

«

»

“ ”

“ ”

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Функции комплексного переменного и теория поля**

: 13.03.02

, :

: 1 2, : 2 3

		2	3
1	()	0	4
2		0	144
3	, .	2	19
4	, .	2	4
5	, .	0	6
6	, .	0	0
7	, .	0	0
8	, .	0	2
9	, .		7
10	, .	0	123
11	(, ,)		
12			

(): 13.03.02

955 03.09.2015 ., : 25.09.2015 .

: 1,

(): 13.03.02

, 4 20.06.2017

, 6 21.06.2017

:

, . . .

:

,

:

. . .

1.

1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.2 способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач; в части следующих результатов обучения:	
11.	,
Компетенция ФГОС: ПК.2 способность обрабатывать результаты экспериментов; в части следующих результатов обучения:	
3.	,

2.

2.1

	(
--	---

.2. 11	,
1.понятия и методы теории функций комплексного переменного	; ;
2.понятия скалярного и векторного полей, их основные характеристики	; ;
.2. 3	,
3.находить изображение по заданному оригиналу и оригинал по заданному изображению, используя свойства оригиналов и изображений, таблицы и теорию вычетов, решать дифференциальные уравнения операционным методом	; ;
4.вычислять характеристики скалярного и векторного полей	; ;
.2. 11	,
5.понятия и методы операционного исчисления	; ;
.2. 3	,
6.выполнять арифметические операции над комплексными числами; вычислять значение функций комплексного переменного; дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного; исследовать поведение функции комплексного переменного в окрестности изолированных особых точек, раскладывать функции в ряды Тейлора и Лорана, вычислять коэффициенты ряда Лорана и вычеты, вычислять интегралы с помощью вычетов	; ;

3.

3.1

	,	.		
: 2				

:				
8.	0	2	1,6	
:3				
:				
1.	0	2	1,6	
:				
6.	0	1	3,5	
:				
7.	0	1	2,4	
3.2				
,				
:3				
:				

2		1, 2, 3, 4, 5, 6	34	3
<p>[]: - ; . . . / . . . , 2011. - 1 (CD-ROM). - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000167935. - []: - [2]/ . . . , [2014]. - http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208313. - []: - / . . . , [2011]. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000164329. - []: - , 2010. - 1 (CD-ROM). - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000156284 , 2004. - 112 .: ..- : / [. . . .]; - ; - http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2004/2004_dolgih.rar []: - / . . . , [2014]. - http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208318. -</p>				
3		2, 3, 4, 5, 6	15	0
<p>. . . []: - ; . . . / . . . , 2011. - 1 (CD-ROM). - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000167935. - []: - / . . . , [2011]. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000164329. - []: - / [. . . .]; - ; - http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2004/2004_dolgih.rar []: - / . . . , [2014]. - http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208318. -</p>				
4		2, 3, 4, 5, 6	10	2

[]: - ; , 2011. - 1 /
 (CD-ROM). - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000167935. -
 []: / . . , .
 ; [2014]. -
 : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208313. - []:
 / . . , . . ;
 , [2011]. - :
http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000164329. - []:
 / . . , 2010. - 1 . .
 (CD-ROM). - :
 : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000156284
 , 2004. - 112 . : . - :
http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2004/2004_dolgih.rar . .
 []: - / . . ,
 ; [2014]. - :
http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208318. - . .

5.

’ (. 5.1).

5.1

	-
	;
	;

6.

(), - 15- ECTS.

. 6.1.

6.1

: 3		
<i>Практические занятия:</i>	23	45
<i>Контрольные работы:</i>	5	10
<i>РГЗ:</i>	12	25
" , 2004. - 112 . : . - : http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2004/2004_dolgih.rar " ;		
<i>Зачет:</i>	10	20

.2	11.	+	+	+
.2	3.	+	+	+

1

7.

