ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет прикладной математики и информатики

“УТВЕРЖДАЮ”

Декан ФПМИ

профессор, д.т.н. Лемешко
Борис Юрьевич

“ ___ ” _____ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальные главы математического анализа

ООП: специальность 010503.65 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Шифр по учебному плану: ЕН.В.2.1

Факультет: прикладной математики и информатики очная форма обучения

Курс: 2, семестр: 4

Лекции: 34

Практические работы: 34 Лабораторные работы: -

Курсовой проект: - Курсовая работа: - РГЗ: -

Самостоятельная работа: 82

Экзамен: - Зачет: 4

Всего: 150

Новосибирск

2011

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению (специальности): 351500 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.(№ 72 мжд/сп от 10.03.2000)

ЕН.В.2.1, дисциплины по выбору студента

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Прикладная математика протокол № 4 от 28.06.2011

Программу разработал

доцент, к.т.н.

Токарева Марина Георгиевна

Заведующий кафедрой

профессор, д.т.н.

Соловейчик Юрий Григорьевич

Ответственный за основную образовательную программу

профессор, д.т.н.

Попов Александр Александрович

1. Внешние требования

Таблица 1.1

Шифр дисциплины	Содержание учебной дисциплины	Часы
	<p>Концептуальная записка по специальности 010503.65 – «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».</p> <p>Требования к обязательному минимуму содержания учебной дисциплины:</p> <p>Мера Лебега, мера Лебега-Стилтьеса, измеримые функции, сходимость по мере, сходимость почти всюду, функции ограниченной вариации, мера Стилтьеса, интеграл Лебега, интеграл Стилтьеса.</p> <p>Комплексные числа, последовательности и ряды комплексных чисел, функции комплексного переменного, дифференцируемость и интегрирование функций комплексного переменного, ряды Тейлора, конформные отображения.</p>	150

2. Особенности (принципы) построения дисциплины

Таблица 2.1

Особенности (принципы) построения дисциплины

Особенность (принцип)	Содержание
Основания для введения дисциплины в учебный план по направлению или специальности	Решение Ученого совета ФПМИ протокол №3 от 23.04.2007.
Адресат курса	Студенты специальности 010503.65 - "Математическое обеспечение и администрирование информационных систем".
Основная цель (цели) дисциплины	Изучение специальных глав математического анализа: основ теории меры, интеграла Лебега, Стилтьеса, изучение элементов теории функций комплексного переменного, получение навыков использования математического аппарата при решении задач, требующих применения теории меры и теории функций.
Ядро дисциплины	Основы теории меры, интеграла Лебега, Стилтьеса, элементы теории функции комплексного переменного: дифференцируемость и аналитичность, интегрирование функций комплексного переменного, конформные отображения.
Связи с другими учебными дисциплинами основной образовательной программы	Обеспечение последующих дисциплин образовательной программы: уравнения математической физики, теория вероятности, математическая статистика, физика.
Требования к	Для успешного изучения дисциплины студенту необходимо

первоначальному уровню подготовки обучающихся	знать основы математического анализа и алгебры.
Особенности организации учебного процесса по дисциплине	<p>Структурно весь учебный материал курса разбит на 2 модуля:</p> <p>1 - Теория Меры. Интегралы Лебега и Стильеса.</p> <p>2 - Элементы теории функций комплексного переменного.</p> <p>Для повышения качества подготовки и стимулирования заинтересованности студентов при изучении материалов дисциплины используется бально-рейтинговая система. Практическая часть дисциплины содержит практические занятия, написание контрольной работы и выполнение домашних заданий. Студенты применяют теоретические знания для решения задач по различным темам.</p>

