Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н. Тимофеев В. С.
“___ ”_______________ _______ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ

Образовательная программа: 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль: Математическое и программное обеспечение информационных технологий

Курс: 1 2, семестры : 1 2 3 4

Факультет прикладной математики и информатики,

		Семестр			
№	**Вид деятельности**	**1**	**2**	**3**	**4**
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	6	6	5	3
2	Всего часов	216	216	180	108
3	Всего занятий в контактной форме, час.	136	135	117	65
4	Лекции, час.	54	54	36	18
5	Практические занятия, час.	72	72	72	36
6	Лабораторные занятия, час.	0	0	0	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	24	26	25	13
8	Аттестация, час.	2	2	2	2
9	Консультации, час.	8	7	7	9
10	Самостоятельная работа, час.	80	81	63	43
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	контр.	контр.	контр.	контр.
12	Вид аттестации	Э	Э	Э	ДЗ

Новосибирск 2017

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

ФГОС введен в действие приказом №222 от 12.03.2015 г. , дата утверждения: 07.04.2015 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, базовая

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ПМт, протокол заседания кафедры №6 от 20.06.2017
ТПИ, протокол заседания кафедры №4 от 20.06.2017

Утверждена на совете факультета прикладной математики и информатики, протокол № 6 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, к.т.н. Рояк С. Х.

Заведующий кафедрой:

профессор, д.т.н. Соловейчик Ю. Г.
доцент, д.т.н. Чубич В. М.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Чубич В. М.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

***Компетенция ФГОС*: ОПК.1 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; *в части следующих результатов обучения*:**
з3. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира
***Компетенция ФГОС*: ОПК.2 способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; *в части следующих результатов обучения*:**
з22. Знать основы теории функциональных последовательностей и рядов
з23. Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления функций
у17. Уметь применять основные приемы теории дифференциального, интегрального исчисления, представлять функции в виде рядов

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
Математический анализ	
ОПК.2.з23 Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления функций	
1.метод математической индукции	Практические занятия; Самостоятельная работа
2.основные понятия теории множеств	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
3.основные понятия и теоремы теории пределов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
4.отношение порядка (символы Ландау, порядок малости и порядок роста функции)	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
5.основные свойства непрерывных и дифференцируемых функций	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
6.основные теоремы дифференциального исчисления функций	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
7.основные приёмы интегрирования	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
8.основные свойства неопределенных, определенных и несобственных интегралов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
10.основные свойства интегралов, зависящих от параметра	Лекции; Самостоятельная работа
14.основные свойства кратных интегралов и интегралов по многообразиям	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
15.элементы теории поля	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
17.о методах вычисления интегралов, зависящих от параметра	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
18.об интегралах Стилтьеса и Лебега и теории меры	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.з22 Знать основы теории функциональных последовательностей и рядов	
19.основные теоремы теории числовых и функциональных рядов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.2.у17 Уметь применять основные приемы теории дифференциального, интегрального исчисления, представлять функции в виде рядов	

20.строить графики явно и неявно заданной функции, определять наличие разрывов, интервалы монотонности, интервалы выпуклости, исследовать асимптотическое поведение функции	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
21.использовать формулу Тейлора с остаточным членом в различных формах	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
23.вычислять дифференциальные операторы.	Лекции; Самостоятельная работа
24.работать в криволинейных координатах	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
27.вычислять инфимум и супремум множества, последовательности, функции	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
28.работать с числовыми и функциональными последовательностями	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
29.вычислять пределы функций одной и нескольких переменных	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
30.исследовать на непрерывность функции одной и нескольких переменных	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
31.дифференцировать функции одной и нескольких переменных	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
33.находить локальные и краевые экстремумы, супремум и инфимум, функции на множестве	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
35.применять основные приёмы интегрирования для нахождения первообразной и вычисления определенных и несобственных интегралов	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
36.использовать определенный интеграл для вычисления длины дуги, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, площади плоской фигуры в случае параметрического задания ее границ, объемов тел вращения, площадей поверхности, полученных вращением явно заданной функции y=f(x)	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
37.вычислять и исследовать на сходимость несобственный интеграл и интеграл, зависящий от параметра	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
38.находить предельную функцию и исследовать на сходимость функциональные последовательности	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
39.работать с числовоыми и функциональноыми рядами	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
43.вычислять кратные интегралы и интегралы по многообразиям	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
44.вычислять геометрические характеристики фигур (длину кривой, площадь области, обехм и площадь поверхности)	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
45.применять основные формулы теории поля	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
46.строить разложение функции в ряд Тейлора	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
47.строить разложение функции в ряд Фурье	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.з3 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
425.основные методы математического анализа	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Основные понятия теории множеств. Полнота множества действительных чисел				

1. Основные понятия теории множеств.	0	2	2	Основные понятия: множество, функция, операции над множествами. Мощность множеств. Счетные и континуальные множества. Теорема о несоизмеримости диагонали и стороны квадрата. Расширенная числовая ось. Окрестности.
2. Полнота множества действительных чисел.	0	4	2	Открытые и замкнутые, ограниченные и неограниченные множества. Предельные и изолированные, внутренние, внешние и граничные точки множества. Инфимум и супремум множества. Теорема Архимеда и ее следствия. Основные теоремы, характеризующие полноту множества (лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора), лемма о последовательности стягивающихся отрезков. теорема Кантора о мощности отрезка., лемма Бореля-Лебега о конечном покрытии, лемма о предельной точке (принцип Больцано-Вейерштрасса).
Дидактическая единица: Числовые последовательности				
3. Числовые последовательности (основные понятия).	0	2	28, 3	'Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства. Теорема Штольца. Сходимость последовательности. Свойства пределов последовательностей.
4. Монотонные последовательности.	0	2	28, 3	Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число e. Супремум и инфимум последовательности.
5. Подпоследовательности, частичные пределы последовательности.	0	1	28, 3	Подпоследовательности. Частичные пределы и их свойства. Верхний и нижний пределы последовательности.
6. Фундаментальные последовательности.	0	1	28, 3	Фундаментальные последовательности и их свойства, критерий Коши сходимости последовательности.
Дидактическая единица: Пределы и непрерывность функции одной переменной				

7. Предел функции.	0	6	29, 3	Предел функции в точке (по Гейне и по Коши). Свойства пределов. Теорема о связи односторонних пределов с іточными гранями функции. Условия существования предела функции в точке. Замечательные пределы и их следствия.
8. Символы Ландау.	0	2	3, 4	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций: символы Ландау и их свойства, эквивалентные функции. Асимптотические разложения функций.
9. Непрерывность функции в точке.	0	4	30, 5	Определения и примеры. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва.
11. Непрерывность функции на множестве.	0	4	30, 5	Теоремы Больцано-Коши (об обращении функции в ноль, о промежуточных значениях). Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях на замкнутом множестве (об ограниченности и о достижении экстремумов.) Критерий непрерывности монотонной функции. Теоремы о существовании и непрерывности обратной функции.
12. Равномерная непрерывность.	0	4	5	Определение, примеры, геометрическая интерпретация. Необходимое условие равномерной непрерывности. Свойства равномерно непрерывных функций. Теорема Гейне-Кантора и ее следствия.
Дидактическая единица: Производная и дифференциал				

13. Основные понятия дифференциального исчисления функций одной переменной.	0	8	31, 5	Производная и дифференциал. Односторонние и обобщенные односторонние производные. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Свойства производных. Дифференцирование обратной, сложной и параметрически заданной функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная суммы, произведения и частного. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной, односторонней производной и обобщенной односторонней производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница
14. Основные теоремы дифференциального исчисления функций одной переменной.	0	4	33, 5, 6	Лемма Дарбу о достаточном условии возрастания и убывания функции в точке, теорема Ферма о необходимом условии экстремума, теорема Ролля о нуле производной, теоремы Коши и Лагранжа о конечных приращениях и их следствия. Решение неравенств с помощью теоремы Лагранжа. Правило Лопиталя
15. Формула Тейлора.	0	2	21, 46, 6	Формула Тейлора с остаточным членом в форме Шлемильха-Роша, Лагранжа, Коши, Пеано. Формула Маклорена. Многочлен Тейлора как многочлен наилучшего приближения функции в окрестности данной точки.
Дидактическая единица: Приложения производной к исследованию функций				

16. Исследование функций.	0	6	20, 5, 6	Достаточные условия экстремума функции. Выпуклые функции. Геометрический смысл выпуклости. Необходимое и достаточное условие выпуклости дифференцируемой (дважды дифференцируемой) функции. Достаточное условие перегиба дифференцируемой функции. Построение графиков плоских кривых, заданных явно или параметрически.
Дидактическая единица: Неопределенный интеграл. Интегрирование рациональных выражений.				
17. Неопределенный интеграл.	0	2	7, 8	Определение, свойства, основная таблица интегралов. Общие приемы интегрирования: интегрирование по частям и замена переменной. Интегрирование рациональных, иррациональных и трансцендентных функций.
Семестр: 2				
Дидактическая единица: Определенный интеграл				
18. Определенный интеграл и его свойства.	0	4	35, 8	Необходимое условие интегрируемости по Риману. Интегральные суммы и их свойства. Теорема Римана (необходимое и достаточное условие интегрируемости). Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении интеграла. Определенный интеграл и первообразная функция (интеграл с переменным верхним пределом). Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной. Интеграл от (не)четной функции по отрезку [-a,a] , от периодичной функции по полному периоду. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.

19. Геометрические приложения определенного интеграла.	1	4	36, 425, 8	Определения простой, замкнутой, спрямляемой кривых. Свойства спрямляемых кривых. Длина дуги кривой заданной. Дифференциал дуги. Определения плоской фигуры и ее границы. Граница площади 0. Критерий квадрируемости плоской фигуры. .Площадь: криволиней-ной трапеции, криволинейного сектора. Площадь фигуры, ограниченной замкнутой спрямляемой кривой, заданной параметрическими уравнениями. Определения конечного тела. Критерий кубируемости тела.. Объем цилиндра с квадрируемым основанием. Объем тела вращения, полученного вращением криволинейной трапеции, в декартовой системе координат. Площадь поверхности тела, полученного вращением криволинейной трапеции в декартовой системе координат.
Дидактическая единица: Несобственный интеграл				
20. Несобственный интеграл и интеграл Коши.	0	4	35, 37, 8	Определения несобственного интеграла I-го и II-го рода. Общее понятие несобственного интеграла. Основные теоремы: линейность, интегрирование неравенств, формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям, замена переменных, связь между несобственными интегралами. Сходимость несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость. Об-щие признаки сходимости: признак Дирихле и признак Абеля. Определение интеграла Коши, его связь с несобственным интегралом.
Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных				

21. Множества и последовательности в n-мерном евклидовом пространстве.	0	3	2	Основные понятия; внутренняя и граничная точки, предельная и изолированная точки; окрестность точки;, открытое и замкнутое множество; связное множество; ограниченное множество. Последовательность точек евклидова пространства. Сходимость в евклидовом пространстве.
22. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.	0	4	29, 3, 30, 5	Понятие уровня функции. Предельное и повторное предельное значения функции в точке. Связь между пределом в точке и повторными пределами в этой точке. Непрерывность функции: в точке, на множестве, по кривой. Локальные свойства непрерывных функций:: арифметические операции, непрерывность сложной функции. Свойства фунций, непрерывных на множестве: теорема о сохранении знака, теорема о промежуточных значениях, теоремы Вейерштрасса. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Равномерная непрерывность.

23. Основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функций многих переменных.	0	4	5, 6	Дифференцируемость функции в точке. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции. Производная по направлению, частные производные. Свойства производных по направлению. Градиент функции и его геометрический смысл. Инвариантность первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Символическая формула для вычисления дифференциала. Теорема о непрерывных смешанных производных. Вычисление дифференциалов сложной функции.
24. Некоторые примеры применения дифференциального исчисления функций нескольких переменных..	0	4	5, 6	Геометрический смысл дифференциала функции 2-х переменных: касательная плоскость, нормальная плоскость, касательный вектор, нормальный вектор. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Экстремумы функций несколькихх переменных: определения, теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума.
Дидактическая единица: Дифференцируемые отображения, неявные функции				
25. Непрерывность и дифференцируемость функций, заданных неявно.	0	4	31, 6	Векторные функции нескольких переменных. Определение взаимно-однозначного, обратного, линейного и постоянного отображения. Непрерывные отображения: в точке, на множестве. Равномерно непрерывные, гомеоморфные отображения.

26. Локальный и условный экстремумы функций нескольких переменных.	0	5	27, 33, 425, 6	Теоремы о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление производных неявно заданных функций. Зависимость функций: определение, достаточное условие независимости функций. Локальный относительный (условный) экстремум: определение, необходимое и достаточное условия локального относительного экстремума. Методы нахождения условных экстремумов: метод Лагранжа и метод исключения переменных. Нахождение инфимума и супремума функций на открытых и замкнутых множествах.
Дидактическая единица: Евклидово пространство R3				
27. Пространство R3.	0	4	2, 24, 6	Кривая и поверхность в пространстве Rn . Особые точки кривой и поверхности. Касательная к кривой и нормаль к поверхности для различных способов задания кривой и поверхности. Криволинейные координаты. Регулярное преобразование кривых и поверхностей. Полярная, (обобщенная) цилиндрическая, (обобщенная) сферическая (обобщенная) системы координат. Ориентация кривых и поверхностей. Классы квадрируемых и кубируемых областей.
Дидактическая единица: Числовые ряды				
28. Числовые ряды (основные понятия).	0	1	19, 39	Определение числового ряда, его частичной суммы и остатка. Гармонический и геометрический ряды. Сходимость числовых рядов: определение сходимости, критерий Коши, необходимое условие сходимости, основные свойства сходящихся рядов.

