

«

»

“ ”

“ ”

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Математический анализ**

: 24.05.07

-

,

:

: 1 2,

: 1 2 3

		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	( )	4	4	4
<b>2</b>		144	144	144
<b>3</b>	, .	22	24	16
<b>4</b>	, .	8	8	4
<b>5</b>	, .	10	12	8
<b>6</b>	, .	0	0	0
<b>7</b>	, .	0	0	0
<b>8</b>	, .	2	2	2
<b>9</b>	, .			
<b>10</b>	, .	122	120	128
<b>11</b>	( , , )			
<b>12</b>				

( ): 24.05.07 -

1165 12.09.2016 . , : 23.09.2016 .

: 1,

( ): 24.05.07 -

, 4 20.06.2017

, 5 21.06.2017

:

, . . .

:

, . . . . .

:

. . .

# 1.

1.1

<b>Компетенция ФГОС: ОК.1 способность представить современную картину мира на основе целостной системы естественно-научных и математических знаний, ориентироваться в ценностях бытия, жизни, культуры; в части следующих результатов обучения:</b>	
3.	,
4.	
5.	
3.	
4.	

# 2.

2.1

	(	
	,	
	,	
	)	

<b>.1. 3</b>	,
<b>1.</b> основные понятия курса: предел последовательности и функции; непрерывность функции; производная и частные производные, дифференциал; неопределенный, определенный и несобственные интегралы, кратные и криволинейные интегралы; обыкновенные дифференциальные уравнения, числовые, функциональные ряды, ряд Фурье	; ;
<b>.1. 5</b>	
<b>2.</b> постановку и методы решения задач: методы раскрытия неопределенностей, правила дифференцирования и интегрирования функции одной и нескольких переменных, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, признаки сходимости рядов	; ;
<b>.1. 3</b>	
<b>3.</b> строить графики функций в декартовой и полярной системах координат, вычислять пределы последовательностей и функций, сравнивать бесконечно малые и бесконечно большие функции, определять точки разрыва функции	; ;
<b>4.</b> дифференцировать функции одной переменной, заданные явно, параметрически и неявно; проводить полное их исследование методами дифференциального исчисления; дифференцировать функции нескольких переменных	; ;
<b>5.</b> вычислять неопределенные, определенные и несобственные интегралы с помощью основных методов интегрирования и таблиц, определять сходимость несобственных интегралов, вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы, использовать интегральное исчисление при решении задач геометрии и физики	; ;
<b>6.</b> находить общие решения и решения задач Коши и некоторых краевых задач для основных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, решать простейшие системы обыкновенных дифференциальных уравнений	; ;
<b>7.</b> определять сходимость числовых и функциональных рядов, представлять функции рядами Тейлора, Фурье	; ;



<p>3.</p> <p>، . :  . .  ، .  - .  . .</p>	0	2	1, 2, 5, 8, 9	
: 2				
:				
<p>6.</p> <p>، .  . .  ، . 1  . ،  . :  . .</p>	0	3	1, 2, 6, 8, 9	
:				
<p>8.</p> <p>. .  . .  ، .  ، .  ، .  . .  . .  . .</p>	0	2	1, 2, 4, 8, 9	1
:				

5.	:				
I ( ):					
		0	2	1, 2, 5, 8, 9	
II ( ):					

:

7.	:				
( )					
( ),					
( ),					
		0	1	1, 2, 7, 8, 9	

**: 3**

:

9.		0	2	1	
----	--	---	---	---	--

:

