Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

"УТВЕРЖДАЮ"

Начальник ОПКВК

_____ В.П.Драгунов

"03" января 2022 г.

Докторантура и аспирантура

П Р О Г Р А М М А
кандидатского экзамена

по специальности 1.2.2 "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ"

(Основная программа и дополнительная программа)

Новосибирск

2022

Индекс в учебном плане: _____

Программа обсуждена на заседании ученого совета факультета прикладной математики и информатики НГТУ

протокол № 12 от 28.11. 2022 г.

Дополнительную часть программы разработал

заведующий кафедрой "Прикладная математика",

д.т.н., профессор _____ **(Соловейчик Ю.Г.)**

профессор кафедры "Прикладная математика",

д.т.н., профессор _____ **(Рояк М.Э.)**

профессор кафедры "Прикладная математика",

д.т.н., профессор _____ **(Персова М.Г.)**

Декан ФПМИ,
д.т.н., доцент _____ **(Тимофеев В.С.)**

Ответственный за основную
образовательную программу

д.т.н., профессор _____ **(Соловейчик Ю.Г.)**

Часть 1. ОСНОВНАЯ ПРОГРАММА

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы

и комплексы программ»

по физико-математическим и техническим наукам

Введение

В основе настоящей программы лежит материал курсов: функциональный анализ, математическая физика, теория вероятностей, математическая статистика, численные методы.

Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

1. Математические основы

Элементы теории функций и функционального анализа. Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана—Банаха. Линейные операторы. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы.

Экстремальные задачи. Выпуклый анализ. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимакс. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.

Теория вероятностей. Математическая статистика. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

2. Информационные технологии

Принятие решений. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.

Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

3. Компьютерные технологии

Численные методы. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа.

Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

4. Методы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей

Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

Задачи редукции к идеальному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.

Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

Основная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
3. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1984.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 1997.
7. Математическое моделирование / Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. М.: Изд-во МГУ, 1993.
8. Лебедев В.В. Математическое моделирование социально-экономических процессов. М.: ИЗОГРАФ, 1997.
9. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.
10. Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М.: Физматлит, 2002.

Дополнительная литература

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
2. Пытьев Ю.П. Математические методы анализа эксперимента. М.: Высш. школа, 1989.
3. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. М.: Физматлит, 2000.
4. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. М.: Наука, 1972.
5. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Изд-во МГУ, 1984.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972.

Часть 2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

1. Математические модели

1.1. Понятие математической модели. Примеры моделей. Адекватность моделей. Подобие и верификация моделей.

1.2. Модели в виде графов. Основные понятия теории графов и операции над графами. Бинарные отношения и графы. Маршруты, цепи и циклы. Оптимизационные задачи на графах (например, задачи о коммивояжере). Представление графов в компьютере.

1.3. Краевые задачи, описывающие стационарные температурные поля. Неразрывность теплового потока. Структура теплового поля в задачах с разрывным коэффициентом теплопроводности. Краевые условия, их физический смысл. Поверхностные и объёмные источники тепла. Начально-краевые задачи, описывающие нестационарные температурные поля. Нелинейные задачи теплопроводности.

1.4. Математические модели электромагнитных полей. Уравнения Максвелла. Понятия "сторонние токи", "токи смещения". Связь магнитного и электрического полей в уравнениях Максвелла. Описание магнитного поля с использованием вектор-потенциала. Возможность использования скалярного потенциала для описания магнитного поля. Источники электрического и магнитного поля. Описание стационарных электрических полей в проводящих средах. Электрические поля в задачах электростатики. Трехмерные задачи магнитостатики. Полный и неполный скалярный магнитный потенциал.

1.5. Математические модели, описывающие течения жидкости и газа. Уравнения Навье-Стокса. Понятие ламинарного и турбулентного течений.

1.6. Применение интегральных уравнений для математического моделирования различных физических процессов.