3. Цели учебной дисциплины

Таблица 3.1

После изучения дисциплины студент будет

иметь представление	
1	о сходимости по мере и сходимости почти всюду
2	о сигма-аддитивности и абсолютной непрерывности интеграла Лебега
3	о суммируемых по Лебегу функциях
4	о многозначных функциях, точках ветвления
5	о свойствах аналитических в области функций
6	о аналитическом продолжении
7	о римановой поверхности
8	об операционном исчислении
знать	
9	основные определения и понятия теории меры
10	основные понятия, связанные с интегралом Лебега
11	основные понятия, связанные с интегралом Стильтьеса
12	основные определения и понятия теории комплексных чисел
13	основные определения и свойства последовательностей и рядов комплексных чисел
14	основные понятия, связанные с кривыми и областями на комплексной плоскости
15	основные понятия, связанные с непрерывностью и дифференцируемостью функций комплексного переменного, определение и свойства гармонических функций
16	основные понятия, связанные с конформными отображениями
17	основные понятия и теоремы, связанные с интегрируемостью функций комплексного переменного
18	основные понятия и свойства рядов Тейлора
уметь	
19	вычислять меру множеств
20	вычислять интеграл Лебега
21	вычислять интегралы Стильтьеса
22	выполнять основные операции с комплексными числами
23	использовать различные представления комплексных чисел
24	геометрически изображать множества комплексных чисел, удовлетворяющих некоторым соотношениям
25	находить пределы последовательностей комплексных чисел
26	исследовать сходимость рядов комплексных чисел
27	вычислять производные и интегралы комплекснозначной функции действительного переменного
28	определять, является ли функция комплексного переменного дифференцируемой, находить производные функций комплексного переменного, определять, является ли функция гармонической
29	использовать геометрический смысл производной
30	находить образ множества комплексной плоскости при отображениях, осуществляемых элементарными функциями
31	вычислять интегралы от функции комплексного переменного

32	находить разложение функции комплексного переменного в ряд Тейлор
иметь опыт (владеть)	
33	работы с замкнутыми и открытыми множествами
34	работы с интегралом Лебега
35	работы с интегралом Стильеса
36	работы с комплексными числами
37	работы с функциями комплексного переменного

4. Содержание и структура учебной дисциплины

Лекционные занятия

Таблица 4.1

(Модуль), дидактическая единица, тема	Часы	Ссылки на цели
Семестр: 4		
Модуль: Теория Меры. Интегралы Лебега и Стильеса.		
Дидактическая единица: Мера Лебега, мера Лебега-Стильеса, мера Стильеса		
Мера в евклидовом пространстве	2	1, 19, 33, 9
Дидактическая единица: Измеримые функции		
Измеримые и простые функции. Сходимость почти всюду, сходимость по мере	2	10, 20
Дидактическая единица: Функции ограниченной вариации		
Функции ограниченной вариации	2	11, 21, 35
Дидактическая единица: Интеграл Лебега		
Интеграл Лебега	4	10, 2, 20, 3, 34
Дидактическая единица: Интеграл Стильеса		
Интеграл Стильеса	2	11, 21, 35
Модуль: Элементы теории функций комплексного переменного		
Дидактическая единица: Комплексные числа. Последовательности и ряды комплексных чисел		
Комплексные числа (к.ч.) и действия над ними	4	12, 13, 22, 23, 24, 25, 26, 36
Дидактическая единица: Функции комплексного переменного		
Функции комплексного переменного	4	15, 27, 37, 5, 6
Элементарные функции и понятие римановой поверхности	4	15, 37, 4, 7
Гармонические функции	2	15, 37
Дидактическая единица: Дифференцируемость и интегрирование функций комплексного переменного		
Интегрирование функции комплексного переменного	2	17, 31, 37
Дидактическая единица: Преобразование Лапласа		
Дидактическая единица: Ряд Тейлора		

Ряды Тейлора. Степенные ряды	2	18, 32, 37, 5
Элементы операционного исчисления	2	8
Дидактическая единица: Конформные отображения		
Конформные отображения	2	15, 16, 29, 37