29. Знакопостоянные числовые ряды	2	4	19, 39	Необходи-мое и достаточное условие сходимости. Теорема о "произведении" ограниченной последовательности и сходящегося ряда. Признаки сравнения рядов. Признаки сходимости: Коши, Даламбера, интегральный признак Коши-Маклорена. Обобщенный гармонический ряд. Теорема об отсутствии универсального ряда сравнения.
30. Числовые ряды общего вида.	0	2	19, 39	Абсолютная и условная сходимость. Группировка и перестановка членов ряда. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов ряда. Признак Вейерштрасса абсолютной сходимости рядов. Признаки сходимости для рядов: Лейбница, Абеля, Дирихле. Оценка остатка ряда Лейбницевского типа.
31. Бесконечные произведения.	1	1	19	Определения бесконечного произведения и частичного произведения. Необходимое условие сходимости бесконечного произведения. Связь между сходимостями бесконечного произведения и ряда.
Дидактическая единица: Функциональные последовательности и ряды				
32. Функциональные последовательности и ряды.	0	6	19, 38, 39	Основные определения. Сходимость: в точке, поточечная и равномерная. Связь между равномерной и поточечной сходимостью. Свойства равномерной сходимости. Критерий Коши и его следствие (необходимое условие равномерной сходимости). Признаки равномерной сходимости функциональных рядов: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов: предельный переход, непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование.
Семестр: 3				

Дидактическая единица: Степенные ряды				
33. Степенные ряды.	0	4	19, 46	Множество, радиус и интервал сходимости. степенного ряда. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема Абеля о равномерной сходимости степенного. ряда. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Основные приемы разложения функции в степенной ряд. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами.
Дидактическая единица: Интегралы, зависящие от параметра				
34. Собственные интегралы, зависящие от параметра.	0	3	10, 17, 37	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости собственного интеграла, зависящего от параметра.
35. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	0	3	10, 17, 37	Равномерная сходимость, признаки равномерной сходимости. Теоремы о непрерывности, предельном переходе, дифференцируемости и интегрируемости по параметру несобственного интеграла.
36. Гамма и бета функции.	0	2	10, 17, 37	Эйлеровы интегралы первого и второго рода и их свойства.
Дидактическая единица: Кратные интегралы				
38. Интегральные суммы Дарбу. Кратные интегралы.	0	4	14, 425, 43	Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Классы интегрируемых функций. Кратные интегралы (интеграл Римана) и их свойства. Сведение кратного интеграла к последовательным однократным. Замена переменных в кратных интегралах.
40. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов.	0	2	14, 425, 43, 44	Вычисление длины дуги, объема тела, площади плоской фигуры и поверхности некоторых тел вращения.
Дидактическая единица: Криволинейные и поверхностные интегралы				

41. Криволинейные интегралы и их свойства.	0	6	14, 425, 43, 44	Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода: определение, вычисление, свойства. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода: Формула Грина. Выражение площади с помощью криволинейных интегралов. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Выражение площади в криволинейных координатах. Вывод формулы замены переменных в двойном интеграле. Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области.
42. Поверхностные интегралы и из свойства..	0	6	14, 425, 43, 44	Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода: определение, вычисление, свойства. Связь между поверхностными интегралами 1-го и 2-го рода. Формула Стокса. Приложение формулы Стокса к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского-Гаусса. Приложение формулы Остроградского-Гаусса к исследованию поверхностных интегралов.
Дидактическая единица: Элементы теории поля				

44. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей. Применение векторного анализа в теории поля.	0	6	15, 23, 425, 45	Градиент скалярного поля , дивергенция и, ротор векторного поля и их представление в декартовых координатах. Операторы теории поля. Циркуляция и поток векторного поля. Приближенные вычисления циркуляции и потока. Теорема Остроградского-Гаусса. Теорема Стокса. Соленоидальные и потенциальные векторные поля. Формула Грина интегрирования по частям. Криволинейные системы координат, метрические коэффициенты Ламэ. Градиент, ротор, дивергенция в криволинейных координатах.
Семестр: 4				
Дидактическая единица: Мера множества				
45. Элементы теории множеств. Функция множества.	0	4	18	Эквивалентные функции. измеримые функции и х свойства. Сходимость почти всюду и сходимость по мере. Связь между понятиями равномерной сходимости, сходимости почти всюду и сходимостью по мере. Простые функции. Теорема об аппроксимации измеримой функции простыми функциями.
46. Мера в пространстве R3.	0	3	18	Мера Жордана, Лебега и Стилтьеса.
Дидактическая единица: Пространство с мерой				

47. Измеримые и простые функции. Сходимость почти всюду, сходимость по мере.	0	1	18	Эквивалентные функции, измеримые функция. Свойства измеримых функций. Примеры измеримых функций.. Сходимость почти всюду и сходимость по мере. Связь между понятиями равномерной сходимости, сходимости почти всюду и сходимостью по мере. Простые функции. Теорема об аппроксимации измери-мой функции простыми функциями.
Дидактическая единица: Функции ограниченной вариации.				
48. Функции ограниченной вариации.	0	2	18	Монотонные функции, функция скачков. Теорема о разложении монотонной неубывающей функции. Функции ограниченной вариации и их свойства.
Дидактическая единица: Интеграл Лебега				
49. Интеграл Лебега и его свойства.	0	3	18	Интеграл Лебега для простых функций и его свойства.. Интеграл Лебега по множеству конечной меры и его свойства. Сигма-аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Интеграл Лебега по множеству бесконечной меры. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Теорема Лебега. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
Дидактическая единица: Интеграл Стилтьеса				
50. Интеграл Стилтьеса и его свойства.	0	1	18	Интеграл Стилтьеса : определение, классы интегрируемых функций, свойства. Предельный переход под знаком интеграла Стилтьеса.
Дидактическая единица: Ряды Фурье				
51. Тригонометрические ряды Фурье.	0	2	425, 47	Периодические величины и гармонический анализ. Тригонометрический ряд Фурье: определение, сходимость, свойства, интегральное представление многочленов Фурье. Особенности разложения в ряд Фурье четных и нечетных функций.

52. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве.	2	2	47	Ортогональными системами. ,Разшожение в ряд Фурье в гильбертовом пространстве.

Таблица 3.2

Темы практических занятий	**Активные формы, час.**	**Часы**	**Ссылки на результаты обучения**	**Учебная деятельность**
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Основные понятия теории множеств. Полнота множества действительных чисел				
1. Графики элементарных функций, преобразование графиков. Неравенства, содержащие модуль. Неравенство треугольника.	1	2	20, 425	Студент изучает основные преобразования графиков функций; решает неравенства, содержащие модуль, доказывает неравенство треугольника.
2. Метод математической индукции.	1	3	1, 425	Студент доказывает тождества и неравенства методом математической индукции.
3. Ограниченные и неограниченные множества. Точные грани множества.	0	3	2, 27	Студент находит супремум и инфимум множества.
Дидактическая единица: Числовые последовательности				
4. Ограниченные, неограниченные, монотонные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Предел последовательности.	2	5	27, 28, 3	Студент учится пользоваться кванторными определениями, осваивает основные приемы вычисления пределов последовательности, вычисляет супремум и инфимум последовательности,, изучает основные свойства последовательностей.
5. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.	0	2	28, 3	Студент знакомится с некоторыми примерами применения теоремы Вейерштрасса.
6. Подпоследовательности, частичные пределы последовательности.	1	2	28, 3	Студент учится находить частичные пределы последовательности.
7. Фундаментальные последовательности.	0	2	28, 3	Студент учится исследовать последовательность на фундаментальность.
Дидактическая единица: Пределы и непрерывность функции одной переменной				
8. Определения предела функции по Коши, по Гейне.	0	2	29, 3	Студент доказывает существование и несуществование предела с помощью определений предела по Коши и по Гейне.
9. Вычисление предела функции. Замечательные пределы и их следствия.	2	4	29, 3, 425	Студент вычисляет пределы дробно-рациональных, иррациональных и показательно-степенных функций.

10. Символы Ландау. Порядок малости и порядок роста функции.	1	3	3, 4	Студент изучает свойства символов Ландау, определяет порядок роста (малости) бесконечно большой (малой) функции.
11. Метод выделения главной части (вычисление пределов с помощью асимптотических разложений).	2	4	29, 3, 425	Студент вычисляет пределы, используя метод выделения главной части.
12. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций.	1	2	29, 3, 30, 5	Студент вычисляет односторонние пределы, исследует функции на непрерывность, определяет характер точек разрыва.
Дидактическая единица: Производная и дифференциал				
13. Определение производной. Вычисление производных функций, заданных явно, неявно функциональным уравнением и параметрическими уравнениями. Производная обратной функции.	0	4	31, 5, 6	Студент изучает основные приемы дифференцирования сложных, неявно и параметрически заданных функций.
14. Дифференциал и его связь с производной. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Производные и дифференциалы высших порядков.	0	4	31, 425, 5, 6	Студент вычисляет дифференциалы разных порядков для явно ,неявно и параметрически заданных функций. Использует дифференциал для приближенного вычисления функции.
15. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов, приближенных вычислений функции и доказательства неравенств.	2	4	21, 31, 425, 46, 6	Студент применяет формулу Тейлора для вычисления пределов и доказательства неравенств.
16. Правило Лопиталя.	0	2	3, 425, 6	Студент вычисляет пределы с помощью правила Лопиталя.
17. Геометрические приложения производной.	2	2	20, 31, 425, 5, 6	Студент строит касательные и нормали к кривой, вычисляет угол между кривыми.
18. Использование производной и дифференциала для решения минимаксных задач.	3	6	27, 33, 425, 5, 6	Студент находит локальный экстремум функции, наибольшее и наименьшее значение функции на множестве.
Дидактическая единица: Приложения производной к исследованию функций				
19. Исследование функций и построение графиков для явного и параметрического задания.	5	8	20, 31, 425, 6	Студент находит промежутки монотонности, направление выпуклости, точки перегиба, асимптоты, особые точки функции; строит касательные и нормали к кривой; вычисляет угол между кривыми; строит графики плоских кривых.
Дидактическая единица: Неопределенный интеграл. Интегрирование рациональных выражений.				

20. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные приемы интегрирования. Интегрирование по частям и замена переменной.	0	4	425, 7, 8	Студент знакомится с таблицей основных интегралов: вычисляет неопределенный интеграл, используя интегрирование по частям и замену переменных.
21. Интегрирование рациональных выражений.	1	4	7	Студент вычисляет интегралы от рациональных функций, используя метод неопределенных коэффициентов, метод вычеркиваний и метод Остроградского.
Семестр: 2				
Дидактическая единица: Неопределенный интеграл. Интегрирование трансцендетных выражений				
22. Интегрирование тригонометрических выражений.	1	4	7	Студент вычисляет интегралы от трансцендентных выражений.
23. Тригонометрические подстановки.	0	1	7	Студент вычисляет интегралы с помощью тригонометрических подстановок.
24. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.	4	9	7	Студент вычисляет интегралы от выражений, содержащих радикалы: интегрирование биномиальных дифференциалов, универсальные подстановки Эйлера, подстановка Абеля.
Дидактическая единица: Определенный интеграл				
26. Вычисление определенного интеграла.	3	6	35, 425, 8	Студент вычисляет определенные интегралы от непрерывных и разрывных функций, используя основные приемы интегрирования; учится оценивать значение интеграла.
27. Некоторые примеры применения определенного интеграла.	0	2	8	Студент вычисляет бесконечные суммы с помощью определенных интегралов; знакомится с интегралом с переменным верхним пределом.
28. Геометрические приложения определенного интеграла.	2	4	36, 425, 44, 8	Студент вычисляет площадь криволинейной трапеции, длину дуги, объем тела вращения, площадь поверхности тела вращения.
Дидактическая единица: Несобственный интеграл				
29. Вычисление несобственных интегралов.	1	2	35, 37, 8	Студент вычисляет несобственные интегралы; изучает свойства несобственных интегралов.

30. Сходимость несобственных интегралов от знакопостоянных функций.	1	4	37	Студент исследует на сходимость несобственные интегралы от знакопостоянных функций.
31. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.	1	4	37	Студент исследует на сходимость (абсолютную и условную) несобственные интегралы.
Дидактическая единица: Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных				
32. Повторные и двойные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных.	1	4	29, 30	Студент вычисляет двойные и повторные пределы, определяет точки разрыва функции.
33. Основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функции нескольких переменных.	3	8	31, 5, 6	Студент вычисляет производные по направлению ,частные производные; градиент, дифференциал функции. Учится использовать дифференциал для приближенных вычислений.
34. Локальный экстремум функции нескольких переменных.	0	2	27, 33, 425, 6	Студент исследует на экстремум явно и неявно заданные функции многих переменных.
35. Условный экстремум функций нескольких переменных.	0	5	27, 33, 425, 6	Студент исследует на локальный и условный экстремум явно и неявно заданные функции многих переменных; решает минимаксные задачи в многомерных областях.
Дидактическая единица: Дифференцируемые отображения, неявные функции				
36. Замена переменных в дифференциальных уравнениях.	1	5	31, 425	Студент учится делать замену переменных в дифференциальных уравнениях.
Дидактическая единица: Числовые ряды				
37. Знакопостоянные числовые ряды.	2	4	19, 39	Студент изучает основные приемы исследования на сходимость знакопостоянных числовых рядов: необходимое условие сходимости; признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак Коши-Маклорена.
38. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.	0	2	19, 39	Студент изучает признаки сходимости числовых рядов общего вида: Вейерштрасса, Дирихле и Абеля; исследует характер сходимости (абсолютная или условная) числовых рядов.
Дидактическая единица: Функциональные последовательности и ряды				

39. Равномерная и поточечная сходимость функциональных последовательностей и рядов.	2	6	19, 38, 39	Студент изучает основные приемы исследования на сходимость функциональных последовательностей и рядов (необходимое условие, признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля); исследует характер сходимости функциональных рядов (абсолютная или условная, равномерная или неравномерная).
Семестр: 3				
Дидактическая единица: Степенные ряды				
40. Разложение функции в степенной ряд.	2	2	19, 425, 46	Студент изучает основные приемы разложения функции в степенной ряд.
41. Радиус, интервал и множество сходимости степенного ряда.	1	2	19	Студент определяет множество сходимости степенных рядов.
Дидактическая единица: Интегралы, зависящие от параметра				
42. Собственные интегралы, зависящие от параметра.	2	4	17	Студент учится вычислять собственные интегралы, зависящие от параметра, выполнять предельный переход, интегрировать и дифференцировать их по параметру.
43. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	3	6	17	Студент изучает основные приемы вычисления интегралов, зависящих от параметра; исследует их на сходимость.
44. Интегралы Эйлера.	1	2	17	Студент вычисляет интегралы, используя гамма и бета функции.
Дидактическая единица: Кратные интегралы				
45. Вычисление двойных интегралов.	4	12	14, 24, 425, 43	Студент учится расставлять пределы интегрирования в двойных интегралах (декартовые и полярные координаты), вычислять двойные интегралы от разрывных функций, менять порядок интегрирования, выполнять замену переменных.
46. Вычисление тройных интегралов.	4	14	14, 24, 425, 43	Студент учится расставлять пределы интегрирования в тройных интегралах (декартовые, (обобщенные) цилиндрические и (обобщенные) сферические координаты), менять порядок интегрирования, выполнять замену переменных.

47. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов.	0	4	14, 425, 43, 44	Студент вычисляет площади плоских фигур, объемы тел, площади поверхности и объемы тел вращения.
Дидактическая единица: Криволинейные и поверхностные интегралы				
48. Вычисление криволинейных интегралов.	2	4	14, 425, 43	Студент вычисляет криволинейные интегралы.
49. Вычисление поверхностных интегралов.	2	6	14, 425, 43	Студент вычисляет поверхностные интегралы.
51. Формула Стокса и ее приложение к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского-Гаусса.	0	4	14, 425, 43	Студент знакомится с приложениями криволинейных и поверхностных интегралов.
52. Геометрические приложения криволинейных и поверхностных интегралов.	0	4	14, 425, 43, 44	Студент изучает геометрические приложения интегралов по многообразиям (длина дуги, площадь плоской фигуры, площадь поверхности и объём тел вращения).
Дидактическая единица: Элементы теории поля				
54. Основные понятия и теоремы теории поля.	4	8	15, 23, 24, 425, 45	Студент вычисляет дифференциальные и интегральные характеристики поля в декартовых, цилиндрических и сферических координатах, изучает правила работы с оператором Гамильтона.
Семестр: 4				
Дидактическая единица: Мера множества				
57. Элементы теории множеств. Мера множества.	2	8	18	Студент знакомится с понятиями: борелевское множество, измеримое множество. Вычисляет меры множеств.
Дидактическая единица: Пространство с мерой				
58. Сходимость в пространстве с мерой.	2	6	18	Студент знакомится с понятиями: измеримость функции, сходимость почти всюду и сходимость по мере последовательности измеримых функций.
Дидактическая единица: Функции ограниченной вариации.				
59. Функции ограниченной вариации.	2	5	18	Студент вычисляет вариацию функций.
Дидактическая единица: Интеграл Лебега				
60. Вычисление интеграла Лебега.	2	6	18	Студент знакомится с методами вычисления интеграла Лебега.
Дидактическая единица: Интеграл Стилтьеса				
61. Вычисление интеграла Стилтьеса.	0	3	18	Студент знакомится с методами вычисления интеграла Стилтьеса.
Дидактическая единица: Ряды Фурье				

62. Тригонометрические ряды Фурье.	3	8	47	Студент строит разложение функций в тригонометрический ряд Фурье, изучает свойства тригонометрических рядов Фурье.

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 1				
1	Контрольные работы	1, 2, 20, 21, 27, 28, 29, 3, 31, 4, 425, 46, 6	6	0
Повторение ранее изученного материала: Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
2	Подготовка к занятиям	1, 2, 20, 21, 27, 28, 29, 3, 30, 31, 33, 4, 425, 46, 5, 6	54	6
Изучение теоретического материала. Решение задач: Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к аттестации	1, 2, 20, 21, 27, 28, 29, 3, 30, 31, 33, 4, 425, 46, 5, 6	20	2
Изучение теоретического материала, ознакомление с типовыми задачами билетов: Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
Семестр: 2				
1	Контрольные работы	27, 29, 31, 33, 35, 36, 38, 425, 44, 6, 7, 8	6	0
Повторение ранее изученного материала: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				

2	Подготовка к занятиям	19, 21, 27, 28, 29, 3, 30, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 425, 44, 5, 6, 7, 8	55	5
Изучение теоретического материала. Решение задач: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к аттестации	19, 21, 27, 28, 29, 3, 30, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 425, 44, 5, 6, 7, 8	20	2
Изучение теоретического материала, ознакомление с типовыми задачами билетов: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
Семестр: 3				
1	Контрольные работы	14, 17, 24, 37, 39, 425, 43, 44, 46	6	0
Повторение ранее изученного материала: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
2	Подготовка к занятиям	10, 14, 15, 17, 2, 23, 24, 37, 38, 39, 425, 43, 44, 45, 46	37	5
Изучение теоретического материала. Решение задач: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к аттестации	10, 14, 15, 17, 2, 23, 24, 37, 38, 39, 425, 43, 44, 45, 46	20	2

Изучение теоретического материала, ознакомление с типовыми задачами билетов: Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.				
Семестр: 4				
1	Контрольные работы	18, 425	2	0
Повторение ранее изученного материала: Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана. Рояк С. Х. Элементы теории меры. Сборник задач [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_847_1326130164.pdf. - Загл. с экрана.				
2	Подготовка к занятиям	18, 425, 47	36	9
Изучение теоретического материала. Решение задач: Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана. Рояк С. Х. Элементы теории меры. Сборник задач [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_847_1326130164.pdf. - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к аттестации	18, 425, 47	5	0
Изучение теоретического материала, ознакомление с типовыми задачами билетов: Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана. Рояк С. Х. Элементы теории меры. Сборник задач [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_847_1326130164.pdf. - Загл. с экрана.				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	e-mail; Среда электронного обучения НГТУ
Консультирование	e-mail; Среда электронного обучения НГТУ
Размещение учебных материалов	e-mail; Среда электронного обучения НГТУ; ЭБС

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм	Коды формируемых компетенций
1	Дискуссия	ОПК.2;
Формируемые умения: з22. Знать основы теории функциональных последовательностей и рядов; з23. Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления функций; у17. Уметь применять основные приемы теории дифференциального, интегрального исчисления, представлять функции в виде рядов		
Краткое описание применения: обсуждения задач, решенных заранее		

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставлять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS. Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 1		
Лекция:	4	8
Практические занятия:	7	14
Контрольные работы:	19	38
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		
Экзамен:	0	40
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		
Семестр: 2		
Лекция:	0	6
Практические занятия:	5	10
Контрольные работы:	25	44
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		
Экзамен:	0	40
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		
Семестр: 3		
Лекция:	0	6
Практические занятия:	7	14
Контрольные работы:	21	40
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		
Экзамен:	0	40
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана."		

Семестр: 4		
Лекция:	3	8
Практические занятия:	17	46
Контрольные работы:	13	26
Контролирующие материалы приводятся в "Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл с экрана."		
Зачет:	0	20

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	**Результаты обучения**	**Формы контроля**		
		Контр. раб.	**Зачет**	**Экзамен**
ОПК.1	з3. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	+	+	
ОПК.2	з22. Знать основы теории функциональных последовательностей и рядов			+
	з23. Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления функций	+	+	+
	у17. Уметь применять основные приемы теории дифференциального, интегрального исчисления, представлять функции в виде рядов	+	+	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.: ISBN 978-5-9221-1585-8 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854332 - Загл. с экрана.

2. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Кудрявцев Л.Д., - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с.: ISBN 5-9221-0185-4 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=944781 - Загл. с экрана.

3. Математический анализ в вопросах и задачах : учебное пособие для вузов / [В. Ф. Бутузов и др.] ; под ред. В. Ф. Бутузова. - М., 2002. - 479 с. : ил.

4. Математический анализ в вопросах и задачах : учебное пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев и др., 5-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 480 с. ISBN 5-9221-0284-1 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544581 - Загл. с экрана.

5. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 464 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/149. — Загл. с экрана.

6. Спивак, М. Математический анализ на многообразиях [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2005. — 160 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/377. — Загл. с экрана.

7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 : [учебник для физических и механико-математических специальностей вузов] / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2007. - 679 с. : ил.

8. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2 : учебное пособие для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2006. - 863 с. : ил.

9. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3 : [учебник для физических и механико-математических специальностей вузов] / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2008. - 727 с. : ил.

10. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М., 2003. - 495 с. : ил.. - Библиогр.: с. 493.

11. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2 / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М., 2003. - 502 с. : ил.. - Библиогр.: с. 499-500.

12. Сборник задач по математическому анализу. Т.3. Функции нескольких переменных : [учебное пособие] / А. Д. Кутасов [и др.]. - М., 2003. - 468 с.. - Библиогр.: с. 467-468.

13. Виноградова И. А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч. 1 : учебное пособие для вузов / И. А. Виноградова, С. Н. Олехин, В. А. Садовничий. - М., 2001. - 724, [1] с. : ил.

14. Виноградова И. А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / И. А. Виноградова, С. Н. Олехин, В. А. Садовничий. - М., 2001. - 710, [2] с. : ил.

15. Рояк С. Х. Пределы. Сборник задач и упражнений : [учебное пособие] / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2017. - 51, [1] с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000234366

Дополнительная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. [В 3 т.]. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев. - М., 2003. - 703 с. : ил.

2. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т.. Т. 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных : учебник для вузов по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям / Л. Д. Кудрявцев. - М., 2004. - 720 с. : ил.

3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. Т. 3 : В 3 т. : Учебник для физ. -мат. и инж. - физ. спец. вузов. - М., 1989. - 351,[1] с. : ил.

4. Ильин В. А. Основы математического анализа. В 2 ч.. Ч. 1 : [учебник для вузов] / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - М., 2008. - 646 с. : ил.. - На обороте тит. л. 7-е изд., стер..

5. Ильин В. А. Основы математического анализа. Ч. 2 : учебник для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - М., 2002. - 464 с. : ил.

6. Толстов Г. П. Ряды Фурье / Г. П. Толстов. - М., 1980. - 381, [1] с.

7. Толстов Г. П. Мера и интеграл / Г. П. Толстов. - М., 1976. - 392 с.

8. Гелбаум Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гелбаум, Дж. Олмстед ; пер. с англ. Б. И. Голубова ; под ред. П. Л. Ульянова. - М., 1967. - 251 с.

9. Городецкий В. В. Методы решения задач по функциональному анализу : учебное пособие для вузов / В. В. Городецкий, Н. И. Нагнибида, П. П. Настасиев. - Киев, 1990. - 477, [2] с.

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : http://elibrary.nstu.ru/

2. ЭБС «Издательство Лань» : https://e.lanbook.com/

3. ЭБС IPRbooks : http://www.iprbookshop.ru/

4. ЭБС "Znanium.com" : http://znanium.com/

5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 299 с. : ил.

2. Рояк С. Х. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : учебное пособие / С. Х. Рояк, А. Н. Игнатьев ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2007. - 271 с. : ил.

3. Рояк С. Х. Элементы теории рядов : учебное пособие / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 83 с.

4. Рояк С. Х. Элементы теории меры. Сборник задач [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_847_1326130164.pdf. - Загл. с экрана.

5. Рояк С. Х. Математический анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для студентов ФПМИ / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://courses.edu.nstu.ru/index.php?show=155&curs=2094. - Загл. с экрана.

8.2 Специализированное программное обеспечение

1 Maple 12

2 Microsoft Office

9. Материально-техническое обеспечение

Компьютерный класс

№	Наименование	Назначение
1	Компьютерный класс (Компьютеры объединены в локальную сеть с выходом в Internet)	чтение лекций, демонстрация примеров решния задач на практиках

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

"УТВЕРЖДАЮ"
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н., доцент В.С. Тимофеев
"___"_______________ ______ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Образовательная программа: 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль: Математическое и программное обеспечение информационных технологий

Новосибирск 2017

1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по **дисциплине** Математический анализ приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	**Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)**	**Темы**	**Этапы оценки компетенций**	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	**Промежу-точная аттестация (экзамен, зачет)**
ОПК.1 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	з3. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	Метод математической индукции. Графики элементарных функций, преобразование графиков. Неравенства, содержащие модуль. Неравенство треугольника. Вычисление предела функции. Замечательные пределы и их следствия. Метод выделения главной части (вычисление пределов с помощью асимптотических разложений). Определение производной. Вычисление производных функций, заданных явно, неявно функциональным уравнением и параметрическими уравнениями. Производная обратной функции. Дифференциал и его связь с производной. Некоторые примеры применения дифференциального исчисления. Производные и дифференциалы высших порядков. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Геометрические приложения производной. Исследование функций. Использование производной и дифференциала для решения минимаксных задач. Локальный и условный экстремумы функции нескольких переменных. Замена переменных в дифференциальных уравнениях. Правило Лопиталя. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов, приближенных вычислений функции и доказательства неравенств. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные приемы интегрирования. Интегрирование по частям и замена переменной. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление двойных и тройных интегралов. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов Криволинейные интегралы и их свойства. Поверхностные интегралы и их свойства. Геометрические приложения криволинейных и поверхностных интегралов. Формула Стокса и ее приложение к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского-Гаусса Основные понятия и теоремы теории поля. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей. Применение векторного анализа в	1 семестр: контрольная работа №2 (задачи 1-12); контрольная работа №3 (задачи 1-6) 2 семестр: контрольная работа №1 (задачи 1-10); контрольная работа №2 (задачи 2-5,7-9); работа №3 (задачи 1-5). 3 семестр: контрольная работа №2 (задачи 2-5,7-9); контрольная работа №3 (задачи 1-9).	Экзамен 1 (задачи 1, 4-9). Экзамен 2 (задачи 1, 3-5). Экзамен 3 (задачи 1-7). Зачет 4 (задачи 5-23, 26-28).

