

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра алгебры и математической логики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФЭН

к.э.н. Чернов С. С.

“ ____ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Линейная алгебра

Образовательная программа: 20.03.01 Техносферная безопасность, профиль: Безопасность жизнедеятельности в техносфере

Курс: 1, семестр : 1

Факультет энергетики, заочная форма обучения

		Семестр
№	Вид деятельности	1
1	Всего зачетных единиц (кредитов)	4
2	Всего часов	144
3	Всего занятий в контактной форме, час.	31
4	Лекции, час.	8
5	Практические занятия, час.	6
6	Лабораторные занятия, час.	0
7	из них в активной и интерактивной форме, час.	4
8	Аттестация, час.	2
9	Консультации, час.	15
10	Самостоятельная работа, час.	113
11	Виды самостоятельной работы (курсовой проект, курсовая работа, РГЗ, подготовка к контрольной работе)	РГЗ контр.
12	Вид аттестации	Э

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению (специальности): 20.03.01 Техносферная безопасность

ФГОС введен в действие приказом №246 от 21.03.2016 г. , дата утверждения: 20.04.2016 г.

Место дисциплины в структуре учебного плана: Блок 1, базовая

Рабочая программа разработана на основе компетентностной модели выпускника по направлению (специальности): 20.03.01 Техносферная безопасность

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

АиМЛ, протокол заседания кафедры №6 от 20.06.2017

Утверждена на совете факультета энергетики, протокол № 9 от 21.06.2017

Программу разработал:

доцент, д.ф-м.н. Судоплатов С. В.

Заведующий кафедрой:

доцент, д.ф-м.н. Судоплатов С. В.

Ответственный за образовательную программу:

заведующий кафедрой Коробейников С. М.

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.1 способность учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области обеспечения техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий в своей профессиональной деятельности; в части следующих результатов обучения:
з12. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира
з6. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности
у11. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов
у5. умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности

2. Требования НГТУ к результатам освоения дисциплины

Таблица 2.1

Результаты изучения дисциплины по уровням освоения (иметь представление, знать, уметь, владеть)	Формы организации занятий
<i>Линейная алгебра</i>	
ОПК.1.з6 знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	
1.основные понятия курса высшей математики: системы координат, определители, векторную алгебру, уравнения линейных геометрических объектов, кривых и поверхностей второго порядка;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у5 умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности	
2.вычислять скалярные, векторные и смешанные произведения для нахождения углов между векторами, площадей, объемов, работы и момента сил	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
3.исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений методами Крамера, обратной матрицы и Гаусса;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у11 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
4.составлять уравнения геометрических объектов;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у5 умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности	
5.приводить кривые и поверхности второго порядка к каноническому виду;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.з12 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	
6.постановку и методы решения основных задач, связанных с перечисленными выше понятиями.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у11 уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов	
7.составлять матрицу линейного оператора в данном базисе;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
8.находить собственные векторы линейного оператора;	Лекции; Практические занятия
ОПК.1.з12 знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	

9.переводи информации с языка конкретной задачи на язык математи-ческих символов и строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике;	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
ОПК.1.у5 умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности	
10.выбирать методы решения задач на основе анализа построенной математической модели.	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа
11.использовать элементы математической логики	Лекции; Практические занятия; Самостоятельная работа

3. Содержание и структура учебной дисциплины

Таблица 3.1

Темы лекций	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Высшая алгебра				
1. 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построе-ние обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).	0	2	1, 11, 3, 6	

2. 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. 2.2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. 2.3. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллело-грамма и треугольника. Условие коллинеарности век-торов.	1	2	1, 11, 2, 7	
Дидактическая единица: Аналитическая геометрия				

3. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгеб-раические линии и поверхности. Плоскость в про-странстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.4. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические по-верхности. Конус.	0	2	4, 5	
Дидактическая единица: Элементы линейной алгебры				

4. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.	0	2	10, 8, 9	
---	---	---	----------	--

Таблица 3.2

Темы практических занятий	Активные формы, час.	Часы	Ссылки на результаты обучения	Учебная деятельность
Семестр: 1				
Дидактическая единица: Высшая алгебра				
1. 1.1. Матрицы и определители. 1.2. Системы линейных уравнений.	1	2	1, 3, 6	а) изучает методы решения для выполнения первой части типового расчета (задачи 5, 6, 7); б) знакомится с методами исследования и решения систем линейных уравнений; в) учится находить разложение вектора по базису.