Практические занятия

Таблица 4.2

(Модуль), дидактическая единица, тема	Учебная деятельность	Часы	Ссылки на цели
Семестр: 4			
Модуль: Теория Меры. Интегралы Лебега и Стильеса.			
Дидактическая единица: Мера Лебега, мера Лебега-Стильеса, мера Стильеса			
Открытые и замкнутые множества	Изучение свойств открытых и замкнутых множеств. Определение внутренних, граничных, предельных, изолированных точек для заданных множеств.	2	33, 9
Мера множеств	Изучение понятия борелевости множеств. Вычисление меры множеств. Изучение понятия измеримости множеств по Жордану, измеримости множеств по Лебегу.	2	19, 33, 9
Дидактическая единица: Измеримые функции			
Измеримые функции.	Решение задач на изучение понятий сходимости почти всюду, сходимости по мере.	2	10, 33, 9
Дидактическая единица: Интеграл Лебега			
Интеграл Лебега	Определение связи между интегрируемостью по Риману и интегрируемостью по Лебегу. Решение задач на вычисление интеграла Лебега от ступенчатой функции, вычисление интеграла Лебега от функции	4	10, 20, 34

	произвольного вида.		
Дидактическая единица: Интеграл Стильеса			
Интеграл Стильеса.	Вычисление меры Стильеса. Вычисление вариации функции. Разложение функции ограниченной вариации в виде разности двух неубывающих функций. Вычисление интеграла Стильеса.	4	11, 21, 34
Модуль: Элементы теории функций комплексного переменного			
Дидактическая единица: Комплексные числа. Последовательности и ряды комплексных чисел			
Комплексные числа (к.ч).	Изучение основных понятий, связанных с к.ч., решение задач на действия с к.ч. Изучение геометрической интерпретации к.ч. Решение задач на представление к.ч. в тригонометрической, экспоненциальной формах. Использование формулы Эйлера, формулы Муавра.	4	12, 22, 23, 24, 36
Последовательности и ряды комплексных чисел.	Вычисления предела последовательности к.ч. Определение сходимости, абсолютной сходимости рядов к.ч.	2	13, 25, 26, 36
Дидактическая единица: Функции комплексного переменного			
Кривые и области на комплексной плоскости	Решение задач по изучению комплекснозначных функций действительного переменного. Решение задач по изучению дифференцируемости и интегрируемости комплекснозначной	2	14, 27

	функции действительного переменного.		
Элементарные функции	Изучение свойств отображений, построение областей однолиственности.	2	16, 30, 37
Дидактическая единица: Дифференцируемость и интегрирование функций комплексного переменного			
Дифференцируемость функции комплексного переменного	Изучение условия Коши-Римана. Решение задач на геометрический смысл производной. Решение задач на гармонические функции.	2	15, 28, 37
Интегрирование функций комплексного переменного.	Вычисление интегралов от комплекснозначной функции по области, по гладкой кривой. Вычисление интегралов с помощью теорем Коши, интегральной теоремы Коши.	4	17, 31, 37
Дидактическая единица: Ряд Тейлора			
Степенные ряды.	Решение задач на определение области сходимости степенных рядов. Разложение функций комплексного переменного в ряд Тейлора.	4	18, 32, 37

5. Самостоятельная работа студентов

Семестр- 4, Подготовка к зачету

Подготовка к зачету включает в себя самостоятельное решение типовых задач по каждому модулю и подготовку к теоретическому собеседованию по списку вопросов, представленных в пункте 9. На подготовку к зачету студенту отводится 12 часов самостоятельной работы.

Семестр- 4, Контрольные работы

После изучения модуля 1 студенты пишут контрольную работу по темам данного модуля, целью которой является проверка полученных знаний и приобретенных практических навыков вычисления меры множества, интеграла Лебега, интеграла Стильтьеса.

Вариант контрольной работы:

1. Привести пример множества $X \subset \mathbb{R}$, или обосновать его несуществование, если
 а) X - замкнутое, $\mathbb{R} \setminus X$ - открытое; б) X - не открытое, $\mathbb{R} \setminus X$ - не открытое.