10.		0	1	1, 2, 8, 9	
-----	--	---	---	------------	--

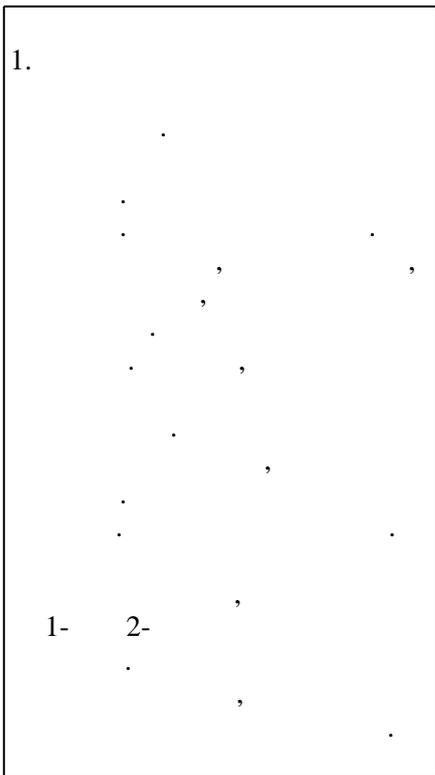
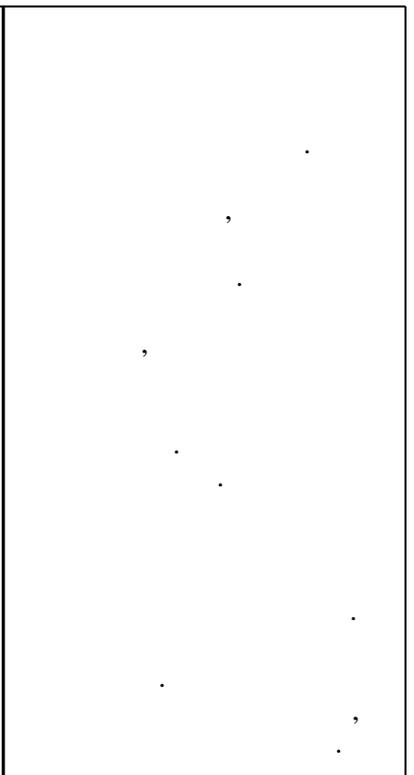
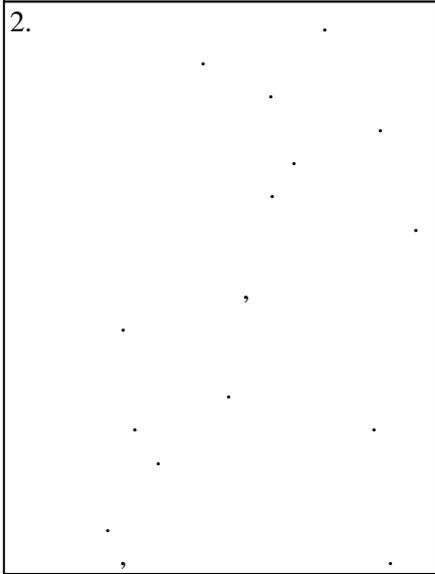
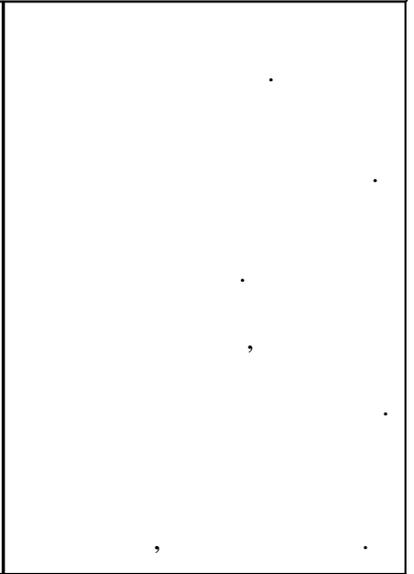
:

11.		0	1	1, 2, 9	
-----	--	---	---	---------	--

		,	.		
--	--	---	---	--	--

**: 1**

:

<p>1.</p>  <p>1- 2-</p>	0	2	1, 2, 3, 8	
⋮				
<p>2.</p> 	0	4	1, 2, 4, 8	
⋮				



5.				
	0	3	1, 2, 5, 8, 9	

:

7.				
	0	4	1, 2, 7, 8, 9	

: 3

:

9.	0	4	1, 2, 8, 9	
----	---	---	------------	--

:

10.	0	2	1, 2, 6, 7	
-----	---	---	------------	--

:

11.	0	2	1, 2, 8, 9	
-----	---	---	------------	--

**4.**

--	--	--	--	--

: 1

1		1, 2, 3, 4, 5, 8, 9	50	4
---	--	---------------------	----	---

... 1: [ 1 ... ] / ...  
 ... ; ... , 2009. - 355  
 ... : [http://elibrary.nstu.ru/source?bib\\_id=vtls000125883](http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000125883) ... 1:  
 ... / [ ... ]; ... , 2009. - 283 ...





<b>: 2</b>		
<i>Практические занятия:</i>	23	46
<i>Контрольные работы:</i>	7	14
<i>Экзамен:</i>	20	40
<b>: 3</b>		
<i>Практические занятия:</i>	23	46
<i>Контрольные работы:</i>	7	14
<i>Экзамен:</i>	20	40

6.2

6.2

<b>.1</b>	3.	+	+
	4.	+	+
	5.	+	+
	3.	+	+
	4.	+	+

1

## 7.

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 1 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 415 с. : ил.
2. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 2 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 544 с. : ил.
3. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-16-010072-2, 1000 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720> - Загл. с экрана.

1. Долгих В. Я. Высшая математика для заочников. Ч. 1 : учебное пособие для 1 курса общетехнических специальностей / В. Я. Долгих, Э. Б. Шварц ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2004. - 227 с. : ил.
2. Долгих В. Я. Высшая математика для заочников. Ч. 2 : учебное пособие для 1 курса общетехнических специальностей / В. Я. Долгих, Э. Б. Шварц ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 250 с. : ил.
3. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : [полный курс] / Д. Т. Письменный. - М., 2009. - 602, [1] с. : ил., табл.