2. 2.1. Линейные операции над векторами и их свойства. 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. 2.3. Разложение вектора по базису.	1	2	2, 7	а) изучает взаимное расположение векторов: коллинеарность, ортогональность, компланарность; б) применяет методы векторной алгебры к решению геометрических задач.
Дидактическая единица: Аналитическая геометрия				
3. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах.	1	2	11, 4, 5	1. Изучает уравнения линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. 2. Изучает прямую в плоскости и в пространстве. 3. Изучает кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах.
Дидактическая единица: Элементы линейной алгебры				

4. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.	0	0	10, 11, 8, 9	1. Изучает линейный оператор. Матрица линейного преобразования. 2. Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. 3. Изучает квадратичные формы. 4. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.
---	---	---	--------------	---

4. Самостоятельная работа обучающегося

№	Виды самостоятельной работы	Ссылки на результаты обучения	Часы на выполнение	Часы на консультации
Семестр: 1				
1	Контрольные работы	1, 2, 3, 4, 5	5	2
: Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.				
2	РГЗ	5, 6, 7	10	5
: Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.				
3	Подготовка к занятиям	10, 11, 2, 9	35	3

: Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.				
4	Дополнительная учебная деятельность	1, 2	30	2
: Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.				
5	Подготовка к аттестации	1, 2	33	3
: Ивлева А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие для 1 курса всех факультетов и форм обучения / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2009. - 149, [1] с. : ил., табл.				

5. Технология обучения

Для организации и контроля самостоятельной работы обучающихся, а также проведения консультаций применяются информационно-коммуникационные технологии (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Деятельность	Информационно-коммуникационные технологии
Информирование	Портал НГТУ
Размещение учебных материалов	Портал НГТУ

Таблица 5.2

Активные и интерактивные формы проведения занятий

№	Наименование активных форм	Коды формируемых компетенций
1	Лекция в форме дискуссии	ОПК.1;
Формируемые умения: зб. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности		
Краткое описание применения: Преподаватель приводит примеры в виде кратко сформулированных проблем и предлагает студентам коротко обсудить, затем делает краткий анализ, выводы и лекция продолжается. Преподаватель при изложении лекционного материала не только использует ответы студентов на свои вопросы, но и организует свободный обмен мнениями в интервалах между логическими разделами.		

2	Проблемный метод	ОПК.1;
Формируемые умения: у5. умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности		
Краткое описание применения: Проблемный семинар ведется через дискуссии. Особенностью проблемного семинара является сочетание «мозгового штурма» и «творческой дискуссии», индивидуальной и групповой работы, как на этапе подготовки, так и во время его проведения. На семинаре не только не запрещаются, но и приветствуются критические замечания и вопросы. Основой проблемного семинара является создание проблемной ситуации, которая ставится заблаговременно (не менее чем за 7-10 дней). Намечается то, что нужно получить в результате подготовки, тем самым формируется некоторое первичное представление о задачах и сути исследования. Студенты самостоятельно осуществляют поиск необходимых сведений по рассматриваемой теме, знакомятся с различными мнениями и вариантами предложений по её решению.		

6. Правила аттестации обучающихся по учебной дисциплине

Для аттестации обучающихся по дисциплине используется балльно-рейтинговая система (БРС), позволяющая выставять оценки по традиционной шкале и 15-уровневой ECTS. Краткая информация о БРС приведена в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Оцениваемые виды деятельности обучающихся	Мин. балл	Максимальный балл
Семестр: 1		
<i>Подготовка к занятиям:</i>	1	2
<i>Лекция:</i>	9	18
<i>Контрольные работы:</i>	10	20
<i>РГЗ:</i>	10	20
<i>Экзамен:</i>	20	40

В таблице 6.2 представлено соответствие форм контроля заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Таблица 6.2

Коды компетенций ФГОС	Результаты обучения	Формы контроля		
		Контр. раб.	Защита РГЗ	Экзамен
ОПК.1	з12. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира		+	+
	з6. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	+	+	+
	у11. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов			+
	у5. умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности	+	+	+

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении № 1 к рабочей программе.

