

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



Тесёлкин Александр Александрович

**МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ И СТАТИСТИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ МАТРИЦ
ТРАНСПОРТНЫХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ**

Специальность: 05.13.17 – Теоретические основы информатики

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Хабаров Валерий Иванович

Новосибирск – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ ИДЕНТИФИКАЦИИ РАВНОВЕСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ МОДЕЛЕЙ	15
1.1 Основные подходы в транспортном моделировании	15
1.2 Транспортная сеть и ее представления.....	24
1.3 Задача поиска равновесных потоков в транспортной сети	33
1.4 Матрица корреспонденций	40
1.5 Выводы	48
2 МОДЕЛИ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТРАНСПОРТНЫХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ	49
2.1 Классификация моделей наблюдения за транспортными потоками.....	49
2.2 Марковская модель транспортных корреспонденций	53
2.3 Методы оценки корреспонденций для различных моделей наблюдения	58
2.4 Выводы	70
3 МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ	71
3.1 Постановка задачи планирования наблюдений за потоками в транспортной сети.....	71
3.2 Классический подход к задаче планирования наблюдений за потоками в транспортной сети	73
3.3 Байесовский подход к задаче планирования наблюдений за потоками в транспортной сети	77
3.4 Выводы	85
4 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ И ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ТРАНСПОРТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	87

4.1	Примеры применения методов оценки корреспонденций на различных сетях.....	87
4.2	Рекомендации по практическому применению методов оценки корреспонденций и планирования наблюдений на реальных транспортных сетях	101
4.3	Описание разработанных транспортных моделей	104
4.4	Выводы	125
5	ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЕЙ	126
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	134
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	136
	ПРИЛОЖЕНИЕ А ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА - ПРОТОТИП ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПАССАЖИРСКИМ КОМПЛЕКСОМ ГОРОДА И ЕГО АГЛОМЕРАЦИИ.....	147
	ПРИЛОЖЕНИЕ Б СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ.....	157
	ПРИЛОЖЕНИЕ В АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ	158

ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние и актуальность темы исследования. Для эффективного стратегического и оперативного управления транспортным комплексом крупных городов, агломераций и регионов в современных условиях требуются системы поддержки принятия решений. Подобными системами являются интеллектуальные транспортные системы (ИТС). В контексте перехода России к цифровой экономике, разработка ИТС является приоритетной задачей для многих мегаполисов страны. В основе интеллектуальных транспортных систем лежит *математическая транспортная модель*, которая должна корректно описывать транспортную ситуацию в исследуемой области. Таким образом, ключевой задачей представляется идентификация параметров транспортной модели. Основной характеристикой модели является *матрица корреспонденций*, которая определяет объем поездок между всеми точками сети.

Центральной задачей разработки транспортной модели является определение равновесного состояния транспортной системы, т.е. задача о распределении потоков в сети, которая предполагает два основных этапа. На первом этапе оценивается одна, или несколько *матриц корреспонденций* на основе исходных данных о транспортном потоке и его поведении. Второй этап заключается в распределении матриц корреспонденций на *граф транспортной сети* (или *транспортный граф*), т.е. в решении задачи о поиске транспортных потоков или *задачи транспортного равновесия*.

Задача транспортного равновесия может быть сведена к оптимизационной задаче, в которой ограничения накладываются в зависимости от значений элементов матрицы корреспонденций. С основными исследованиями в этой области можно ознакомиться в работах В.И. Швецова и коллектива авторов под редакцией А.В. Гасникова [1, 2]. За последние полвека было разработано множество методов решения оптимизационной задачи транспортного равновесия [3-7].

Ограничения к оптимизационной задаче при построении математической транспортной модели определяются элементами матрицы корреспонденций. Проблема построения матрицы корреспонденций заключается как в сложности имеющихся алгоритмов, так и в достоверности используемой информации. Наиболее известными являются гравитационные и энтропийные методы, предложенные еще во второй половине XX века [8-10], обзор современных модификаций этих методов также представлен в уже упомянутой работе В.И. Швецова [1]. Эти методы предполагают использование косвенной ненаблюдаемой информации об объемах транспортного потока на основе социально-экономических статистических показателей и информации о транспортной подвижности населения, получаемой из данных опросов.

Второй класс методов образуют статистические методы оценки матриц корреспонденций из данных наблюдений за интенсивностями транспортных потоков. В мировой литературе подобные методы появились 20-40 лет назад в работах P. Robillard, H.J. Van Zuylen, L.G. Willumsen и Y. Vardi [11-13] и обозначаются термином сетевая томография (network tomography). Стоит отметить, что эти методы вызывают интерес не только в транспортных, но и в компьютерных сетях. Статистические методы оценки матриц корреспонденций, по большей части, основаны на методах моментов, максимального правдоподобия и байесовских методах. Байесовские методы могут быть более перспективными согласно работам С. Tebaldi и М. West [14], а также L.M. Hazelton и В. Li [15, 16]. Обзор последних достижений представлен в работах S. Bera и K.V. Krishna Rao [17] и работе L.M. Hazelton [18]. В отечественной литературе вопрос исследован недостаточно полно, некоторые результаты представлены в диссертационной работе Р.Ю. Лагерева [19]. В отдельную группу можно выделить методы, основанные на марковских свойствах транспортных корреспонденций [20, 21]. На данный момент в литературе известны только применение «марковских» методов для оценки корреспонденций маршрутного транспорта [22] и для определения недостающих наблюдений [23]. В работе Ц. Ли, Д. Джаджа и А. Зельнера [24] рассмотрены вопросы оценки параметров марковских процессов по

агрегированным рядам, которые нашли интерпретацию применительно к задачам расчета корреспонденций на сетях. Развитие этих методов для различных состояний видится перспективным направлением исследований, так как они позволят существенно расширить инструментарий оценки корреспонденций. В целом, стоит отметить, что транспортная проблематика является актуальной темой для применения статистики случайных процессов.

Статистические методы оценки предполагают наличие наблюдений за транспортным потоком. Однако сбор данных является дорогостоящим мероприятием, поэтому возникает задача планирования наблюдений. В статьях Н. Yang и J. Zhou [25] был предложен класс задач, получивший название «traffic counting location (TCL) problem». Авторы сформулировали 4 основных принципа для планирования наблюдений, в которых предполагается наличие у исследователя информации о возможных путях движения, что требует дополнительную (экспертную) информацию, выраженную в матрицах назначения. В последнее время было предложено несколько методов, направленных на решение этой проблемы. Обзор основных работ представлен у L.P. Gan, Н. Yang и S.C. Wong [26]. Некоторые результаты по планированию наблюдений для марковского представления транспортной сети опубликованы в работах автора данной диссертационного исследования [27, 28]. Для планирования наблюдений применялись классические методы теории оптимального планирования эксперимента.

Таким образом, применительно к задачам транспортного моделирования интерес представляет развитие методов оценки матриц корреспонденций по наблюдениям за транспортным потоком и задача оптимального планирования этих наблюдений.

Цели и задачи исследования. Основной целью диссертационного исследования является разработка методов планирования наблюдений и оценки матриц корреспонденций по наблюдениям за потоками в транспортных графах и последующее их применение в задачах транспортного моделирования.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- 1) Выполнить классификацию моделей наблюдений за потоками в графе транспортной сети и соответствующих методов оценки матриц корреспонденций.
- 2) Разработать новый метод оценивания корреспонденций для определенной модели наблюдения.
- 3) Сформулировать задачу планирования наблюдения для оценки корреспонденций в транспортном графе и разработать методы решения поставленной задачи.
- 4) Применить новые методы оценки корреспонденций и планирования наблюдений на тестовых и реальных транспортных сетях.
- 5) Разработать программный продукт для моделирования и анализа транспортных сетей с реализацией предложенных методов.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использованы методы математического моделирования транспортных потоков [1-7, 29-33], методов оптимизации, а также теории графов [34,35], математической статистики [36-38] и марковских процессов [39-44], теории оптимального планирования экспериментов [43-52].

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- 1) предложена классификация моделей наблюдения за транспортными потоками;
- 2) разработан метод оценки матрицы корреспонденций на основе анализа параметров соответствующих марковских моделей при наличии наблюдений за транспортными потоками;
- 3) поставлена и решена задача планирования наблюдений за потоками в транспортном графе для оценки корреспонденций;
- 4) разработан метод решения задачи планирования наблюдений за потоками в транспортном графе на основе оценок максимального правдоподобия;

5) разработан метод решения задачи планирования наблюдений за потоками в графе на основе байесовских оценок.

Положения, выносимые на защиту:

- 1) Классификация моделей наблюдения за потоками в транспортном графе.
- 2) Метод оценки матрицы корреспонденций на основе анализа параметров соответствующих марковских моделей при наличии наблюдений за транспортными потоками.
- 3) Метод решения задачи планирования наблюдений за потоками в транспортном графе на основе оценок максимального правдоподобия для оценивания корреспонденций.
- 4) Метод решения задачи планирования наблюдений за потоками в транспортном графе на основе байесовских оценок для оценивания корреспонденций.

Личный творческий вклад автора в совместных публикациях заключается в:

- систематизации свойств транспортного графа, необходимых для применения в задачах транспортного моделирования;
- исследовании, формализации и классификации моделей наблюдения за транспортными потоками;
- разработке метода оценки корреспонденций на основе анализа параметров соответствующих марковских моделей при наличии наблюдений;
- разработке метода решения задачи планирования наблюдений в транспортном графе на основе оценок максимального правдоподобия;
- разработке и исследовании байесовского подхода к решению задачи планирования наблюдений в транспортном графе;
- создании математических транспортных моделей г. Новосибирска, Новосибирской агломерации и Новосибирской области;

- разработке логической и алгоритмической части программного обеспечения для моделирования и анализа транспортных сетей.

Практическая ценность работы заключается в разработанных методах оценки корреспонденций, которые основаны на наблюдениях, что позволяет применять их как для вычисления отдельных матриц корреспонденций, так и для калибровки транспортных моделей. Разработанная постановка и методы решения задачи планирования наблюдений формируют новый подход к проблеме мониторинга транспортных потоков, повышают информативность собираемых данных и эффективность применения методов оценки корреспонденций по наблюдениям. Предложенные методы нашли отражение в решении практических задач при разработке комплексных математических транспортных моделей г. Новосибирска, Новосибирской агломерации, Новосибирской области и ряда других научно-исследовательских работ по заказу государственных органов и бизнеса.

Разработанные методы реализованы в программном комплексе «TransportKit» и прошедшей государственную регистрацию программе для ЭВМ «Программная система - прототип интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом города и его агломерации» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017618578 от 04.08.2017).

Реализация результатов работы. Результаты работы использованы в ряде научно-исследовательских проектов, в которых автор являлся основным исполнителем:

- №386-11 «Разработка прототипа интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом г. Красноярска и его агломерации» от 01.02.2011. Заказчик – ОАО «Краспригород».
- Контракт №290-13 «Разработка комплексной транспортной модели города Новосибирска» от 31.09.2013. Заказчик – МКП «Горэлектротранспорт».

- Государственный контракт №2016-11 "Разработка Комплексной транспортной схемы Новосибирской агломерации" от 9 июня 2016 года. Заказчик – Министерство строительства Новосибирской области.
- Государственный контракт №66-ОК/2017 "Разработка транспортной стратегии Новосибирской области до 2030 года" от 20 ноября 2017 года. Заказчик – Министерство транспорта и дорожного хозяйства Новосибирской области.
- Муниципальный контракт №126-13 «Разработка транспортной модели по объекту «Магистраль непрерывного движения от Красного проспекта до городской черты в направлении Бийск-Ташанта»» от 13 июня 2013 года. Заказчик – МКУ «Управление дорожного строительства».
- Государственный контракт №396-12 «Выполнение работ по обследованию пассажирских потоков на межмуниципальных маршрутах по формированию проекта межмуниципальной маршрутной сети Красноярского края» от 14 декабря 2012 года. Заказчик – Министерство транспорта Красноярского края.
- №013-р/2014 «Моделирование транспортных потоков на проектируемых транспортных развязках на км 15+500 и км 23+000 а/д К-17р «Новосибирск – Кочки – Павлодар (в пределах РФ)»» от 01 марта 2014 года. Заказчик – ООО «РосИнсталПроект».
- №83-15 «Работы по созданию имитационной транспортной модели пешеходных мостов около ТЦ «Галерея Новосибирск»» от 23.03.2015. Заказчик – ООО «Новомолл».
- №132-15 «Подготовка экспертизы на основе имитационной транспортной модели о пропускной способности железнодорожного переезда по улице Кубовая в Заельцовском районе» от 18.05.2015. Заказчик – ООО «Холдинговая компания «Группа компаний «Стрижи»».

- № 188-15 «Имитационное моделирование микрорайона в границах улиц: Б.Богаткова, Лескова, Покатная, Пролетарская» от 01 июля 2015 года. Заказчик – ООО «МетаИнжиниринг».
- № 317-15 «Имитационное моделирование пересечения улицы Кубовой и Красноярского шоссе в Заельцовском районе г. Новосибирска» от 20 октября 2015 года. Заказчик – ООО «Холдинговая компания ГК «Стрижи»».
- № 353-15 «Имитационное моделирование вариантов организации дорожного движения в окрестности ТРК «Европейский» в г. Новосибирске» от 1 декабря 2015 года. Заказчик – ООО «МИГ-1».
- Муниципальный контракт № 27/2016 «Пути развития системы электронной оплаты проезда в наземном общественном транспорте города Новосибирска» от 08 декабря 2016 года. Заказчик – Мэрия города Новосибирска.

Часть исследований выполнена в рамках гранта Новосибирского государственного технического университета (№035 – НСГ – 15, в 2015-2016 гг.).

Полученные результаты, представленные в диссертационной работе, внедрены в практику деятельности Министерства транспорта и Министерства строительства Новосибирской области, департамента транспорта и дорожно-благоустроительного комплекса мэрии города Новосибирска, научно-исследовательской лаборатории «Информационные технологии транспорта» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения» для решения задач по математическому моделированию транспортных потоков.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Содержание диссертации соответствует п. 5 области исследований «Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях, ...» паспорта специальности научных работников 05.13.17 – «Теоретические основы информатики» по техническим наукам.