1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Математический анализ приведена в Таблице.

Таблица

1 семестр

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОК.1 способность представить современную картину мира на основе целостной системы естественно-научных и математических знаний, ориентироваться в ценностях бытия, жизни, культуры	з3. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности з5. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира у4. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов у3. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств з4. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность	Предел и непрерывность функций одной переменной	Контрольная работа № 1 (задание 1, 2)	Экзамен (Вопросы 1-11)
		Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Контрольная работа №1 (задания 3,4)	Экзамен (Вопросы 12-24)
		Интегральное исчисление функций одной переменной	Контрольная работа № 2	Экзамен (Вопросы 25-41)

## 2 семестр

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОК.1 способность представить современную картину мира на основе целостной системы естественно-научных и математических знаний, ориентироваться в ценностях бытия, жизни, культуры	<p>з3. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности</p> <p>з5. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира</p> <p>у4. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов</p> <p>у3. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств</p> <p>з4. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность</p>	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Контрольная работа №1 (задание 3-4)	Экзамен (Вопросы 31-40)
		Обыкновенные дифференциальные уравнения	Контрольная работа № 1 (задания 1-2)	Экзамен (Вопросы 12-22)
		Кратные и криволинейные интегралы	Контрольная работа № 2 (задание 1-2)	Экзамен (Вопросы 1-11)
		Ряды	Контрольная работа № 2 (задание 3-4)	Экзамен (Вопросы 23-30)

## 3 семестр

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОК.1 способность представить современную картину мира на основе целостной системы естественно-научных и математических знаний, ориентироваться в ценностях бытия, жизни, культуры	<p>з3. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности</p> <p>з5. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира</p> <p>у4. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов</p> <p>у3. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств</p> <p>з4. знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность</p>	Теория функций комплексного переменного	Контрольная работа №1	Экзамен (Вопросы 1-17)
		Операционное исчисление	Контрольная работа №2 (задания 1-3)	Экзамен (Вопросы 18-26)
		Элементы теории поля	Контрольная работа №2 (задание 4)	Экзамен (Вопросы 27-34)

## **2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 1 семестре - в форме экзамена, во 2 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенции ОК.1. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и три задачи, требующие развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорте экзамена списка вопросов и перечня задач. Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации является контрольная работа. Требования к выполнению контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Во 2 семестре обязательным этапом текущей аттестации является контрольная работа. Требования к выполнению контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенции ОК.1, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

### **Общая характеристика уровней освоения компетенций.**

**Ниже порогового.** Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

**Пороговый.** Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

**Базовый.** Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

**Продвинутый.** Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

## Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-24, второй вопрос из диапазона вопросов 25-41 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-9, вторая задача выбирается из диапазона задач 10-19, третья задача выбирается из диапазона задач 20-28 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4). В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Тест, рассчитанный на 90 минут, формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 15 заданий из банка задач 1, 2, 6, 7, 10, 11 или 12, 16, 17 или 18, 20, 21, 24, 27 или 28 (перечень задач приведен ниже).

### Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Факультет ФЛА

Билет № \_\_\_\_\_

к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

---

1. Арифметические свойства пределов функций. Теорема о единственности предела.
2. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

3. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$

4. Найдите интервалы монотонности функции  $y = \ln \frac{x+4}{x+2}$ .

5. Вычислите  $\int \frac{3x}{x^2 - 3} dx$

Утверждаю: зав. кафедрой ИМ \_\_\_\_\_ профессор, Селезнев В.А.

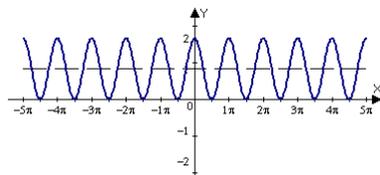
### Пример теста для экзамена

ДЕ 1. Предел и непрерывность функции одной переменной

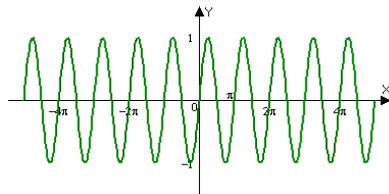
Вопрос 1. Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\ln(2-x)}{x^2}$  :

- a.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2)$
- b.  $x \in (0; 2)$
- c.  $x \in (-\infty; 0)$
- d.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2]$

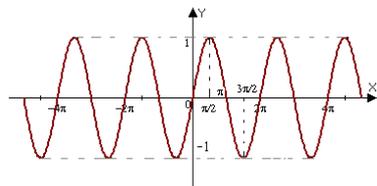
Вопрос 2. График функции  $y = 1 + \cos(2x)$  представлен на рисунке



a.



b.



c.

