

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФПМИ
д.т.н. Тимофеев В. С.
“ ____ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Комплексный анализ

Образовательная программа: 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль:
Компьютерное моделирование и информационные технологии

Курс: 2, семестр : 4

Факультет прикладной математики и информатики,

		Семестр
№	Вид деятельности	4
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	2
2	Всего часов	72
3	Всего занятий в контактной форме, час.	42
4	Лекции, час.	18
5	Практические занятия, час.	18
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	7
8	Аттестация, час.	2
9	Консультации, час.	4
10	Самостоятельная работа, час.	30
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	контр.
12	Вид аттестации	ДЗ

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 01.03.02 Прикладная математика и информатика

ФГОС введен в действие приказом №228 от 12.03.2015 г. , дата утверждения: 14.04.2015 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, вариативная

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

ПМт, протокол заседания кафедры №6 от 20.06.2017

Утверждена на совете факультета прикладной математики и информатики, протокол № 6 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, к.т.н. Рояк С. Х.

Заведующий кафедрой:

профессор, д.т.н. Соловейчик Ю. Г.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Соловейчик Ю. Г.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; в части следующих результатов обучения:	
з2. знать основы математического, функционального и комплексного анализа	
у1. уметь применять основные методы математического анализа	
Компетенция ФГОС: ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; в части следующих результатов обучения:	
у1. уметь анализировать математические модели	
Компетенция ФГОС: ПК.2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; в части следующих результатов обучения:	
у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
<i>Комплексный анализ</i>	
ОПК.1.з2 знать основы математического, функционального и комплексного анализа	
1.свойства комплексных чисел, различные формы представления комплексных чисел, геометрическую интерпретацию множества комплексных чисел	Лекции; Самостоятельная работа
2.основные определения и свойства последовательностей и рядов комплексных чисел	Лекции; Самостоятельная работа
3.основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функций комплексного переменного	Лекции; Самостоятельная работа
4.основные элементарные функции и их свойства	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
5.основные понятия и теоремы интегрального исчисления функций комплексного переменного	Лекции; Самостоятельная работа
6.основные понятия и теоремы теории вычетов	Лекции; Самостоятельная работа
11.о конформных отображениях	Лекции
12.о многозначных функциях и точках ветвления	Лекции; Самостоятельная работа
ОПК.1.у1 уметь применять основные методы математического анализа	
20.вычислять предел последовательности комплексных чисел	Практические занятия; Самостоятельная работа
21.осуществлять основные действия с комплексными числами	Практические занятия; Самостоятельная работа
22.исследовать на непрерывность и дифференцировать функцию комплексной переменной	Практические занятия; Самостоятельная работа
ПК.2.у2 уметь применять основные математические методы при построении моделей	
23.вычислять интеграл от функции комплексной переменной по криволинейному пути и интеграл Коши	Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.3.у1 уметь анализировать математические модели	
24.строить разложение функции в ряд Лорана	Практические занятия; Самостоятельная работа
25.определять особые точки функций и их характер	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

ПК.2.y2 уметь применять основные математические методы при построении моделей	
26.вычислять вычеты и применять их для вычисления некоторых вещественных интегралов	Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 4				
Дидактическая единица: Комплексные числа и операции над ними.				
1. Комплексные числа и действия над ними.	0	3	1	Алгебраическая, показательная и тригонометрическая форма представления комплексных чисел. Формула Эйлера. Сопряженное комплексное число. Действия над комплексными числами: сложение, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корней. Формула Муавра. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
Дидактическая единица: Последовательности комплексных чисел				
2. Последовательности комплексных чисел.	0	2	2	Определение предела последовательности ком-плексных чисел (к.ч.), свойства сходящихся последовательностей к.ч., критерий Коши сходимости последовательностей к.ч., Сходящиеся и абсолютно сходящиеся ряды к.ч. Свойства сходящихся рядов.
Дидактическая единица: Функция комплексной переменной				
3. Предел и непрерывность. функции комплексного переменного.	0	0,5	4	Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
4. Дифференциальное исчисление функций комплексного переменного.	0	2	3	Дифференцируемость и аналитичность функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная функции комплексного переменного. Геометрический смысл производной.