Апробация результатов диссертации. Результаты работы представлены на международном форуме по стратегическим технологиям “International Forum on Strategic Technology, IFOST-2016”, Новосибирск, 2016 г.; международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», Новосибирск, 2016 г.; международной конференции “International Conference Reliability and Statistics in Transportation and Communication, RelStat’16”, Рига, Латвия, 2016 г.; международной научно-технической конференции «Политранспортные системы», Новосибирск, 2014 г. и 2016 г.; международной научно-практической конференции «Интеллектуальные системы на транспорте, ИнтеллектТранс-2014», Санкт-Петербург, 2014 г.; международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии», Новосибирск, 2014 г.; международном форуме «Транспорт Сибири», Новосибирск, 2015 г. и 2016 г.; международной научно-практической конференции «Инновационные факторы развития транспорта. Теория и практика», Новосибирск, 2017 г.; всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации», Новосибирск, 2015 г., 2016 г. и 2017 г.; международной научно-методической конференции «Актуальные вопросы образования. Роль университетов в формировании информационного общества», Новосибирск, 2018 г.; городской научно-практической конференции аспирантов и магистрантов «Progress Through Innovation», Новосибирск, 2014 г. и 2016 г.; конференции в рамках «Дней науки НГТУ», Новосибирск.

Публикации. По материалам диссертационного исследования опубликованы 24 печатные работы, в том числе: 4 статьи в научных журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК; 3 публикации в трудах международных конференций, индексируемых Scopus и Web of Science (WoS); имеется одно свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Общий объем диссертационной работы составляет 162 страницы, основная часть изложена на 135 страницах. Работа состоит из введения, 5-ти разделов основного содержания, включающих 11

таблиц и 68 рисунков, заключения, списка использованных источников из 102 наименований и 3 приложений.

Краткое содержание работы. Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цели и задачи исследования, охарактеризованы научная новизна работы, ее практическая значимость, реализация и апробация результатов работы, приведено краткое содержание диссертационной работы.

В первой главе рассматривается текущее состояние предметной области в мире и в Российской Федерации. Приведен краткий обзор методических подходов к построению транспортной модели. Вводится понятие транспортного графа как представления транспортной сети, разбираются его различные интерпретации. Отдельный подраздел посвящен математической постановке задачи транспортного равновесия. Описывается сведение задачи транспортного равновесия к вариационному неравенству и оптимизационной задаче. Рассматриваются методы решения задачи поиска равновесных потоков. Вводится понятие матрицы корреспонденций, и обзревается различные подходы к ее оцениванию.

Во второй главе работы основное внимание уделяется моделям наблюдения за транспортными потоками для оценки корреспонденций. Рассматривается интерпретация транспортного графа как марковской цепи с дискретным временем. В зависимости от собранных в рамках некоторой модели наблюдения данных рассматриваются различные методы оценивания матрицы корреспонденций. Предлагается разработанный автором новый метод оценки корреспонденции, основанный на марковском представлении транспортного графа и зависящий от фундаментальной матрицы марковской цепи.

Третья глава посвящена вопросам, связанным с планированием наблюдений за транспортными потоками. Приводится постановка задачи планирования наблюдений как задачи распределения ресурса. Предлагаются методы решения задачи планирования, которые основаны на оценках максимального правдоподобия и байесовских оценках.

В четвертой главе представлены возможности практического применения разработанных методов. Даны практические рекомендации по использованию разработанных методов. Представлены основные показатели транспортных моделей города Новосибирска, Новосибирской агломерации и Новосибирской области, разработанных на основе материалов диссертационного исследования.

Пятая глава посвящена описанию разработанного программного комплекса для моделирования и анализа транспортной сети «TransportKit».

В заключении изложены основные результаты диссертационного исследования.

В приложении А дано описание программного комплекса - прототипа интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом города и его агломерации, который является прообразом программного продукта «TransportKit» и был разработан при участии автора в рамках диссертационного исследования [53,54]. В приложении Б приведено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Приложение В содержит акты внедрения результатов диссертационной работы в практическую деятельность.

1 АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ ИДЕНТИФИКАЦИИ РАВНОВЕСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ МОДЕЛЕЙ

1.1 Основные подходы в транспортном моделировании

Транспортная инфраструктура - одна из главных составляющих жизнеобеспечения городов и регионов. Транспортная система, аналогично кровеносной системе в живом организме, охватывает всю экономически активную территорию нашей планеты. Развитие транспортных сетей является дорогостоящим мероприятием, при этом оно не способно решить все транспортные проблемы. В связи с этим, важную роль приобретает научно обоснованное планирование развития транспортного комплекса в целях повышения качества функционирования транспортной системы: например, оптимальное планирование очередности постройки объектов транспортной инфраструктуры, улучшение организации дорожного движения на различных участках сети, оптимизация системы маршрутов общественного транспорта, формирование удобных пересадочных узлов и т.д. Решение подобных задач базируется на разработке интеллектуальных транспортных систем (ИТС) и математическом моделировании транспортной системы.

Математическая транспортная модель, в свою очередь, является основой для создания ИТС. Транспортная модель — математический инструмент, позволяющий строить распределение транспортных потоков по сети.

Главная задача подобных математических моделей — определение и прогноз параметров функционирования транспортной сети [1]. К ключевым параметрам следует отнести:

- интенсивности транспортных потоков на элементах сети;
- объемы перевозок в сети общественного транспорта;
- средние скорости движения;
- временные задержки движения и т.д.

Математические модели, применяемые для анализа транспортных сетей, отличаются по решаемым задачам, математическому аппарату, исходным данным и степени детализации описания движения [3]. Согласно обзорной работе Швецова [1] существует классификация моделей, основанная на видах задач, для решения которых они применяются:

- прогнозные модели;
- имитационные модели;
- оптимизационные модели.

Прогнозные модели строятся на основе теории экономического равновесия, см. [2], поэтому далее будет использоваться термин *равновесные модели транспортных потоков*. Исходной информацией для построения таких моделей является топология транспортной сети и социально-экономические показатели о потокообразующих объектах. Задача заключается в определении распределения транспортных потоков в сети. Кроме того, чтобы сделать прогноз загрузки транспортной сети, необходимо рассчитать корреспонденции населения, его транспортное поведение и т.д.

Имитационные модели направлены на детальное моделирование всех участников движения в рассматриваемой области. Такие модели демонстрируют, как будет происходить движение в сети, где будут возникать задержки и иные проблемы при заданных объемах транспортных потоков. Имитационное моделирование предполагает детальную имитацию поведения и взаимодействия транспортных средств в зависимости от топологии сети и условий организации движения. Как правило, такие модели основаны на моделях «следования за лидером» или агентном подходе [55, 56]. Для задач транспортного моделирования используются специализированные подходы, в частности, модели Видемана (Wiedemann) [57,58].

В классе оптимизационных моделей решаются задачи оптимизации маршрутов пассажирских и грузовых перевозок, выработки оптимальной конфигурации сети и др. Методы оптимизации транспортных сетей представляют

собой обширную область исследований. Основы этого направления изложены в [8].

Мировые тенденции в транспортном моделировании

Первые транспортные модели появились в 60-х годах XX века в Великобритании, однако до 90-х годов прошлого века они не пользовались популярностью ввиду вычислительной сложности алгоритмов, используемых для создания моделей. Начиная с 90-х годов, появилось множество программных систем, позволяющих решать задачу моделирования на реальных транспортных сетях, что послужило толчком к применению транспортных моделей для управления транспортом в масштабах города и региона.

В XXI веке использование транспортных моделей стало мировой тенденцией и неотъемлемой частью управления транспортным комплексом. Практически для всех средних и крупных городов Северной Америки и Европы разработаны и используются такие модели. Модели транспортной сети принято строить не только для городов, но и для агломераций, областей (см. рисунок 1.1), стран и даже частей света. В частности, существуют транспортные модели Германии и Швейцарии, подробно описывающие состояние как внутренних транспортных перемещений по стране, так и внешних перемещений из соседних стран. Существует модель транспортной сети всей Западной Европы [32].

Разработка транспортных моделей актуальна и в Российской Федерации. Согласно требованиям Правительства РФ [59, 60] для всех муниципальных образований с населением свыше 10 тысяч человек обязательной является разработка программ комплексного развития транспортной инфраструктуры (ПКРТИ) и комплексных схем организации дорожного движения (КСОДД). В указаниях к разработке ПКРТИ и КСОДД отмечается необходимость использования математического моделирования для обоснования проектов в рамках этих программ. Самыми крупными моделями, созданными в РФ, являются транспортные модели Москвы, Московской области и Санкт-Петербурга. Созданы и в различной степени эксплуатируются модели во всех городах России

с населением свыше миллиона человек, в том числе и в Новосибирске (см. рисунок 1.2), и в его агломерации (см. рисунок 1.3).

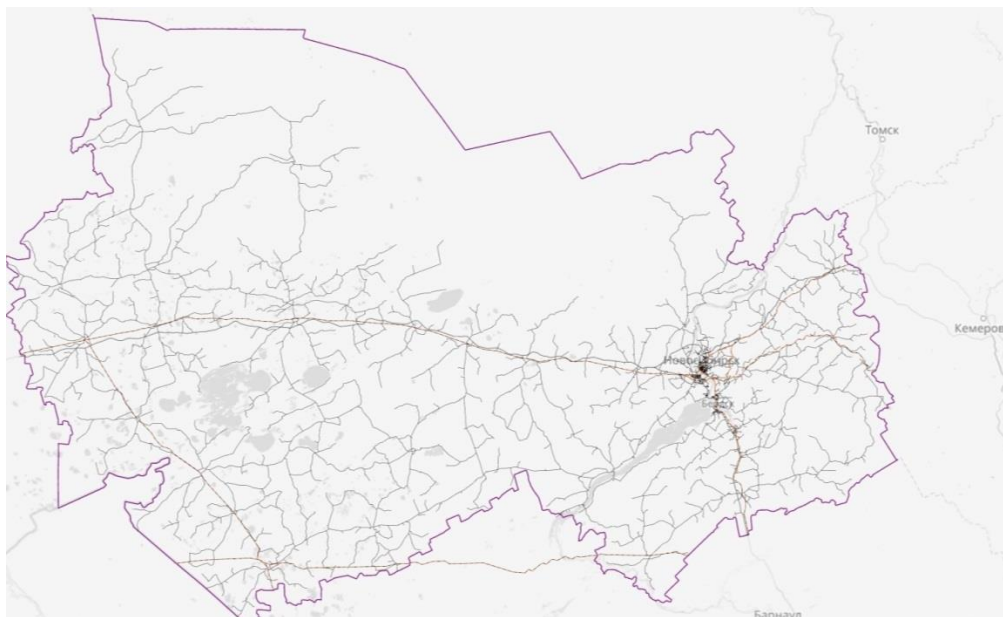


Рисунок 1.1 – Транспортная модель Новосибирской области

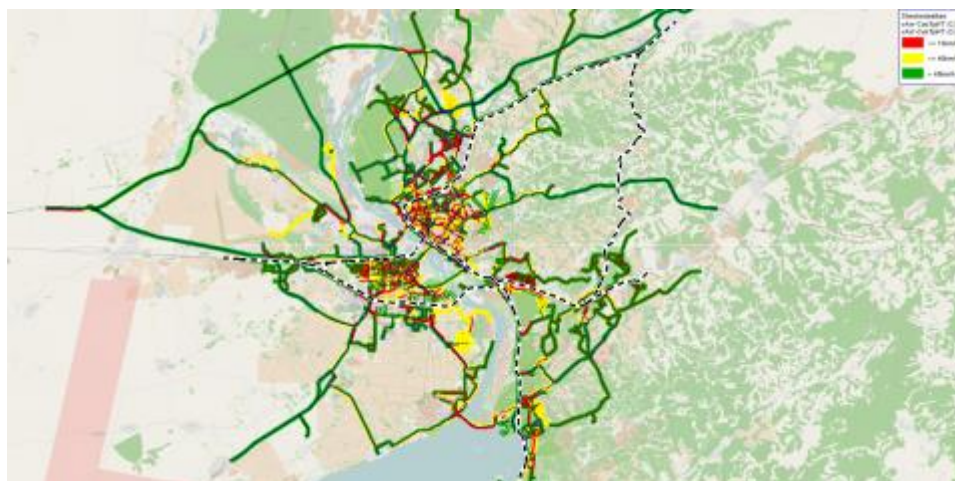


Рисунок 1.2 – Транспортная модель Новосибирска

Следует рассматривать прогнозные и имитационные модели, как комплекс дополняющих друг друга моделей. Подобный комплекс – комплексная транспортная модель - является инструментом поддержки принятия решений в сфере управления транспортным комплексом. В федеральном законодательстве РФ отмечается необходимость обеспечения государственного управления в сфере долгосрочного и текущего планирования мероприятий по организации дорожного движения, прогнозирования объемов дорожного движения и его мониторинга.

Комплексная транспортная модель направлена на решение описанных выше задач и также применяется для оценки эффекта от внешних воздействий на сеть:

- строительство новых участков сети;
- реконструкция (расширение) участков сети;
- закрытие отдельных участков сети;
- изменения условий движения в сети;
- изменение маршрутной сети и расписаний движения пассажирского транспорта.

Основными средами разработки транспортных моделей, представленными в Российской Федерации, являются EMME/2, TSS AIMSUN NG и PTV Vision VISUM.