1. Краснов М. Л. **Функции комплексного переменного : задачи и примеры с подробными решениями** : [учебное пособие для вузов] / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И., Макаренко. - М., 2012. - 205 с. : ил.
 2. Краснов М. Л. **Операционное исчисление. Теория устойчивости : задачи и примеры с подробными решениями** : [учебное пособие для вузов] / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - М., 2009. - 175 с. : ил., табл.
 3. Письменный Д. Т. **Конспект лекций по высшей математике. [В 2 ч]. Ч. 2 : тридцать пять лекций** / Дмитрий Письменный. - М., 2007. - 251, [1] с.
 4. **Практикум по спецглавам высшей математики (ТФКП, ОИ, ТП) : учебное пособие** / В. Я. Долгих [и др.] ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2014. - 94, [1] с. : ил. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000202944
 5. **Теория функций комплексной переменной: учебник** / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с.: ISBN 978-5-9221-0133-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544573> - Загл. с экрана.
 6. **Спецглавы высшей математики (функции комплексного переменного, операционное исчисление, теория поля) [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс** / В. И. Бутырин, А. В. Гобьш, В. В. Филатов, Э. Б. Шварц ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2016]. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000230171. - Загл. с экрана.
1. Волковыский Л. И. **Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов** / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - М., 2006. - 312 с. : ил.
 2. Долгих В. Я. **Практикум по спецглавам математического анализа (ТФКП ОИ ТВ МС) : учебное пособие** / В. Я. Долгих ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2003. - 130 с. : табл., граф.
 3. Письменный Д. Т. **Конспект лекций по высшей математике : [полный курс]** / Д. Т. Письменный. - М., 2009. - 602, [1] с. : ил., табл.
 4. Араманович И. Г. **Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости : Учебное пособие для вузов** / И. Г. Араманович, Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц. - М., 1968. - 416 с. : черт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра инженерной математики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФМА
к.т.н., доцент М.Е. Вильбергер
“ ____ ” _____ ____ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Функции комплексного переменного и теория поля

Образовательная программа: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, профиль:
Электротехника, электромеханика и электротехнологии

1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине **Функции комплексного переменного и теория поля** приведена в Таблице.
3 семестр

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.2 способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	з17. знать базовые положения теории функций комплексного переменного, операционного исчисления, теории поля в объеме, необходимом для решения задач в области профессиональной деятельности	Функции комплексного переменного	Контрольная работа (задание 1, 2) РГЗ (задания 1-10)	Зачет (Вопросы 1-15)
		Операционное исчисление	Контрольная работа (задания 3,4) РГЗ (задания 11-20)	Зачет (Вопросы 16-24)
ПК.2/НИ способность обрабатывать результаты экспериментов	у5. уметь применять основные методы теории функций комплексного переменного, операционного исчисления, теории поля к исследованию процессов и решению задач	Элементы теории поля	Контрольная работа (задание 5) РГЗ (задания 21-25)	Зачет (Вопросы 25-31)

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 3 семестре - в форме дифференцированного зачета, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.2, ПК.2/НИ.

Зачет проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет содержит два теоретических вопроса (к вопросу прилагается задача или упражнение по его содержанию) и задачу, требующие развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорте зачета списка вопросов, задачи соответствуют содержанию теоретических вопросов.

Кроме того, сформированность компетенции проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 3 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (типовой расчет), контрольная работа. Требования к выполнению типового расчета, контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте типового расчета, контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.2, ПК.2/НИ, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт зачета

по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля», 3 семестр

1. Методика оценки

Зачёт проводится в письменной форме. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-15 по теме «Функции комплексной переменной», второй вопрос из диапазона вопросов 16-31 по теме «Операционное исчисление» или по теме «Теория поля», список вопросов приведен ниже. Задача даётся по теме, из которой нет вопроса в билете (т.е. по теме «Операционное исчисление» или по теме «Теория поля»).

Форма билета для зачета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет ФМА

Билет № _____

к зачету по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля»

1. Понятие изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек. Предельные значения функции в особых точках.
2. Теоремы запаздывания и смещения.
3. Найти градиент поля $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ в точке $P_0(1,1)$.

Утверждаю: зав. кафедрой ИМ

(подпись)

2. Критерии оценки

Выполнение пунктов билета оценивается максимальными баллами 8,8,4.

- Ответ на билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не знает нужных формул, не решил задачу. Оценка составляет 0-9 баллов.
- Ответ на билет считается на **пороговом** уровне, если даны основные определения, написаны формулы, представлен алгоритм решения задачи. Оценка составляет 10-12 баллов
- Ответ на билет считается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, качество выполнения задачи оценено выше 2 баллов. Оценка составляет 13-18 баллов
- Ответ на билет считается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, приведены формулы, указаны методы решения, правильно решена задача. Оценка составляет 19-20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за зачет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к зачету по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля»

Тема «Функции комплексной переменной»