7. Литература

Основная литература

1. Ивлева А. М. Основы алгебры и аналитической геометрии : [учебник] / А. М. Ивлева, А. Г. Пинус, А.В. Чехонадских ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 268, [1] с. : ил.
2. Ивлева А. М. Готовимся к контрольной работе : учебное пособие / А. М. Ивлева, Л. В. Ковалевская, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2010. - 172 с. : ил.
3. Ивлева А. М. Готовимся к контрольной работе : учебное пособие / А. М. Ивлева, Л. В. Ковалевская, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2015. - 172 с.. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000223023

Интернет-ресурсы

1. Пономарев К. Н. Методические указания по выполнению типового расчета по общей алгебре [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / К. Н. Пономарев, И. Д. Черных. - Новосибирск, 2011. - 56 с. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000162283. - Загл. с экрана.
2. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
3. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
4. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
5. ЭБС "Znaniy.com" : <http://znaniy.com/>
6. :

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

1. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с.
3. Ивлева А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие для 1 курса всех факультетов и форм обучения / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2009. - 149, [1] с. : ил., табл.

8.2 Специализированное программное обеспечение

- 1 Windows
- 2 Office

9. Материально-техническое обеспечение

Презентационное оборудование

№	Наименование	Назначение
1	Презентационное оборудование (мультимедиа-проектор, экран, компьютер для управления)	Презентационное оборудование используется для представления лекционного материала

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра алгебры и математической логики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФЭН
к.э.н., доцент С.С. Чернов
“ ____ ” _____ ____ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

Образовательная программа: 20.03.01 Техносферная безопасность, профиль: Безопасность жизнедеятельности в техносфере

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине **Линейная алгебра** приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности и компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.1 способность учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области обеспечения техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий в своей профессиональной деятельности	з6. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	1.1. Матрицы и определители. 1.2. Системы линейных уравнений. 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).	Контрольные работы РГЗ, разделы 1-6	Экзамен, вопросы 1-15
ОПК.1	з12. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	1.1. Матрицы и определители. 1.2. Системы линейных уравнений. 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-	РГЗ, разделы 7-9	Экзамен, вопросы 16-25

		Капелли). 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.		
ОПК.1	у5. умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной деятельности	1.1. Матрицы и определители. 1.2. Системы линейных уравнений. 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли). 2.1. Векторы. Линейные операции над	Контрольные работы РГЗ, разделы 10-13	Экзамен, вопросы 26-36

		векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. 2.2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. 2.3. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллелограмма и треугольника. Условие коллинеарности векторов. 2.1. Линейные операции над векторами и их свойства. 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. 2.3. Разложение вектора по базису. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения		
--	--	---	--	--

		плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.4. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конус. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.		
--	--	--	--	--

ОПК.1	у11. уметь применять основные методы аппарата в математических моделях объектов и процессов	2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. 2.2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. 2.3. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллелограмма и треугольника. Условие коллинеарности векторов. 2.1. Линейные операции над векторами и их свойства. 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. 2.3. Разложение вектора по базису. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное,	Экзамен, вопросы 37-48
-------	---	--	------------------------

		общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.4. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конус. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.		
--	--	--	--	--

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 1 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.1.

Кроме того, сформированность компетенции проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (работа) (РГЗ(Р)), контрольная работа. Требования к выполнению РГЗ(Р), контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ(Р), контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе учебной дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенции ОПК.1, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт экзамена

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-24, второй вопрос из диапазона вопросов 25-48 (список вопросов приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет _____

Билет № _____
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

1. Теорема о ранге. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Свойства и геометрический смысл векторного произведения.
3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 \\ -1 & 3 & 11 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Утверждаю: зав. кафедрой _____ должность, ФИО
(подпись) _____ (дата)

2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет *10 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, при решении задачи допускает не принципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет *20 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, теоремы, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет *30 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент хорошо знает теорию и умеет решать практические задачи,

- оценка составляет 40 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

Вопросы по линейной алгебре и аналитической геометрии (I семестр)

1. Понятие поля. Числовые поля $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$. Конечные поля.
2. Поле комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Нахождение корней n -й степени комплексного числа.
3. Понятие кольца. Кольцо многочленов над полем. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители в поле $\mathbb{R}$. Нахождение целых корней многочлена.
4. Алгебра матриц. Кольцо матриц над полем.
5. Определитель обратимости матрицы. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Методы нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Пространство арифметических векторов. Критерий линейной зависимости системы арифметических векторов. Теорема о базисном миноре. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.
9. Решение невырожденных систем линейных уравнений методом Крамера, методом Жордана-Гаусса и с помощью обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
11. Приведенная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений (ф.с.р.). Теорема о связи общего решения системы линейных уравнений и ф.с.р. приведенной системы.
12. Геометрическое векторное пространство. Базис в пространстве, на плоскости и на прямой.
13. Декартова система координат, ПДСК. Длина вектора. Расстояние между точками. Орт вектора. Проекция. Направляющие косинусы.
14. Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, нахождение угла между векторами, нахождение проекции. Физический смысл скалярного произведения.
15. Векторное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, физический смысл.
16. Смешанное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах.
17. Уравнения прямой на плоскости (общее уравнение, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках).
18. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Нахождение угла между прямыми.
19. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
20. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.
21. Линейные пространства: определение и примеры. Критерий линейной зависимости векторов.
22. Базис. Примеры базисов. Координаты вектора. Свойства координатных столбцов.
23. Теорема о числе базисных векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге конечной системы числовых векторов. Размерность пространства. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Теорема о дополнении системы векторов до базиса.