Вопрос 3. Значение предела функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{3 + x}$  равно

- a. 2
- b. 1
- c. 3
- d. 4

Вопрос 4. Указать эквивалентную бесконечно малую функции  $\alpha(x) = \sin \frac{3x}{2}$  при  $x \rightarrow 0$  :

- a.  $\frac{3x}{2}$
- b.  $\frac{3}{2}$
- c.  $\frac{x}{2}$
- d.  $x$

ДЕ 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вопрос 5. Найдите производную сложной функции  $\sin x^2$  :

- a.  $2x \cos x^2$
- b.  $\cos x^2$
- c.  $\sin 2x^2$
- d.  $\sin 2x$

Вопрос 6. Найдите производную частного функций  $\frac{e^x}{\ln x}$  :

- a.  $\frac{e^x \cdot (x \cdot \ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$
- b.  $\frac{e^x \cdot (\ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$
- c.  $\frac{e^x}{x}$
- d.  $\frac{e^x + 1}{x}$

Вопрос 7. Найдите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$  с помощью правила Лопиталья:

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

Вопрос 8. Найдите интервалы убывания и возрастания функция  $y = x^3 - 4,5x^2 + 6x - 3$ .

Определите точки экстремума:

- a. функция возрастает на интервалах  $(-\infty; 1), (2, +\infty)$
- b. функция убывает на интервале  $(1; 2)$
- c. в точке  $x = 1$  функция имеет максимум
- d. в точке  $x = 2$  функция имеет минимум

ДЕ 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Вопрос 9. Приведите неопределенный интеграл  $\int e^x \cdot \cos e^x dx$  к табличному виду:

- a.  $\int \cos e^x d(e^x)$
- b.  $\int \cos e^x dx$
- c.  $\int \sin e^x dx$

Вопрос 10. Найдите первообразную функции  $x \cdot \arcsin x$

- a.  $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1-x^2} + C$
- b.  $\frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1-x^2} + C$

Вопрос 11. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и функцией  $y = x$  на отрезке  $[0; 1]$ :

- a. 0.5
- b. 1.5
- c. 2.5
- d. 3.5

Вопрос 12. Вычислите несобственный интеграл первого рода или убедитесь в его расходимости

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+4}} :$$

- a. интеграл расходится
- b.  $\frac{1}{2}$

- c. 0
- d. 1

## 2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

### Критерии оценки теста

Каждое задание теста оценивается в 1 балл.

- Ответ на тест считается **неудовлетворительным**, если студентом не выполнено больше половины заданий. Оценка составляет 0-6 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на **пороговом** уровне, если некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-10 баллов
- Ответ на тест засчитывается на **базовом** уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 11-12 баллов
- Ответ на тест на **продвинутом** уровне не предусмотрен.

## 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

## 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы.
2. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел. Теорема о сохранении знака функции, имеющей конечный предел.
3. Бесконечно малые функции, их свойства (теоремы о сумме бесконечно малых, о произведении бесконечно малой на ограниченную). Теорема о связи функции, имеющей предел, её предела и бесконечно малой.
4. Арифметические свойства пределов функций. Теорема о единственности предела.
5. Порядковые свойства пределов: теорема о переходе к пределу в неравенстве (без док-ва), «о двух милиционерах».
6. Первый замечательный предел.
7. Предел сложной функции (доказать).
8. Бесконечно большие функции. Теорема о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций.
9. Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса (формулировка). Второй замечательный предел
10. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Основные эквивалентности.
11. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
12. Производная функции в точке. Теорема о непрерывности функции, имеющей производную. Геометрический смысл.
13. Производная функции в точке. Правила дифференцирования (случай суммы, произведения, частного).
14. Производная сложной и обратной функции. Производные параметрически и неявно заданных функций.
15. Вывод формул таблицы производных.
16. Производная показательной-степенной функции. Логарифмическое дифференцирование.
17. Дифференцируемость функции. Дифференциал. Производные высших порядков.