		теории поля. Разложение функции в степенной ряд Тригонометрические ряды Фурье.		
ОПК.2 способность применять в профессиональ ной деятельности знания математически х основ информатики	з22. Знать основы теории функциональных последовательностей и рядов	Числовые ряды (основные понятия). Знакопостоянные числовые ряды. Числовые ряды общего вида. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная и поточечная сходимость функциональных последовательностей и рядов Степенные ряды. Разложение функции в степенной ряд. Радиус, интервал и множество сходимости степенного ряда. Тригонометрические ряды Фурье.	3 семестр: контрольная работа №1 (задачи 1-3);	Экзамен 2 (задачи 6,7). Экзамен 3 (задача 5). Зачет 4 (задачи 1-4, 24-27).
ОПК.2	з23. Знать основы теории дифференциального и интегрального исчисления функций	Метод математической индукции. Элементы теории множеств. Основные понятия теории множеств. Ограниченные и неограниченные множества. Точные грани множества. Полнота множества действительных чисел. Множества и последовательности в n-мерном евклидовом пространстве. Мера множества. Функция множества. Числовые последовательности (основные понятия). Ограниченные, неограниченные, монотонные последовательности. Предел последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Подпоследовательности, частичные пределы последовательности. Фундаментальные последовательности. Предел функции. Определения предела функции по Коши, по Гейне. Односторонние пределы. Вычисление предела функции. Символы Ландау. Порядок малости и порядок роста функции. Метод выделения главной части (вычисление пределов с помощью асимптотических разложений). Замечательные пределы и их следствия. Непрерывность функции в точке и на множестве. Классификация точек разрыва. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность. Основные понятия и теоремы дифференциального исчисления. Определение производной. Вычисление производных функций, заданных явно, неявно функциональным уравнением, параметрическими уравнениями. Производная обратной функции. Дифференциал и его связь с производной. Производные и дифференциалы высших порядков. Некоторые примеры применения дифференциального исчисления. Геометрические приложения производной. Исследование функций и построение графиков для явного и параметрического задания. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Формула Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов, приближенных вычислений функции и доказательства	1 семестр: контрольная работа № 1 (задачи 1-8),; контрольная работа №2 (задачи 1-12); контрольная работа №3 (задачи 1-6). 2 семестр: контрольная работа №1 (задачи 1-10); контрольная работа №2 (задачи 1-9); работа №3 (задачи 1-5). 3 семестр: контрольная работа №1 (задачи 4-8); контрольная работа №3 (задачи 1-9). 4 семестр: контрольная работа №1 (задачи 1-11).	Экзамен 1 (задачи 1-9). Экзамен 2 (задачи 1-5). Экзамен 3 (задачи 1-4,7). Зачет 4 (задачи 5-23, 28).

		неравенств. Правило Лопиталя. Использование производной и дифференциала для решения минимаксных задач. Локальный и условный экстремум функции нескольких переменных. Замена переменных в дифференциальных уравнениях. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные приемы интегрирования. Интегрирование по частям и замена переменной. Интегрирование рациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений. Тригонометрические подстановки. Интегрирование выражений, содержащих радикалы. Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла. Некоторые примеры применения определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл и интеграл Коши. Вычисление несобственных интегралов. Пространство R3. Интегральные суммы Дарбу. Кратные интегралы. Вычисление двойных и тройных интегралов. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов Криволинейные интегралы и их свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Поверхностные интегралы и их свойства. Вычисление поверхностных интегралов. Геометрические приложения криволинейных и поверхностных интегралов. Формула Стокса и ее приложение к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского-Гаусса Собственные интегралы, зависящие от параметра Несобственные интегралы, зависящие от параметра Интегралы Эйлера (гамма и бета функции). Основные понятия и теоремы теории поля. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей. Применение векторного анализа в теории поля. Мера в пространстве R3. Измеримые и простые функции. Сходимость в пространстве с мерой. Сходимость почти всюду, сходимость по мере. Интеграл Лебега и его свойства. Вычисление интеграла Лебега. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса и его свойства. Вычисление интеграла Стилтьеса..		
ОПК.2	у17. Уметь применять основные приемы теории дифференциального, интегрального исчисления, представлять функции в виде рядов	Графики элементарных функций, преобразование графиков. Неравенства, содержащие модуль. Неравенство треугольника. Ограниченные и неограниченные множества. Точные грани множества. Числовые последовательности (основные понятия). Ограниченные, неограниченные, монотонные последовательности. Предел последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Подпоследовательности, частичные пределы	1 семестр: контрольная работа № 1 (задачи 1-8),; контрольная работа №2 (задачи 1-12); контрольная работа №3 (задачи 1-6). 2 семестр: контрольная работа №1	Экзамен 1 (задачи 2-9). Экзамен 2 (задачи 1-7). Экзамен 3 (задачи 1-7). Зачет 4 (задачи 1-28).

		последовательности. Предел функции. Определения предела функции по Коши, по Гейне. Односторонние пределы. Вычисление предела функции. Замечательные пределы и их следствия. Метод выделения главной части (вычисление пределов с помощью асимптотических разложений). Применение формулы Тейлора для вычисления пределов, приближенных вычислений функции и доказательства неравенств. Непрерывность функции в точке и на множестве. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Повторные и двойные пределы. Основные понятия и теоремы дифференциального исчисления. Определение производной. Вычисление производных функций, заданных явно, неявно функциональным уравнением, параметрическими уравнениями. Производная обратной функции. Дифференциал и его связь с производной. Исследование функций и построение графиков для явного и параметрического задания. Геометрические приложения производной. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Использование производной и дифференциала для решения минимаксных задач. Локальный и условный экстремум функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Замена переменных в дифференциальных уравнениях. Непрерывность и дифференцируемость функций, заданных неявно. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные приемы интегрирования. Интегрирование по частям и замена переменной. Интегрирование рациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.. Интегрирование выражений, содержащих радикалы. Тригонометрические подстановки. Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл и интеграл Коши. Вычисление несобственных интегралов. Сходимость несобственных интегралов от знакопостоянных функций. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Знакопостоянные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Собственные интегралы, зависящие от параметра Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Гамма и бета функции. Пространство R3. Интегральные суммы Дарбу. Кратные интегралы. Вычисление двойных и тройных интегралов.	(задачи 1-10); контрольная работа №2 (задачи 2-5,7-9); работа №3 (задачи 1-5). контрольная работа №3 (задачи 1-9).	

		Геометрические приложения двойных и тройных интегралов Криволинейные интегралы и их свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Поверхностные интегралы и их свойства. Вычисление поверхностных интегралов. Геометрические приложения криволинейных и поверхностных интегралов. Формула Стокса и ее приложение к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского-Гаусса Основные понятия и теоремы теории поля. Дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей. Применение векторного анализа в теории поля. Знакопостоянные числовые ряды. Числовые ряды общего вида. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Разложение функции в степенной ряд. Радиус, интервал и множество сходимости степенного ряда. Тригонометрические ряды Фурье. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве.		

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по **дисциплине** проводится в 1 семестре - в форме экзамена, во 2 семестре - в форме экзамена, в 3 семестре - в форме экзамена, в 4 семестре - в форме дифференцированного зачета, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.2. Зачет проводится в форме письменного тестирования..

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются 3 контрольные работы. Требования к выполнению контрольных работ, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Во 2 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются 3 контрольные работы. Требования к выполнению контрольных работ, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

В 3 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются 3 контрольные работы. Требования к выполнению контрольных работ, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

В 4 семестре обязательным этапом текущей аттестации является контрольная работа. Требования к выполнению контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе учебной дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.2, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в два этапа: практическая часть (письменно) и теоретическая часть. Практическая часть проводится по билетам. Билет содержит 9 задач по следующим темам:

– математическая индукция;
– последовательности;
– непрерывность функций;
– общие методы вычисления пределов;
– вычисление пределов с помощью асимптотических разложений;
– символы Ландау;
– $\sup$, $\inf$, $\max$, $\min$ функции на множестве;
– построение графиков функций и плоских кривых;
– дифференцирование функций.

На решение задач отводится 2 часа. После проверки заданий преподавателем, проводится устное собеседование, которое может содержать уточняющие вопросы по письменной работе, а также теоретические вопросы (сформулировать определение, перечислить свойства, привести пример, сформулировать или доказать теорему) из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № ______
к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

---

1. Методом математической индукции доказать $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{2n-1}{2n}<\frac{1}{\sqrt{3n+1}}$.
2. Доказать, что последовательность $\left\{\sqrt[3]{n^3-1}-n\right\}$ монотонна (или монотонна, начиная с некоторого номера).
3. Исследовать функцию $y=e^{x+1/x}$ на непрерывность и определить характер точек разрыва.
4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(1+x\operatorname{tg}x)^{1/x^2}$.
5. Вычислить предел, используя формулы разложения $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^3\right)-2\sin x+2x\cos x^2}{\operatorname{arctg}x^3}$.

6. Определить порядок малости при $x \to 1$ функции $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

7. Найти $\sup f$, $\inf f$, а также $\max f$, $\min f$, если они существуют: $f(x) = x^x$, $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$.

8. Построить график функции $x = x(y)$, обратной к функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$, $x \in (-\infty; 0]$, $x \neq 1$.

9. Найти правую и левую производные функции $y = \begin{cases} 2x, \text{ если } x < 0, \\ \ln\left(1 + \sqrt[5]{x^7}\right), \text{ если } x \geq 0, \end{cases}$ в точке $x = 0$.

Определить, существует ли в этой точке производная?

Утверждаю: зав. кафедрой ____ ____________________ должность, ФИО

(подпись)

(дата)

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

- 0 баллов, если задача не решена,
- 0,5-1 балл, если представленное решение содержит грубые ошибки,
- 1.5-2.5 балла, если решение содержало ошибки, которые были исправлены после подсказки преподавателя,
- 3 балла, если задача решена без подсказок преподавателя.

Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент за решение задач набрал в сумме менее 15 баллов, в ходе собеседования не дает определений основных понятий, не способен объяснить свои действия при решении задач, оценка за экзамен составляет менее *20 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет засчитывается:

- на **пороговом** уровне, если студент в ходе собеседования дает определения части основных понятий, не всегда может объяснить свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 15-21 баллов, оценка составляет *20-27 баллов.*
- на **базовом** уровне, если студент ходе собеседования формулирует основные понятия, законы, может объяснить свои действия при решении задач, но имеет существенные пробелы в знаниях по некоторым темам, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 20-26 баллов, оценка составляет *28-35 баллов.*
- на **продвинутом** уровне, если студент в ходе собеседования формулирует основные понятия, проводит сравнительный анализ нескольких методов решения задач, демонстрирует глубокие знания по большинству тем курса, способен обосновать свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 25-27 баллов, общая оценка составляет *36-40 баллов.*

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. **Вопросы к** экзамену **по дисциплине** «Математический анализ»

Метод математической индукции. *Бином Ньютона* и *неравенство Бернулли.*

Теория множеств. Операции над множествами. Декартово произведение. Функции, отображения: область определения, область значений, образ и прообраз множества. Инъекция, сюръекция, биекция. Обратная функция, композиция и суперпозиция функций.

Эквивалентность множеств. Счётные множества и их свойства. *Счетность множеств*: $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}^-$; $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Q}^-$, множество четных (нечетных) чисел. Теорема о бесконечном подмножестве счетных множеств. *Существование несчетных множеств. Теорема о несоизмеримости диагонали и стороны квадрата.* Теорема о мощности булеана. *Континуальность множеств*: множества всевозможных последовательностей, составленных из 0 и 1, $[a,b]$, (a,b), $[a,b)$, $(a,b]$, $(a,+\infty)$, $[a,+\infty)$, $(-\infty,a)$, $(-\infty,a]$, $\mathbb{R}$. Кардинальные числа и их свойства.

Открытые, замкнутые множества, ограниченные множества, предельные и внутренние точки. Теорема о предельной точке множества (теорема 2.7). Верхняя и нижняя грань множества. Теорема о существовании точных граней у ограниченного множества (теорема 1.16). Свойства точных граней. Теорема Архимеда и следствия из нее.

Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора). Лемма о последовательности стягивающихся отрезков. Теорема Кантора о мощности отрезка. Лемма Бореля-Лебега о конечном покрытии. Лемма о предельной точке (принцип Больцано-Вейерштрасса).

Числовые последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и *их свойства*. Теорема Штольца (сформулировать и привести пример ее использования). Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Свойства пределов последовательностей: *арифметические свойства*, *предельный переход в неравенствах.* Монотонные последовательности. *Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.* Число *e*. Подпоследовательности, частичные пределы и их свойства. Верхний и нижний предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса об ограниченной последовательности. Лемма о неограниченной последовательности. Теорема о верхнем и нижнем пределе и ее следствия. Фундаментальные последовательности и их свойства, критерий Коши сходимости последовательности.

Предел функции в точке (по Гейне и по Коши). Лемма о связи предела функции с односторонними пределами. *Свойства конечных пределов. Теорема о связи односторонних пределов с inf, sup (теорема 3.1)*. Теорема о пределе композиции функции (без доказательства). Критерий Коши существования предела функции (без доказательства). *Первый замечательный предел и его следствия*. *Второй замечательный предел* и *его следствия*.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции в точке и *их свойства*. Сравнение функций. Отношение порядка. Символы Ландау («о-малое», «О-большое») и *их свойства.* Эквивалентные функции. Абсолютная и относительная погрешность. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов, метод выделения главной части.

Непрерывность функции в точке. Разностная форма условия непрерывности. Односторонняя непрерывность. *Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке (теорема* 4.1*).* Свойства непрерывных в точке функций. Теорема о непрерывности композиции. Точки разрыва функции и их классификация. *Точки разрыва монотонной на интервале функции.*

Непрерывные на множестве функции. Теоремы Больцано-Коши – *об обращении непрерывной функции в ноль* и *о промежуточном значении непрерывной функции. Критерий непрерывности монотонной функции*. Теоремы о существовании и непрерывности обратной функции (без доказательства). *Теоремы Вейерштрасса: об ограниченности непрерывной функции, о достижении непрерывной функцией своих точных граней.*

Производная и дифференциал. Односторонние производные и обобщенные односторонние производные. Использование дифференциала для приближенных вычислений.

Дифференцируемые функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. *Свойства производных*. Теорема о производной обратной функции. Теорема о производной сложной функции. *Инвариантность формы первого дифференциала. Производная функции, заданной параметрически. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производные элементарных функций.*

Геометрический смысл производной, односторонней производной и обобщенной односторонней производной, уравнение касательной и нормали к кривой, угол между графиками пересекающихся функций.