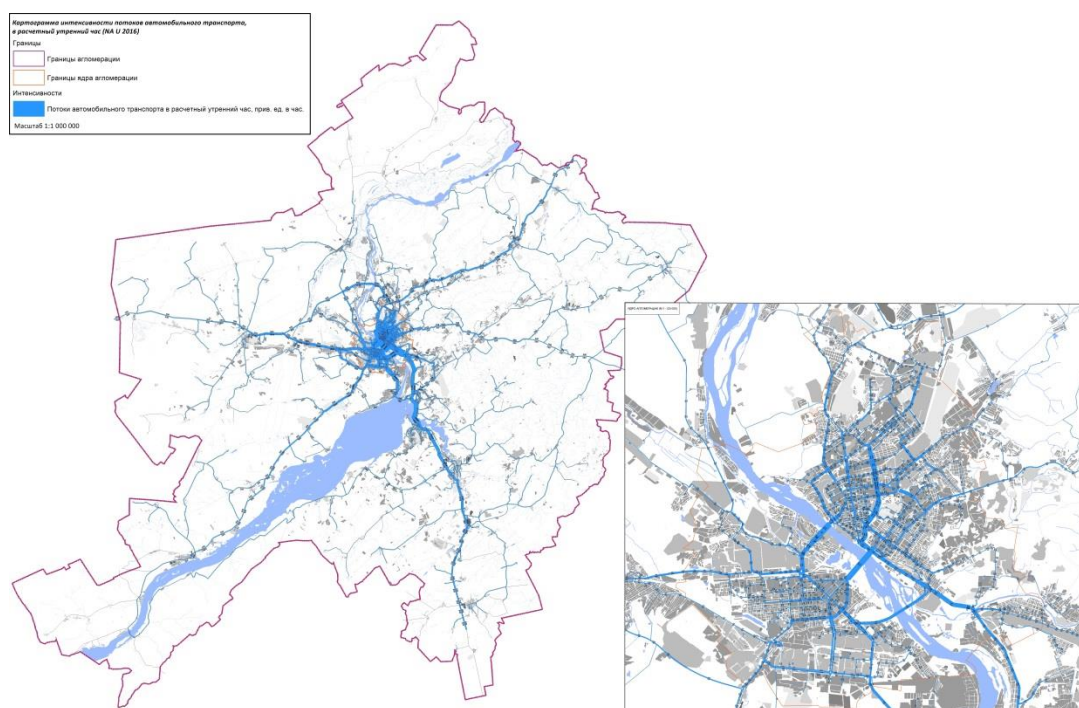


Рисунок 1.3 – Транспортная модель Новосибирской агломерации

Первостепенным назначением транспортной модели является комплексная оценка развития транспортной системы в целом, а также ее отдельных частей. Кроме того, модель является информационной основой для создания *системы стратегического планирования* мероприятий по развитию транспортного

комплекса при условии создания постоянно действующей *системы мониторинга* его состояния.

В транспортную модель заложен прогностический механизм, который позволяет ответить на вопрос «Что будет, если?» и оценить варианты решения транспортных проблем в масштабе города, агломерации и региона. Как следствие, модель является основой для оценки сценариев развития транспортной системы.

Транспортная модель является удобным единым рабочим пространством для специалистов в области территориального планирования и транспорта для формирования проектных предложений развития транспортной системы.

Транспортная модель позволяет решать следующие задачи:

- комплексная оценка состояния транспортной системы;
- комплексная оценка и прогнозирование перспективного спроса на передвижение населения и перевозки грузов;
- разработка вариантов развития транспортного комплекса;
- проработка вариантов распределения ресурсов и технико-экономического обоснования решений по развитию транспортной инфраструктуры;
- прогнозирование объемов транспортных потоков и пассажиропотоков с детализацией по видам транспорта и целям поездки;
- оценка транспортных сценариев, включающих:
 - введение новых пассажирских видов транспорта;
 - изменение маршрутов движения;
 - изменение параметров или топологии улично-дорожной сети, в том числе оценка после ввода в эксплуатацию новых объектов;
- долгосрочное прогнозирование развития транспортного комплекса;
- оценка работы транспортной сети в целом по системе показателей качества;
- хранение базы данных транспортных и социально-экономических показателей;

- систематизация и графическое представление данных по транспортному комплексу;
- стратегическое управление развитием транспортного комплекса.

Далее в работе, под термином «транспортная модель» следует понимать модели, относящиеся к классу прогнозных.

Равновесные модели транспортных потоков

Главной задачей прогнозной транспортной модели является моделирование транспортных потоков, или моделирование загрузки транспортной сети. Транспортные потоки формируются из всевозможных передвижений, которые осуществляют участники движения. В общем случае, под понятием транспортный поток можно понимать и потоки индивидуального транспорта, и пассажирские потоки, и пешеходные потоки, и грузовые потоки, и даже информационные потоки.

Методология транспортного моделирования базируется на представлении транспортной системы в рамках баланса транспортного спроса и транспортного предложения. Этапы моделирования транспортной системы в явном виде предполагают построение *моделей транспортного спроса и транспортного предложения* в детальном виде применительно к конкретной территории.

Транспортное предложение включает инфраструктуру всех систем транспорта, функционирующих на территории исследования [31]. Основными системами транспорта в транспортных моделях обычно выступают индивидуальный транспорт (легковой или грузовой) и пассажирский транспорт общего пользования (общественный транспорт).

Транспортный спрос количественно и качественно определяет потребность пользователей сети в перемещении [32]. Основными факторами транспортного спроса являются:

- потокообразующие факторы, т.е. размещение порождающих передвижения объектов, таких как места проживания, места приложения труда, места учебы, места культурно-бытового обслуживания и др.;
- поведенческие факторы, такие как мобильность населения, предпочтения при выборе способов и маршрутов передвижений и др.

Методика построения транспортных моделей сводит процесс к решению задачи о степени соответствия существующего транспортного спроса имеющемуся транспортному предложению, т.е. к задаче о распределении транспортных потоков.

Процесс построения транспортной модели

В общем случае построение транспортной модели можно разделить на два основных этапа. Первый этап предполагает оценку матриц корреспонденций населения на основе исходных данных о передвижениях. Матрицы корреспонденции строятся для различных групп населения и зависят от времени. На втором этапе полученные матрицы корреспонденций распределяются на транспортную сеть.

Наиболее распространённым подходом к построению модели является «четырёхшаговый» алгоритм, который широко распространён и используется в большинстве программных продуктов, в частности PTV Vision VISUM [30]. Четыре шага, необходимые для выполнения алгоритма:

1. генерация спроса (Trip Generation);
2. распределение спроса (Trip Distribution);
3. выбор режима (Mode Choice);
4. перераспределение спроса на сеть (Traffic Assignment).

Этап генерации спроса основан на потокообразующих данных (количество населения, мест приложения труда и др.) и показателях подвижности населения (количество перемещений на человека за определенный период времени). На этом

этапе происходит вычисление объемов выезжающего и въезжающего транспортного потока.

На этапе распределения спроса определяются объемы транспортного потока, перемещающегося между пунктами зарождения и гашения потока, т.е. матрицы корреспонденции.

На этапе выбора режима полученные на предыдущем этапе корреспонденции разделяются по видам передвижения, основываясь на предпочтениях населения.

Последний этап предполагает перераспределение полученных корреспонденций на транспортную сеть.

Общая схема построения модели представлена на рисунке 1.4.

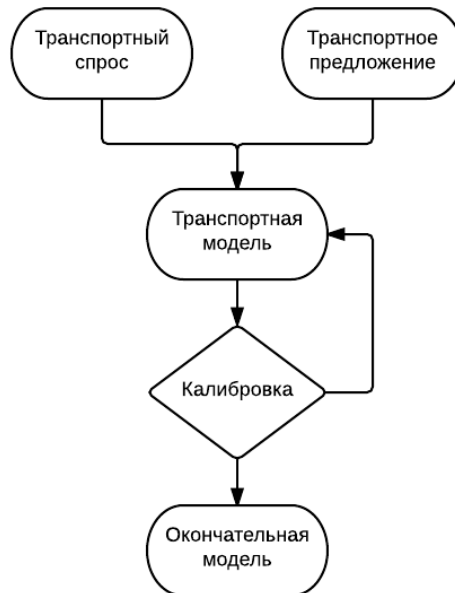


Рисунок 1.4 – Процесс создания транспортной модели

Таким образом, на основе имеющегося транспортного предложения выполняется четырехшаговый алгоритм, результатом которого является базовая транспортная модель исследуемой области. Далее происходит длительный итеративный процесс калибровки транспортной модели. Процесс калибровки заключается в проверке соответствия расчетных значений параметров транспортного потока наблюдаемым. В случае недостаточного соответствия процесс построения модели запускается заново с иным набором параметров модели.

Проверка качества калибровки транспортной модели предполагает сравнение вектора наблюдаемых величин z^T и вектора соответствующих моделируемых величин u^T . В качестве значений вектора $z = \{z_i > 0, i = 1, \dots, N\}$, где N - объем выборки наблюдений, могут быть взяты интенсивности транспортного потока, объем пассажирооборота узла сети и т.д. Значения вектора $u = \{u_i \geq 0, i = 1, \dots, N\}$ рассчитываются на основе транспортной модели.

В профессиональной литературе приводятся значения показателей качества калибровки, допустимые для применения транспортной модели на практике [33,61].

1.2 Транспортная сеть и ее представления

Основой для транспортной модели является модель соответствующей транспортной сети.

Рассматривается модель физической транспортной сети и ее описание на языке теории графов. Представим транспортную сеть как ориентированный взвешенный граф $G(V, E)$, где V – множество вершин, а E – множество ребер. Каждое ребро графа $e \in E$ характеризуется некоторым набором количественных атрибутов, называемых весами ребра. Далее такую конструкцию будем называть *транспортным графом*.

Выделим три подмножества в множестве вершин V : первое $S \subseteq V$ содержит вершины, порождающие потоки, т.е. элементы множества S являются источниками движения; второе $D \subseteq V$ содержит вершины, поглощающие потоки, элементы множества D назовем стоками. Еще одно подмножество $M \subseteq V$ состоит из промежуточных, или внутренних, вершин.

Множество вершин V транспортного графа G обладает следующими свойствами:

- 1) Промежуточные вершины не могут быть вершинами-источниками или вершинами-стоками:

$$S \cap M = \emptyset, M \cap D = \emptyset;$$

2) Любая вершина попадает в одно из подмножеств:

$$S \cup M \cup D = V;$$

3) Множества S и D не связаны:

$$\forall s \in S, d \in D, \text{ ребро } (s, d) \notin E.$$

Каждое ребро графа $e = (u, v) \in E$ обладает набором атрибутов, т.е. весами:

- пропускная способность $c_e = c(u, v) \geq 0$;
- затраты в ненагруженной сети $\tau_{e0} = \tau_0(u, v) \geq 0$;
- поток $y_e = y(u, v) \geq 0$;
- другие.

Свойства множества ребер E транспортного графа G :

1) Поток есть некоторая функция $y: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$, обладающая свойством ограничения пропускной способности:

$$\forall e \in E, y_e \leq c_e.$$

2) Как следствие, остаточная пропускная способность ребра всегда неотрицательна:

$$c_e(x) = c_e - y_e \geq 0.$$

3) Сумма потоков (интенсивностей потоков) из всех исходных вершин равна сумме потоков в конечные вершины:

$$\sum_{u \in S} y(u, *) = \sum_{v \in D} y(*, v).$$

Из теории графов известно, что *маршрут* или *путь* в графе есть чередующаяся последовательность инцидентных друг другу вершин и ребер:

$$v_0 \rightarrow e_1 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_n, v_k \in V, e_k \in E,$$

причем эта последовательность начинается и кончается вершиной [34].

Утверждение 1. Любой путь (поездка) в транспортном графе G начинается в некоторой исходной вершине $s \in S$, проходит через различные внутренние вершины и заканчивается в конечной вершине $d \in D$.

Необходимо отметить, что для задач, решаемых в данной работе, транспортный граф G должен быть *связным*. При нарушении связности целесообразно разделить граф транспортной сети на компоненты связности и рассматривать задачи для каждой компоненты связности по отдельности.

Также в данной главе сознательно опущены переменные времени, чтобы не усложнять изложение.

Преобразования транспортных графов

Некоторый транспортный граф – это ориентированный взвешенный граф $G(V, E)$, где V и E – множества вершин и ребер соответственно. При этом часто возникают задачи, когда обычного представления транспортного графа недостаточно. Например, если рассмотреть в качестве вершин пересечения сети, а в качестве ребер – дороги, то вне внимания остаются повороты в перекрестках.

Для таких случаев введем понятие *реберного* графа $L(G)$. Реберным графом графа G называется граф пересечений $\Omega(E)$ [34]. Вершины реберного графа $L(G)$ ассоциируются с ребрами графа G . Соответственно ребра реберного графа $L(G)$ соединяют вершины, которые соответствуют смежным ребрам графа G (см. рис. 1.5).

Аналогичным образом можно преобразовывать и реберный граф, получая *итерированный реберный* граф [34]. В общем случае такой граф описывается рекуррентным соотношением $L^k(G) = L(L^{k-1}(G))$ (см. рис. 1.5 для $k=2$).

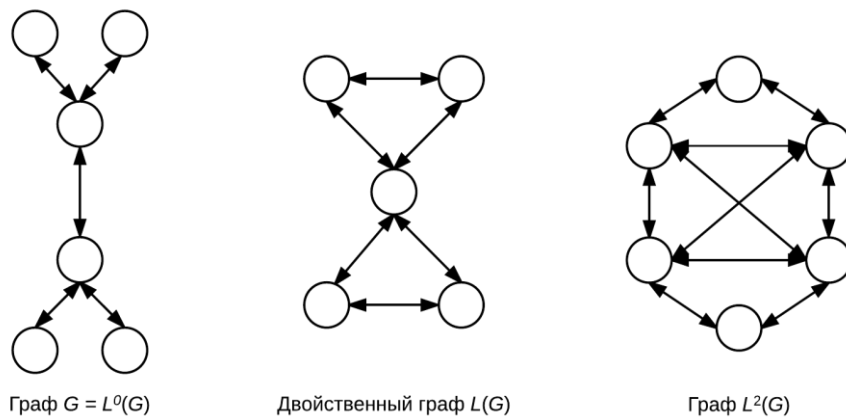


Рисунок 1.5 – Преобразования реберных транспортных графов

Еще одним преобразованием транспортных графов являются *отображения* вершин графа. *Прямым отображением 1-го порядка* вершины $i \in V$ является множество [35]:

$$\Gamma^1(i) = \{j \in V : \exists e(i, j) \in E\}.$$

Прямым отображением 2-го порядка вершины $i \in V$ является множество:

$$\Gamma^2(i) = \Gamma(\Gamma^1(i)) = \{k \in V : \exists j \in V : e(i, j), e(j, k) \in E\}.$$

Прямым транзитивным замыканием вершины $i \in V$ называется множество:

$$T(i) = \{i \cup \Gamma^1(i) \cup \Gamma^2(i) \cup \dots\}.$$

Прямым транзитивным замыканием k-го порядка вершины $i \in V$ называется множество:

$$T^k(i) = \{i \cup \Gamma^1(i) \cup \Gamma^2(i) \cup \dots \cup \Gamma^k(i)\}.$$

Транзитивным замыканием графа G называется множество:

$$G^* = \{T(i) : \forall i \in V\}.$$

Транзитивным замыканием k-го порядка графа G называется множество:

$$G^k = \{T^k(i) : \forall i \in V\}.$$

Пример графа транзитивного замыкания 2-го порядка G^2 представлен на рисунке 1.6. Если граф G является *сильносвязным* (т.е. граф, у которого любые две вершины взаимнодостижимы), то граф транзитивного замыкания G^* совпадает с *полным* графом $F(G)$, построенном на основе графа G .