24. Замена базиса. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при смене базиса.
25. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме линейных пространств.
26. Линейное подпространство: определение и примеры. Сумма и пересечение подпространств: определение и связь размерностей. Прямая сумма подпространств.
27. Понятие линейного подпространства и линейного многообразия. Примеры многообразий.
28. Линейные операторы: определение и примеры. Пространство линейных операторов.
29. Произведение линейных операторов: определение и свойства. Критерии невырожденности линейного оператора.
30. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора. Связь ранга и дефекта.
31. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора при линейном преобразовании.
32. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов и алгебры матриц.
33. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
34. Характеристический многочлен и его инварианты.
35. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора: определение и отыскание.
36. Теорема о диагональной матрице линейного оператора. Отыскание базиса, в котором матрица оператора диагональна.
37. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора в евклидовом пространстве: определение и свойства.
38. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Матрица Грама. Ортонормированный базис.
39. Скалярное произведение, длина вектора и координаты вектора в ортонормированном базисе.
40. Метод ортогонализации Шмидта.
41. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств.
42. Ортогональные линейные операторы и матрицы.
43. Симметрические линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собственные векторы симметрического оператора.
44. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
45. Кривые второго порядка и приведение их уравнений к каноническому виду.
46. Эллипс (каноническое уравнение, параметры и свойства).
47. Гипербола и парабола (канонические уравнения, параметры и свойства).
48. Поверхности второго порядка.

Паспорт
расчетно-графического задания (работы)
по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

В рамках расчетно-графического задания (работы) по дисциплине студенты должны решить ряд задач на различные темы всего курса.

При выполнении расчетно-графического задания (работы) студенты должны изучить весь теоретический материал курса и применить его при решении практических задач.

Обязательные структурные части РГЗ. Все задания РГЗ(Р) являются обязательными для выполнения.

Оцениваемые позиции: Отдельно оценивается каждое задание.

2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если выполнено 25 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 5 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если выполнено 50 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 10 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если выполнено 75 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 15 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если выполнено 100 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень тем РГЗ(Р)

ВАРИАНТ 1

Задача 1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 , площадь грани $A_1A_2A_3$, проекцию вектора A_1A_3 на вектор A_1A_4 , объем пирамиды.

$$A_1(8, 6, 4), \quad A_2(10, 5, 5), \quad A_3(5, 6, 8), \quad A_4(8, 10, 7)$$

Задача 2. На прямой $2x + y + 11 = 0$ найти точку, равноудаленную от двух заданных точек $A(1, 1)$ и $B(3, 0)$.

Задача 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую (α) и точку A .

$$(\alpha) \frac{x-3}{5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{1}, \quad A(4, 2, -1)$$

Задача 4. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой:

$$M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему $BX = Y$ методом Крамера и систему $CX = Z$ с помощью обратной матрицы.

Задача 6. а) Найти $\text{rank } A$, $\text{rank}(GBF)$, $\text{rank}(ZK^T)$.

б) Проверить на совместимость систему $AX = K$.

Задача 7. Решить методом Гаусса систему $DX = K$.

Задача 8. Даны векторы a_1, a_2, a_3, d : $a_1 = (-2, 1, 1)$, $a_2 = (0, 3, 3)$, $a_3 = (2, 0, -2)$, $d = (2, 4, 0)$.

Показать, что векторы a_1, a_2, a_3 образуют базис. Разложить вектор d по этому базису.

Задача 9. Найти размерность и базис линейной оболочки векторов: $a_1 = (1, 2, 3)$, $a_2 = (2, 3, 4)$, $a_3 = (3, 2, 3)$, $a_4 = (1, 1, 1)$.

Задача 10. Найти размерность и базис подпространства решений однородной системы линейных уравнений $RX = 0$.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задача 11 а) Линейное преобразование есть симметрия вектора относительно плоскости xOz , а затем сжатие по оси Oy в два раза. Найти матрицу линейного преобразования.