2. Численные методы линейной алгебры

2.1. Нормы векторов и согласованные с ними нормы матрицы. Число обусловленности невырожденной матрицы. Число обусловленности симметричной положительно определенной матрицы. Погрешность решения СЛАУ. Оценка относительной погрешности решения СЛАУ через ее невязку и число обусловленности.

2.2. Итерационные методы решения СЛАУ, их характерные признаки. Метод Якоби (метод простой итерации). Условия сходимости метода Якоби. Метод Гаусса-Зейделя. Метод релаксации. Метод блочной релаксации. Итерационные методы, основанные на минимизации функционала.

2.3. Прямые методы решения СЛАУ, их характерные признаки. Метод Гаусса. Выбор главного элемента в методе Гаусса. Компактная схема метода Гаусса (LU-разложение), ее преимущество при решении многих СЛАУ с одной матрицей и различными правыми частями. Метод прогонки для решения СЛАУ с трехдиагональными матрицами. Метод Холесского (метод квадратного корня) для решения СЛАУ с симметричными матрицами.

2.4. Метод сопряженных градиентов, его особенности. Предобусловливание в методе сопряженных градиентов. Предобусловливание, основанное на неполном разложении Холесского.

2.5. Итерационные методы решения СЛАУ с несимметричными матрицами, основанные на использовании подпространства Крылова. GMRES, BCG, BCGSTAB.

2.6. Итерационные методы решения СЛАУ с комплексными матрицами: обобщение метода сопряженных градиентов (COCG), обобщение метода сопряженных невязок (COCR), комлексная локально оптимальная схема, GMRES для комплексных СЛАУ.

2.7. Ускорение сходимости итерационных методов за счёт предобусловливания. Схемы предобусловливания. Схема сглаживания невязки.

2.8. Обобщенное решение (псевдорешение) СЛАУ с прямоугольными или квадратными вырожденными матрицами. Нормальное псевдорешение. Метод регуляризации А.Н.Тихонова нахождения нормального псевдорешения.

2.9. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод. Метод обратных степеней.

2.10. Полная проблема собственных значений. Использование преобразования подобия для решения полной проблемы собственных значений. Приведение симметричной матрицы к трехдиагональному виду с использованием преобразований вращения (Гивенса) и отражения (Хаусхолдера). Метод последовательностей Штурма для локализации собственных значений симметричной трехдиагональной матрицы. Основные идеи LR-алгоритма и QR-алгоритма решения полной проблемы собственных значений для несимметричных матриц.

3. Интерполяция, численное интегрирование функций и систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

3.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяция с использованием сплайнов. Одномерный кубический сплайн с непрерывной первой и второй производными. Кусочно-кубическая интерполяция со сглаживанием.

3.2. Численное интегрирование одномерных функций. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол (Симпсона). Основные принципы построения квадратурных формул Гаусса. Правило Рунге практической оценки погрешности численного интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.

3.3. Интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием метода Эйлера, метода прогноза и коррекции, методов Рунге-Кутта и методов Адамса различных порядков. Преимущества и недостатки методов Рунге-Кутта и Адамса одинаковых порядков. Применение правила Рунге для оценки погрешности приближенного решения. Уточнение решения по Ричардсону. Проблема жесткости систем обыкновенных дифференциальных уравнений и возможные пути ее решения.

3.4. Методы простой итерации, половинного деления, секущих, хорд и Ньютона решения нелинейных уравнений. Квадратичная сходимость метода Ньютона. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.

4. Численные методы решения задач математической физики

4.1. Принципы аппроксимации краевых задач на прямоугольных сетках с использованием метода конечных разностей. Понятие разностной схемы. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностной схемы, их взаимосвязь.

4.2. Явные и неявные схемы аппроксимации начально-краевых задач. Условия устойчивости явных схем при решении начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типа.

4.3. Численные методы решения задач математической физики, основанные на аппроксимации балансных соотношений (метод конечных объёмов).