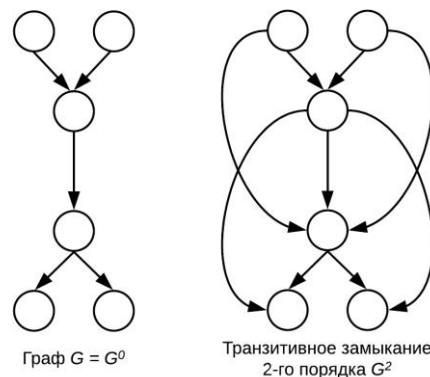


Рисунок 1.6. Транзитивное замыкание 2-го порядка транспортного графа

Граф транзитивного замыкания определяет только достижимость вершины j из вершины i за k шагов. Для того, чтобы учесть разные маршруты между вершинами за k шагов, необходимо рассматривать *мультиграфы*, т.е. графы с несколькими ребрами между парой вершин.

Утверждение 2. Графы $L(G)$, $L^k(G)$, $F(G)$, G^* , G^k являются транспортными графами.

Утверждение 2 позволяет подойти с единых позиций к рассмотрению задач на транспортных графах безотносительно их физической интерпретации.

Примеры транспортных графов

В последующих главах рассматривается некоторый абстрактный транспортный граф. Поэтому здесь будут представлены отдельные реальные интерпретации транспортного графа.

Основная проблема построения графов реальных транспортных сетей заключается в их огромной размерности. Число вершин и ребер в сетях крупных городов и агломераций может достигать сотен тысяч или даже миллионов. На рисунке 1.7 отображено представление в виде классического графа только одной круговой развязки в г. Новосибирске (площади Калинина). Одна развязка представляется в виде подграфа с 18 вершинами. При этом размерности соответствующих реберных графов и графов транзитивного замыкания будут значительно больше.

Применительно к потоковым задачам, можно привести следующие примеры транспортного графа.

Граф улично-дорожной сети (УДС). Охватывает полностью или частично все дороги, улицы и переулки исследуемой области. В качестве вершины такого графа $u \in V_{RN}$ может рассматриваться любой узел транспортной сети. Под узлом сети понимается перекресток, развязка, выезд из прилегающей территории, место расширения дороги, место разрыва двойной сплошной и т.д. В качестве ребра $l \in E_{RN}$, соответственно, понимаются участки сети, соединяющие эти узлы. За

единицу измерения в таком графе выбирается одно транспортное средство (ТС). Соответственно, y_e , c_e тоже измеряются в транспортных средствах. Граф улично-дорожной сети может быть разбит на подграфы каждой системы транспорта (легковой, грузовой и т.д.). Пример подобного графа представлен на рисунке 1.8.

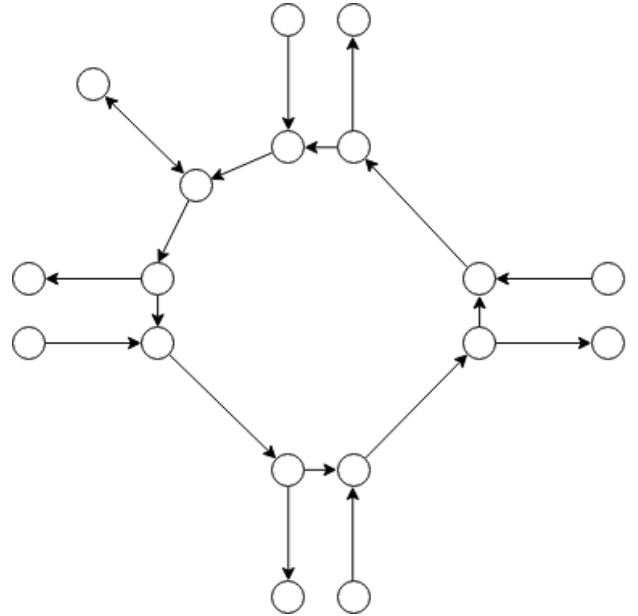


Рисунок 1.7 – Представление в виде графа площади Калинина г. Новосибирска

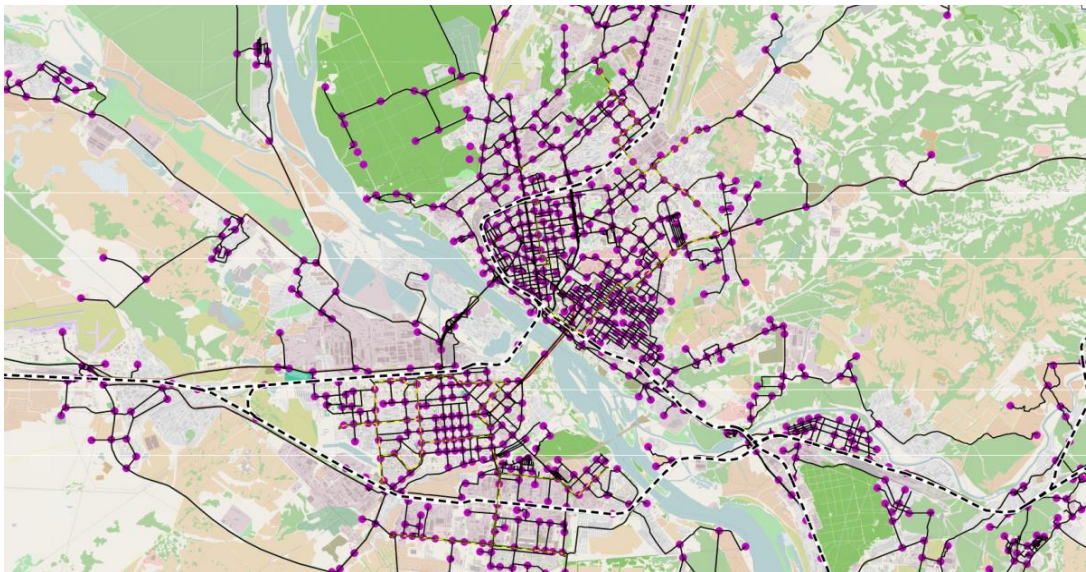


Рисунок 1.8 – Граф УДС на примере г. Новосибирска

Граф транспортных районов. Транспортным районом города называется географическое место исследуемой области, ограниченное естественными преградами и типом застройки. Транспортный район объединяет, например, места проживания либо места работы населения. Множество транспортных районов Z

охватывает всю транспортную сеть города. Причем $\forall z_i, z_j \in Z, z_i \cap z_j = \emptyset$ при $i \neq j$. Вершиной такого графа является транспортный район, ребром – условное соединение таких районов. В случае связности графа он является полным. Пример графа транспортных районов представлен на рисунке 1.9.

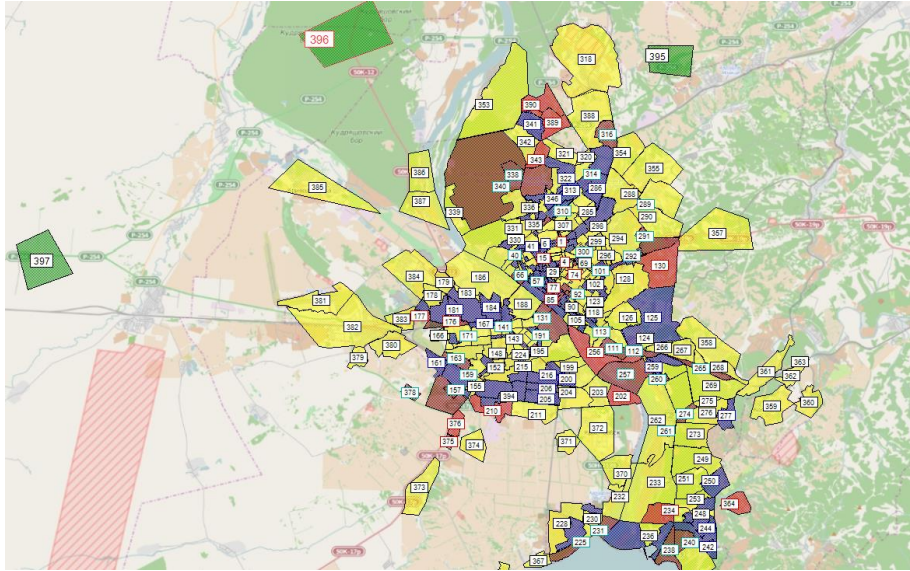


Рисунок 1.9 – Граф транспортных районов на примере г. Новосибирска

Совмещенный граф транспортных районов и УДС. Такой тип графа является основным в специализированных средах для моделирования транспортных потоков. Транспортный район характеризуется координатами центра района и является исходным либо конечным пунктом любой поездки. Связь между транспортными районами и улично-дорожной сетью обеспечивается таким понятием как *примыкание*. Примыкание $b \in B$ – направленное ребро, одной вершиной которого является центр транспортного района, другой – узел улично-дорожной сети. Поэтому множество вершин V совмещенного графа G состоит из множества узлов улично-дорожной сети и множества центров транспортных районов: $V = V_{RN} \cup Z$. В свою очередь, множество ребер E состоит из множества отрезков сети и множества примыканий: $E = E_{RN} \cup B$.

Необходимо пояснить интерпретацию разбиения множества вершин V графа G на три подмножества. Множество $S \subseteq V$ может быть рассмотрено, как множество центров транспортных районов – источников поездок; множество $D \subseteq$

V – как множество центров транспортных районов – конечных точек поездок. Множество $M \subseteq V$ объединяет внутренние узлы транспортной сети (перекрестки, развязки).

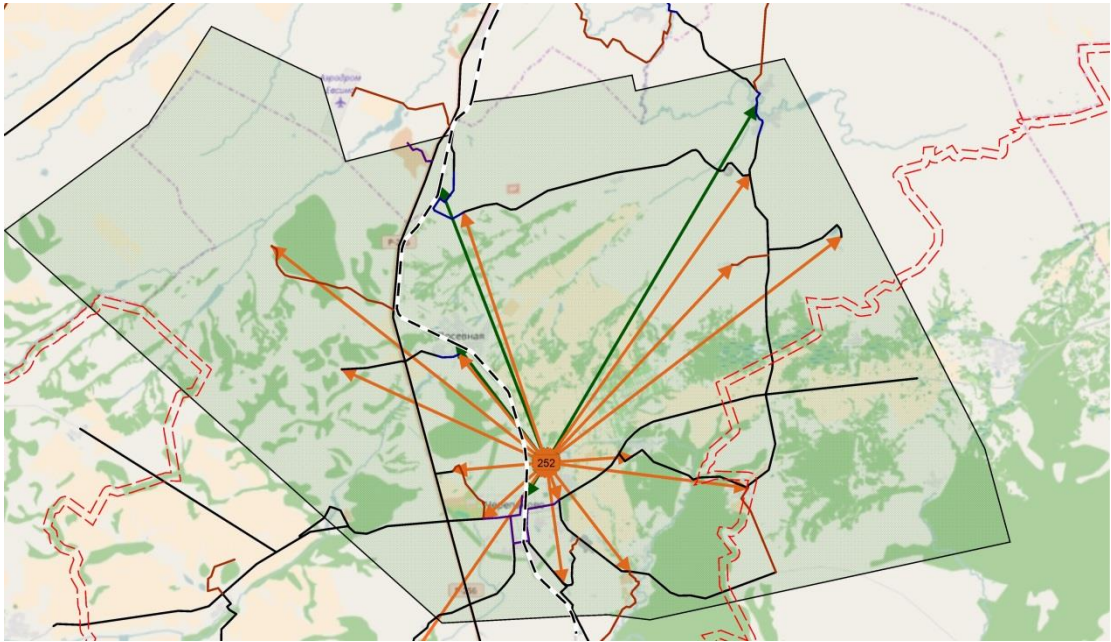


Рисунок 1.10 – Совмещенный граф районов и УДС

Граф сети пассажирского транспорта. Множество вершин V графа интерпретируется как множество станций или остановок транспорта, или пунктов посадки, или точек зарождения пассажиропотока. Поскольку целесообразно рассматривать несколько видов транспорта и предположить, что каждый из них имеет свои остановки (остановки для разных видов транспорта могут географически совпадать), то множество вершин графа целесообразно разбить на подмножества, соответствующие различным видам транспорта T :

$$V = \bigcup_{q \in T} V_q, V_k \cap V_l = \emptyset, \forall k, l \in T, k \neq l.$$

Множество ребер графа E интерпретируется как множество участков улично-дорожной сети, соединяющих станции. Для множества ребер графа E также необходимо сделать разбиение в соответствии с видами транспорта:

$$E = \bigcup_{q \in T} E_q, E_k \cap E_l = \emptyset \forall k, l \in T, k \neq l.$$

Связность подграфов, соответствующих видам транспорта могут обеспечить только транспортно-пересадочные узлы (ТПУ). ТПУ состоят из

пешеходных маршрутов, которые соответствуют переходам с одного вида транспорта на другой. Единицей измерения в подобных графах является пассажир. Подробнее про графы пассажирской сети описано в работе автора [53]. Пример графа пассажирской сети представлен на рисунке 1.11 в программном обеспечении, описанном в приложении А.

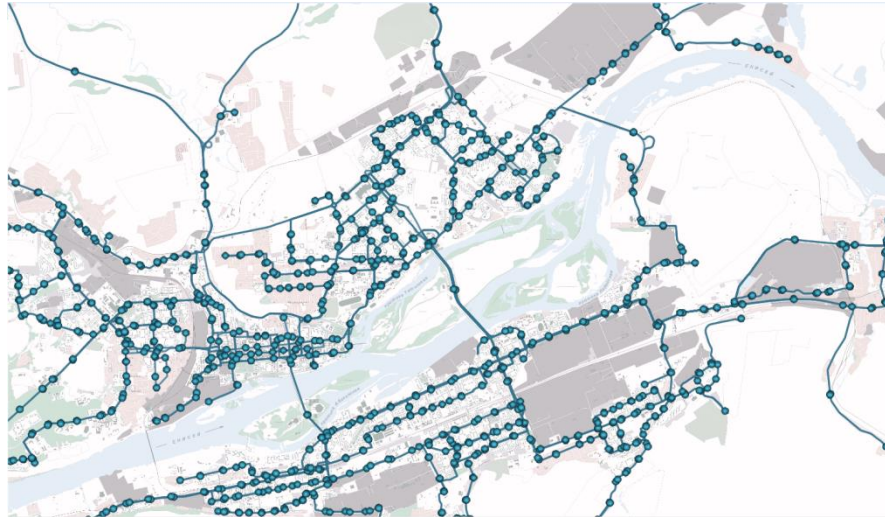


Рисунок 1.11 – Граф пассажирской сети на примере г. Красноярска

Граф пешеходных потоков. Вершинами $u \in V$ данного графа являются условные места притяжения людей (здания, остановки, парковки и т.д.), а ребрами являются пути, соединяющие эти вершины. Единицей измерения такого графа является пешеход. Пример графа пешеходных потоков представлен на рисунке 1.12.