5. Элементарные функции комплексного переменного.	0	2	11, 12, 4	Дробно-линейная функция, степенная функция, показательная функция, логарифм, функция Жуковского, тригонометрические и обратные к ним функции, гиперболические и обратные к ним функции.
6. Интегральное исчисление функций комплексного переменного.	0	2	5	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интегралов. Теорема Коши и ее следствие для многосвязных областей.
Дидактическая единица: Ряды				
7. Степенные ряды.	0	2	2	Область сходимости степенного ряда, теорема Коши-Адамара. Теорема о почленном дифференцировании степенного ряда. Основные приемы разложения в ряд Лорана. Теорема о связи дифференцируемости с регулярностью. Единственность разложения в ряд Лорана. Понятие регулярности в бесконечно удаленной точке.
9. Нули и особые точки функций.	0	1	25	Конечные и бесконечные особые точки функций. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки однозначного характера.
Дидактическая единица: Вычеты				
8. Вычеты и их применение для вычисления интегралов.	0	3,5	6	Теоремы о вычетах. Основные приемы вычисления вычетов: в конечной особой точке, в полюсе, в бесконечно-удаленной особой точке.

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 4				
Дидактическая единица: Комплексные числа и операции над ними.				
1. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.	0	4	21	Студент изучает разные формы представления к.ч., выполняет действия над к.ч., определяет множество точек на плоскости, задаваемое аналитически с помощью уравнений и неравенств.
Дидактическая единица: Последовательности комплексных чисел				

2. Предел последовательности комплексных чисел.	1	2	20	Студент исследует на сходимость последовательности к.ч., вычислит предел последовательности.
Дидактическая единица: Функция комплексной переменной				
14. Дифференцирование функции комплексной переменной. Геометрический смысл производной.	0	2	22	Студент исследует на дифференцируемость функции комплексного переменного (ФКП), вычисляет производную ФКП, использует производную для исследования геометрических свойств ФКП как отображения из R^2 в R^2 .
15. Элементарные функции комплексного переменного.	2	2	4	Студент знакомится с основными элементарными функциями комплексного переменного, строит образ множества относительно отображения, задаваемого функцией комплексного переменного.
16. Интегрирование функции комплексного переменного.	1	2	23	Студент вычисляет интегралы по кривой от функций комплексного переменного.
Дидактическая единица: Ряды				
17. Степенные ряды.	1	2	24	Студент определяет круг сходимости степенного ряда, строит разложение функции в ряд Лорана.
18. Нули и особые точки функций.	0	1	25	Студент определяет нули функции и их порядок, особые точки функции и их характер.
Дидактическая единица: Вычеты				
8. Вычеты и их применение для вычисления интегралов.	2	3	26	Студент вычисляет вещественные интегралы с помощью вычетов

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 4				
1	Контрольные работы	1, 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 3, 4, 5, 6	4	0
Повторение изученного ранее материала.: Рояк С. Х. Комплексный анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2017]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235381 . - Загл. с экрана.				
2	Подготовка к занятиям	1, 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 3, 4, 5, 6	22	4

Изучение теоретического материала. Решение типовых задач по пройденным на занятиях темам.: Рояк С. Х. Комплексный анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2017]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235381 . - Загл. с экрана.				
3	Подготовка к аттестации	1, 12, 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 3, 4, 5, 6	4	0
Повторение изученного ранее материала: Рояк С. Х. Комплексный анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2017]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235381 . - Загл. с экрана.				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	e-mail
Консультирование	e-mail
Размещение учебных материалов	e-mail; Среда электронного обучения НГТУ

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм	Коды формируемых компетенций
1	Дискуссия	ОПК.1; ПК.2;
Формируемые умения: з2. знать основы математического, функционального и комплексного анализа; у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей		
Краткое описание применения: Студенты обсуждают решения выданных предварительно задач		
Подробная информация об использовании технологии приводится в "Бекарева Н. Д. Теория функций комплексного переменного: методические указания к практическим занятиям [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2010]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_834_1326455918.DOC . - Загл. с экрана."		