Производные и дифференциалы высших порядков. *Формула Лейбница.*

Лемма Дарбу о достаточном условии возрастания и убывания функции в точке, теорема Ферма о необходимом условии экстремума, теорема Ролля о нуле производной, теоремы Коши *и Лагранжа о конечных приращениях.*

Следствия теоремы Лагранжа: теорема о пределе производной; *постоянство функции, имеющей на интервале нулевую производную*; *условия монотонности функции на интервале*; *теорема о точках разрыва производной на интервале* (*с.* 121). Решение неравенств с помощью теоремы Лагранжа. *Правило Лопиталя*.

Многочлен Тейлора и его *свойство*. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Пеано (без доказательств). Формула Маклорена. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Локальные формулы Маклорена (e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\sin(1+x)$, $(1+x)^a$). *Многочлен Тейлора как многочлен наилучшего приближения функции в окрестности данной точки* (*теорема 6.12*).

Достаточные условия экстремума функции. Выпуклые функции. Геометрический смысл
выпуклости. *Необходимое и достаточное условия выпуклости дифференцируемой функции*. *Необходимое и достаточное условия выпуклости дважды дифференцируемой функции. Связь между понятием выпуклости и расположением графика функции относительно касательных*. *Необходимое и достаточное условия перегиба функции дважды дифференцируемой функции. Достаточное условие экстремума и перегиба n раз дифференцируемой функции.*

Построение графиков плоских кривых, заданных явно или параметрически. Алгоритм исследования явно и параметрически заданных кривых: асимптоты, промежутки монотонности и выпуклости, характер особых точек.

Равномерная непрерывность. Геометрическая интерпретация. *Необходимое условие равномерной непрерывности. Свойства равномерно непрерывных функций*. *Теорема Гейне-Кантора о равномерной непрерывности*.

Примечание:

1. Нумерация теорем дана по учебному пособию «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной»

2. При доказательстве некоторых теорем можно использовать свою тетрадь (учебное пособие, электронные материалы или любой учебник). Все эти теоремы выделены в тексте. Время использования материалов указано в таблице:

	На оценку «удовлетворительно»	На оценку «хорошо»	На оценку «отлично»
Курсив	3 мин	30 сек.	без тетради
Подчеркивание	ответ по тетради (на оценку до 63 баллов доказательство не спрашивается)	3 мин	30 сек.
Курсив	доказательство	ответ	3 мин

+подчеркивание	не спрашивается	по тетради	

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

1. Методика оценки

В семестре проводится 3 контрольные работы.

Контрольная работа №1 «Последовательности» содержит 8 задач по следующим темам:

– основные определения: сформулировать кванторное определение, привести пример (задачи 1-3);
– вычисление предела последовательности (задача 4);
– задачи на доказательство (задача 5,6);
– фундаментальность последовательности (задача 7);
– вычисление $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$, $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$ (задача 8).

Контрольная работа №2 «Вычисление пределов» содержит 12 задач.

Контрольная работа №3 «Дифференцирование функции одной переменной» содержит 6 задач по темам соответственно:

– дифференцирование функций, заданных параметрическими уравнениями (задача 1);
– дифференцирование сложных функций (задача 4);
– дифференцирование функций, заданных неявно (задача 5);
– геометрический смысл производной (задачи 2,3);
– вычисление односторонних производных (задача 6).

Все контрольные работы выполняются письменно в течение 2 академических часов. После проверки преподавателем, контрольная работа с указанными ошибками возвращается студенту для подготовки к экзамену.

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

0 – задача не решена

0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки

0.7 – решение содержит небольшие ошибки

1 – задача решена верно.

Для определения оценки в баллах надо умножить полученную оценку по шкале, приведенной выше на максимальный балл соответствующей задачи:

Контрольная работа № 1

№ задачи	1	2	3	4а	4б	4в	5	6	7	8
Максимальный балл	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2

Контрольная работа № 2

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Максимальный балл	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1,5	1,5	2

Контрольная работа № 3

№ задачи	1	2	3	4	5	6

Максимальный балл	2	1	1	2	2	2

Полученные по каждой из задач баллы суммируются, и получается суммарный балл S за контрольную работу.

Контрольная работа считается	К/р № 1	К/р № 2	К/р № 3
невыполненной, если	$S<6$	$S<8$	$S<5$
выполненной на **пороговом** уровне, если	$6\le S<7$	$8\le S<9$	$5\le S<6$
выполненной на **базовом** уровне, если	$7\le S<12$	$9\le S<14$	$6\le S<9$
выполненной на **продвинутом** уровне, если	$12\le S<13$	$14\le S<15$	$9\le S<10$

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Контрольная работа № 1.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \ne a,\, a\in\mathbb{R} \Leftrightarrow$

2. Приведите пример немонотонной неограниченной последовательности.

3. Приведите пример двух убывающих последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ таких, что

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n = 1 \quad \text{и} \quad \forall n\ x_n < y_n .$$

4. Вычислите пределы: **а**) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}\right)$, **б**) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{8}-1}{\sqrt[n]{2}-1}$, **в**) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n+\lg n}{n-3{,}5}$.

5. Докажите, что если $\{x_n\}$ – бесконечно малая последовательность и $\forall n\ |y_n|\le|x_n|$, то $\{y_n\}$ – тоже бесконечно малая последовательность.

6. Докажите по определению, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt[n]{2}-1}=+\infty$.

7. Пользуясь критерием Коши, докажите сходимость последовательности $\left\{0.\underbrace{555..5}_{n\ \text{штук}}\right\}$.

8. Для последовательности $\left\{\dfrac{n}{n+1}\sin\dfrac{\pi n}{2}\right\}$ найдите $\varliminf\limits_{n\to\infty} x_n$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty} x_n$, $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$.

Контрольная работа № 2.

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+11^n\right)^{1/(n+2)}$. **2**. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{3^n}}$. **3**. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x^4+6x^5}{4x^2-3x^3+2x^5}$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n\ln n}{4n^2-5}$. **5**. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{2n+7}\right)^{n-2}$. **6**. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3+x^2-6x+4}{x^3+3x^2-4}$. **7**. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-x}$.

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3+2x}{2x+5}\right)^x$. **9**. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\dfrac{1}{5k-2}-\dfrac{1}{5k+8}\right)$.

10. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[4]{x^4-20x^3+4x^2}-\sqrt[5]{x^5-25x^3+3x}\right)$.

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-\cos\left(x^2\right)}}{1-\cos x}$. **12**. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x^4}{\cos 2x - e^{-2x^2+\frac{4}{3}x^4}}$.

Контрольная работа № 3.

1. Для функции $y(x)$, заданной параметрическими уравнениями, найти y''_{xx}:

$$\begin{cases} y = t^2 e^{2t}, \\ x = \left(t^2+1\right)e^t. \end{cases}$$

2. Найти уравнение касательной и нормали к кривой, заданной уравнением

$$y^3 - 2xy + x^3 = 1 - x,$$

в точке $M(1,1)$.

3. Найти угол наклона к оси Ox касательной к графику функции $y(x)$ в точке $M(-8,1)$:

$$\begin{cases} y = \cos t + t, \\ x = 2t^2 - 8. \end{cases}$$

4. Считая известными дифференциалы функции $u(x)$ и $v(x)$, найти d^2y, если $y = u\sin v$.

5. Найти d^2y в точке $x=1$ для функции $y(x)$, заданной неявно:

$$x^2 + 5xy + 3y^2 - 7x - y - 1 = 0, \quad y > 0.$$

6. Найти $y'_+(1)$, $y'_+(1+)$, $y'_-(1)$, $y'_-(1-)$, если $y(x) = \begin{cases} 4\ln x + 3, & x \ge 1, \\ x^2 - 5, & x < 1. \end{cases}$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в два этапа: практическая часть (письменно) и теоретическая часть. Практическая часть проводится по билетам. Билет содержит 7 задач по следующим темам:

– геометрические приложения определенного интеграла (задача 1);
– предел и непрерывность функции многих переменных (задача 2);
– дифференцирование функций многих переменных (задача 3);
– замена переменных в дифференциальном уравнении (задача 4);
– экстремум функции многих переменных (задача 5);
– исследование на сходимость несобственных интегралов, рядов и бесконечных произведений (задачи 6,7).

На решение задач отводится 2 часа. После проверки заданий преподавателем, проводится устное собеседование, которое может содержать уточняющие вопросы по письменной работе, а также теоретические вопросы (сформулировать определение, перечислить свойства, привести пример, сформулировать или доказать теорему) из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № ___
к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

---

1. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля $r = 10(2+\cos\varphi)$.

2. Найти все точки разрыва функции

$$f = \begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x+y}, & x+y \neq 0 \\ 3, & x+y=0 \end{cases}$$

Указать точки устранимого разрыва.

3. Найти первый и второй дифференциалы в точке $M_0(1,1)$, $z(M_0)=4$ функции $z(x,y)$, заданной неявно:

$$5x^2+5y^2+5z^2-2xy-2yz-2xz-72=0.$$

4. Приняв u и v за новые независимые переменные, а w за новую функцию от u и v, преобразовать к новым переменным уравнение

$$2z''_{xx}+2z''_{xy}+z''_{yy}+4z'_x+4z'_y+z=0\,, \quad u=2y-x,\ v=x,\ w=ze^{x+y}\,.$$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области

$$u=x+3y,\ x+y\le 6,\ x+4y\ge 4,\ y\le 2\,.$$

6. Исследовать сходимость бесконечного произведения $\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1+\dfrac{a^n}{2^n}\right)$.

7. Исследовать интеграл на абсолютную и условную сходимость $\int\limits_0^{+\infty}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x^2+x}}dx$.

Утверждаю: зав. кафедрой ____ ____________________ должность, ФИО

(подпись)

(дата)

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

- 0 баллов, если задача не решена,
- 0,5-1,5 балл, если представленное решение содержит грубые ошибки,
- 2-3.5 балла, если решение содержало ошибки, которые были исправлены после подсказки преподавателя,
- 4 балла, если задача решена без подсказок преподавателя.

Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент за решение задач набрал в сумме менее 14 баллов, в ходе собеседования не дает определений основных понятий, не способен объяснить свои действия при решении задач, оценка за экзамен составляет менее *20 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет засчитывается:

- на **пороговом** уровне, если студент в ходе собеседования дает определения части основных понятий, не всегда может объяснить свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 14-21 баллов, оценка составляет *20-27 баллов.*
- на **базовом** уровне, если студент ходе собеседования формулирует основные понятия, законы, может объяснить свои действия при решении задач, но имеет существенные пробелы в знаниях по некоторым темам, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 20-26 баллов, оценка составляет *28-35 баллов.*
- на **продвинутом** уровне, если студент в ходе собеседования формулирует основные понятия, проводит сравнительный анализ нескольких методов решения задач, демонстрирует глубокие знания по большинству тем курса, способен обосновать свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 25-28 баллов, общая оценка составляет *36-40 баллов.*

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. **Вопросы к** экзамену **по дисциплине** «Математический анализ»

1. Неопределенный интеграл.

Определение, *свойства*, основные приемы интегрирования (*интегрирование по частям* и *заменой переменной*). Разложение рациональной дроби на элементарные методом сравнений, методом частных значений, *методом вычеркиваний*. Интегрирование рациональных выражений: *теорема 8.5*, метод Остроградского, Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.

2. Интеграл Римана (определенный интеграл).

Необходимое условие интегрируемости по Риману. Интегральные суммы и их свойства. *Теорема Римана о необходимом и достаточном условии интегрируемости*. Классы *интегрируемых функций*. Свойства определенного интеграла (*линейность*, *аддитивность*, *интегрирование неравенств*, интегрируемость произведения). Теоремы о среднем значении интеграла: *первая формула среднего значения*, *формула среднего значения в обобщенном виде*, вторая формула среднего значения. Интеграл с переменным верхним пределом и его *свойства* (*непрерывность, дифференцируемость*). Формула Ньютона-Лейбница. *Интегрирование по частям и замена переменной*. Интеграл от (не)четной функции по сегменту $\left[-a,a\right]$ (*пример* 9.5 (9.6)). Интегри-рование периодической функции по полному периоду (*пример* 9.6 (9.7)). Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.

Определения простой, замкнутой, спрямляемой кривой. Свойства спрямляемых кривых. Достаточные условие спрямляемости кривых: длина дуги кривой, определенной параметрическими уравнениями; *длина дуги кривой, заданной в декартовой системе координат*; *длина дуги кривой, заданной в полярной системе координат*. Дифференциал дуги.

Определения плоской фигуры, границы плоской фигуры. Граница площади нуль. Необходимое и достаточное условие квадрируемости плоской фигуры. Достаточные условия квадрируемости плоских фигур: *площадь криволинейной трапеции*, площадь фигуры, ограниченной замкнутой спрямляемой кривой, площадь криволинейного сектора.

Определения конечного тела, кубируемости конечного тела. Необходимое и достаточное условие кубируемости тела. Достаточные условия кубируемости: *цилиндра, основанием которого является квадрируемая фигура*; тела, полученного вращением криволинейной трапеции в декартовой системе координат.

Площадь поверхности вращения, полученной при вращении в декартовой системе координат графика функции $y=f\left(x\right), x\in\left[a,b\right]$ вокруг координатной оси.

3. Несобственные интегралы.

Определения несобственного интеграла I-го и II-го рода. Общее понятие несобственного интеграла. *Свойства несобственных интегралов. Теоремы сравнения. Критерий Коши. Связь между сходимостью интегралов* $\int\limits_a^B f\left(x\right)dx$ и $\int\limits_a^B \left|f\left(x\right)\right|dx$. Абсолютная и условная сходимость. Абсолютно интегрируемые функции: определение и *теорема об интегрировании произведения*. Общие признаки сходимости: признак Дирихле и признак Абеля.

Главное значение несобственного интеграла. Интеграл Коши.

4. Функции многих переменных.

Основные определения: пространства R^m и E^m, расстояние в евклидовом пространстве; шар, сфера в метрическом пространстве; внутренняя, граничная, предельная и изолированная точки; открытое и замкнутое множество; граница множества; связное множество; диаметр множества, ограниченное множеств, область, замкнутая область, выпуклая область.