1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Различные формы записи комплексного числа.
2. Действия с комплексными числами в алгебраической, в тригонометрической и в показательной форме.
3. Функции комплексного переменного. Предел функции в точке. Определение непрерывной функции. Свойства.
4. Определение производной функции комплексной переменной; определение аналитической функции. Дифференциал; связь дифференцируемости с непрерывностью.
5. Условия Коши-Римана. Формулы для вычисления производной.
6. Определение гармонической функции. Связь аналитических функций с гармоническими. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части
7. Понятие односвязной и многосвязной областей в C и в \bar{C} . Теорема Римана.
8. Определение криволинейного интеграла от функции комплексного переменного. Связь с интегралами от действительных функций Свойства.
9. Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области.
10. Интегральная формула Коши.
11. Теорема Тейлора. Теорема Лорана.
12. Понятие изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек. Предельные значения функции в особых точках.
13. Понятие вычета аналитической функции относительно изолированной особой точки. Вычисление вычета через коэффициенты ряда Лорана.
14. Вычисление вычета в случае полюса любого порядка. Нули аналитической функции. Формулы для вычисления вычета.
15. Основная теорема о вычетах. Теорема Коши для многосвязной области.

Тема «Операционное исчисление»

16. Понятия оригинала и изображения. Теорема существования. Свойства изображений.
17. Линейность преобразования Лапласа и теоремы подобия. Пример использования этих свойств.
18. Дифференцирование оригинала и изображения. Примеры.
19. Интегрирование оригинала и изображения. Примеры.
20. Теоремы запаздывания и смещения. Примеры.
21. Свёртка оригиналов и её изображение. Изображение произведения оригиналов.
22. Теорема обращения преобразования Лапласа (формулировка). Метод разложения для нахождения оригинала в случае, когда изображение является правильной рациональной дробью.
23. Теорема обращения преобразования Лапласа (формулировка). Применение теории вычетов.
24. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.

Тема «Теория поля»

25. Понятия скалярного и векторного полей. Примеры. Линии уровней. Уравнения

- векторных линий.
26. Скорость изменения скалярного поля в заданном направлении. Градиент. Формулы для вычисления производной по направлению.
 27. Линейный интеграл в векторном поле. Циркуляция. Вычисление.
 28. Поток векторного поля через поверхность. Вычисление.
 29. Формула Гаусса-Остроградского в координатной и векторной формах. Физический смысл дивергенции векторного поля.
 30. Формула Стокса в координатной и векторной формах. Физический смысл ротора векторного поля.
 31. Потенциальные поля. Соленоидальные поля. Гармонические поля. Оператор Гамильтона «набла».

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля», 3 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: функции комплексной переменной (два задания), операционное исчисление (два задания), теория поля (одно задание) и включает 5 заданий. Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (10 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 2 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-4 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 5-6 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 7-9,4 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 9,5-10 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

1. Решите уравнение $z^2 - 2(1-i)z + 4 - 2i = 0$.

2. Вычислите интеграл $\int_{|z|=1} (z+3) \cos \frac{2}{z} dz$.

3. Найдите оригинал для функции $F(p) = \frac{2}{(p-4)p}$.

4. Решите задачу Коши $x'' - 14x' + 49x = 7e^{3t}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -1$.

5. Вычислите дивергенцию поля $\vec{a} = \{2xy, 3x^2, z^3 - 1\}$.

Паспорт расчетно-графического задания (типового расчета)

по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля», 3 семестр

1. Методика оценки

Типовой расчет выполняется студентами за счет часов самостоятельной работы.

Обязательные структурные части типового расчета:

1. Комплексные числа. Вычисление значений функций комплексной переменной, свойства элементарных функций (задачи № 1-3);
2. Дифференцирование и интегрирование функций комплексной переменной. Аналитические функции (задачи № 4-6);
3. Ряды Лорана. Теория вычетов и приложения (задачи № 7-10);
4. Операционное исчисление (задачи № 11-20).
5. Теория поля (задачи № 21-25).

На обложке типового расчета необходимо указать название дисциплины, название и номер типового расчета, ФИО, группу и номер варианта. Каждое задание оформляется на отдельном листе и сдается после прохождения темы. При оформлении задания обязательны: условия задачи, подробное решение с комментариями, рабочими формулами и рисунками, ответ.

Оцениваемые позиции: сроки выполнения типового расчета (до или после установленного срока); наличие в решениях комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков; арифметические ошибки на оценку не влияют.

