sum_{i=0}^\infty (n+1)p[x(1-p)]^n, x \in [0,1], 0 < p < 1$.

6. Написать алгоритм моделирования случайной величины ξ по методу исключения:

- а) $f(x) = C(3 + \sqrt[3]{2x}), x \in [0,1]$;
- б) $f(x) = Cx^{5/3}e^{-x}, x \in [0, b], b > 0$;
- в) $f(x) = Cx^{5/3}(1-x)^{3/2}, x \in [0,1]$;
- г) $f(x) = Cx(1+x)^2, x \in [0,1]$;
- д) $f(x) = C|\sin x|, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$;
- е) $f(x) = \frac{2}{\pi R^2} \sqrt{R^2 - x^2}, x \in [-R, R]$;
- ж) $f(x) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, x \in [0,1]$;
- з) $f(x) = C(\ln x)^4, x \in (0,1]$;
- и) $f(x) = -x^\lambda \ln x, x \in (0,1], \lambda > 0$.

Контрольные вопросы и упражнения

1. Основные пути получения случайных чисел, основанные на методе обратных функций.
2. Метод суперпозиции. Основные принципы разбиения плоскости распределения в методе суперпозиции.
3. Метод исключения. Эффективность метода исключения. Модификация метода.
4. Приближенные методы моделирования.
5. Специальные методы моделирования показательного, нормального, произвольного гамма и бета

распределений.

6. Доказать, что плотность случайной величины $\alpha_{(n)} = \max\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ равна $n\alpha^{n-1}$.

7. Доказать, что плотность Cxe^{-x} , $x \in [0,1]$ можно преобразовать к виду

$$C \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x(1-x)^n}{n!}.$$

7. Доказать, что среднее время моделирования по методу исключения пропорционально величине $1/q$, где q – вероятность «положительного» исхода.

Задания для самопроверки на стр. 57, учебное пособие «Моделирование и управление в экономике», НГТУ, 2004

Тема 4. Моделирование случайных векторов и процессов (случайных многомерных величин)

1. Составить алгоритм моделирования случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$, имеющего в области χ распределение $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

а) $f(x) = 6x_1$, $\chi = \{x \in R^2: x_1 + x_2 < 1, x_1 > 0, x_2 > 0\}$;

б) $f(x) = Cx_1e^{-x_1x_2}$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq \infty\}$;

в) $f(x) = C(x_1^2 + x_2^2)$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$;

г) $f(x) = C(e^{-x_1} + e^{-x_2})$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$;

д) $f(x) = e^{-(x_1+x_2)}$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq \infty, 0 \leq x_2 \leq \infty\}$;

е) $f(x) = 2x_1x_2 + x_3$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1\}$.

2. Составить алгоритм моделирования случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$, имеющего в области χ распределение $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, по методу исключения.

а) $f(x) = C(x_1 + x_2)$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1 - x_1\}$;

б) $f(x) = Cx_1e^{-x_1x_2}$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$;

в) $f(x) = C\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, χ – единичный круг. Перейти к полярным координатам;

г) $f(x) = \frac{Cx_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$, $\chi = \{x \in R^2: 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq \sqrt{1 - x_1^2}\}$;

д) $f(x) = C(x_1^2 + x_2^2)$, χ – круг радиуса R с центром в начале координат;

е) $f(x) = C(e^{-|x_1|} + e^{-|x_2|})$, $\chi = \{x \in R^2: -1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\}$.

3. Найти моделирующее выражение для нормального случайного вектора ξ с дисперсионной матрицей K и математическим ожиданием m .

а) $K = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $m = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;

б) $K = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 8 & 20 & 10 \\ 0 & 10 & 74 \end{pmatrix}$, $m = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;

в) $K = \begin{pmatrix} 1/9 & 1/3 & 2 \\ 1/3 & 17/16 & 6 \\ 2 & 6 & 37 \end{pmatrix}$, $m = \begin{pmatrix} 1/9 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix}$;

г) $K = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $m = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;

д) $K = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $m = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

4. Написать алгоритм моделирования однородного гауссовского процесса, заданного начальным распределением

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$$

и ковариационной функцией

$$K(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

5. Написать алгоритм моделирования одномерного стационарного гауссовского марковского процесса с нулевым априорным средним и одномерной корреляционной функцией вида

$$K(t, s) = K(t - s) = \sigma^2 e^{-b|t-s|}, b > 0.$$

6. Написать моделирующий алгоритм двумерного стационарного гауссовского марковского процесса с нулевым априорным средним и матричной корреляционной функцией вида

$$K(t, s) = K(t - s) = e^{-b|t-s|} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, b > 0.$$

7. Написать моделирующий алгоритм одномерного нестационарного гауссовского марковского процесса с нулевым априорным средним и корреляционной функцией вида

$$K(t, s) = K(t - s) = \begin{cases} \frac{3s}{t^2}, & t > s \\ \frac{3t}{s^2}, & t \leq s \end{cases}, t, s > 0.$$

Контрольные вопросы и упражнения

1. Аппроксимация нестационарных случайных процессов.
2. Моделирование n -мерной случайной точки с независимыми координатами.
3. Моделирование n -мерной непрерывной случайной точки с зависимыми координатами.
4. Моделирование многомерного изотропного вектора.
5. Метод исключения.
6. Моделирование многомерного марковского гауссовского процесса.
7. Моделирование одномерного стационарного гауссовского процесса с дробно-рациональной спектральной плоскостью.
8. Моделирование процесса скользящего суммирования.
9. Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического разложения.
10. Построить алгоритм моделирования псевдослучайного вектора ξ , равномерно распределенного на областях:

а) симплекс

$$\chi = \left\{ x \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \right\};$$

б) сфера

$$\chi = \left\{ x \in R^n : \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1 \right\};$$

в) эллипсоид

$$\chi = \left\{ x \in R^n : \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j \leq Q \right\},$$

где C_{ij} -элементы положительно полуопределенной матрицы; Q – заданная константа.

Задания для самопроверки на стр. 58, учебное пособие «Моделирование и управление в экономике», НГТУ, 2004.