2. Для множества $X = -2, -1 \cup \{4\}$ определить (с доказательством) $\bar{X}$, $\text{int } X$.
 Является ли множество открытым, замкнутым (обосновать).

3. Доказать, что если $A \subset B$, то $\bar{A} \subset \bar{B}$

4. Вычислить $\mu_2(A)$, если $A = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, a < x, 0 \leq y < \frac{1}{x^2} \right\}$.

5. Вычислить интегралы Лебега:

а) $\int_{0,1} f(x) d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ 1, & x \in \mathbb{Q} \end{cases}$; б) $\int_{(1,+\infty)} 2^{-[x]} d\mu$

6. Для функций $f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & 0 \leq x < 2 \\ 5, & x = 2 \\ x, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$, $g(x) = x$

а) вычислить полную вариацию $V f, 0, 4$;

б) представить $f(x)$ в виде разности двух неубывающих функций:

$f(x) = m_1(x) - m_2(x)$; нарисовать графики для функций $f(x)$, $m_1(x)$, $m_2(x)$;

в) представить каждую из функций $m_1(x)$ и $m_2(x)$ в виде суммы непрерывной функции $p_i(x)$ и функции скачков $h_i(x)$, $i = 1, 2$; нарисовать графики полученных функций;

г) вычислить интеграл Стильеса $\int_0^4 g(x) df(x)$.

Методические указания для подготовки к контрольной работе и примеры решения типовых задач представлены в методическом пособии Рояк С.Х. "Элементы теории меры. Сборник задач" (см. п.8.1) (электронный ресурс).

На подготовку к контрольной работе студенту отводится 6 часов самостоятельной работы.

Максимальное количество баллов, которое студент может получить при написании контрольной работы по модулю 1, приведено в таблице 5.1:

Таблица 5.1

№ задачи	Количество баллов за контрольную работу										
	1а	1б	2	3	4	5а	5б	6а	6б	6в	6г
баллы	2	2	3	3	3	2	2	2	2	3	2
Всего 26 баллов	26 баллов										

Семестр- 4, Подготовка к занятиям

Подготовка к занятиям включает в себя изучение основных понятий (определений, свойств, теорем) и выполнение домашних заданий по пройденному материалу. При подготовке к занятиям используется литература, представленная в п.7.

При выполнении домашних заданий и при подготовке к контрольной работе по модулю 1 студенты используют методическое пособие Рояк С.Х. "Элементы теории меры. Сборник задач" (см. п.8.1).

В процессе изучения материала модуля 2 студентам выдается домашнее задание, содержащее задачи по следующим темам "Комплексные числа и действия с ними", "Последовательности и ряды комплексных чисел", "Дифференцируемость и интегрируемость функции комплексного переменного", "Элементарные функции", "Степенные ряды". Задания и методические указания к выполнению заданий представлены в пособии "Теория функций комплексного переменного", Бекарева Н.Д. (см. п. 8.1).

На подготовку к занятиям студенту отводится 4 часа самостоятельной работы в неделю. Таким образом, всего в семестре подготовка к занятиям занимает 64 часа (16 недель) самостоятельной работы.

6. Правила аттестации студентов по учебной дисциплине

Для повышения качества подготовки и стимулирования заинтересованности студентов при изучении материалов дисциплины используется бально-рейтинговая система.

Рейтинг студента формируется по каждому модулю и складывается из результатов работы в аудитории, дома и написания контрольной работы согласно таблице 6.1.