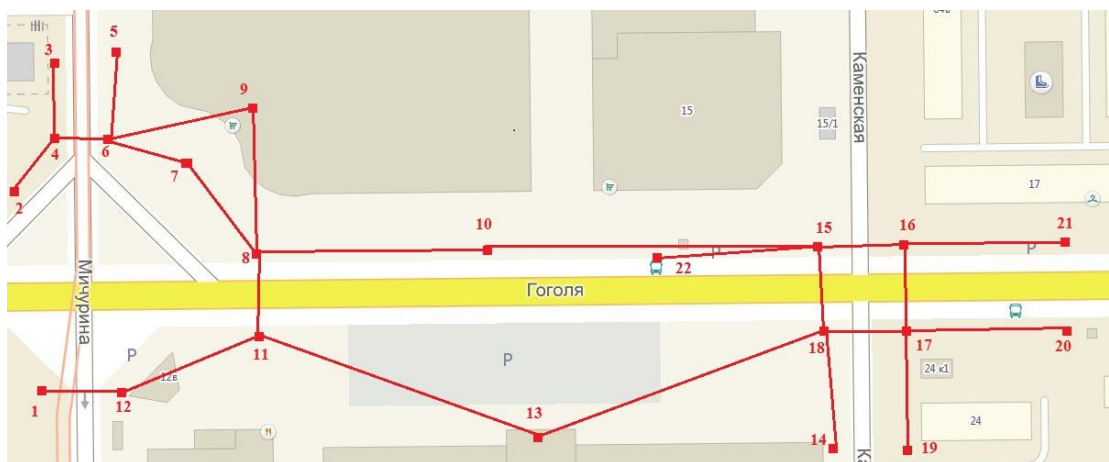


Рисунок 1.12 – Граф пешеходных потоков на примере двух перекрестков в г. Новосибирске

1.3 Задача поиска равновесных потоков в транспортной сети

Пусть имеется ориентированный взвешенный граф $G(V, E)$, который ассоциируется с некоторой транспортной сетью. В этой сети осуществляется множество перемещений. Возникает задача поиска распределения потока в транспортной сети.

Для решения задачи необходимо, в первую очередь, определить правила, по которым участники движения выбирают маршруты движения. Эти правила описываются принципами Вардропа (Wardrop principles) [29]:

- 1) Пользователи сети независимо друг от друга выбирают маршруты следования, соответствующие их минимальным транспортным расходам.
- 2) Пользователи сети выбирают маршруты следования, исходя из минимизации общих транспортных расходов в сети.

Распределение транспортных потоков согласно первому принципу Вардропа соответствует конкурентному бескоалиционному равновесию [2], предполагающему независимость выбора маршрута участниками движения. Все пытаются добраться до места окончания своей поездки как можно быстрее. При этом принимается во внимание, что сеть является устойчивой, и отдельный водитель вносит малые возмущения в общую обстановку.

Второй принцип Вардропа предполагает централизованное управление движением в сети. Каждый участник движения передвигается тем путем, который ему укажет некий «большой брат». На практике второй принцип Вардропа характеризует поведение лишь небольшой части участников движения, поэтому распределение потоков согласно первому принципу в большей степени соответствует реальной ситуации.

Задача о распределении транспортных потоков предполагает два основных этапа. На первом этапе на основе исходных данных о потокообразующих факторах строится одна или несколько *матриц корреспонденций* населения, которые определяют ограничения на общий объем передвижений в сети между источниками и стоками движения. Второй этап предполагает равновесное

распределение транспортных потоков согласно вышеописанному первому принципу Вардропа. В данном разделе основное внимание будет уделено именно второму этапу.

Постановка задачи транспортного равновесия

Имеется некоторый ориентированный взвешенный граф транспортной сети $G(V, E)$. Существуют ограничения на общий объем потока в графе, формализованные в виде *матрицы корреспонденции* ρ . Необходимо получить *равновесное* распределение потоков по графу $G(V, E)$ с учетом ограничений в виде ρ и структуры самого графа G .

Равновесным называется такое распределение потоков, при котором ни один из участников движения не может изменить свой путь следования, не увеличив при этом затраты на передвижение.

Поток в сети образуется множеством поездок между вершинами графа G . Согласно Утверждению 1, любая поездка начинается в вершине из множества S и заканчивается в вершине из множества D . Таким образом, любая пара вершин (i, j) , таких что $i \in S$, $j \in D$, будет называться *потокообразующей*.

Каждой потокообразующей паре (i, j) соответствует свой определенный спрос на поездки. Пусть ρ_{ij} – общий объем поездок, которые должны начаться в вершине $i \in S$ и должны закончиться в вершине $j \in D$. Любая $\rho_{ij} \geq 0$ называется *корреспонденцией*. Прямоугольная матрица, образованная декартовым произведением множеств $S \times D$ и состоящая из элементов ρ_{ij} , называется *матрицей корреспонденции*. Вопросы расчета матриц корреспонденций будут подробнее освещены в последующих главах.

Между потокообразующей парой вершин (i, j) существует множество альтернативных маршрутов или путей $R_{(i, j)}$. То есть по каждому пути $r \in R_{(i, j)}$ из вершины i можно добраться в вершину j . Всевозможные пути в графе G образуют множество $R = \bigcup_{(i, j) \in S \times D} R_{(i, j)}$.

Вся корреспонденция ρ_{ij} распределяется на пути, соединяющие пару вершин (i, j) . Пусть x_r — это величина потока или количество поездок, идущих по пути $r \in R_{(i,j)}$. Потoki по всем альтернативным маршрутам между i и j образуют множество:

$$X_{(i,j)} = \{x_r \geq 0 : r \in R_{(i,j)}, \sum_{r \in R_{(i,j)}} x_r = \rho_{ij}\}.$$

Величина потока x_r должна быть неотрицательной и удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{aligned} x_r &\geq 0 \\ x_r &\leq \min_{e_k \in r} c_{e_k}, \end{aligned}$$

учитывая, что c_{e_i} — пропускная способность ребра $e_k \in E$, а путь r — последовательность $(v_0 \rightarrow e_1 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_n)$.

Всевозможные величины потока x_r объединяются в вектор $x = (x_r : r \in R)$. Область допустимых значений потоков обозначается как $X = \{x\}$.

При прохождении любого пути $r \in R$ возникают затраты на перемещение. Количественная характеристика таких затрат зависит от интенсивности и плотности движения в сети [1]. Эта характеристика называется *обобщенной ценой пути*.

Обозначим обобщенную цену на проезд по пути $r \in R$ как v_r . Поскольку на затраты по одному маршруту может влиять загрузка других путей в графе, то в общем случае v_r является функцией от загрузки потоками всей сети, то есть:

$$v_r = v_r(x).$$

На основании введенных обозначений можно сформулировать задачу поиска транспортного равновесия.

Утверждение 3. Для каждой поездки между парой вершин (i, j) выбирается путь $r \in R_{(i,j)}$ с наименьшими затратами:

$$v_r(x^*) = \min_{q \in R_{(i,j)}} v_q(x^*). \quad (1.1)$$

Потоки $x^* \in X$, удовлетворяющие условию (1.1), называются *равновесными*. Проблема поиска *равновесных* потоков $x^* \in X$ называется задачей транспортного равновесия.

Приведение задачи транспортного равновесия к вариационному неравенству

Основной подход к решению задачи транспортного равновесия состоит в сведении условия (1.1) к вариационному неравенству, а в частном случае к оптимизационной задаче и к решению её численными методами.

Далее приведена теорема, позволяющая свести условие (1.1) к вариационному неравенству. Предварительно сформируем вектор, состоящий из обобщенной цены всех путей: $\nu(x) = (\nu_r(x): r \in \mathbf{R})$.

Теорема 1. Вектор $x^* \in X$ удовлетворяет условию равновесия (1.1) тогда и только тогда, когда является решением вариационного неравенства:

$$\nu(x^*)(x - x^*) \geq 0, \forall x \in X. \quad (1.2)$$

Доказательство данной теоремы приведено в [2].

Сведение вариационного неравенства к оптимизационной задаче

При определенных условиях вариационное неравенство (1.2) может быть сведено к оптимизационной задаче. Предполагается существование дифференцируемой функции $F: X \rightarrow \mathbb{R}$, такой что $\nabla F(x) = \nu(x)$. Гарантированность существования этой функции представлено в [2].

Одним из известных критериев при оптимизации дифференцируемой функции:

$$F(x) \rightarrow \min \quad (1.3)$$

является критерий:

$$\nabla F(x^*)(x - x^*) \geq 0, \forall x \in X.$$

Таким образом, вариационное неравенство (1.2) можно привести к оптимизационной задаче (1.3). Стоит подробнее остановиться на выборе функции обобщенной цены пути.

Пусть y_e – величина потока по дуге $e \in E$. Величина потока на дуге e складывается из величин потоков на каждом пути $r \in R$, которые проходят через данную дугу.

$$y_e = \sum_{r \in R} x_r, \quad \forall e \in E, r \in R. \quad (1.4)$$

Удельные затраты на прохождение дуги e обозначим через τ_e . В общем случае значение τ_e зависит не только от величины потока y_e , но и от потоков по другим дугам сети. Поэтому правильно предположить, что $\tau_e = \tau_e(y)$.

Для упрощения сделаем предположение о том, что обобщенная цена пути $v(x)$ является аддитивной функцией от $\tau_e(y)$. Случай с неаддитивными функциями рассмотрен в [2]. Это означает, что обобщенная цена пути $r \in R$ формируется только из затрат по дугам, входящим в этот путь:

$$v_r(x) = \sum_{e \in R} \tau_e(y).$$

Чтобы привести задачу к условию (1.3) необходимо ввести понятие *интегральной ценовой функции* на дуге:

$$T_e(y) = \int_0^y \tau_e(z) dz.$$

Таким образом, целевая функция для критерия (1.3) может быть рассмотрена как сумма интегральных целевых функций на всех ребрах графа G :

$$F(x) = \sum_{e \in E} T_e(y) = \sum_{e \in E} \int_0^y \tau_e(z) dz \rightarrow \min, \quad (1.5)$$

Минимизационная задача (1.5) решается при линейных ограничениях (1.4).

В качестве примера для ценовой функции можно взять BPR-функцию (Bureau of Public Road), которая описывает затраты по времени на ребре:

$$\tau_e(y) = \tau_e^0 \left(1 + \mu \left(\frac{y_e}{c_e} \right)^n \right),$$

где τ_e^0 - цена на перемещения по ребру $e \in E$ в ненагруженной сети, μ и n - некоторые положительные константы.

BPR-функция широко используется в специализированных программных продуктах для моделирования равновесных потоков [30]. В таком случае легко аналитически получить интегральные ценовые функции, что позволит упростить решение оптимизационной задачи.

Методы решения задачи транспортного равновесия

Можно выделить два основных подхода к построению алгоритмических схем: в первом поиск равновесных потоков ведется по дугам сети (*дуговые алгоритмы*), во втором — по допустимым маршрутам (*маршрутные алгоритмы*) [2]. И в первом, и втором случаях основная трудность при численных расчетах состоит в большой размерности решаемых задач, особенно на реальных транспортных сетях [5].

Наиболее распространенным дуговым алгоритмом является *метод Франка–Вульфа*. Особенностью этого алгоритма является то, что он дает возможность найти равновесное распределение потоков по элементам транспортной сети ($y_e, e \in E$), не сохраняя в памяти само распределение потоков по путям ($x_r, r \in R$) [4].

Суть этого итерационного алгоритма заключается в следующем: на некотором шаге k итерационной процедуры достигается распределение $y^k = \{y_e^k, e \in E\}$. Целевая функция $F(y)$ линеаризуется в точке y^k . Решение линеаризованной задачи y_L^k определяет направление смещения на очередной итерации [1]. Таким образом, распределение потоков на следующем шаге ищется как:

$$y^{k+1} = (1 - \lambda)y^k + \lambda y_L^k, \quad 0 < \lambda < 1, \quad (1.6)$$

где λ – доля потока, которая «снимается» с распределения на предыдущем шаге и переносится на новое распределение. Выбор λ влияет на сходимость всей процедуры. Критерий сходимости формулируется следующим образом:

$$\left| \frac{\sum_{e \in E} (\tau_e(y^k) y^k - \tau_e(y^k) y_L^k)}{\sum_{e \in E} \tau_e(y^k) y^k} \right| < \varepsilon, \quad (1.7)$$

где ε – наперед заданное маленькое число.

Общая схема алгоритма Франка-Вульфа работает следующим образом:

- 1) На первой итерации для каждой ненулевой корреспонденции решается задача о кратчайших путях на ненагруженной сети. Соответственно, весь поток распределяется по этим кратчайшим путями.
- 2) На каждой последующей итерации k имеется некоторое распределение потоков по ребрам сети y^k .
- 3) Рассчитываются затраты на всех дугах $\tau_e(y^k)$.
- 4) Для каждой потокообразующей пары решается задача об оптимальном пути в нагруженной сети, т.е. линейаризованная задача. Полученное распределение - y_L^k .
- 5) Определяется значение λ . Чтобы ускорить сходимость процедуры можно найти λ_k , решив вспомогательную одномерную задачу:

$$\lambda_k = \arg \min_{\lambda} F\left((1 - \lambda)y^k + \lambda y_L^k\right).$$

- 6) Вычисляется распределение на следующем шаге y^k с помощью формулы (1.6).
- 7) Если критерий (1.7) не выполнен, то повторяются пункты 2-6.