4.4. Использование вариационных и проекционных методов при решении краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Методы Ритца, Галеркина, коллокаций, наименьших квадратов. Понятия базисных и тестовых функций в этих методах.

4.5. Метод конечных элементов (МКЭ). Выбор базиса МКЭ. Финитные функции. Сборка из локальных матриц. Конечномерные пространства. Энергетическая норма. Оценка погрешности решения в МКЭ.

4.6. Повышение порядка аппроксимации в МКЭ. Квадратичный базис. Кубический базис. Точность и вычислительные затраты. Одномерные лагранжевы и эрмитовы элементы, структуры конечноэлементных матриц.

4.7. Двумерные конечные элементы. Билинейные, биквадратичные, бикубические эрмитовы и лагранжевы элементы. Нумерация узлов, сборка глобальной матрицы, её структура.

4.8. Конечные элементы на симплексах. L-координаты, их использование при вычислении интегралов. Квадратичные элементы на треугольниках, нумерация узлов, построение портрета. Конечные элементы на несогласованных сетках.

4.9. Трёхмерные задачи. Трилинейные, триквадратичные, трикубические элементы. Конечные элементы на тетраэдрах, призмах. Смешанные конечные элементы.

4.10. Векторный метод конечных элементов.

4.11. Особенности применения МКЭ для решения нелинейных задач. Использованием нижней релаксации для улучшения сходимости процесса решения нелинейной задачи. Применение метода Ньютона для решения нелинейных конечноэлементных систем уравнений.

4.12. Особенности СЛАУ, получающихся при конечно-разностной и конечноэлементной аппроксимации краевых задач. Форматы хранения матриц таких СЛАУ при использовании прямых и итерационных методов их решения (профильная форма хранения, разреженный строчный формат и др.).

4.13. Применение сеточных методов для решения интегральных уравнений. Структура матриц СЛАУ, получающихся в результате аппроксимации на сетках интегральных уравнений.

4.14. Проблема построения сеток. Двумерные триангуляции. Триангуляция Делоне, алгоритмы её построения. Достоинства и недостатки триангуляции Делоне и алгоритмов её построения. Фронтальные алгоритмы построения сеток. Трёхмерные сетки. Способы описания двумерной и трёхмерной геометрии расчётной области.

4.15. Структуры данных метода конечных элементов. Хранение информации о сетке, краевых условиях. Учёт условий симметрии задачи. Структура конечноэлементных пакетов. Препроцессоры и постпроцессоры.

5. Методы оптимизации

5.1. Общая постановка задачи математического программирования. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственная задача линейного программирования.

5.2. Дискретное программирование. Математические модели задач дискретного программирования. Метод отсекающих плоскостей. Метод ветвей и границ. Задачи оптимизации на графах.

5.3. Нелинейное программирование. Классические безусловные методы нахождения экстремума. Задачи с ограничениями. Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна-Такера. Поисковые методы оптимизации.

6. Элементы программирования при реализации численных методов

6.1. Модульное и объектно-ориентированное программирование. Основные отличия языков модульного и объектно-ориентированного программирования.

6.2. Длина слова и округление. Вычислительные затраты. Оптимизация вычислений по памяти и времени. Использование информации об архитектуре системы (кэш-память, процессор, сопроцессор и т.п.) для оптимизации вычислений.

6.3. Оценка погрешности арифметических операций. Погрешность вычисления математических функций. Накопление погрешности. Оценка погрешности результата. Вычисление скалярного произведения векторов.

6.4. Динамическое и псевдодинамическое распределение памяти при работе с матрицами большой размерности. Программная реализация хранения матриц в ленточном, профильном и разреженном строчном форматах. Портрет матрицы, алгоритмы его построения. Алгоритм умножения n-диагональных и разреженных матриц на вектор с учётом формата хранения матрицы. Особенности реализации разложения

Холесского или *LU*-разложения для в профильном формате и неполного разложения Холесского или неполного *LU*-разложения для матриц в разреженном строчном формате.