Последовательность точек множества E^m: определение, сходимость, ограниченность. *Теорема о характере сходимости в евклидовом пространстве*, *критерий Коши сходимости последовательности точек евклидова пространства*, *теорема Больцано-Вейерштрасса*.

Функция: определение, область определения, область значений. Понятие уровня функции. Необходимое и достаточное условие существования предельного значения функции. Предельное значение и повторное предельное значение функции в точке. Связь между пределом в точке и повторными пределами в этой точке (без доказательства). Непрерывность функции: в точке, на множестве, по кривой. Свойства непрерывных функций: локальные, непрерывность сложной функции, теорема о сохранении знака, *теорема о промежуточных значениях*, *теоремы Вейерштрасса*. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.

Частные производные и частные дифференциалы. Дифференцируемость функции в точке. Полный дифференциал. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью (*с доказательством*). *Необходимое условие дифференцируемости*. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции.

Производная по направлению, частные производные. Градиент функции и *его геометрический смысл. Свойства производных по направлению. Инвариантность первого дифференциала*.

Производные и дифференциалы высших порядков. Символическая формула для вычисления дифференциала явно заданной функции. Теорема о непрерывных смешанных производных. Дифференциал сложной функции (порядка выше первого).

Геометрический смысл дифференциала функции 2-х переменных: *касательная плоскость*, нормальная плоскость, касательный вектор, *нормальный вектор*. Применение дифференциала в приближенных вычислениях, *правила приближенных вычислений*. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано.

Экстремумы функций многих переменных: определения, *теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума*.

Равномерная непрерывность. Теорема о связи непрерывности и дифференцируемости (без доказательства).

Векторные функции нескольких переменных. Определение взаимнооднозначного, обратного, линейного и постоянного отображения. Непрерывные отображения: непрерывные в точке, непрерывные на множестве, равномерно непрерывные, гомеоморфные отображения. Дифференцируемые отображения, дифференциал отображения. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Матрица Якоби и якобиан отображения. Правило дифференцирования композиции отображений. Теорема об обратном отображении.

Теория неявных функций. Теоремы о существовании и дифференцируемости неявной функции. Теорема о векторной неявной функции. Вычисление производных неявно заданных функций. Взаимно-однозначное отображение множеств. Зависимость функций: определение, *необходимое условие зависимости*, достаточное условие независимости функций. Замена переменных в дифференциальных уравнениях.

Локальный относительный (условный) экстремум: определение, необходимое условие локального относительного экстремума, достаточное условие локального относительного экстремума. Методы нахождения условных экстремумов: метод Лагранжа и метод исключения переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом множестве. Нахождение для непрерывной функции $f(x)$ ее точных граней $\sup\limits_A f(x)$, $\inf\limits_A f(x)$, если: а) A - замкнутое, б) A - открытое множество.

Кривые и поверхности: определение, способы задания, проектируемость. Ориентация кривых и поверхностей. Особые точки кривой и поверхности. Касательная прямая к плоской кривой (явное, *неявное* и *параметрическое задание кривой*). Касательная прямая к пространственной кривой (*параметрическое, явное и неявное задание кривой*). Криволинейные координаты: полярные, сферические и цилиндрические координаты.

5. Числовые ряды.

Основные определения: числовой ряд, частичная сумма и остаток ряда. Гармонический и геометрический ряды (определение и *сходимость*). Сходимость числовых рядов: определение сходимости, критерий Коши (*с доказательством*), необходимое условие сходимости (*с доказательством*), основные свойства сходящихся рядов (*с доказательством*).

Ряды с неотрицательными членами: определение, необходимое и достаточное условие сходимости (*с доказательством*). Теорема о «произведении» ограниченной последовательности и сходящегося ряда (*с доказательством*). *Признаки сравнения рядов.* Признаки сходимости: *Коши, Даламбера,* интегральный признак Коши-Маклорена и интегральная оценка остатка ряда. *Обобщенный гармонический ряд*. Теорема об отсутствии универсального ряда сравнения.

Ряды общего вида. Группировка членов ряда. Абсолютная и условная сходимость. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов ряда. Неравенство Абеля. Признаки сходимости для произвольных рядов: *Лейбница*, Абеля, Дирихле. *Оценка остатка ряда Лейбницевского типа*.

Бесконечные произведения. Определения бесконечного произведения и частичного произведения. Необходимое условие сходимости бесконечного произведения. *Связь между сходимостью бесконечного произведения и рядами.*

6. Функциональные последовательности (ФП).

Сходимость в точке. Сходимость на множестве: поточечная, равномерная, в среднем. Связь между равномерной и поточечной сходимостью. Свойства равномерно сходящихся ФП. Связь между сходимостью в среднем и равномерной сходимостью.

7. Функциональные ряды (ФР).

Сходимость в точке. Сходимость на множестве: поточечная, равномерная, в среднем. Равномерная сходимость ФР. *Критерий Коши и его следствие* (*необходимое условие сходимости*). Достаточные признаки равномерной сходимости: *Вейерштрасса*, Дирихле, Абеля. Свойства равномерно сходящихся рядов: предельный переход, непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование ФР.

Примечание:

1. Нумерация теорем дана соответствующему по учебному пособию («Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных», «Элементы теории рядов»)

2. При доказательстве некоторых теорем можно использовать свою тетрадь (учебное пособие, электронные материалы или любой учебник). Все эти теоремы выделены в тексте. Время использования материалов указано в таблице:

	На оценку «удовлетворительно»	На оценку «хорошо»	На оценку «отлично»
Курсив	30 сек.	10 сек.	без тетради
Подчеркивание	ответ по тетради	3 мин	30 сек.
Курсив +подчеркивание	доказательство не спрашивается	ответ по тетради	3 мин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

В семестре проводится 3 контрольные работы.

Контрольная работа №1 «Вычисление неопределенных интегралов» содержит 10 задач по следующим темам:

интегрирование рациональных выражений (задачи 1-4);
интегрирование тригонометрических выражений (задачи 5,6);
интегрирование иррациональных выражений (задачи 7-10).

Контрольная работа №2 «Интеграл Римана» содержит 9 задач по темам соответственно:

– дифференцирование интеграла с переменными пределами;
– вычисление определенного интеграла от case- функций;
– вычисление несобственного интеграла;
– интегрирование по частям определенного интеграла;
– замена переменной в определенном интеграле;
– интегрирование неравенств;
– геометрические приложения, полярные координаты: длина кривой и площадь области;
– длина кривой, заданной параметрическими уравнениями; площадь области ограниченной кривой, заданной параметрическими уравнениями;
– геометрические приложения определенного интеграла, декартовые координаты: длина кривой, площадь области, объем и поверхность тела вращения.

Контрольная работа №3 «Функции многих переменных» содержит 10 задач по темам соответственно:

– дифференцирование функций многих переменных (задачи 1а, 1б, 1в, 1г, 2);
– экстремум функции заданной неявно функциональным уравнением (задача 3);
– нахождение условного экстремума (задачи 4а, 4б);
– замена переменной в дифференциальном уравнении (задачи 5а, 5б).

Все контрольные работы выполняются письменно в течение 2 академических часов. После проверки преподавателем, контрольная работа с указанными ошибками возвращается студенту для подготовки к экзамену.

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

0 – задача не решена

0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки

0.7 – решение содержит небольшие ошибки

1 – задача решена верно.

Для определения оценки в баллах надо умножить полученную оценку по шкале, приведенной выше на максимальный балл соответствующей задачи:

Контрольная работа № 1

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Максимальный балл	1	1,5	1	1,5	1	1	1	1,5	1	1,5

Контрольная работа № 2

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Максимальный балл	1	2	2	2	1	1	2	2	2

Контрольная работа № 3

№ задачи	1а	1б	1в	1г	2	3	4а	4б	5а	5б
Максимальный балл	2	1	1	1	1	2	2	2	2	3

Полученные по каждой из задач баллы суммируются, и получается суммарный балл S за контрольную работу.

Контрольная работа считается	К/р № 1	К/р № 2	К/р № 3
невыполненной, если	$S<7$	$S<9$	$S<9$
выполненной на **пороговом** уровне, если	$7\le S<8$	$9\le S<10$	$9\le S<10$
выполненной на **базовом** уровне, если	$8\le S<11$	$10\le S<14$	$10\le S<16$
выполненной на **продвинутом** уровне, если	$11\le S<12$	$14\le S<15$	$16\le S<17$

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Контрольная работа № 1.

Найти интеграл:

$$\textbf{1)}\ \int\frac{t^2}{(t-2)^8}dt,\quad \textbf{2)}\ \int\frac{t^6+t^5+4t^4+4t^3-1}{t^3\left(t^2+4\right)}dt,\quad \textbf{3)}\ \int\frac{dt}{\left(t^2+t+1\right)^2},\quad \textbf{4)}\ \int\frac{dt}{(3-t)(t+1)^4}.$$

Свести интеграл к виду $\int\mathbf{R}(x)\,dx$:

$$\textbf{5)}\ \int\frac{\sin x}{3-\sin x}dx,\quad \textbf{6)}\ \int\frac{\sin^5 x}{\cos^4 x}dx.$$

Свести интеграл к виду $\int\mathbf{R}(x)\,dx$ или $\int\mathbf{R}(\sin x,\cos x)\,dx$:

$$\textbf{7)}\ \int\frac{x^5}{\sqrt{\left(4-x^2\right)^3}}dx,\quad \textbf{8)}\ \int\sqrt{x^2-5x+6}\,dx,$$

$$\textbf{9)}\ \int\frac{x}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}dx,\quad \textbf{10)}\ \int\frac{1}{\sqrt{x^3}\,\sqrt[3]{2+\sqrt[4]{x^3}}}dx.$$

Контрольная работа № 2.

Вычислить:

1) $\frac{d}{dx}\int\limits_{x^3}^{2}\sqrt{1+t^2}\,dt$, **2**) $\int\limits_{-3}^{6}\min\left\{x^2-2,2\right\}dx$, **3**) $\int\limits_{0}^{3\pi/2}\frac{dx}{2-\sin x}$.

4) Применяя формулу интегрирования по частям найти интеграл $\int\limits_{0}^{1/2}\arccos x\,dx$.

5) Применяя подходящую замену переменной, свести интеграл к интегралу от рационального выражения: $\int\limits_{-1}^{1}\frac{x}{\sqrt{5-4x}}dx$.

6) Определить знак интеграла $\int\limits_{0}^{2\pi}x^7\sin^5 x dx$.

7) Найти длину кривой $\rho(\varphi)=\sin^2\varphi$.

8) Вычислить площадь петли, образованной кривой $x(t)=t-t^3$, $y(t)=1-t^2$.

9) Найти объем и поверхность тела вращения, образованного вращением вокруг оси *Ox* треугольника с вершинами в точках (1,4), (4,7), (7,1).

Контрольная работа № 3.

1. Пусть $f\left(x,y,z\right)=2x^3-6x^2z+xyz+y^2$, $M_0\left(0,2,0\right)$, $M\left(0,6,3\right)$.

а) выписать все ненулевые дифференциалы функции f ;

б) найти $\mathrm{grad}f$ в точке M_0 ;

в) найти производную функции f в точке M_0 по направлению вектора $\overline{M_0M}$;

г) выписать формулу Тейлора в окрестности точки M_0 .

2. Вычислить дифференциал $d^{15}u$, если $u=x^{16}y^2+z^{18}+x^4y^8z^2$.

3. Найти экстремум функции $u\left(x,y\right)$, заданной неявно уравнением

$$x^2+2y^2+u^2-6x+8y+6u+1=0.$$

4. Найти точки условного экстремума функции $u=xy$, если $5x+8y=10$.

а) методом исключения; **б)** методом Лагранжа.

5. Сделать указанную замену переменных:

а) $xy''-y'+2\frac{y}{x}=0,\quad x=e^t,\ y=u^2e^t,\quad u=u\left(t\right)$;

б) $\frac{1}{y^4}\left(z''_{xx}+z''_{yy}-2z''_{xy}\right)-\frac{2}{y^5}\left(z'_y-z'_x\right)=0$, $u\left(x,y\right)=y^3$, $v\left(x,y\right)=x+y$.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 3 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в два этапа: практическая часть (письменно) и теоретическая часть. Практическая часть проводится по билетам. Билет содержит 6 задач по следующим темам:

– кратные интегралы (задача 1);
– криволинейные интегралы (задача 2);
– поверхностные интегралы (задача 3);
– теория поля (задача 4);
– степенные ряды (задача 5);
– интегралы, зависящие от параметра (задача 6).

На решение задач отводится 2 часа. После проверки заданий преподавателем, проводится устное собеседование, которое может содержать уточняющие вопросы по письменной работе, а также теоретические вопросы (сформулировать определение, перечислить свойства, привести пример, сформулировать или доказать теорему) из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № _____
к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:
$$(x+y+z)^2 = ay,\ x=0,\ y=0,\ z=0\ \ (x>0, z>0).$$

2. Вычислить $\int\limits_L \frac{y}{x}dx + dy$, L – кривая $y=\ln x$, пробегаемая от точки $A(1,0)$ до точки $B(e,1)$

3. Вычислить $\iint\limits_S (x^2+y^2)dS$, если S – полная поверхность конуса $\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1$.

4. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ через поверхность S в направлении внешней нормали, если S – нижняя полусфера $x^2+y^2+z^2=1, z\le 0$.

5. Разложить функцию $f(x) = 2^{2-3x}$ в степенной ряд с центром в точке $x_0=-1$. Указать радиус сходимости.

6.. Найти производную функции $F(\alpha) = \int\limits_1^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x)dx}{x^2},\ \alpha>0$.

Утверждаю: зав. кафедрой ____ ____________________ должность, ФИО
(подпись)
(дата)

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

- 0 баллов, если задача не решена,
- 0,5-2 балл, если представленное решение содержит грубые ошибки,
- 2,5-4,5 балла, если решение содержало ошибки, которые были исправлены после подсказки преподавателя,
- 5 баллов, если задача решена без подсказок преподавателя.

Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент за решение задач набрал в сумме менее 14 баллов, в ходе собеседования не дает определений основных понятий, не способен объяснить свои действия при решении задач, оценка за экзамен составляет менее *20 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет засчитывается:

- на **пороговом** уровне, если студент в ходе собеседования дает определения части основных понятий, не всегда может объяснить свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 14-22 баллов, оценка составляет *20-27 баллов.*
- на **базовом** уровне, если студент ходе собеседования формулирует основные понятия, законы, может объяснить свои действия при решении задач, но имеет существенные пробелы в знаниях по некоторым темам, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 20-28 баллов, оценка составляет *28-35 баллов.*
- на **продвинутом** уровне, если студент в ходе собеседования формулирует основные понятия, проводит сравнительный анализ нескольких методов решения задач, демонстрирует глубокие знания по большинству тем курса, способен обосновать свои действия при решении задач, суммарная оценка за решение задач в диапазоне 26-30 баллов, общая оценка составляет *36-40 баллов.*

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. **Вопросы к** экзамену **по дисциплине «**Математический анализ»

Функциональные последовательности (ФП) и ряды (ФР).

Сходимость в точке. Сходимость на множестве: поточечная, равномерная, в среднем. Связь между равномерной и поточечной сходимостью. Связь между сходимостью в среднем и равномерной сходимостью. Свойства равномерно сходящихся ФП. Свойства сходящихся в среднем ФП.

Равномерная сходимость ФР. *Критерий Коши и его следствие* (*необходимое условие сходимости*). Достаточные признаки равномерной сходимости: *Вейерштрасса*, Дирихле, Абеля. Свойства равномерно сходящихся рядов: предельный переход, непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование ФР.

Степенные ряды (СР).

Множество сходимости, радиус сходимости и интервал сходимости СР. *Лемма Абеля.* <u>Теорема Коши–Адамара</u>. *Теорема о втором способе вычисления радиуса СР*. *Теорема Абеля о равномерной сходимости СР.* Свойства суммы степенного ряда (непрерывность с доказательством). Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложения функции в СР (без доказательства). *Теорема об единственности ряда Тейлора*. Основные приемы разложения функции в СР.

Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами (без доказательства).

Равномерная по параметру сходимость функций: определения и свойства без доказательств.

Собственные интегралы, зависящие от параметра.

Теоремы о *непрерывности*, *интегрируемости* и <u>дифференцируемости</u> и их *следствия*.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра.

Сходимость и равномерная сходимость. Связь с функциональными рядами. Необходимые и достаточные признаки равномерной сходимости (*признак Вейерштрасса с доказательством*). Свойства равномерно сходящихся интегралов.

Теоремы <u>*о предельном переходе*</u> и ее следствие, о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости по параметру несобственного интеграла.

Эйлеровы интегралы $\mathrm{B}(p,q)$ и $\Gamma(p)$. Свойства эйлеровых интегралов (*сходимость*, *непрерывность*, и *формулы приведения*).

Функции многих переменных (только определения и формулировки теорем)

Понятия: изолированной, внутренней, граничной и предельной точки; связного, открытого, ограниченного, замкнутого множества; диаметра множества, ограниченного множества, области, замкнутой области, выпуклой области. Предел функции в точке, свойства предела. Непрерывность в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность. Глобальные свойства непрерывных функций.

Дифференциальное исчисление функций от нескольких переменных (только определения и формулировки теорем)

Дифференцируемые функции: определение, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Частные производные и их свойства. Теорема о равенстве смешанных производных. Производная по направлению и ее свойства. Свойства дифференцируемых функций. Правила дифференцирования сложной, неявной и обратной функции.

Векторные функции от нескольких переменных (только определения и формулировки теорем)

Дифференцируемые отображения, дифференциал отображения. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Матрица Якоби и якобиан отображения. Теорема об обратном отображении.

Теория неявных функций (только определения и формулировки теорем)

Теоремы о существовании и дифференцируемости неявной функции. Теорема о векторной неявной функции. Вычисление производных неявно заданных функций. Взаимно-однозначное отображение множеств. Зависимость функций: определение, необходимое условие зависимости, достаточное условие независимости функций.

Пространство $\mathbb{R}^3$

Кривая (поверхность) в пространстве $\mathbb{R}^3$. Явный, неявный, параметрический и векторный способ задания кривой (поверхности). Непрерывность, простота, регулярность, гладкость кривой (поверхности). Кратные и особые точки кривой (поверхности). Кривые на поверхности. Регулярное преобразование плоских кривых и поверхностей. Классы квадрируемых (кубируемых) областей.

Касательная к плоской и пространственной кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Криволинейные координаты. Полярные, сферические и цилиндрические координаты: формулы, координатные линии, координатные поверхности, *ортогональность, параметры Ламэ*. Ориентация кривой и поверхности.

Кратные интегралы

Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Классы интегрируемых функций.

Кратные интегралы (интеграл Римана) и их свойства. Вычисление кратного интеграла: сведение кратного интеграла к последовательным однократным (*для двойного интеграла с доказательством*). Замена переменных в кратных интегралах (для двойного интеграла с доказательством). Геометрические приложения интеграла Римана.

Интеграл как аддитивная функция области. Дифференцирование по области.

Интегралы по многообразиям.

Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода (КИ1 и КИ2). *Существование криволинейных интегралов и сведение их к определенным*. *Связь между* КИ1 и КИ2. *Свойства* КИ1 и КИ2. Формула Грина. Использование формулы Грина в случае несвязной области (пример 6.13). *Приложение формулы Грина к исследованию КИ*: *условия независимости КИ от пути интегрирования, связь КИ с точным дифференциалом* (*теоремы 6.5, 6.6*). Применение формулы Грина для вычисления площади области.

Выражение площади в криволинейных координатах. Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области. Замена переменных в двойных интегралах.

Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода (ПИ1 и ПИ2). *Существование поверхностных интегралов и сведение их к двойным интегралам*. *Связь между* ПИ1 и ПИ2. *Свойства ПИ1 и ПИ2*. Площадь поверхности и объем тел вращения. Формула Стокса. Приложение формулы Стокса к исследованию КИ в пространстве (теоремы 7.2, 7.3).

Формула Остроградского-Гаусса. Приложение формулы Остроградского-Гаусса к исследованию поверхностных интегралов. *Формула Грина интегрирования по частям* (*на плоскости и в пространстве*) *и ее следствия.*

Элементы векторного анализа и теории поля

Скалярные и векторные поля. Изоповерхности скалярного поля. Силовые линии векторного поля. *Дифференцируемые скалярные и векторные поля.* Производная поля по направлению. Инвариант скалярного поля (градиент) и его свойства. Интегральные инварианты векторного поля (ротор и дивергенция). Градиент, дивергенция и ротор *в декартовых* и *произвольных ортогональных координатах.* Оператор Гамильтона и правила работы с ним. Повторные операции теории поля.

Векторный дифференциал длины и площади. Работа, циркуляция, поток векторного поля. Приближенные вычисления циркуляции и потока. *Теорема Остроградского-Гаусса. Теорема Стокса. Формула Остроградского-Гаусса на плоскости. Формула Грина интегрирования по частям на плоскости и в пространстве.*

Соленоидальные векторные поля их свойства. Потенциальные векторные поля и их свойства. Лапласово векторное поле. <u>*Гармонические функции и их свойства*</u>. Теорема Гельмгольца.

Примечание:

1. Нумерация теорем дана соответствующему по учебному пособию («Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных», «Элементы теории рядов»)

2. При доказательстве некоторых теорем можно использовать свою тетрадь (учебное пособие, электронные материалы или любой учебник). Все эти теоремы выделены в тексте. Время использования материалов указано в таблице:

	На оценку «удовлетворительно»	На оценку «хорошо»	На оценку «отлично»
Курсив	30 сек.	10 сек.	без тетради
Подчеркивание	ответ по тетради	3 мин	30 сек.
Курсив +подчеркивание	доказательство не спрашивается	ответ по тетради	3 мин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 3 семестр

1. Методика оценки

В семестре проводится 3 контрольные работы.

Контрольная работа №1 «Степенные ряды и интегралы, зависящие от параметра» содержит 8 задач по следующим темам:

– множество сходимости степенного ряда (задача 1);
– разложение функции в степенной ряд (задача 2);
– суммирование степенных рядов (задача 3);
– вычисление интегралов зависящих от параметра (задачи 4,5,8);
– вычисление предела по параметру от интеграла, зависящего от параметра (задача 7);
– дифференцирование по параметру интеграла, зависящего от параметра (задача 6).

Контрольная работа №2 «Кратные интегралы» содержит 6 задач по темам соответственно:

– смена порядка интегрирования в декартовых координатах (задачи 1а, 1б);
– приведение двойного интеграла к повторному интегралу в полярных координатах (задача 2);
– замена переменных (задачи 3, 5);
– вычисление кратного интеграла (задача 4);
– вычисление объема тела (задача 6).

Контрольная работа №3 «Интегралы по многообразиям» содержит 9 задач по темам соответственно:

– вычисление криволинейных интегралов (задачи 1-4);
– вычисление поверхностных интегралов (задачи 5-7);
– формула Стокса (задача 8);
– формула Остроградского-Гаусса (задача 9).

Все контрольные работы выполняются письменно в течение 2 академических часов. После проверки преподавателем, контрольная работа с указанными ошибками возвращается студенту для подготовки к экзамену.

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

0 – задача не решена

0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки

0.7 – решение содержит небольшие ошибки

1 – задача решена верно.

Для определения оценки в баллах надо умножить полученную оценку по шкале, приведенной выше на максимальный балл соответствующей задачи:

Контрольная работа № 1

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8
Максимальный балл	2	2	1.5	1	1	1	1	1,5

Контрольная работа № 2

№ задачи	1а	1б	2	3	4	5	5а	6б
Максимальный балл	1	1.5	1.5	1	2	2	2	2

Контрольная работа № 3

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Максимальный балл	1.5	1	1	1.5	2	2	2.5	2.5	2

Полученные по каждой из задач баллы суммируются, и получается суммарный балл S за контрольную работу.

Контрольная работа считается	К/р № 1	К/р № 2	К/р № 3
невыполненной, если	$S < 6$	$S < 7$	$S < 8$
выполненной на **пороговом** уровне, если	$6 \le S < 7$	$7 \le S < 8$	$8 \le S < 9$
выполненной на **базовом** уровне, если	$7 \le S < 10$	$8 \le S < 12$	$9 \le S < 15$
выполненной на **продвинутом** уровне, если	$10 \le S < 11$	$12 \le S < 13$	$15 \le S < 16$

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Контрольная работа № 1.

1. Найти множество сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+5)^n}{n(5^n+1)}$.

2. Разложить функцию $f(x) = (x+3)e^x$ в степенной ряд с центром в точке $x_0 = 1$. Указать радиус и интервал сходимости полученного ряда.

3. Найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\ln^n x}{n!}$, $x > 0$.

Вычислить интегралы: **4.** $\int\limits_0^{+\infty} \dfrac{x^{5/2}}{(1+x^2)^2} dx$. **5.** $\int\limits_0^{+\infty} \dfrac{\sin(x^3)}{x} dx$.

6. Обосновать дифференцируемость функции $F(y)$ и вычислить ее производную, если

$$F(y) = \int\limits_0^{y^4} \frac{\ln(1+y^2x)}{x} dx, \quad y \ne 0.$$

7. Обосновать возможность предельного перехода и вычислить $\lim\limits_{y\to 0} \int\limits_0^{3+2y} x\cos(xy)\, dx$.

8. Применяя метод дифференцирования по параметру вычислить интеграл

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} dx, \ a > 0, b > 0.$$

Контрольная работа № 2

1. Записать интеграл $I = \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_0^{4-x} dy \int\limits_0^{4-x-y} f(x,y,z)\, dz$ в виде повторного или суммы повторных с указанным порядком интегрирования $I = \int du \int dv \int f(x,y,z)\, dw$, если:

$$\textbf{а)}\ (u,v,w) = (y,x,z), \qquad \textbf{б)}\ (u,v,w) = (y,z,x).$$

2. В интеграле $\iint\limits_D f(x,y)\, dxdy$, $D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \le 6x,\, x \le 3\}$ перейти к полярным координатам r, φ и записать полученный интеграл в виде повторного.

3. В интеграле $\int\limits_1^2 \int\limits_0^{x-1} f(x,y)\, dydx$ перейти к новым переменным $u = x + y$, $v = x - 2y$ и записать полученный интеграл в виде повторного.

4. Вычислить интеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x dz \int\limits_0^{xz^2} x^2 y dy$.

5. Найти площадь области, ограниченной кривыми $xy = 2,\ xy = 4,\ y = 5x,\ y = 10x$.

6. Найти объем тел, ограниченных поверхностями

а) $x^2 + y^2 = ax,\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 0$, **б)** $\left(\left(x^2 + y^2\right)^2 + z^4\right)^2 = 8z\left(x^2 + y^2\right)^2$.

Контрольная работа № 3

Вычислить криволинейный интеграл:

1. $\int\limits_\Gamma (2x + y) ds$, Г – ломаная ABC: $A(1,0)$, $B(0,2)$, $C(0,0)$..

2. $\int\limits_\Gamma y ds$, Г – арка циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$, $0 \le t \le 2\pi$.

3. $\int\limits_\Gamma 2xydx + x^2 dy$, Г – дуга параболы $4y = x^2$, пробегаемая от точки $A(0,0)$ до точки $B(2,1)$.

4. $\int\limits_\Gamma ydx + xdy$, Г – дуга окружности $x = R\cos t$, $y = R\sin t$, $0 \le t \le \frac{\pi}{4}$,

пробегаемая в направлении возрастания t.

Вычислить поверхностный интеграл:

5. $\iint\limits_S \left(z + y^3\right) dS$, S – часть поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенная внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$.

6. $\iint\limits_S z^2 dS$, S – часть конической поверхности $x = u\cos v \sin\alpha$, $y = u \sin v \sin\alpha$, $z = u\cos\alpha$,

$\alpha = const$, $\alpha \in (0; 2\pi)$, $u \in [0;1]$, $v \in [0; 2\pi]$.