Таблица 6.1

Учебная деятельность	Минимальный Балл	Средний балл	Максимальный Балл
Модуль 1 «Теория Меры. Интегралы Лебега и Стильгеса»			
Контрольная работа	10	19	26
Баллы за качественную работу на практических занятиях	5	9	14
Модуль 2 «Элементы теории функций комплексного переменного»			
Домашняя работа	8	14	20
Баллы за качественную работу на практических занятиях	7	13	20
Итого	30	55	80

За каждую правильно решенную задачу в контрольной работе по модулю 1 студент получает баллы, согласно таблице 5.1. Сумма этих баллов определяет рейтинг студента при написании контрольной работы. При этом минимальное количество баллов студент получает, если он набрал 40% от максимального количества, среднее количество баллов – 75 % от максимального количества.

В процессе изучения материала модуля 2 студентам выдается домашнее задание, содержащее задачи по следующим темам "Комплексные числа и действия с ними", "Последовательности и ряды комплексных чисел", "Дифференцируемость и интегрируемость функции комплексного переменного", "Элементарные функции", "Степенные ряды". За выполнение домашнего задания по заданным темам студент получает максимальное количество баллов, если он правильно решил не менее 80% заданий и ответил на вопросы преподавателя. Студент получает среднее количество баллов, если он выполнил не менее 60% заданий и ответил на вопросы преподавателя и минимальное количество – при выполнении не менее 40 % заданий и ответы на вопросы преподавателя.

На каждом практическом занятии студент, выполнивший домашнее задание, может заработать 1 или 2 балла к рейтингу за

- правильное решение задачи у доски;
- грамотные ответы на теоретические вопросы преподавателя;
- быстрое самостоятельное решение задач на протяжении всего занятия;
- оригинальное решение задачи.

Таким образом, по модулю 1 за качественную работу на практических занятиях студент может получить максимум 14 баллов (7 занятий), по модулю 2 – 20 баллов (10 занятий), см. табл. 6.1

Если по контрольной работе по модулю 1 студент получил количество баллов, меньшее минимального количества, указанного в таблице 6.1 по данному модулю, то для получения минимального количества баллов по модулю 1 он обязан в устной форме защитить материал по данной теме, при этом студент допускается к защите контрольной работы при наличии 60% правильно выполненных домашних заданий.

Если по контрольной работе студент получил минимальное количество баллов, при этом он систематически работал в аудитории и имеет 80 % правильно выполненных домашних заданий, то он может повысить свой рейтинг по данной теме до среднего, написав другой вариант контрольной работы по данной теме.

В соответствии с планом ООП проводится зачет в 4-ом семестре.

Студенты, набравшие в семестре 50 баллов, получают зачет автоматически.

К зачету допускаются студенты, набравшие не менее 30 баллов (суммарное количество баллов по каждому модулю в колонке «минимальное количество баллов» табл. 6.1).

Зачет состоит из письменной (практическая часть) и устной (собеседование по теоретическому материалу) частей и включает решение задач по пройденному материалу и ответы на 2 теоретических вопроса: один по модулю 1 и один по модулю 2.

Если в семестре студент набрал максимальное количество баллов по контрольной работе за модуль 1 (26 баллов), то на зачете при написании практической части студент освобождается от решения задач по данному модулю (задачи 1-3 зачетного билета). Если в семестре студент набрал максимальное количество баллов за выполнение домашних работ за модуль 2 (20 баллов), то на зачете при написании практической части студент освобождается от решения задач по данному модулю (задачи 4-8 зачетного билета).

Если в семестре студент набрал максимальное количество баллов только по одному из двух модулей (40 баллов), то на зачете студент освобождается от решения задач по соответствующему модулю (задачи 1-3 зачетного билета для модуля 1, задачи 4-8 зачетного билета по модулю 2) и от собеседования по теоретическому вопросу по соответствующему модулю.

Студенты, набравшие суммарно (за работу в семестре и на зачете) не менее 50 баллов, получают зачет по данной дисциплине.