7. Операционные системы и комплексы программ

7.1. Операционные системы: назначение, выполняемые функции. Современные и перспективные операционные системы.

7.2. Комплексы прикладных программ. Формы построения комплексов прикладных программ: библиотека, пакет прикладных программ (ППП), диалоговая система.

7.3. Программные комплексы для решения задач математической физики. Структура программного комплекса. Требования к пре- и постпроцессорам. Способы и средства задания исходных данных и визуализации результатов.

Список литературы

Основной список

1. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения : учебное пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. – М. : ОНИКС 21 век , 2005. – 430 с.
2. Вычислительная линейная алгебра : учебное пособие для вузов / В. М. Вержбицкий.- М. : Высш. шк., 2009. -351 с. ISBN: 978-5-06-005829-1
3. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач : учеб. пособие / Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, М.Г. Персова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 896 с. («Учебники НГТУ»).
4. Методы конечноэлементного анализа: конспект лекций / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2015. - 204 с.- 120 экз. - ISBN 9785778225978.
5. Современные компьютерные технологии : конспект лекций / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, П. А. Домников. - Новосибирск : НГТУ, 2014. - 80 с.
6. Методы и алгоритмы восстановления трехмерной структуры проводимости и поляризуемости среды по данным электромагнитных зондирований на основе конечноэлементного 3D-моделирования / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Г. М. Тригубович, М. Г. Токарева // Физика Земли. - 2013. – № 3. – С. 30–45. В свободном доступе в разделе «Теоретические материалы» электронного учебно-методического комплекса по курсу «Принципы разработки программных комплексов для решения задач математической физики»: http://dispace.edu.nstu.ru/didesk/file/get/231022.
7. Компьютерное моделирование геоэлектромагнитных полей в трехмерных средах методом конечных элементов / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Г. М. Тригубович // Физика Земли. – 2011. – Т. 47. – № 2. – С. 3–14. В свободном доступе в разделе «Теоретические материалы» электронного учебно-методического комплекса по курсу «Принципы разработки программных комплексов для решения задач математической физики»: http://dispace.edu.nstu.ru/didesk/file/get/169994.
8. Операционные системы. Параллельные и распределенные системы / Джин Бэкон, Тим Харрис ; [пер. с англ. О. Здир]. -Санкт-Петербург [и др.] : Питер , 2004. - 799 с.
9. Современные операционные системы: учебное пособие / С. В. Назаров, А. И. Широков. - М. : Интернет-Университет информационных технологий : Бином. Лаборатория знаний, 2011. - 279 с.
10. Современные операционные системы / Э. Таненбаум ; [пер. с англ. Н. Вильчинский, А. Лашкевич]. - СПб. [и др.] : Питер, 2011. - 1115 с.

Дополнительный список

1. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. - М.: Мир, 1999. - 548 с.
2. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. - М.: Мир, 1986. - 318с.
3. Ильин В.П. Методы и технологии конечных элементов. Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 2007.
4. Кулон Ж.-Л., Сабоннадьер Ж.-К. САПР в электротехнике. - М.: Мир, 1988. - 208 с.
5. Лаевский Ю.М. Метод конечных элементов. - Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999.- 165с.
6. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
7. Митчел Э., Уэйт Р. Методы конечных элементов для уравнений с частными производными. - М.: Мир, 1981. - 216 с.
8. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. - М.: Мир, 1991. - 367 с.
9. Ортега Дж., Пул У . Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. : М.: Наука, 1986. – 288с.
10. Сабоннадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л. Метод конечных элементов и САПР: Пер. с франц. – М.: Мир, 1989. – 190с.
11. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432с.
12. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для инженеров-электриков. - М.: Мир, 1986. – 229 с.
13. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. – М.: Мир, 1981. - 408с.
14. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 536с.