

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий отделом подготовки  
кадров высшей квалификации



*В.П. Драгунов*  
В.П. Драгунов

*11 февраля*  
"11" февраля 2022 г.

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

1.1.5 - Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

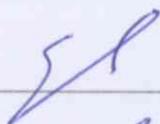
Новосибирск  
2022

Программа утверждена на заседании учёного совета факультета прикладной математики и информатики, протокол № 2 от 22.02.2022 г.

Программу разработали

Зав. кафедрой АиМЛ,

д.ф.-м.н., доцент

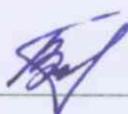
  
\_\_\_\_\_ (С.В. Судоплатов)

д.ф.-м.н., доцент

  
\_\_\_\_\_ (С.В. Судоплатов)

Декан ФПМИ,

д.т.н., доцент

  
\_\_\_\_\_ (В. С. Тимофеев)

Ответственный за основную  
образовательную программу

Зав. кафедрой АиМЛ,

д.ф.-м.н., доцент

  
\_\_\_\_\_ (С.В. Судоплатов)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.
2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Теорема Д.Ф.Егорова. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
4. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
6. Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.
8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.
10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
11. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.
13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.
14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.
15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.
16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
17. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.
18. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

## Список литературы

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии / П.С.Александров. - М.: Наука, 1985.
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И.Арнольд. - Ижевск РХД, 2000.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С.Владимиров, В.В. Жаринов. - М.: Физматлит, 2003.
4. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин. - М.: Физматлит, 2006.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л.Д.Кудрявцев. - М.: Высшая школа, 1985.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры /А.Г.Курош. - М.: Лань, 2007.

7. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры / А.И.Мальцев. - М: Лань, 2009.
8. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. / А.И.Маркушевич. - М: Наука, 1978.
9. Никольский СМ. Курс математического анализа. В 2 т. / С.М.Никольский, - М.: Физматлит, 2001.
10. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / И.Г.Петровский. - М.: Наука, 1984.
11. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г.Петровский. -М.: Наука, 1970.
12. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С.Понтрягин. - М.: Наука, 1974.
13. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И.И.Привалов. - М.Лань, 2009.
14. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия / П.К.Рашевский. - М.: Ш88, 2008.
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. / В.Феллер. - М.: Мир, 1984.
16. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А.Боровков. -М.гФизматлит. 2007.

### **СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

1. Парадоксы наивной теории множеств. Аксиоматическая теория множеств. Аксиома выбора. Вполне упорядоченные множества и теорема Цермело. Лемма Цорна. Континуум-гипотеза.
2. Логика высказываний. Исчисление высказываний, его непротиворечивость и полнота.
3. Логика предикатов первого порядка: язык, интерпретации, модели. Исчисление предикатов. Теорема о существовании модели. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов первого порядка. Теорема компактности.
4. Элементарная эквивалентность. Теоремы Левенгейма-Скулема. Элементарные теории. Полные теории. Типы. Основные классы моделей. Категоричные в данной мощности теории. Разрешимые теории. Категоричность в счетной мощности теории плотного порядка без первого и последнего элементов. Нестандартные модели арифметики.
5. Общее понятие алгоритма. Варианты формализации понятия алгоритма. Универсальный алгоритм. Вычислимые функции, перечислимые и разрешимые множества. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Теорема Райса.
6. Теорема Геделя о неполноте формальной арифметики. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.
7. Время и память как меры сложности вычислений. Классы P, NP и PSPACE. Полиномиальная сводимость. NP-полные проблемы.

### **АЛГЕБРА**

8. Основные алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями (группы, полугруппы, ассоциативные кольца, кольца и алгебры Ли) и их подсистемы.
9. Смежные классы группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы и классы сопряженных элементов. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.
10. Теоремы Силова. Центр и коммутант группы. Простые, разрешимые и нильпотентные группы.

11. Задание групп образующими элементами и определяющими соотношениями. Алгоритмические проблемы для конечно-определенных групп.
12. Конечные поля. Поля алгебраических чисел.
13. Конечно-порожденные модули над кольцами главных идеалов и конечно-порожденные абелевы группы. Теория жордановой нормальной формы.
14. Нетеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе.
15. Представления групп. Теорема Кэли. Лемма Шура. Теорема Машке.
16. Характеры представлений, Определяемость представления своим характером. Представления конечных групп.

### ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

17. Теорема о разложении целых чисел в произведение простых сомножителей. Важнейшие арифметические функции.
18. Сравнения, их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.
19. Сравнения с одной неизвестной величиной.
20. Сравнения второй степени. Квадратичный закон взаимности. Первообразные корни и индексы.
21. Сравнения высших степеней.

### Список литературы

1. Ершов Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л.Ершов, Е.Л.Палотин. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
2. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции / А.И.Мальцев. - М.: Наука, 1987.
3. Мальцев А.И. Алгебраические системы / А.И.Мальцев. - М.: Наука, 1970.
4. Мендельсон Э. Введение в математическую логику / Э.Мендельсон. - М.: Наука, 1984.
5. Новиков П.С. Элементы математической логики / П.С.Новиков. - М.: Наука, 1983.
6. Судоплатов С.В. Дискретная математика / С.В.Судоплатов, Е.В.Овчинникова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010.
7. Судоплатов С.В. Математическая логика и теория алгоритмов / С.В.Судоплатов, Е.В.Овчинникова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010.
8. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра / Б.Л.Ван дер Варден. - М.: Наука, 2004.
9. Кострикин А.И. Введение в алгебру / А.И.Кострикин. - М.: Физматлит, 2004.
10. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия / А.И.Кострикин. Ю.И.Манин. - М. Лань, 2008.
11. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г.Курош. - М.: Лань, 2007.
12. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры / А.И.Мальцев. - М.: Лань, 2009.
13. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры / Л.А.Скорняков. - М.: Наука, 1983.
14. Ленг С. Алгебра / С.Ленг. - М.: Мир, 1968.
15. Каргаполов М.И. Основы теории групп / М.И.Каргаполов, Ю.И.Мерзляков, - М.: Лань, 2007.
16. Борович З.И. Теория чисел / З.И.Борович, И.Р.Шафаревич. - М.: Наука, 1985.
17. Виноградов И.М. Основы теории чисел / И.М.Виноградов. - М.: Лань, 2006.
18. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел / А.А.Карацуба. - М.: Наука, 1983.
19. Серр Ж.-П. Курс арифметики / Ж.-П.Серр. - М.: Мир, 1972.

### КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

На вступительном экзамене поступающему предлагаются 3 вопроса. За один раскрытый вопрос выставляется оценка «удовлетворительно», за два вопроса – «хорошо», за три вопроса – «отлично». В противном случае ставится оценка «неудовлетворительно».