7. Список литературы

7.1 Основная литература

В печатном виде

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. [В 3 т.]. Т. 1 : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев. - М., 2006. - 703 с. : ил. - Рекомендовано МО.
2. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного : [учебное пособие] / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. - М., 2002. - 688 с. : ил.
3. Волковыский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - М., 2006. - 312 с. : ил. - Рекомендовано МО.
4. Долгих В. Я. Практикум по спецглавам математического анализа (ТФКП ОИ ТВ МС) : учебное пособие / В. Я. Долгих ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2003. - 130 с. : табл., граф.

В электронном виде

1. Долгих В. Я. Практикум по спецглавам математического анализа (ТФКП ОИ ТВ МС) : учебное пособие / В. Я. Долгих ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2003. - 130 с. : табл., граф.

7.2 Дополнительная литература

8. Методическое и программное обеспечение

8.1 Методическое обеспечение

В печатном виде

1. Бекарева Н. Д. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие для 2 курса факультета прикладной математики (направление 510200) / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2000. - 87 с.

В электронном виде

1. Рояк С. Х. Элементы теории меры. Сборник задач [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С. Х. Рояк ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, [2011]. - Режим доступа: http://ciu.nstu.ru/fulltext/unofficial/2012/lib_847_1326130164.pdf. - Загл. с экрана.
2. Бекарева Н. Д. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие для 2 курса факультета прикладной математики (направление 510200) / Н. Д. Бекарева ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2000. - 87 с.. - Режим доступа: http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2000/2000_bekareva.rar

9. Контролирующие материалы для аттестации студентов по дисциплине

Вопросы к зачету

M1 – Теория Меры. Интегралы Лебега и Стильеса.

1. Определение внутренних, граничных, предельных, изолированных точек множества. Открытые и замкнутые множества. Свойства открытых и замкнутых множеств.
2. Мера параллелепипедов, мера элементарных множеств, внешняя мера ограниченных множеств и их свойства.
3. Мера Лебега, мера Жордана, мера Лебега-Стилтьеса и их свойства;
4. Существование неизмеримых по Лебегу множеств. Связь меры Лебега и меры Жордана.
5. Эквивалентные функции, измеримые функции, свойства измеримых функций.
6. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере. Связь между понятиями равномерной сходимости, сходимости почти всюду и сходимостью по мере.
7. Простые функции. Теорема об аппроксимации измеримой функции простыми функциями. Интеграл Лебега для простых функций, свойства интеграла Лебега от простых функций.
8. Интеграл Лебега на множестве конечной меры, свойства интеграла Лебега на множестве конечной меры, σ -аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
9. Интеграл Лебега по множеству бесконечной меры. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Теорема Лебега.
10. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана. Лебеговское разбиение, Лебеговская интегральная сумма. Теорема о пределе лебеговских интегральных сумм.
11. Теорема о связи интеграла Римана и интеграла Лебега для ограниченной функции.
12. Функция суммируемая по Лебегу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Лебегу.
13. Монотонные функции, функция скачков. Теорема о разложении монотонной неубывающей функции.
14. Функции ограниченной вариации, свойства функций ограниченной вариации. Теорема Жордана.
15. Сингулярные функции. Теорема о представлении функции ограниченной вариации в виде суммы функции скачков, абсолютно непрерывной функции и сингулярной функции.
16. Мера Стильеса. Производящая функция, дискретная мера, абсолютно непрерывная мера, сингулярная мера.
17. Интеграл Лебега-Стилтьеса, интеграл Лебега-Стилтьеса для функции скачков, абсолютно непрерывной функции.
18. Интеграл Римана-Стилтьеса, нижние и верхние и интегральные суммы Дарбу-Стилтьеса, свойства интегральных сумм.
19. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
20. Свойства интеграла Римана-Стилтьеса. Предельный переход под знаком интеграла Стильеса.

M2 – Элементы теории функций комплексного переменного.

21. Комплексные числа, действия с комплексными числами, различные формы представлений комплексных чисел.
22. Формула Эйлера, формула Муавра. Комплексная плоскость и расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция.
23. Предел последовательности и ряды комплексных чисел, свойства сходящихся последовательностей и рядов, критерий Коши, теорема Вейерштрасса. Последовательность, сходящаяся к ∞ .