18. Теорема Ролля. Геометрический смысл.
19. Теорема Лагранжа и теорема Коши.
20. Правило Лопиталья-Бернулли.
21. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, Лагранжа.
22. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.
23. Монотонность, экстремумы. Необходимое и достаточные условия экстремума.
24. Выпуклость, вогнутость графика функции. Асимптоты.
25. Первообразная, неопределённый интеграл и его свойства.
26. Таблица интегралов. Неберущиеся интегралы.
27. Метод внесения под знак дифференциала.
28. Замена переменной. Интегрирование квадратного трехчлена.
29. Интегрирование по частям.
30. Разложение рациональной дроби на целую часть и сумму простейших дробей.
31. Интегрирование простейших дробей.
32. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
33. Интегрирование иррациональных функций.
34. Понятие интегральной суммы и определённого интеграла. Геометрический смысл. Теорема существования определённого интеграла.
35. Свойства определённого интеграла.
36. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы интегрирования по частям и замены переменной для определённого интеграла.
37. Площадь криволинейной трапеции для функции, заданной явно, параметрически, в полярных координатах.
38. Объём тела с известной площадью поперечного сечения. Объём тела вращения для функции, заданной явно, параметрически.
39. Длина дуги кривой для функции, заданной явно, параметрически, в полярных координатах.
40. Несобственный интеграл I рода: определение, свойства.
41. Несобственный интеграл II рода: определение, свойства.

#### **Перечень задач по дисциплине «Математический анализ»**

1. Нахождение области определения функции
2. Построение графиков элементарных функций
3. Построение кривых, заданных параметрически
4. Построение кривых в полярных координатах
5. Определение порядка бесконечно больших и бесконечно малых величин
6. Нахождение эквивалентных бесконечно малых функций
7. Применение эквивалентных для вычисления пределов
8. Вычисление пределов функций в точке и на бесконечности
9. Исследование функций на непрерывность в точке
10. Вычисление производной сложной функции
11. Вычисление производной произведения функций
12. Вычисление производной частного функций
13. Нахождение дифференциала функции
14. Построение касательных к кривым заданным в декартовых координатах
15. Нахождение касательных к кривым заданным неявно и параметрически.
16. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья
17. Определение промежутков монотонности дифференцируемой функции
18. Определение точек локального экстремума функции
19. Определение промежутков направления выпуклости дважды дифференцируемых функций
20. Приведение неопределённого интеграла к табличному виду
21. Интегрирование по частям
22. Интегрирование рациональных функций
23. Вычисление пройденного пути с помощью определённого интеграла
24. Вычисление площадей плоских фигур
25. Вычисление длин дуг с помощью определённого интеграла
26. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла
27. Вычисление несобственных интегралов 1-го рода, или определение их расходимости
28. Вычисление несобственных интегралов 2-го рода, или определение их расходимости

## Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 1 семестр

### 1. Методика оценки

Контрольная работа №1 проводится по темам: предел и непрерывность функций одной переменной (два задания); дифференциальное исчисление функций одной переменной (два задания); Контрольная работа №2 проводится по теме интегральное исчисление функций одной переменной (четыре задания). Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия и является защитой домашней контрольной работы по этим темам. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

### 2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (8 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-3 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 4-5 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 6-7,5 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 7,6-8 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Пример варианта контрольной работы №1

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x-5}}{\sqrt[4]{x^3+x} - 4x}$

2. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$

3. Найти производные  $y'(x)$  от следующих функций:

1.  $y = \ln \frac{x^2}{x^2+1}$ . 2.  $y = \arcsin \frac{1}{x}$ . 3.  $y = x^{\ln x}$ . 4.  $\sin(x+y) = \frac{x}{y}$ . 5.  $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ .

4. Найти уравнение касательной к кривой  $y = \frac{\ln x}{x}$  в точке  $M_0(1;0)$ .

**Пример варианта контрольной работы №2**

1. Найдите интегралы:  $\int x2^x dx$ ,  $\int \frac{3x dx}{(x+5)(x+2)}$ .

2. Вычислите определенный интеграл:  $\int_0^{81} \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x+1})}$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} y = 4x^2 + 3x \\ y = -9x \end{cases}$ .

4. Вычислить  $\int \frac{3x}{x^2 - 3} dx$

## Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-11, 23-30, второй вопрос из диапазона вопросов 12-22, 31-40 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-10, вторая задача выбирается из диапазона задач 11-15, третья задача выбирается из диапазона задач 16-19, четвертая задача выбирается из диапазона задач 20-24 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Тест, рассчитанный на 90 минут, формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 15 заданий из банка задач 1, 2 или 3, 6, 7, 8, 9 или 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20-24 (перечень задач приведен ниже).

### Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Факультет ФЛА

Билет № \_\_\_\_\_

к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

---

1. Определение двойного интеграла. Свойства.
2. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда, остаток ряда.
3. Вычислить интеграл  $\iint_D (1+xy) dx dy$ ,  $D$  – прямоугольник с вершинами  $A(-1;-1)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $C(1;2)$ ,  $D(1;-1)$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{2x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
5. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} x^{2(n-1)}$ .