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS. Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 4		
<i>Лекция:</i>	4	8
<i>Практические занятия:</i>	9	18
<i>Контрольные работы:</i>	27	54
<i>Зачет:</i>	10	20

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля	
		Контр. раб.	Зачет
ОПК.1	з2. знать основы математического, функционального и комплексного анализа	+	+
	у1. уметь применять основные методы математического анализа	+	+
ОПК.3	у1. уметь анализировать математические модели	+	+
ПК.2	у2. уметь применять основные математические методы при построении моделей	+	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс] / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова, Г.М. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2002. — 208 с. — 985-470-054-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>
2. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной : учебник для физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М., 2004. - 335 с.
3. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с.: ISBN 978-5-9221-0133-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544573> - Загл. с экрана.
4. Волковиский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов / Л. И. Волковиский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - М., 2006. - 312 с. : ил.

Дополнительная литература

1. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного : [учебное пособие] / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. - М., 2002. - 688 с. : ил.

Интернет-ресурсы

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znanium.com" : <http://znanium.com/>
5. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Рояк С. Х. Комплексный анализ [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2017]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000235381. - Загл. с экрана.

2. Бутырин В. И. Функции комплексного переменного [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс / В. И. Бутырин, А. В. Гобыш, В. В. Филатов ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2014]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208318. - Загл. с экрана.

3. Бекарева Н. Д. Теория функций комплексного переменного: методические указания к практическим занятиям [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2010]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_834_1326455918.DOC. - Загл. с экрана.

8.2 Специализированное программное обеспечение

1 Microsoft Office

2 Microsoft Windows

9. Материально-техническое обеспечение

Презентационное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	чтение лекций, демонстрация примеров решения задач на практиках

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Комплексный анализ приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	з2. знать основы функционального и комплексного анализа	Вычеты и их применения для вычисления интегралов. Дифференцирование функции комплексной переменной. Геометрический смысл производной. Интегральное исчисление. Интегрирование функций комплексного переменного. Последовательности комплексных чисел. Предел последовательности. Различные формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация. Элементарные функции комплексного переменного.	Контрольная работа № 1 (задачи 1-9), контрольная работа № 2 (задачи 1-9)	Зачет (задачи 1,2)
ОПК.1	у1. уметь применять основные методы математического анализа	Дифференциальное исчисление. Дифференцирование функции комплексной переменной. Геометрический смысл производной. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Различные формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация.	Контрольная работа № 1 (задача 1-9), контрольная работа №2 (задачи 5,6,8)	Зачет (задачи 1,2)
ОПК.3 способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	у1. уметь анализировать математические модели	Вычеты и их применения для вычисления интегралов. Интегральное исчисление. Интегрирование функций комплексного переменного.	Контрольная работа № 2 (задачи 3,4),	Зачет (задачи 1,2)

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 4 семестре - в форме дифференцированного зачета, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.3. Подробно процедура зачета описана в паспорте зачета.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 4 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются 2 контрольные работы. Требования к выполнению контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе учебной дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.1, ОПК.3, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт зачета

по дисциплине «Комплексный анализ», 4 семестр

1. Методика оценки

Зачет проводится в два этапа. Первый этап проводится в письменной форме, по билетам. Билет содержит 5 задач. Пример билета приведен ниже. На решение билета отводится 2 академических часа.

Второй этап проводится в устной форме, путем собеседования по темам, список которых приводится в пункте 4. В ходе собеседования студент должен продемонстрировать знание определений, теорем и их доказательств.

Форма билета для зачета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФПМИ

Билет № 1

к зачету по дисциплине «Комплексный анализ»

1. (1б+1б) Для комплексного числа $(1+i)^{10}$ найти:
а) действительную и мнимую части, б) модуль и аргумент.
2. (1б) Найти $\frac{6}{z}$, если $z = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ (ответ дать в алгебраической форме)
3. (1б+1б) Вычислить интегралы: а) $\int_{|z|=3} z^2 \bar{z} dz$, б) $\int_0^{2i} (z^3 + 1) dz$.
4. (1б+1б+2б) Вычислить: а) $\operatorname{res}_0 z e^{1/z^2}$, б) $\operatorname{res}_\infty \frac{\cos^2 \frac{2}{z}}{z+6}$, в) $\operatorname{res}_0 \frac{e^z - 1 - z}{(1 - \cos 3z) \sin z}$.
5. (2б+2б+2б) Вычислить интегралы с помощью вычетов:
а) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+2) \cos 2x}{x^2 + 2x + 2} dx$, б) $\int_0^\pi \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$, в) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)(x^2 + 25)} dx$.