24. Пути и кривые на комплексной плоскости. Области на комплексной плоскости. Односвязная область на комплексной плоскости.
25. Функции комплексного переменного. Однолистные функции. Непрерывные функции. Свойства непрерывных функций.
26. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Аналитическая функция.
27. Дифференцируемость, условия Коши-Римана. Производные комплекснозначной функции. Геометрическая и гидродинамическая интерпретация производной комплекснозначной функции.
28. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интегралов. Теорема Коши. Интегральная теорема Коши.
29. Элементарные функции. Их области однолиственности, ветви многозначных функций, точки ветвления. Примеры.
30. Линейные преобразования плоскости. Основные свойства линейных преобразований. Ортогональные преобразования. Конформные отображения. Основные свойства конформных отображений. Примеры.
31. Гармонические функции. Уравнение Лапласа. Свойства гармонических функций. Сопряженная гармоническая функция. Теорема о среднем для гармонических функций.
32. Регулярные функции. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Представление аналитической функции рядом Тейлора. Равномерная сходимость ряда Тейлора.
33. Оригинал и его изображение, преобразование Лапласа. Свойства преобразования Лапласа.
34. Оригинал и его изображение. Свойства оригинала и изображения. Восстановление оригинала по его изображению.

Вариант зачетного билета (4 семестр):

1. Для последовательности функций $f_n(x, y): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ определить такую функцию $g(x, y): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$, для которой $f_n(x, y) \rightarrow g(x, y)$ почти всюду относительно меры Лебега μ_2 на $\mathbb{R}^2$, если $f_n(x, y) = x + e^{-n(x^2+y^2)}$.
2. Вычислить интеграл Лебега:
 - а) $\int_{0,1} f(x) d\mathcal{M}_1$, если $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \in \mathbb{Q}, \\ \sin x, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$, б) $\int_{(4,+\infty)} 3^{-|x|} d\mathcal{M}_1$
3. Для функций $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & 0 \leq x < 2 \\ -2, & x = 2 \\ 5 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$, $g(x) = x^2$ вычислить интеграл Стильеса $\int_0^5 g(x) df(x)$.
4. При каких значениях α сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 + 1^{-\alpha} e^{i/n}$.
5. Показать, что функция $u = x^2 + 2x - y^2$ является гармонической.
6. Вычислить а) $\int_C \frac{e^z dz}{z^2 + 2z}$, если $C - |z|=1$; б) $\int_C (2 + i\bar{z}) dz$, если C – прямая, соединяющая точки $z_1=1, z_2=2i$ по ломаной $z_1 z_3 z_2$, где $z_3=1+i$.
7. Разложить функцию $f(z) = \ln \frac{2+z}{1-z}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$.

8. Найти образ множества $E: |z| = 2$ при отображении $\omega = \frac{z}{z+1}$.

Конкретизация учебных целей

Таблица 9.1

Номера вопросов	Номера целей	Уровень целей
1	9, 19	«знать», «уметь»
2	10, 20, 34	«знать», «уметь», «иметь опыт»
3	11, 21, 35	«знать», «уметь», «иметь опыт»
4	12, 13, 25, 26, 36	«знать», «уметь», «иметь опыт»
5	15, 27, 37	«знать», «уметь», «иметь опыт»
6	17, 31, 37	«знать», «уметь», «иметь опыт»
7	18, 32, 37	«знать», «уметь», «иметь опыт»
8	15, 16, 30, 37	«знать», «уметь», «иметь опыт»

Количество баллов за практическую и теоретическую часть зачетного билета

Таблица 9.2

№	Практическая часть										Теоретическая часть	
	1	2а	2б	3	4	5	6а	6б	7	8	Вопрос 1	Вопрос 2
баллы	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3
Максимальное количество баллов - 20	14 баллов										6 баллов	