Утверждаю: зав. кафедрой ИМ \_\_\_\_\_ профессор, Селезнев В.А.  
(подпись)

### Пример теста для экзамена

Вопрос 1. Вычислить интеграл  $\iint_D 2x^2 y dx dy$ ,  $D$  прямоугольник с вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(3;0)$ ,

$C(3;1)$ ,  $D(0;1)$

- a. 9
- b. -9
- c. 3
- d. -3

Вопрос 2. Тело ограничено поверхностями  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $z = x^2 + y^2$ ,  $x = 1$ ,  $z = 0$ . Указать интеграл, вычисляющий объем этого тела.

- a.  $\int_0^1 dy \int_x^{2x} dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- b.  $\int_0^1 dx \int_x^{2x} (x^2 + y^2) dy$
- c.  $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y^2) dy$
- d.  $\int_0^1 dy \int_0^2 dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- e.  $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^y (x^2 + y^2) dx$

Вопрос 3. Вычислить интеграл  $\int_{AB} 2x dl$  по отрезку  $AB$ , соединяющему точки  $A(2;4)$ ,  $B(6;4)$

- a. 32
- b. 16
- c. -32
- d. -16

Вопрос 4. Длина дуги  $y = \cos x$ , лежащая между точками с абсциссами  $x = 0$  и  $x = \frac{\pi}{2}$  вычисляется

с помощью интеграла

- a.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$
- b.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$
- c.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
- d.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Вопрос 5. Вычислить интеграл  $\int_{AB} (x+1) dy$  вдоль отрезка  $AB$  прямой  $y = 2x + 5$  от точки  $A(-2;1)$

до точки  $B(1;7)$

- a. 3
- b. -3
- c. 6
- d. -6
- e. 0

Вопрос 6. Вычислить интеграл  $\oint_{ABCD} x y dx + (x - y) dy$  вдоль контура треугольника с вершинами

$A(0;0), B(2;2), C(0;2)$ , обходимому в положительном направлении.

- a.  $-\frac{2}{3}$
- b.  $\frac{2}{3}$
- c.  $\frac{4}{3}$
- d.  $-\frac{4}{3}$

Вопрос 7. Найти решение дифференциального уравнения  $y' = \operatorname{tg} x$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(2\pi) = 1$ .

- a.  $y = 1 - \ln|\cos x|$
- b.  $y = 1 + \ln|\cos x|$
- c.  $y = \frac{1}{\cos^2 x}$
- d.  $y = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$

Вопрос 8. Выбрать способ понижения порядка дифференциального уравнения  $(y')^2 = y'' + 1$  и определить тип уравнения после понижения порядка

- a. замена  $y' = p(x)$
- b. замена  $y' = p(y)$
- c. с разделяющимися переменными
- d. однородное
- e. линейное
- f. Бернулли

Вопрос 9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' - 3y = 0$

- a.  $y_{o.o.} = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$
- b.  $y_{o.o.} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$
- c.  $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{-x}$
- d.  $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{3x}$

Вопрос 10. Указать вид общего решения уравнения  $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$

- a.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} x^2 A$
- b.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} Ax$
- c.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} A$
- d.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + 2e^{-x}$

Вопрос 11. Укажите сходящиеся ряды

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+4}$

- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4}$
- c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{n^2 + 4}$
- d.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sin^2 n}{n^2 + 4}$

Вопрос 12. Указать абсолютно сходящийся ряд

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$
- c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

Вопрос 13. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n+1}$

- a.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- b.  $(-1; 1)$
- c.  $(0; 2)$
- d.  $(-2; 2)$

Вопрос 14. Разложить функцию  $f(x) = x^2 \ln(1 + 2x)$  в ряд Маклорена

- a.  $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{n}, x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- b.  $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in [-1; 1)$
- c.  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n x^{2n}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- d.  $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

ДЕ 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Вопрос 13. Исследовать функцию  $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$  на наличие экстремума в точке  $(4; -2)$

- a. в точке  $(4; -2)$  экстремума нет
- b.  $(4; -2)$  – точка локального минимума
- c.  $(4; -2)$  – точка локального максимума

## 2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.

- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

#### **Критерии оценки теста**

Каждое задание теста оценивается в 1 балл.

- Ответ на тест считается **неудовлетворительным**, если студентом не выполнено больше половины заданий. Оценка составляет 0-7 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на **пороговом** уровне, если некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 8-13 баллов
- Ответ на тест засчитывается на **базовом** уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 14-15 баллов
- Ответ на тест на **продвинутом** уровне не предусмотрен.