Утверждаю: зав. кафедрой _____ должность, ФИО
(подпись)

(дата)

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи первого этапа зачета оценивается по следующей шкале:

- 0 – задача не решена,
- 0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки,
- 0.7 – решение содержит небольшие ошибки,
- 1 – задача решена верно.

Далее полученная оценка решения умножается на тот максимальный балл, который указан в билете для задачи. Максимальный суммарный балл за билет равен 15.

Ответ на теоретические вопросы считается **неудовлетворительным**, если студент не знает определений основных понятий курса, оценка составляет 0 баллов.

Ответ на теоретические вопросы засчитывается:

- на **пороговом** уровне, если студент формулирует основные понятия, теоремы, оценка составляет 0-2 баллов,
- на **базовом** уровне, если студент формулирует основные понятия, теоремы, может сформулировать доказываемую теорему, представляет ход доказательства, но при этом допускает принципиальные ошибки, оценка составляет 3-4 баллов,
- на **продвинутом** уровне, если студент при ответе на вопросы демонстрирует глубокое понимание теории, знает и понимает определения, доказывает теорему с незначительными ошибками, исправляемыми с подсказки преподавателя, оценка составляет 5 баллов.

3. Шкала оценки

Зачет считается сданным, если в сумме студент набрал не менее 10 баллов из 20 возможных. В общей оценке по дисциплине баллы за зачет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

В общей оценке по дисциплине баллы за зачет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к зачету по дисциплине «Комплексный анализ»

Комплексные числа. Множество комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая форма комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Последовательности комплексных чисел. Окрестности комплексного числа, окрестность бесконечной точки. Предел последовательности комплексных чисел. Существование предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства. Частичный предел последовательности.

Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Непрерывность: в точке, на множестве, на кривой. Расстояние по области и непрерывность вплоть до границы.

Дифференцирование функций комплексной переменной. Понятие производной. Условия Коши-Римана. Свойства аналитических функций. Гармонические и сопряженные функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Дифференцирование элементарных функций (*производная линейной функции, степенной функции и экспоненты*).

Основные элементарные функции комплексной переменной: дробно-линейная функция, степенная функция, показательная функция, логарифм, функция Жуковского, тригонометрические и обратные к ним функции, гиперболические и обратные к ним функции. Конформные отображения. Отображения элементарными функциями.

Интегрирование функций комплексной переменной. Интегрирование по кривой комплекснозначной функции действительного аргумента. Свойства интеграла по кривой. *Интегральная теорема Коши* (об интегрировании по замкнутой кривой). Интегральная формула Коши. Понятие первообразной.

Регулярные функции. Область сходимости степенного ряда, теорема Коши-Адамара. *Теорема Абеля. Теорема о почленном дифференцировании степенного ряда.* Основные приемы разложения в ряд Тейлора (использование основных разложений, интегрирование, дифференцирование, разложение дробно-рациональных функций). *Теорема о связи дифференцируемости с регулярностью. Единственность разложения в ряд Тейлора.* Понятие регулярности в бесконечно удаленной точке. Достаточные условия регулярности: Теорема Морера, первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Свойства регулярных функций.

Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности точки $z = \infty$. Разложение в ряд Лорана функции комплексного переменного. *Единственность разложения в ряд Лорана.*

Вычеты. Особые точки функции: изолированная точка, устранимая точка, полюс и существенно особая точка функции. Определение вычета. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

Курсивом выделены те теоремы, которые надо знать с доказательством.

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Комплексный анализ», 4 семестр

1. Методика оценки

В семестре проводится 2 контрольные работы.

Первая контрольная включает темы:

1. Различные формы представления комплексных чисел.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами.
4. Предел последовательности комплексных чисел.

Вторая контрольная включает темы:

1. Дифференцирование функций комплексного переменного.
2. Элементарные функции.
3. Интегрирование функций комплексного переменного.
4. Ряды
5. Нули и особые точки функций комплексного переменного.