2. Критерии оценки

1. Работа считается **не выполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий выполнены с ошибками, оценка составляет менее 12 баллов.
2. Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, приведены решения без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков, некоторые виды заданий типового расчета выполнены с ошибками и оценены 0-0,5 балла, задания сданы после установленного срока, оценка составляет 12-15 баллов.
3. Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания типового расчета выполнены, ни одного из них не оценено в 0 баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки и оценены в 0,5 балла, оценка составляет 16-22 баллов.
4. Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания типового расчета выполнены, приведены решения с комментариями, рабочими формулами и рисунками, качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к максимальному (1 балл за задачу), оценка составляет 23-25 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за типовой расчет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный вариант типового расчета

1. Вычислите значение функции $\operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$ (ответ дайте в алгебраической форме)..
2. Выясните геометрический смысл соотношения $|z + 3i| = |z - 1|$, сделайте чертеж.
3. Решите уравнение $3 \operatorname{ch} iz = 4i$ (ответ дайте в алгебраической форме).
4. Восстановите аналитическую функцию по заданной её мнимой части:

$$\operatorname{Im} f(z) = 2e^x \cos y + 2xy - 1, \quad f(0) = i.$$

5. Вычислите интеграл по дуге C от точки z_1 до точки z_2 (ответ дайте в алгебраической форме). $\int_C (2 + \bar{z}) dz$; $C: x = y^2$, $z_1 = 0$, $z_2 = 4 - 2i$.

6. Вычислите интеграл от аналитической функции (ответ дайте в алгебраической форме):

$$\int_0^{-i} (z+1) \operatorname{ch} z dz.$$

7. Разложите функцию $\frac{z+5}{z^2+z-12}$ в ряд Лорана в указанных областях:

$$\text{а) } 3 < |z| < 4, \quad \text{б) } |z| > 4, \quad \text{в) } 0 < |z+4| < 7.$$

8. Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{|z|=3} \frac{4z+5}{z(z^3-8)} dz$.

9. Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{|z|=2} (3z-1) \operatorname{ch} \frac{2}{z-1} dz$.

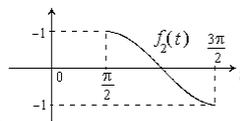
10. Вычислить несобственный интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^3}$.

11. Найдите изображение оригинала $f(t) = e^{-2t} \cdot \operatorname{sh} t - \operatorname{ch} 4t$.

12. Найдите изображение оригинала $f(t) = \int_0^t t^9 e^{-4t} dt$.

13. Найдите изображения оригинала $f(t) = (t-2)e^{3(t-2)} \cdot \eta(t-2)$.

14. Найдите изображения оригинала $f(t) = \int_0^t (t-\tau)^4 \sin 2\tau d\tau$.



15. Найдите изображения оригинала

16. Найдите оригинал по известному изображению $F(p) = \frac{2}{p^2(p^2+2p-8)}$., произведя разложение рациональной дроби на элементарные.

17. Найдите оригинал по известному изображению $F(p) = \frac{-2 \cdot e^{-2p}}{(p-1)^2(p+2)}$., произведя разложение рациональной дроби на элементарные и используя свойства изображений.

18. Найдите оригинал по изображению $F(p) = \frac{1}{p^3+4p^2+29p}$ с помощью вычетов.

19. Решите дифференциальное уравнение с заданными начальными условиями.

$$x'' + 6x' - 16x = 2 \operatorname{sh} 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 4.$$

20. Решите дифференциальное уравнение с заданными начальными условиями.

$$x'' + \frac{1}{25}x = \cos \frac{t}{5}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2.$$

21. Решить систему дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями.

$$\begin{cases} x' - x - y = e^{2t}, \\ y' + 4x + 4y = e^{-t}; \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0.$$

22. Найдите производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению вектора \bar{e} :

$$u = z\sqrt{xy} + y\sqrt{5-x^2}; \quad M_0 = (1, 1, 0); \quad \bar{e} = \{-2, 2, -1\}.$$

23. Найдите наибольшую скорость изменения скалярного поля $\varphi = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точке $M(1, 1, 1)$.

24. Вычислите дивергенцию и ротор поля градиентов скалярного поля $\varphi = zy - \frac{z}{x}$

в произвольной точке M .

25. Убедитесь, что поле вектора \bar{a} потенциально, найдите потенциал поля и вычислите работу при перемещении точки единичной массы из точки A в точку B :

$$\bar{a} = \left\{ -\frac{2z}{x^3}; \frac{2}{\sqrt{2y+z}}; \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{2y+z}} \right\}; \quad A(-1; 1; 2); \quad B(1; -1; 6).$$