### **3. Шкала оценки**

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### **4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»**

1. Определение двойного интеграла. Теорема существования двойного интеграла.
2. Определение двойного интеграла. Свойства.
3. Вычисление двойного интеграла (сведение к повторному интегралу).
4. Замена переменных с использованием полярной и обобщенной полярной системы координат.
5. Тройной интеграл. Свойства. Сведение к повторному интегралу.
6. Тройной интеграл. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат.
7. Приложения двойных и тройных интегралов.
8. Криволинейный интеграл I рода (по длине дуги). Свойства, вычисление, применения.
9. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Свойства, вычисление для плоской и пространственной кривой.
10. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Задача о работе переменной силы вдоль кривой.
11. Формула Грина. Теоремы о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
13. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, в полных дифференциалах.
14. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
15. Дифференциальные уравнения первого порядка: линейные, Бернулли. Метод вариации произвольной постоянной.
16. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши – общее и частное решения. Уравнения, допускающие понижение порядка.
17. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Понятие общего решения. Определитель Вронского.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура решения. Метод

- вариации постоянных (для уравнения второго порядка).
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
  21. Нормальная система дифференциальных уравнений. Метод исключения решения системы.
  22. Системы линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
  23. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Остаток ряда.
  24. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.
  25. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
  26. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера, радикальный признак Коши.
  27. Ряды с положительными членами. Интегральный признак Коши.
  28. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
  29. Ряды с произвольными членами (по знаку). Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
  30. Функциональные ряды. Область сходимости. Признак равномерной сходимости (Вейерштрасса). Свойства равномерно сходящихся рядов.
  31. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
  32. Определение функций нескольких переменных. Область определения функций нескольких переменных.
  33. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
  34. Частные производные. Геометрический смысл.
  35. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
  36. Производные сложной функции нескольких переменных.
  37. Неявные функции и их дифференцирование.
  38. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
  39. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций двух переменных.
  40. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

### **Перечень задач по дисциплине «Математический анализ»**

1. Вычисление двойных интегралов по прямоугольной области
2. Вычисление двойных интегралов по криволинейной области
3. Вычисление площади, массы, координат центра тяжести плоских фигур, вычисление объемов тел с помощью двойных интегралов.
4. Вычисление тройных интегралов
5. Вычисление объемов тел, их массы и координат центра тяжести с помощью тройных интегралов
6. Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода
7. Вычисление длин и масс дуг с помощью криволинейных интегралов 1-го рода
8. Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода
9. Вычисление площадей плоских фигур, работы переменной силы с помощью криволинейных интегралов 2-го рода
10. Применение формулы Грина для вычисления криволинейных интегралов 2-го рода
11. Нахождение общего решения и решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка
12. Решение уравнений, допускающих понижение порядка
13. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с постоянными коэффициентами
14. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с правой частью специального вида
15. Решение систем линейных дифференциальных уравнений
16. Исследование сходимости знакоположительных рядов

17. Исследование абсолютной и условной сходимости знакочередующихся рядов
18. Определение область сходимости степенных рядов
19. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена
20. Нахождение частных производных и дифференциалов явно заданных функций
21. Нахождение частных производных и дифференциалов неявно заданных функций
22. Нахождение частных производных сложных функций
23. Определение касательной и нормали к поверхности
24. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных

## Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

### 1. Методика оценки

Контрольная работа № 1 проводится по темам: дифференциальные уравнения (два задания) и дифференциальное исчисление функции нескольких переменных (два задания); Контрольная работа № 2: кратные и криволинейные интегралы (два задания); ряды и ряды Фурье (два задания). Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия и являются защитой домашней контрольной работы. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

### 2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (8 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Пример варианта контрольной работы №1

1. Найти решение дифференциального уравнения  $y' = \sqrt{x}$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(1) = 1$ .

2. Найдите решение задачи Коши:  $y''' + 4y'' + 3y' = 0$ ,  $y(0) = 5$ ,  $y'(0) = -1$ ,  $y''(0) = -5$ .

3. Дана функция  $z = y/(x^2 - y^2)^5$ . Показать, что  $\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ .

4. Вычислить для функции  $z = \frac{x}{y}$  частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$

**Пример варианта контрольной работы № 2**

1. Вычислить двойной интеграл.  $\iint_D (x-y) dx dy$ ;  $D: y = -2x, y = 0, x = -1$

$$\int (1-x^2) y dx + x(1+y^2) dy, \quad L: x^2 + y^2 = R^2$$

2. Вычислить интеграл:  $L$

3. Исследовать сходимость рядов.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)5^n}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

4. Найти область сходимости степенного ряда.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{n^3} (x+2)^n$

## Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 3 семестр

### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-14, второй вопрос из диапазона вопросов 15-23, список вопросов приведен ниже. К каждому вопросу в билете прилагается задача или упражнение по его содержанию. Требуется кратко ответить на вопрос (определения, формулы) и решить задачу.