Контрольные работы содержат по 9 задач каждая. Список типовых задач приведен в ЭУМК <http://dispace.edu.nstu.ru/didask/course/show/7027> в разделе «Контрольно-измерительные материалы» в соответствующих подразделах «контрольная работа №1» и «контрольная работа №2».

Контрольные выполняются письменно в течение 2 академических часов. После проверки преподавателем, контрольная работа с указанными ошибками возвращается студенту для подготовки к экзамену.

2. Критерии оценки

Решение каждой задачи оценивается по следующей шкале:

- 0 – задача не решена,
- 0.3 – приведенное решение демонстрирует, что студент знает путь решения задачи, но решение содержит грубые ошибки,
- 0.7 – решение содержит небольшие ошибки,
- 1 – задача решена верно.

У каждой задачи в контрольной работе указан максимальный балл за эту задачу. Полученная оценка умножается на этот максимальный балл, таким образом получаются баллы за задачу.

В контрольной работе №1 сумма максимальных баллов равна 18, в контрольной работе №2 – 36.

Каждая контрольная работа оценивается в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если суммарно набрано менее 50% от максимума.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если набрано от 50 до 60% баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если набрано от 61 до 85% баллов.
Работа выполнена на **продвинутом** уровне, если набрано более 86% баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Контрольная работа № 1.

1. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих:

1) неравенству $|z| \geq 1 - \operatorname{Re} z$; (16)

2) системе неравенств $\frac{\pi}{4} \leq |\arg z| \leq \frac{\pi}{2}$, $1 \leq |\bar{z}| \leq 2$. (16)

2. Записать в тригонометрической форме число z^3 , если $z = 4e^{i\frac{3\pi}{5}}$. (26)

3. Найти все решения уравнения:

1) $z^3 - 1 = i$ (ответ записать в показательной форме); (26)

2) $z^2 - z + 3i - 1 = 0$ (ответ записать в алгебраической форме). (26)

Вычислить пределы (4-7): (16+16+26+26)

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1-i)^n$ 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3i}{3+2ni}$ 6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + i \frac{\pi n}{2n^2 - 7}\right)^n$ 7. $\lim_{z \rightarrow -2i} \frac{2z^2 + 6 + zi}{z + 2i}$

8. Определить при каких значениях комплексного параметра z сходится последовательность $\omega_n = \frac{3z^n - 5}{i + z^n}$, найти соответствующие предельные значения. (26)

9. Вычислить сумму $\sin(2\varphi) + \sin(4\varphi) + \dots + \sin(2n\varphi)$. (26)

Контрольная работа № 2.

1. Выяснить являются ли сопряженными функции: (26)

$$u = 3x^2 - 3y^2 + x, \quad v = 6xy + y + 1.$$

2. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $f(z) = 2ie^{2z}$ в точке $z = 1$. (26)

3. Вычислить криволинейный интеграл $\int_C (2z+1)\bar{z} dz$ по кривой C , проходящей от точки $z_1 = 2$ до $z_2 = 2i$, если C : (36+36)

а) часть окружности, проходящая через точку $z_3 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$,

б) ломанная $z_1 z_3 z_2$, $z_3 = 0$.

4. Вычислить $\int_C \frac{dz}{(z+1)^4(2-z)}$, если C : (16+26+36)

а) $|z-4|=1$, б) $|z+2|=2$, в) $|z|=4$.

5. Решить уравнение $\sin z = \frac{5}{3}$. (3б)

6. Найти образ множества E при отображении ω : (2б+2б+3б)

а) $\omega = 3z^4i$, $E = \left\{ z \mid 1 < |z| < 2, |\arg z| < \frac{\pi}{12} \right\}$;

б) $\omega = e^z$, $E = \left\{ z \mid \operatorname{Re} z > 2, 0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{3} \right\}$;

в) $w = \frac{2-3z}{z+1}$, $E = \{ z \mid |z+3| = 3 \}$.

7. Найти круг сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{3n}}{(3+4i)^n}$. (3б)

8. Найти особые точки функции $e^{\frac{1}{z+2}} + \frac{1}{z^2-i}$ и определить их характер. (2б)

9. Разложить в ряд Лорана по степеням z : (3б+2б)

а) $\frac{1}{(z-2)(z-3)}$ в кольце $3 < |z| < \infty$; б) $z^3 \sin \frac{1}{z}$.