К другим алгоритмам решения задачи транспортного равновесия относятся маршрутные алгоритмы. Они, как правило, используют *проекционные методы*, в основе которых лежит следующая задача. Распределение потоков является равновесным в том случае, если оно является неподвижной точкой отображения (в данном случае проектирования).

Определение. Проекцией точки $u \in \mathbb{R}^n$ на множество $X \subset \mathbb{R}^n$ называется точка:

$$\pi_X(u) = \arg \min\{\|u - x\| : x \in X\}.$$

Для нахождения равновесных потоков проекционным методом требуется определить начальное приближение вектора-потока x^0 , и на каждой итерации решать задачу квадратичного программирования. Общий вид итерационной схемы выглядит так:

$$x^{k+1} = \pi_X(x^k - \lambda_k \nu(x^k)), \lambda_k > 0, k = 0, 1, 2, \dots,$$

где λ_k - некоторый шаговый множитель.

Решение множества задач квадратичного программирования в рамках одного проективного алгоритма ведет к медленной сходимости, поэтому применяются подходы, позволяющие свести задачи к более простым способам вычисления проекций.

В последнее время было разработано множество иных численных алгоритмов решения задачи поиска равновесных потоков [62,63]. Однако углубление в сами методы выходит за рамки данной диссертации.

1.4 Матрица корреспонденций

Задачу поиска равновесных потоков в транспортной сети можно разделить на 2 этапа. На первом этапе оцениваются матрицы корреспонденций на основе исходной информации. На втором – полученные матрицы корреспонденций перераспределяются на транспортную сеть. Предыдущий раздел был посвящен второму этапу, теперь рассмотрим первый этап.

Каждой потокообразующей паре (i, j) соответствует определенный спрос на поездки. Этот спрос порождает матрицу корреспонденций ρ . Элементом матрицы корреспонденций ρ_{ij} называется поток (количество пользователей сети) из i -й вершины графа G (источника транспортного потока), $i \in S$, в j -ю, $j \in D$ (сток транспортного потока).

Матрица корреспонденций является фундаментальной потоковой характеристикой транспортной сети, поэтому задача получения матрицы ρ имеет ключевое значение.

Проблема получения корреспонденций ρ_{ij} заключается в том, что они в явном виде не наблюдаемы, и их приходится находить опосредованно.

В процессе вычисления матрицы корреспонденции ρ приходится работать с множеством данных разной природы, которые могут быть получены из различных источников.

Корреспонденции в явном виде не наблюдаемы, информация о них скрыта в массиве исходных данных большого объема, а именно:

- результатах опросов о подвижности населения;
- социально-экономической информации о потокообразующих факторах (население, места приложения труда, места учебы и т.д.);
- натурных наблюдениях за потоками в сети;
- знаниях экспертов в соответствующей области;
- данных о времени и месте оплаты билета проездными картами;
- местоположении абонента сотового оператора в некоторый промежуток времени и др.

Возникает задача извлечения статистическими и эвристическими методами «скрытых знаний» о корреспонденциях на основе этих данных.

Обзор методов оценки матриц корреспонденции

Для оценивания корреспонденций принято использовать различные методы, зависящие от исходной информации. Их можно условно разделить на 2 класса. К первому классу относятся *гравитационные* и *энтропийные* модели [9, 10]. Гравитационный метод связан с известным законом всемирного тяготения, энтропийный метод основан на задаче о максимуме энтропии. Существенным недостатком этих методов является то, что в них всевозможные корреспонденции описываются косвенными функциями, параметры которых определяются на основе подвижности пользователей сети, т.е. неявной информации о передвижениях населения.

Далее описаны основные модели построения матриц корреспонденций: гравитационная, энтропийная и конкурирующих центров [1].

Гравитационная модель основывается на всемирном законе тяготения: все тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению масс этих тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. В случае задачи вычисления корреспонденций в качестве тел выступают вершины графа G , порождающие/поглощающие потоки, за массу тела принимается суммарный объем выезжающего/въезжающего потока, в качестве расстояния берутся затраты на проезд (например, обобщенная цена пути). Гравитационная модель записывается в следующем виде [9]:

$$\rho_{ij} = k \cdot s_i \cdot d_j \cdot f(v_{ij}), \quad (1.8)$$

где $f(v_{ij})$ есть функция «предпочтения», зависящая от затрат на проезд; s_i – сумма выезжающего потока из вершины $i \in S$; d_j – сумма въезжающего потока в вершину $j \in D$; v_{ij} – минимальная цена пути между вершины i и j ; k – некоторый коэффициент. Требуется учесть следующие ограничения:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \rho_{ij} &= s_i, \quad \sum_{i=1}^n \rho_{ij} = d_j, \\ \rho_{ij} &\geq 0, \quad i \in S, \quad j \in D \end{aligned}$$

Как правило, $\forall i \in S, j \in D$ величины s_i, d_j вычисляются на основе социально-экономической информации. Основная сложность при получении матрицы корреспонденции заключается в оценке параметров функции $f(v_{ij})$.

Функция «предпочтения» $f(v_{ij})$ зависит от затрат на передвижение и удовлетворяет следующим условиям [32]:

- 1) f неотрицательно определена для всех неотрицательных значений аргумента.
- 2) На всей области определения выполняются 2 условия:

$$\begin{aligned} f(v_{ij}) &\leq 1, \\ \lim_{v_{ij} \rightarrow \infty} f(v_{ij}) &= 0. \end{aligned}$$

Общепринятыми функциями предпочтения являются функция Вох-Сох и комбинированная функция [30].

1) Функция Вох-Сох:

$$f(v_{ij}) = e^{\frac{\theta_2 \cdot v_{ij}^{\theta_1 - 1}}{\theta_1}}. \quad (1.9)$$

2) Комбинированная функция:

$$f(v_{ij}) = \theta_1 \cdot v_{ij}^{\theta_2} \cdot e^{\theta_3 \cdot v_{ij}}. \quad (1.10)$$

Таким образом, качество гравитационного метода оценки корреспонденций будет зависеть от точности оценки набора параметров $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$.

Энтропийная модель основывается на втором законе термодинамики: любая замкнутая физическая система стремится достичь устойчивого равновесного состояния, которое характеризуется максимумом энтропии этой системы. Огромное количество неуправляемых элементов в транспортной системе, как в системе передвижения пользователей по транспортной сети, делает ее похожей на физическую систему. При определенных допущениях, например, таких как постоянные обобщенные цены пути, неизменность топологии сети (транспортного графа) и т.п., транспортную систему можно считать замкнутой. Таким образом, задача поиска корреспонденций ρ_{ij} ставится как задача максимизации энтропии в транспортной сети [10].

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in D} \rho_{ij} \ln \left(\frac{v_{ij}}{\rho_{ij}} \right) \rightarrow \max ,$$

где v_{ij} - вероятность выбора участником движения корреспонденции из i в j .

Модель конкурирующих центров (competing destinations) основывается также на априорной информации, но в отличие от гравитационной и энтропийной модели «привлекательность» притяжения измеряется не только относительно пары источник-сток, но и зависит от расположения вершины $j \in D$ в географической близости от других вершин из множества D . Например, район, расположенный в агломерации большого количества других районов посещения,

может порождать большую корреспонденцию, чем изолированно расположенный район [64]. Модели конкурирующих центров можно рассматривать как обобщения гравитационной модели с некоторыми дополнительными факторами, например, индексом посещаемости конечной вершины, определяемым формулой:

$$I_{ij} = \sum_{k \in D, k \neq i, j} \frac{d_k}{u_{kj}}.$$

Индекс посещаемости тем больше, чем больше и ближе к конечной вершине расположены альтернативные вершины-источники.

Статистические методы

На практике априорная информация, необходимая для применения вышеописанных моделей, основана на социально-экономических данных (население, рабочие места, студенты, учебные места, количество автомобилей и т.д.), информации о транспортном поведении пользователей и является грубым допущением. Сбор информации, равно как и опросы населения об их передвижениях, являются дорогостоящим занятием, а достоверность исходных данных практически невозможно проверить. Альтернативным подходом к оценке матриц корреспонденции является восстановление матрицы из наблюдаемых значений.

Этот класс методов заключается в оценке корреспонденций по наблюдениям за транспортным потоком, т.е. за некоторый период времени t имеются измерения величины транспортного потока в вершинах $n_i(t)$, $i \in V$ или на ребрах $n_{ij}(t) = y_e(t)$, $e = (i, j) \in E$ графа G . На основе этих данных и оценивается матрица ρ .

У. Vardi в своей работе назвал класс таких методов термином «сетевая томография» ("network tomography") [13]. Эти методы вызывают интерес не только в транспортных, но и в компьютерных сетях. Большая часть известных статистических методов оценивания корреспонденций по наблюдениям за потоками в сети основывается на одном из трех подходов: методе максимального

правдоподобия, обобщенном методе наименьших квадратов и байесовском подходе. «Пионерами» в данном классе методов можно считать авторов Robillard P., Van Zuylen H.J., Willumsen L.G [11, 12]. Фундаментальные аспекты этого класса рассмотрены у Hazelton L.M. [15]. Такие исследователи, как E. Cascetta и M. Bell, рассмотрели обобщенный метод наименьших квадратов в предположении о существовании корректной косвенной исходной информации [65, 66]. Методы оценивания на основе максимального правдоподобия исследовались в работах [67, 68]. Maher M.J, C. Tebaldi, M. West, а также и В. Li в своих работах рассматривают байесовский подход к задаче оценке матриц корреспонденций [14, 16, 69], и согласно их исследованиям именно байесовский подход дает наиболее точные результаты. В работе [70] исследовался подход, основанный и на ММП и на байесовских оценках. За последние 20 лет множество исследователей уделяло внимание данной проблеме, обзор последних достижений представлен в работах S. Vera и K.V. Krishna Rao [17] и работе L.M. Hazelton [18]. В отечественной литературе данный вопрос исследован недостаточно полно, некоторые результаты представлены в работах Р.Ю. Лагерева [19].

Известные в литературе методы оценки корреспонденций по данным наблюдения ([13-15] и др.) основаны на понятии *матрицы назначения (assignment matrix)*, т.е. матрицы, которая определяет взаимосвязь между корреспонденцией и путями ее реализации, а также между путями и отрезками, на которых проводятся наблюдения. В простейшем случае матрица назначения A определяет взаимосвязь между корреспонденциями и потоком по ребрам графа:

$$A = \{a_{ij}\}, \text{ где } a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j - \text{я корреспонденция идет по } i\text{-й дуге} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} .$$

Таким образом, взаимосвязь между наблюдениями и корреспонденциями описывается следующим образом:

$$y = A \cdot \hat{\rho},$$

где $y = (y_e, e \in E)$ - вектор величин потока по дугам графа G , $\hat{\rho}$ - вектор оцениваемых корреспонденций (матрица ρ вытянута в вектор). Пусть $\tilde{y} = (\tilde{y}_e, e \in E)$ - вектор измеренных величин потока на ребрах графа G .

Для оценки вектора корреспонденций $\hat{\rho}$ применяются классические статистические методы, например, *метод наименьших квадратов* (МНК) или L_p -оценки [19]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n |\varepsilon_i|^2 &= \sum_{i=1}^n |\tilde{y}_i - A \cdot \hat{\rho}|^2 \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n |\varepsilon_i|^p &= \sum_{i=1}^n |\tilde{y}_i - A \cdot \hat{\rho}|^p \rightarrow \min \end{aligned} ,$$

где n - количество измеренных значений. В [13] предлагается оценка корреспонденций *методом максимального правдоподобия* (ММП) в предположении, что:

$$\forall j \hat{\rho}_j \sim P(\lambda_j),$$

где $P(\lambda_j)$ - распределение Пуассона с параметром. В [14] рассматриваются байесовские оценки.

Более точная схема оценки вектора корреспонденций основывается на паре матриц назначения и формализуется в виде двух соотношений:

$$\begin{aligned} x &= A \cdot \hat{\rho} \\ y &= B \cdot x \end{aligned} ,$$

где $x = (x_r, r \in R)$ - вектор величин потока по всевозможным путям в графе G . Таким образом, матрица A отражает связь между вектором оцениваемых корреспонденций и вектором маршрутов их реализации. В свою очередь, матрица B устанавливает связь между маршрутами в графе и ребрами, по которым они проходят. Для применения этих методов необходимо сформировать матрицы A , B , что усложняет процедуру оценивания.

Обозначенный подход интуитивно понятен и достаточно просто реализуем, однако сильно зависит от предположений, сделанных при формировании матриц A и B .

Все вышеописанные методы объединяет то, что в них не учитываются транспортные заторы. Поэтому такие исследователи, как Н. Yang решали задачу оценки матриц с учетом возможных заторов [71]. Чтобы учитывать заторы в работе рассматривались различные модели матриц инцидентности между отрезками и путями A (по аналогии с *assignment matrix*).

В литературе известны работы, рассматривающие задачу оценки с точки зрения теории нечетких множеств [72] и нейронных сетей [73]. Подобные исследования единичны, однако популярность этих методов растет в последнее время в связи с *big data*.

Очевидным недостатком всех вышеописанных методов является предположение о существовании так называемой *матрицы назначения* (*assignment matrix*). Если матрица назначения A является статической, т.е. задается вручную на основе априорных предположений (*fixed-routing*), то качество получаемой матрицы корреспонденции напрямую зависит от качества матрицы A . Задачи, в которых матрица A задается динамически (*non-fixed-routing*), являются более сложными и в вычислительном, и в алгоритмическом плане.

В литературе известны динамические или зависящие от времени методы оценивания матриц корреспонденций. Они отличаются от статических тем, что в них акцентируется внимание на времени наблюдения и зависимости корреспонденции от времени. Динамические методы получили развитие в связи с появлением интеллектуальных транспортных систем (ИТС). Для динамических (онлайн) методов оценки матриц корреспонденции наблюдается транспортный поток за короткое время, например, за 15-минутные интервалы. Зависящие от времени (офлайн) методы оценивания учитывают временные ряды наблюдений. В основном, разработанные динамические и зависящие от времени алгоритмы оценивания применяются на практике для "закрытых" сетей, таких как перекрестки/развязки и небольшие автострады. В таких методах используются динамические модели линейных систем и фильтры Калмана для оценки корреспонденций [74, 75].