### Форма билета для экзамена

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет ФЛА

Билет № \_\_\_\_\_

к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Понятие изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек. Предельные значения функции в особых точках. Установить характер особой точки  $z = 0$  функции  $f(z) = \frac{\sin z}{z^3 + z^2 - z}$ .
2. Вычисление вычета в случае полюса любого порядка. Нули аналитической функции. Формулы для вычисления вычета. Вычислите интеграл с помощью вычетов:  $\int_{|z|=3} \frac{4z+5}{z(z^3-8)} dz$ .

Утверждаю: зав. кафедрой ИМ \_\_\_\_\_ профессор, Селезнев В.А.

### 2. Критерии оценки

Выполнение пунктов билета оценивается максимальными баллами 10, 10.

- Ответ на билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не знает нужных формул, не решил две из трёх задач. Оценка составляет 0-9 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения, написаны формулы, решены две задачи. Оценка составляет 10-12 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 13-18 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, приведены формулы, указаны методы решения, правильно решены задачи. Оценка составляет 19-20 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. **Вопросы к зачету по дисциплине «Функции комплексного переменного и теория поля»**
  1. Описание множества комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость. Различные формы записи комплексного числа. Свойства модуля. Комплексно сопряжённые числа.
  2. Действия с комплексными числами в алгебраической, в тригонометрической и в показательной форме.
  3. Предел функции в точке. Определение непрерывной функции. Свойства. Предел функции на бесконечности.
  4. Основные подходы к изучению комплексных функций (способы использования теории действительных функций, примеры).
  5. Линейная функция, свойства, характер преобразования комплексной плоскости.
  6. Функция  $w = \frac{1}{z}$ , характер преобразования комплексной плоскости. Дробно-линейная функция. Условие однолиственности.
  7. Натуральная степень. Формула Муавра. Области однолиственности. Функция  $w = \sqrt[n]{z}$ ,  $n \in \mathbf{N}$  Формула для вычисления корней, геометрическая интерпретация.
  8. Степенные ряды. Вид областей сходимости, тип сходимости во внутренних точках. Экспонента. Области однолиственности. Свойства.
  9. Логарифм. Алгебраическая форма значения логарифма. Степенная и показательная функции.
  10. Тригонометрические функции. Гиперболические функции. Формулы связи тригонометрических и гиперболических функций. Формулы Эйлера и их аналоги для гиперболических функций.
  11. Определение производной функции комплексной переменной; определение аналитической функции. Дифференциал; связь дифференцируемости с непрерывностью.
  12. Условия Коши-Римана. Формулы для вычисления производной.
  13. Определение гармонической функции. Связь аналитических функций с гармоническими. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части
  14. Понятие односвязной и многосвязной областей в  $\mathbf{C}$  и в  $\bar{\mathbf{C}}$ . Теорема Римана.
  15. Определение криволинейного интеграла от функции комплексного переменного. Связь с интегралами от действительных функций Условия существования интеграла. Свойства.
  16. Особенности интегрирования аналитических функций. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области.
  17. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
  18. Теорема Тейлора. Теорема Лорана.
  19. Понятие изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек. Предельные значения функции в особых точках.
  20. Понятие вычета аналитической функции относительно изолированной особой точки. Вычисление вычета через коэффициенты ряда Лорана.
  21. Вычисление вычета в случае полюса любого порядка. Нули аналитической функции. Формулы для вычисления вычета.
  22. Основная теорема о вычетах. Теорема Коши для многосвязной области.
  23. Применение вычетов к вычислению некоторых несобственных интегралов.

## Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математический анализ», 3 семестр

### 1. Методика оценки

Контрольная работа № 1 проводится по темам: теория функции комплексного переменного (четыре задания); Контрольная работа № 2: операционное исчисление (три задания); элементы теории поля (одно задание). Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия являются защитой домашней контрольной работы. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

### 2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (8 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Пример варианта контрольной работы №1

1. Вычислить:  $\frac{2+3i}{1-i}$ ,  $\sqrt{1+i}$ .

2. Выяснить геометрический смысл соотношения:  $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1$ .

3. Вычислить с помощью вычетов:  $\oint_{|z+i|=3} \frac{\sin z}{z+i} dz$ .

4. Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Лорана в указанной области.  $f(x) = \frac{z+2}{z^2+6z+5}$ ,

$1 \leq |z| < 5$ .

### Пример варианта контрольной работы № 2

1. Найти изображения функций:  $te^{-t} \cos t$ .

2. Оригинал функции. Найти оригинал по заданному изображению:  $F(p) = \frac{e^{-2p}}{(p+1)^3}$ .

3. Решить операторным методом:  $x'' - 2x' - 8x = 7 \operatorname{sh} 2t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 4$ .

4. Вычислите дивергенцию поля  $\bar{a} = \{2xy, 3x^2, z^3 - 1\}$ .