б) Линейное преобразование задано матрицей A . Выяснить геометрический смысл этого линейного преобразования.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Задача 12. Линейное преобразование задано матрицей Φ в базисе $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Подобрать параметры α, β, γ так, чтобы матрица Φ была симметричной. Найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.

б) Найти матрицу линейного преобразования в базисе из собственных векторов и в базисе $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

в) По матрице Φ составить квадратичную форму от переменных x, y, z . Найти канонический вид квадратичной формы и установить, является ли она положительно определенной. Ответ пояснить.

Задача 13. Даны уравнения кривых второго порядка в системе координат xOy .

1) $4x^2 + 2\sqrt{6}xy + 3y^2 = 24$;

2) $2x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Для обеих кривых:

а) Найти канонический базис и направление новых осей Ox', Oy' .

б) Написать матрицу перехода от старого базиса к новому. Проверить, что эта матрица является ортогональной, объяснить ее геометрический смысл.

в) Привести уравнение кривой к каноническому виду.

г) Изобразить кривую в первоначальной системе координат.

Паспорт расчетно-графического задания (работы)

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

В рамках расчетно-графического задания (работы) по дисциплине студенты должны решить ряд задач на различные темы всего курса.

При выполнении расчетно-графического задания (работы) студенты должны изучить весь теоретический материал курса и применить его при решении практических задач.

Обязательные структурные части РГЗ. Все задания РГЗ(Р) являются обязательными для выполнения.

Оцениваемые позиции: Отдельно оценивается каждое задание.

2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если выполнено 25 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 5 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если выполнено 50 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 10 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если выполнено 75 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 15 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если выполнено 100 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень тем РГЗ(Р)

ВАРИАНТ 1

Задача 1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 , площадь грани $A_1A_2A_3$, проекцию вектора A_1A_3 на вектор A_1A_4 , объем пирамиды.

$$A_1(8, 6, 4), \quad A_2(10, 5, 5), \quad A_3(5, 6, 8), \quad A_4(8, 10, 7)$$

Задача 2. На прямой $2x + y + 11 = 0$ найти точку, равноудаленную от двух заданных точек $A(1, 1)$ и $B(3, 0)$.

Задача 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую (α) и точку A .

$$(\alpha) \frac{x-3}{5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{1}, \quad A(4, 2, -1)$$

Задача 4. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой:

$$M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему $BX = Y$ методом Крамера и систему $CX = Z$ с помощью обратной матрицы.

Задача 6. а) Найти $\text{rank } A$, $\text{rank}(GBF)$, $\text{rank}(ZK^T)$.

б) Проверить на совместимость систему $AX = K$.

Задача 7. Решить методом Гаусса систему $DX = K$.

Задача 8. Даны векторы a_1, a_2, a_3, d : $a_1 = (-2, 1, 1)$, $a_2 = (0, 3, 3)$, $a_3 = (2, 0, -2)$, $d = (2, 4, 0)$.

Показать, что векторы a_1, a_2, a_3 образуют базис. Разложить вектор d по этому базису.

Задача 9. Найти размерность и базис линейной оболочки векторов: $a_1 = (1, 2, 3)$, $a_2 = (2, 3, 4)$, $a_3 = (3, 2, 3)$, $a_4 = (1, 1, 1)$.

Задача 10. Найти размерность и базис подпространства решений однородной системы линейных уравнений $RX = 0$.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задача 11 а) Линейное преобразование есть симметрия вектора относительно плоскости xOz , а затем сжатие по оси Oy в два раза. Найти матрицу линейного преобразования.

б) Линейное преобразование задано матрицей A . Выяснить геометрический смысл этого линейного преобразования.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Задача 12. Линейное преобразование задано матрицей Φ в базисе $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Подобрать параметры α, β, γ так, чтобы матрица Φ была симметричной. Найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.

б) Найти матрицу линейного преобразования в базисе из собственных векторов и в базисе $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

в) По матрице Φ составить квадратичную форму от переменных x, y, z . Найти канонический вид квадратичной формы и установить, является ли она положительно определенной. Ответ пояснить.

Задача 13. Даны уравнения кривых второго порядка в системе координат xOy .

1) $4x^2 + 2\sqrt{6}xy + 3y^2 = 24$;

2) $2x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Для обеих кривых:

а) Найти канонический базис и направление новых осей Ox', Oy' .

б) Написать матрицу перехода от старого базиса к новому. Проверить, что эта матрица является ортогональной, объяснить ее геометрический смысл.

в) Привести уравнение кривой к каноническому виду.

г) Изобразить кривую в первоначальной системе координат.