Еще один подход к проблеме сетевой томографии базируется на марковском представлении транспортных потоков (не путать с методом Монте-Карло для цепи Маркова (МСМС)). В [21, 23] представлены подходы к описанию пути реализации корреспонденции с использованием цепи Маркова. В. Li рассматривал метод оценки матриц корреспонденций общественного транспорта на основе марковского подхода [22]. В [20] марковский подход использовался для оценки матрицы корреспонденции по измерениям потока на границах между транспортными районами. В этой работе для различных типов наблюдений предлагается использовать агрегированные данные и варианты марковских моделей для них.

1.5 Выводы

В данной главе рассмотрены и упорядочены основные положения теории математического моделирования транспортных потоков. Представлен обзор и современное состояние такого направления, как транспортное моделирование. Уточнено понятие транспортного графа и упорядочены его возможные преобразования и интерпретации. Центральной проблемой транспортного моделирования является задача поиска транспортного равновесия, или равновесных потоков на транспортной сети. Проведен обзор методов решения этой задачи. Некоторые результаты опубликованы в [76].

Важнейшей подзадачей поиска транспортного равновесия является задача оценивания матрицы корреспонденции. Выделяется класс методов, основанных на физических аналогиях, и класс статистических методов оценки по натурным наблюдениям за транспортными потоками. Несмотря на активное развитие данной тематики в последние годы, натурные методы недостаточно развиты и являются актуальным направлением научных исследований.

Глава 2 диссертационной работы посвящена оценке корреспонденций по наблюдениям за транспортными потоками на основе представления передвижения в транспортной сети в качестве марковского процесса.

2 МОДЕЛИ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТРАНСПОРТНЫХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ

2.1 Классификация моделей наблюдения за транспортными потоками

Транспортный граф является абстрактным представлением физической транспортной сети. Для примера можно предположить, что вершины графа – это узлы транспортной сети (перекрестки, развязки, исходные и конечные пункты поездок), а ребра – это отрезки сети, т.е. некоторые пути сообщения. С помощью различных преобразований можно любую транспортную сеть привести к подобному графу (см. раздел 1.2).

Представим транспортную сеть как ориентированный взвешенный граф $G(V, E)$, где V – множество вершин, состоящее из m элементов, а E – множество ребер.

По транспортной сети одновременно перемещаются некоторые микрообъекты одинаковой природы, размерами которых можно пренебречь. Эти микрообъекты (например, автомобили) образуют транспортный поток.

Предлагается следующее упрощение. Будем считать, что в «момент времени» t все микрообъекты находятся в некоторой вершине графа, а переходы между вершинами микрообъекты осуществляют в интервал времени $(t; t+1)$. Это позволит рассматривать движение микрообъектов по сети, как дискретный процесс. Для каждой транспортной сети необходимо отдельно оговаривать применимость такого предположения.

Таким образом, $n_i(t)$ – количество микрообъектов, находящихся в вершине i в момент времени t , а $n_{ij}(t)$ – количество микрообъектов, которые переместились в вершину j в интервал времени $(t-1; t)$, будучи в вершине i в момент времени $t-1$.

Рассматриваются модели состояния и наблюдения за перемещением микрообъектов, необходимые для оценивания корреспонденций.

Ниже приведена «модель состояния», описывающая движение микрообъектов в интервал времени $[t; t+1]$. $P(t)$ - матрица вероятностей перехода микрообъектов в смежные вершины в соответствующий интервал времени.

$$n(t+1) = P(t) \cdot n(t), \quad (2.1)$$

или

$$\begin{bmatrix} n_1(t+1) \\ n_2(t+1) \\ \dots \\ n_m(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) & \dots & p_{1m}(t) \\ p_{21}(t) & p_{22}(t) & \dots & p_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}(t) & p_{m2}(t) & \dots & p_{mm}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_m(t) \end{bmatrix}.$$

Ниже предполагается стационарность матрицы P из-за устойчивого характера движения микрообъектов, однако, в общем случае, матрица переходных вероятностей P зависит от времени t .

«Модели наблюдения» за перемещением микрообъектов связаны с понятием «наблюдатель». Под «наблюдателем» понимается некоторый агент, выполняющий учет микрообъектов в вершине или на ребре транспортного графа. Для дальнейшего изложения необходимо учесть понятия «полной» и «частичной» наблюдаемости [42].

Классификация моделей наблюдения по расположению «наблюдателя»:

- 1) «Наблюдатель» в вершине. «Наблюдатель» находится в некоторой вершине графа G и фиксирует только факт нахождения микрообъекта в вершине $i \in V$ в момент времени t . Это означает, что наблюдаются только агрегированные данные. Накапливается только статистика $n_i(t), i \in V$ в моменты времени $t = \{0, 1, \dots, T\}$.
- 2) «Наблюдатель» на ребре. «Наблюдатель» находится на некотором ребре графа G и фиксирует переходы микрообъектов из вершины $i \in V$ в вершину $j \in V$ в интервал времени $(t-1; t)$. Это означает, что наблюдаются траектории микрообъектов в «зоне видимости»

наблюдателя. Накапливается статистика $n_{ij}(t)$, $i, j \in V$ в интервалы времени $(t-1; t) \in \{(0;1), (1;2), \dots, (T-1; T)\}$. Причем $n_i(t) = \sum_{j=1}^m n_{ij}(t)$.

Классификация моделей наблюдения по полноте собираемой информации:

- 1) *Модель наблюдения при полной наблюдаемости.* Все вершины из множества V являются наблюдаемыми в любой момент времени.
- 2) *Модель наблюдения при частичной наблюдаемости в множестве вершин.* Только часть вершин (множество V_0) из множества V являются наблюдаемыми. Остальные вершины (множество $V \setminus V_0$) остаются ненаблюдаемыми на протяжении всего времени наблюдения.
- 3) *Модель наблюдения при частичной наблюдаемости по времени.* Актуальность модели наблюдения возникает только при нестационарной матрице переходных вероятностей $P(t)$. Однако в таком случае существует риск вырожденности задачи оценивания. Если матрица P не зависит от времени t , то частичная наблюдаемость по времени влияет лишь на объем наблюдений n_i, n_{ij} , $i, j \in V$.

Классификация моделей наблюдения по типу «наблюдателя»:

- 1) *Локальный «наблюдатель».* Все микрообъекты являются для «наблюдателя» неразличимыми, т.е. собираются только агрегированные данные n_i, n_{ij} , $i, j \in V$ в вершинах или ребрах графа G . Эту модель наблюдения можно реализовать посредством одного наблюдателя.
- 2) *Распределенный «наблюдатель».* «Наблюдатель» может идентифицировать конкретный микрообъект, определить его траекторию и передать информацию о нем следующему «наблюдателю». Таким образом, можно накапливать статистику о траекториях движения микрообъектов. Но для модели такого типа остро стоит вопрос о физической реализуемости способа наблюдения. Сетевую распределенную модель наблюдения достаточно сложно осуществить

физически. Поэтому распределенного «наблюдателя» можно рассматривать как одного или нескольких локальных «наблюдателей» для более сложного графа (например, транзитивного замыкания графа G).

Классификация моделей наблюдения по виду транспортного графа:

- 1) *Модель наблюдения в классическом транспортном графе.* Наблюдается количество микрообъектов $n_e(t)$ на ребре $e \in E$ транспортного графа G за интервал $(t-1; t)$ или количество микрообъектов $n_i(t)$, фиксируемых в вершине $i \in V$ в момент времени t .
- 2) *Модель наблюдения за перетоком в сети.* Наблюдается число микрообъектов на ребре $e_l \in L(E)$ двойственного графа $L(G)$ за время t : $n_{e_l}(t)$, что можно интерпретировать как интенсивность перетоков между смежными ребрами для некоторой вершины сети. По аналогии можно рассматривать «переток k -й степени». Аналогично представлению реберного графа для $k=2$, перетоком k -й степени является ребро графа $L^k(G) = L(L^{k-1}(G))$. Наблюдается количество микрообъектов на ребре $q \in L^k(G)$ за время t : $n_q(t)$. Интерпретация: интенсивность перетоков k -й степени.
- 3) *Модель наблюдения за траекторией.* Траекторией назовем ребро в графе транзитивного замыкания $G^*(V^*, E^*)$. Наблюдается число микрообъектов на ребре $e^* \in E^*$ графа транзитивного замыкания G^* за время t : $n_{e^*}(t)$. Интерпретируется, как некоторый маршрут, связывающий две вершины в графе. По аналогии можно наблюдать число микрообъектов на ребре $e^k \in E^k$ графа транзитивного замыкания k -й степени G^k за время t : $n_{e^k}(t)$. Интерпретация: интенсивность потока на маршруте длиной не более чем k .
- 4) *Модель наблюдения за корреспонденцией.* При такой модели наблюдения строится полный граф $F(G)$ между вершинами из множества S и D на

основе графа G . Наблюдается количество микрообъектов на ребре графа $F(G)$, переместившихся из вершины $i \in S$ в вершину $j \in D$ за время t : $\rho_{ij}(t)$. Интерпретация: размер корреспонденции.

Стоит упомянуть о возможности наблюдения за потоком на ребрах мультиграфа. Если взять «модель наблюдения за корреспонденцией», то в качестве ребер мультиграфа, построенного на основе $F(G)$, можно рассматривать всевозможные траектории движения из вершины $i \in S$ в вершину $j \in D$.

Существуют физические и технологические ограничения при наблюдении за транспортной сетью. Для рассмотренных моделей наблюдения актуален вопрос о физической реализуемости способа наблюдения. Кроме того, реализация отдельных моделей может быть очень затратна. Поэтому в диссертационной работе подробно не рассматриваются вопросы реализуемости моделей наблюдения на практике. Некоторые аспекты процесса сбора наблюдений опубликованы в работах [77, 78].

2.2 Марковская модель транспортных корреспонденций

Если предположить, что движение микрообъектов по транспортному графу – это процесс «без памяти», то он может быть описан апериодической *марковской цепью с дискретным временем* $\{X_t\}$, причем каждое состояние цепи ассоциировано с некоторой вершиной графа G . Т.е. множество вершин V графа G совпадает с пространством состояний I (далее – V) марковской цепи $\{X_t\}$. Соответственно, множество ребер E графа G ассоциируется с множеством возможных переходов в смежные состояния. Марковская цепь $\{X_t\}$ характеризуется стохастической матрицей переходных вероятностей $P = \{p_{ij}\}$, $(i, j = 1, \dots, m)$ и начальным распределением $\lambda = \{\lambda_i\}$, $(i = 1, \dots, m)$. В общем случае матрица P зависит от времени t : $P(t) = \{p_{ij}(t)\}$, $(i, j = 1, \dots, m; t = 0, \dots, T)$. Каждый элемент матрицы переходных

вероятностей есть условная вероятность перехода из состояния i в момент времени t в состояние j в момент времени $t+1$:

$$p_{ij}(t) = P\{X(t+1) = j | X(t) = i\}, (i, j \in V; t = 0, \dots, T).$$

Любое движение микрообъектов по транспортному графу можно свести к процессу «без памяти». Для этого целесообразно использовать марковские цепи более высоких порядков (вероятность перехода в следующее состояние зависит от нескольких предыдущих переходов). Альтернативный вариант – в качестве базового графа использовать более сложные графы, полученные из исходного с помощью различных преобразований (см. главу 1.2). В таком случае, физическая интерпретация процесса может отсутствовать, но предлагаемые методы будут работать.

Также интерес представляют модели, связанные с *непрерывными марковскими процессами*, которые могут быть полезны в получении более точных оценок. Однако описание и интерпретация таких моделей значительно сложнее, поэтому ограничимся рассмотрением только *дискретных марковских процессов*.

Абстрактный транспортный граф $G(V, E)$ можно ассоциировать с графом переходов апериодической цепи Маркова с дискретным временем [20] и матрицей переходных вероятностей P .

$$P = \{ \hat{p}_{ij} \}, 0 \leq \hat{p}_{ij} \leq 1 \forall i, j \text{ и } \sum_j \hat{p}_{ij} = 1. \quad (2.1)$$

Подобная марковская цепь может быть интерпретирована следующим образом. Некоторый микрообъект транспортной сети, например, автомобиль, находящийся в вершине сети с номером i (состоянии i), с вероятностью p_{ij} переходит в вершину транспортного графа j в момент времени t . Эта интерпретация применима для всех моделей наблюдения, описанных в предыдущей главе. Описание в виде марковской цепи согласуется с «моделью состояния» движения микрообъектов, формализованной в соотношении (2.1).

Далее приведены некоторые особенности марковской цепи, описывающей именно транспортный граф $G(V, E)$ размерности m . Для удобства дальнейшего изложения приведем определения [39]:

- Состояние i принадлежит *минимальному* множеству состояний, если $\forall j$ из $i \rightarrow j$, следует, что $j \rightarrow i$. Здесь и далее отношение $i \rightarrow j$ означает, что из состояния i можно попасть в состояние j , необязательно за 1 шаг.
- Если из множества состояний марковской цепи V исключить все минимальные множества M_{min} , то минимальное множество по отношению к $U \setminus M_{min}$ называется *множеством «первого уровня»* по отношению к минимальным. Аналогичным образом можно определить *множество «второго уровня»* и т.д.

Разобьём множество вершин (состояний) на блоки. Первый блок соответствует подграфу, вершины которого образуют минимальное множество, второй блок образует подграф, который образует множество «первого уровня». Такое представление, согласно [39], будем называть *каноническим разложением* транспортного графа. Каноническое разложение цепи $\{X_t\}$ делает ее *приводимой*.

Исходя из специфики транспортного графа $G(V, E)$, множество его вершин делится на три блока. Это разбиение предопределяет структуру матрицы переходных вероятностей соответствующей цепи Маркова в блочном каноническом виде:

$$P = \begin{pmatrix} P_D & 0 & 0 \\ R_{MD} & P_M & 0 \\ R_{SD} & R_{SM} & P_S \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

P_D, P_M, P_S – матрицы переходных вероятностей внутри множеств D, M, S соответственно. R_{MD} есть матрица вероятностей перехода из состояний множества M в состояния множества D . R_{SD}, R_{SM} – матрицы вероятностей перехода из состояний множества S в состояния множества M и D , соответственно.

Оценка переходных вероятностей

Рассмотрим задачу оценивания вероятностей перехода по наблюдениям за марковской цепью в моменты времени $t = \{0, 1, \dots, T\}$ на основе статистики:

$$n_{ij} = \sum_{t=0}^T n_{ij}(t),$$

где $n_{ij}(t)$ - количество переходов цепи из состояния i в состояние j в момент времени t . n_i – общее число переходов цепи из состояния i за время T .

$$n_i = \sum_{j=1}^m n_{ij}.$$

Предположим, что имеется некоторая *априорная информация* о количестве переходов в цепи из одного состояния в другое за время T . По аналогии с предыдущими обозначениями: $a_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}$ – априорная информация об общем числе переходов цепи за время T .