7. $\iint\limits_S xzdxdy$, S – внутренняя сторона поверхности тетраэдра $x + y + z \le 2$, $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$.

8. Используя формулу Стокса, вычислить $\oint\limits_L (x + z)dx + (x - y)dy + xdz$, L – эллипс $4x^2 + 9y^2 = 36$, $z = c$,

ориентированный отрицательно относительно вектора $(0,0,1)$.

9. С помощью теоремы Гаусса-Остроградского вычислить интеграл:

$\iint\limits_S zdxdy + (5x + y)dydz$, S – внешняя сторона полной поверхности конуса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} \le z^2$, $0 \le z \le 4$.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт зачета

по дисциплине «Математический анализ», 4 семестр

1. Методика оценки

Зачет проводится в письменной) форме, по тестам. Тест содержит 27 задачи. На решение теста отводится 2 академических часа.

Пример теста для зачета

Вычислите

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x^7-4x^5+3x^3}{6x^7-7x^5+8x^3}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2\left(4x^3\right)}{\sin\left(5x^6\right)}$.

3. $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\left(\left(-1\right)^n\left(3+\dfrac{8}{n}\right)\right)$.

4. $\sup\left(\left(-1\right)^n\left(3+\dfrac{8}{n}\right)\right)$.

5. Выберите множество, являющееся образом полуинтервала $\left[-4;0\right)$ при отображении $f\left(x\right)=x^3-12x$.

1) $\left(0;16\right]$; 2) $\left[0;16\right]$; 3) $\left[-16;16\right]$; 4) $\left[-16;0\right)$; 5) $\left[-16;0\right]$.

6. Вычислите α при условии непрерывности на $\mathbb{R}$ функции

$$f(x)=\begin{cases} x+2, & x\le 2\\ -3x^2+\alpha x, & x>2\end{cases}$$

7. Определите α, для которого при $x\to 0$ справедливо отношение

$$\sin\left(\ln\left(1-x^3\right)\right)+x^2\left(\cos\left(x\right)-1\right)\sim cx^\alpha,\ \alpha,c\in\mathbb{R}.$$

8, 9. Вычислите y'_x и y''_{xx} в точке $x=-1$, если функция $y(x)$ задана неявно уравнением $\left(x+1\right)\left(y+1\right)+y=2$.

10. Вычислите y'_x в точке $x=2$, если функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями $x=t^3+1$, $y=t^3+3t$.

11. Вычислите значение несобственного интеграла $\displaystyle\int\limits_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2\left(x^3\right)}$.

12. Выберите интеграл, которым определяется площадь фигуры, ограниченной графиками $y=2-x$ и $y=x^2+2x+2$.

1) $\int\limits_{-3}^{0}\left(x^2+3x\right)dx$ 2) $\int\limits_{0}^{-3}\left(x^2+3x\right)dx$ 3) $\int\limits_{1}^{5}\left(x^2+x+4\right)dx$ 4) $\int\limits_{-3}^{0}\left(x^2+x+4\right)dx$

13. Вычислите $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}}\dfrac{xy^2-xy+y-1}{\sin\left(xy+1\right)}$.

14. Выберите дифференциальное выражение, соответствующее d^2f, при условии, что функций u,v дифференцируемы достаточное число раз, если $f=u+v^3$.

1) $d^2u+6vdv^2+3v^2d^2v$, 2) d^2u+6vd^2v, 3) $6vd^2v$,
4) $du^2+6vd^2v+3v^2dv^2$, 5) du^2+6vdv^2, 6) $6vdv^2$

15. Выберите дифференциальное уравнение, к которому преобразуется уравнение $z''_{xy}+z'_y=0$ после замены переменных $u=-x+5y$, $v=x+2y$:

1) $2z''_{uu}-5z''_{vv}+2z'_u+5z'_v=0$, 2) $2z''_{uu}+3z''_{uv}-5z''_{vv}+2z'_u+5z'_v=0$,
3) $-5z''_{uu}+2z''_{vv}+5z'_u+2z'_v=0$, 4) $-5z''_{uu}+3z''_{uv}+2z''_{vv}+5z'_u+2z'_v=0$.

16. Выберите **все** верные утверждение для функции $z=3x^2y+y^3-18x-30y$.

а) $M_1\left(-1,-3\right)$ – точка минимума, г) $M_2\left(-3,-1\right)$ – точка минимума,
б) $M_1\left(-1,-3\right)$ – точка максимума, д) $M_2\left(-3,-1\right)$ – точка максимума,
в) $M_1\left(-1,-3\right)$ не является экстремумом, е) $M_2\left(-3,-1\right)$ не является экстремумом.

17. Поменяйте порядок интегрирования в двойном интеграле $\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-y-1}^{y-1}f\left(x,y\right)dx$

18, 19. Выберите один интеграл в цилиндрических координатах и один в декартовых, каждый из которых равен объему тела, ограниченного поверхностями

$$z=\sqrt{10-x^2-y^2}-1,\ z=3\sqrt{x^2+y^2}-1.$$

а) $\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi\int\limits_{0}^{1}dr\int\limits_{3r}^{\sqrt{10-r^2}}dz$,

б) $\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi\int\limits_{0}^{1}rdr\int\limits_{3r}^{\sqrt{10-r^2}}dz$,

в) $\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi\int\limits_{0}^{1}rdr\int\limits_{\sqrt{10-r^2}}^{3r}dz$,

г) $\int\limits_{0}^{\pi}d\varphi\int\limits_{0}^{1}rdr\int\limits_{3r}^{\sqrt{10-r^2}}dz$,

д) $\int\limits_{0}^{\pi}d\varphi\int\limits_{0}^{1}rdr\int\limits_{\sqrt{10-r^2}}^{3r}dz$,

е) $4\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_{\sqrt{10-x^2-y^2}-1}^{3\sqrt{x^2+y^2}-1}dz$,

ж) $4\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_{3\sqrt{x^2+y^2}-1}^{\sqrt{10-x^2-y^2}-1}dz$,

з) $2\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_{3\sqrt{x^2+y^2}-1}^{\sqrt{10-x^2-y^2}-1}dz$,

и) $2\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_{3\sqrt{x^2+y^2}-1}^{\sqrt{10-x^2-y^2}-1}dz$,

к) $\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int\limits_{3\sqrt{x^2+y^2}-1}^{\sqrt{10-x^2-y^2}-1}dz$.

20. В ы б е р и т е повторный интеграл, записанный в полярной системе координат, соответствующий двойному интегралу от функции $\sqrt{x^2+y^2}$ по области

$$D=\left\{(x,y)\,|\,x^2+5x+y^2\le 0, y\le 0\right\}.$$

1) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{-5\sin\varphi} r\,dr$, 2) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{5\cos\varphi} r^2 dr$, 3) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{-5\cos\varphi} r\,dr$,

4) $\int\limits_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{-5\cos\varphi} r^2\,dr$, 5) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{-5\sin\varphi} r^2 dr$, 6) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{-5\cos\varphi} r^2 dr$.

21. В ы б е р и т е значение криволинейного интеграла $\int\limits_L \left(2x^2-y\right)dx-5x\left(y-3\right)dy$, где L – дуга параболы $y=2x^2+3$ от точки $(2;11)$ до точки $(0;3)$.

1) -262; 2) -46; 3) 0; 4) 46; 5) 262.

22. О п р е д е л и т е предельную функцию функциональной последовательности $\left\{f_n(x)\right\}$ на множестве E, если $f_n(x)=\sqrt{x^2+\frac{1}{\sqrt{n}}}$, $E=[-2;1]$.

23. О п р е д е л и т е область сходимости ряда $\sum\limits_{n=3}^{\infty} e^{-nx}$.

24. В ы б е р и т е **все** верные утверждения

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, следовательно:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n+1\right)$ расходится, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n+b_n\right)$ расходится;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-2a_n\right)$ расходится, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n+b_n\right)$ расходится;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2b_n-3\right)$ расходится, о сходимости $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n-1\right)$ ничего нельзя сказать;

г) о сходимости рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n+1\right)$ и $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n-b_n\right)$ ничего нельзя сказать.

25. О п р е д е л и т е чему равен коэффициент a_5 (т.е. коэффициент слагаемого $a_5\left(x+2\right)^5$) разложения функции $f(x)=60x^5-30x^4+11$ в ряд Тейлора с центром в точке $x=-2$.

26. В ы б е р и т е функцию, к которой на интервале $(-\pi;\pi)$ сходится ряд Фурье

$$\frac{e^{2\pi}-1}{2\pi}+\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n e^{2\pi}-1}{n^2+4}\cos nx.$$

1) $f(x)=e^{2x}$; 2) $f(x)=f(x)=e^{2|x|}$; 3) $f(x)=e^{-2x}$; 4) $f(x)=-e^{2x}$.

27. В ы ч и с л и т е $\operatorname{grad} u$, если $u=7xy^6+x^3+x\sin\left(y^2\right)$.

2. Критерии оценки

Суммарная оценка за тест вычисляется по формуле:

$$\frac{\min\{25;\text{ количество правильных ответов}\}}{25}\cdot 20,$$

с округлением вверх.

Ответ на экзаменационный тест считается **неудовлетворительным**, если суммарная оценка за тест составляет менее *10 баллов.*

Ответ на экзаменационный тест засчитывается:

– на **пороговом** уровне, если суммарная оценка за тест составляет *10-14* балла;

– на **базовом** уровне, если суммарная оценка за тест составляет *14-17* балла;

– на **продвинутом** уровне, если суммарная оценка за тест составляет *17-20* баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прикладной математики
Кафедра теоретической и прикладной информатики

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 4 семестр

1. Методика оценки

В семестре проводится 1 контрольная работа, которая выполняется письменно в течение 2 академических часов. Контрольная работа содержит 11 по следующим темам:

– классы множеств: кольцо, полукольцо, алгебра (задача 1);
– внутренние и граничные, предельные и изолированные точки, открытые и замкнутые множества (задачи 2,3);
– общее понятие меры (задача 4);
– мера Лебега (задачи 5,6);
– мера Стилтьеса (задачи 7);
– интеграл Лебега (задача 8);
– интеграл Стилтьеса (задача 9);
– вариация функции (задача 10);
– сходимость в пространстве с мерой (задача 11).

После проверки преподавателем, контрольная работа с указанными ошибками возвращается студенту для подготовки к экзамену.

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

0 – задача не решена

0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки

0.7 – решение содержит небольшие ошибки

1 – задача решена верно.

Для определения оценки в баллах надо умножить полученную оценку по шкале, приведенной выше на максимальный балл соответствующей задачи:

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Максимальный балл	2	2	2	2	1	4	2	3	2	2	4

Контрольная работа считается:

- **невыполненной,** если суммарно набрано менее 13 баллов,
- выполнена на **пороговом** уровне, если суммарно набрано 2 баллов.
- выполнена на **базовом** уровне, если суммарно набрано 3-5 баллов.
- выполнена **на продвинутом** уровне, если суммарно набрано 6 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

1. Построить наименьшее кольцо $K(M)$, содержащее $M=\{\{1\},\{2\},\{1,2,3\}\}$.

2. Для множества $X\subset\mathbb{R}$ определить (без доказательств) следующие множества $\overline{X}$, X', ∂X, $\operatorname{int}X$. Является ли множество X замкнутым (открытым)?

а) $X=(1,2]\cup\{3\}$, **б)** $X=\varnothing$.

3. Доказать утверждение, полученное для множества X' в задаче 2а.

4. Какие из перечисленных ниже функций являются мерой на полукольце всевозможных полуинтервалов $[a,b)$ (ответ обосновать)?

$$\varphi_1([a,b))=\frac{b-a}{2},\quad \varphi_2([a,b))=a^2+\frac{a+b}{2},\quad \varphi_3([a,b))=\int_a^b x^2dx,$$

$$\varphi_4([a,b))=\frac{(b-a)^2}{2},\quad \varphi_5([a,b))=\frac{a}{3}+\frac{b}{4},\quad \varphi_6([a,b))=\int_a^b x^3dx.$$

5. Вычислить $\mu_2(A)$, если $A=\{(x,y)\,|\,x,y\in\mathbb{R},\ 0<x\le 1,\ 0\le y<|\ln x|\}$.

6. Вычислить $\mu_3(B)$, если:

1) $B=\{(x,y,z)\,|\,x,y,z\in\mathbb{R},\ (x+y)\in\mathbb{Z},\ -1<z<1\}$,

2) $B=\{(x,y,z)\,|\,x,y,z\in\mathbb{R},\ x^2+y^2+z^2\le 4\}\cap\{(x,y,z)\,|\,x,y,z\in\mathbb{R},\ x^2+y^2\ge 1\}$.

7. Вычислить меру Стилтьеса $\mu_f(A)$, порожденную функцией $f(x)=\begin{cases}2^x+1, & x\le 2,\\ 2x+1, & x>2\end{cases}$ на полукольце всевозможных полуинтервалов $[a,b)$, если:

а) $A=(-\infty,1)$, **б)** $A=[1,2]$, **в)** $A=\{1\}$.

(Ответ обосновать)

8. Вычислить интегралы:

а) $\int\limits_{[e,e^3]} f(x)\,d\mu_1$, $f(x)=\begin{cases}\ln x, & \cos x\in\mathbb{Q},\\ x, & \cos x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}.\end{cases}$ **б)** $\int\limits_{(2,+\infty)}\frac{3^{[x]}}{[x]!}\,d\mu_1$.

Для функции $g(x)=\begin{cases}2-3x^2, & 0\le x<2\\ 5, & x=2\\ 3, & 2<x\le 4\\ 2x, & 4<x<5\\ 1, & x=5\end{cases}$

9. Вычислить интеграл $\int\limits_{[0,5]} x\,dg$;

10. Найти функцию $v(x)=V(g;[0,x])$;

11. Для последовательности измеримых функций $f_n(x,y)=2^{-n|x^2+y^2-4|}+x^3$:

а) определить непрерывную функцию $g(x,y)$: $\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ такую, что $f_n(x,y)\xrightarrow[\mathbb{R}^2]{п.в.}g(x,y)$ относительно меры Лебега μ_2;

б) доказать или опровергнуть сходимость по мере μ_2 на множестве $\mathbb{R}^2$.