Транспортный граф с известной структурой предполагает наличие информации о разрешенных переходах из состояния i . Для учета этой информации будет использоваться понятие «емкость состояния». Под емкостью состояния m_i , $i = 1, \dots, m$ будем понимать количество выходящих дуг из вершины графа сети с номером i .

Переход цепи из состояния i в состояние j определяется *мультиномиальным законом распределения* с вероятностью p_{ij} . Оценки p_{ij} можно получить с использованием, метода максимального правдоподобия или байесовских оценок [24].

Далее рассматриваются только разрешенные переходы из состояния i , т.е. такие, что $p_{ij} > 0$. Это избавит в дальнейшем от необходимости оговаривать условия использования выражений типа p_{ij}^{-1} или $\log p_{ij}$. Под выражениями вида a_{im_i} , n_{im_i} и p_{is_i} понимаются последние ненулевые элементы в строке i в соответствующих матрицах, а под выражениями вида $\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}$, $\sum_{j=1}^{m_i} n_{ij}$, $\sum_{j=1}^{m_i} p_{ij}$ – суммы ненулевых элементов.

В качестве метода оценивания матрицы $P = \{p_{ij}\}$, ($i, j = 1, \dots, m$) рассмотрим *метод максимального правдоподобия* и *байесовский метод*. *Функция правдоподобия* в этом случае есть (см. [24, 36, 40]):

$$L(n, P) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{m_i} p_{ij}^{n_{ij}} = \prod_{i=1}^m p_{i1}^{n_{i1}} p_{i2}^{n_{i2}} \dots p_{im_i-1}^{n_{im_i-1}} \left(1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}\right)^{n_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij}}. \quad (2.3)$$

Логарифмическая функция правдоподобия, соответственно, будет иметь вид:

$$\ln L(n, P) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij} \ln p_{ij} + \left(n_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij}\right) \cdot \ln \left(1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}\right).$$

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) является решением уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial p_{ij}} \log L(n, P) = \frac{n_{ij}}{p_{ij}} - \frac{n_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij}}{1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}} = 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m_i - 1, \quad (2.4)$$

при условии (2.1). Решением (2.4) относительно p_{ij} являются оценки вида:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m_i. \quad (2.5)$$

Такая оценка состоятельна и асимптотически нормальна [24, 36, 40].

Рассмотрим *теорему Байеса* [24]:

$$f_p(P|n) = \frac{f(P) \cdot f(n|P)}{f(n)} = \frac{f(P) \cdot L(n, P)}{f(n)}, \quad (2.6)$$

где $f_p(P|n)$ – апостериорная плотность вероятности, $f(P)$ – априорная плотность распределения параметров.

В качестве априорного распределения параметров $f(P)$ может быть взято *многомерное бета-распределение*, поскольку оно является сопряженным распределением к мультиномиальному. Плотность вероятности совместного распределения всех p_{ij} записывается в следующем виде [24]:

$$\prod_{i=1}^m f(p_{i1}, \dots, p_{im_i}) = \prod_{i=1}^m \left(\frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}\right)}{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma(a_{ij})} \cdot \prod_{j=1}^{m_i} p_{ij}^{a_{ij}-1} \right). \quad (2.7)$$

Апостериорная плотность вероятности тоже принадлежит к классу многомерных бета-распределений [24]:

$$f_p(P|n) = \prod_{i=1}^m \left(\frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^{m_i} n_{ij} + a_{ij}\right)}{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma(n_{ij} + a_{ij})} \cdot \prod_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}^{n_{ij}+a_{ij}-1} \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}\right)^{n_{im_i}+a_{im_i}-1} \right). \quad (2.8)$$

С помощью моды апостериорного распределения (2.8) оценки p_{ij} могут быть получены в виде:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{n_{ij} + a_{ij} - 1}{\sum_j n_{ij} + \sum_j a_{ij} - m_i}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m_i. \quad (2.9)$$

Выражения (2.5) и (2.9) позволяют получить оценки элементов матрицы переходных вероятностей.

2.3 Методы оценки корреспонденций для различных моделей наблюдения

Исходными данными задачи оценки корреспонденций является выборка, полученная с помощью той или иной модели наблюдения, а также априорная информация о передвижениях микрообъектов. Рассматривается следующая задача: *необходимо оценить размер корреспонденций между начальными и конечными вершинами транспортного графа $G(V, E)$ размерности t на основе выборки данных, полученных согласно некоторой модели наблюдения.*

Преимущество этого подхода заключается в том, что используются только наблюдаемые данные об объемах потоков. Предложенные методы позволяют использовать известный аппарат теории цепей Маркова для расчета транспортных корреспонденций.

Кроме того, использование марковского подхода для локальных моделей наблюдения исключает необходимость в формировании матрицы назначения для вычисления корреспонденций.

Ключевым недостатком предлагаемых методов является их зависимость от предположения о марковском свойстве процесса перемещения микрообъектов по транспортному графу. Зависимость от этого предположения может быть снижена

при использовании марковских цепей более высоких порядков, что не нарушает логику последующих рассуждений.

Метод оценки, соответствующий модели с «наблюдателем» в вершине

Предполагается, что наблюдаются только *агрегированные* данные или *макроданные* [24]. В таком случае ОМП и байесовские оценки по частотам переходов, формализованные в (2.5) и (2.9), неприменимы.

Имеются агрегированные данные $\{n_i(t) = \sum n_{ij}(t)\}$, $(i = 1, \dots, m; t = 0, \dots, T)$.

Если предположить независимость от времени матрицы переходных вероятностей $P \equiv P(t)$, то, исходя из формулы полной вероятности, можно записать следующее соотношение:

$$\begin{aligned} n_j(t+1) &= \sum_{i=1}^m n_i(t) \cdot p_{ij} + w_j(t), \\ \forall j &= 1, \dots, m; t = 0, \dots, T-1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $w_j(t)$ - величина ошибки в агрегированных данных. Модель (2.10) является линейной. Предполагается, что:

$$\begin{aligned} E[w_j(t)] &= 0 \\ E[w_j(t), w_k(s)] &= 0 \text{ при } j \neq k, t \neq s, \\ E[w_j^2(t)] &= \sigma^2 \\ \forall j &= 1, \dots, m; t = 0, \dots, T-1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $E[\dots]$ - оператор математического ожидания.

Объединяя все состояния цепи и моменты времени на основе соотношения (2.10), получаем следующую расширенную систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & U_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

где

$$n_j = \begin{bmatrix} n_j(1) \\ n_j(2) \\ \vdots \\ n_j(T) \end{bmatrix}, w_j = \begin{bmatrix} w_j(1) \\ w_j(2) \\ \vdots \\ w_j(T) \end{bmatrix}, p_j = \begin{bmatrix} p_{1j} \\ \vdots \\ p_{mj} \end{bmatrix},$$

а матрицы U_j :

$$U_j = \begin{bmatrix} n_1(0) & n_2(0) & \dots & n_m(0) \\ n_1(1) & n_2(1) & \dots & n_m(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_1(T-1) & n_2(T-1) & \dots & n_m(T-1) \end{bmatrix}.$$

Сохраняя обозначения, соотношение (2.12) можно переписать в векторной форме:

$$n = U \cdot p + w. \quad (2.13)$$

Задача оценки переходных вероятностей по системе (2.12) или (2.13) является классической для линейных моделей. Характер исходных данных позволяет и условия (2.11) позволяют применить для оценивания p метод наименьших квадратов [24] (если третье условие в (2.11) не выполняется, то можно рассмотреть взвешенный метод наименьших квадратов). В этом случае, оценки вектора p могут быть найдены как решение задачи квадратичного программирования:

$$\hat{p} = \arg \min_p (n - Up)^T (n - Up), \quad (2.14)$$

с учетом ограничений (условий нормировки):

$$\begin{aligned} p_{ij} &\geq 0, \quad \sum_j p_{ij} = 1 \\ \forall i, j &= 1, \dots, m \end{aligned}.$$

Полученные оценки матрицы переходных вероятностей \hat{P} позволяют перейти к задаче оценки матрицы корреспонденций $\hat{\rho}$. При определенных допущениях можно считать, что $\hat{\rho}$ формируется с помощью матрицы вероятностей опосредованных переходов P' . Чтобы определить вероятность опосредованного перехода из начального состояния i в конечное состояние j

можно воспользоваться известным рекуррентным уравнением Колмогорова-Чепмена [20]:

$$P'_{ij} = \sum_{k=1}^m P_{ik} \cdot P'_{kj},$$

или в матричной форме:

$$P' = P^k, k \rightarrow \infty. \quad (2.15)$$

Имея матрицу P' , получить матрицу корреспонденции $\hat{\rho}$ можно с использованием следующего выражения:

$$\hat{\rho} = P' \cdot \lambda, \quad (2.16)$$

где λ - диагональная матрица, задаваемая начальным распределением марковской цепи.

Соотношение (2.15) корректно для вычисления матрицы опосредованных переходных вероятностей только в случае эргодичности марковской цепи, используемой для описания транспортного графа. В данном случае эргодичность цепи имеет следующую интерпретацию: микрообъекты бесконечно блуждают (перемещаются) между состояниями марковской цепи. Далее будет предложен метод вычисления матрицы P' для иной структуры цепи (каноническое разложение).

Если в распоряжении имеются наблюдения согласно модели с «наблюдателем» в вершине только за один промежуток времени, то задача, как правило, является недоопределённой, т.к. количество оцениваемых параметров в виде корреспонденций равно n^2 , в то время как наблюдений всего m (часто $m < n^2$). Аналогичным образом недопустима частичная наблюдаемость в пространстве состояний для данной модели наблюдения.

Метод оценки, соответствующий модели с «наблюдателем» на ребре

При данной модели наблюдения измерения осуществляются на ребрах некоторого транспортного графа $G(V, E)$, поэтому применение различных известных статистических методов оценки корреспонденций не противоречит

логике [11-16]. В данной части рассматривается метод оценки, использующий марковские свойства транспортных корреспонденций при условии полной наблюдаемости. Вне зависимости от вида транспортного графа (классический транспортный граф, реберный граф или граф транзитивного замыкания k -го порядка) подход к оценке будет единым.

Рассмотрим задачу оценки матрицы корреспонденций в графе $G(V, E)$ при условии, что для выбранных моделей наблюдения элементы матрицы переходных вероятностей P марковской цепи оценены согласно (2.5) или (2.9). В общем случае, оценка (2.14) тоже может быть допустимой.

Процесс оценивания объемов транспортных корреспонденций можно условно разделить на 2 этапа. На первом необходимо получить матрицу опосредованных вероятностей перехода, на втором – с ее помощью финальную матрицу корреспонденций.

Приведем пару терминов из теории марковских цепей [40]:

Состояние $i \in V$ называется *поглощающим*, если:

$$p_{ij} = P\{X(t+1) = j | X(t) = i\} = 0, \forall j \in V, j \neq i.$$

Состояние $j \in V$ называется *невозвратным*, если:

$$p_{ij} = P\{X(t+1) = j | X(t) = i\} = 0, \forall i \in V, i \neq j.$$

Отметим специфику транспортного графа G : множество вершин V состоит из трех подмножеств S , D и M . Это разбиение позволяет получить каноническое разложение матрицы переходных вероятностей (2.2). Множество D целиком состоит из поглощающих состояний, а из любого состояния множества S невозможно попасть в другое состояние этого множества, т.е. все состояния множества S являются невозвратными, поэтому:

$$\begin{aligned} P_D &= I \\ P_S &= 0 \end{aligned}$$

где I - единичная матрица.

Из свойства 3 множества вершин V транспортного графа G (см. раздел 1.2) следует, что:

$$R_{SD} = 0.$$

Используя вышеописанные уравнения, матрицу (2.2) можно переписать в следующем виде:

$$P = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ R_{MD} & P_M & 0 \\ 0 & R_{SM} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Известно, что при разделении состояний на поглощающие и невозвратные, матрица переходных вероятностей имеет блочный вид:

$$P = \begin{pmatrix} I & 0 \\ R & P_T \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

где T – множество невозвратных состояний.

Обозначим B как матрицу опосредованных вероятностей перехода. Опосредованную вероятность перехода b_{ij} из некоторого невозвратного состояния i в поглощающее j можно получить следующим образом:

$$b_{ij} = p_{ij} + \sum_{k \in T} p_{ik} b_{kj},$$

или в матричном виде:

$$B = R + P_T B.$$

Отсюда следует:

$$B = (I - P_T)^{-1} R. \quad (2.19)$$

Известно [39], что матрица $(I - P_T)^{-1}$ является *фундаментальной* матрицей марковской цепи.

Утверждение 4. Фундаментальная матрица марковской цепи является невырожденной.

В связи с тем, что все состояния из множества T являются невозвратными, то при $n \rightarrow \infty$ $P_T^n \rightarrow 0$ (нулевой матрице). В таком случае, матрица $I - P_T$ имеет обратную, причем:

$$(I - P_T)^{-1} = I + P_T + P_T^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} P_T^k. \quad (2.20)$$

Доказательство корректности (2.20) приведено в [39].

На первом этапе необходимо получить матрицу опосредованных переходных вероятностей между множествами S и D – матрицу $B_{SD} = \{b_{ij}\}$. Из свойства 3 множества вершин транспортного графа известно, что из состояния i множества S в состояние j множества D попасть напрямую невозможно, поэтому:

$$B_{SD} = B_{SM} B_{MD}. \quad (2.21)$$

Вернемся к каноническому виду матрицы переходов (2.17) для транспортного графа G . Состояния множества M невозвратны для состояний множества D , поэтому опосредованные вероятности переходов из множества M и D , согласно (2.19), составляют матрицу B_{MD} :

$$B_{MD} = (I - P_M)^{-1} R_{MD}. \quad (2.22)$$

Поскольку множество S состоит из невозвратных состояний, то все переходы из состояний множества S в состояния множества M осуществляются за один шаг. Поэтому:

$$B_{SM} = R_{SM}. \quad (2.23)$$

Из (2.21), (2.22) и (2.23) следует, что матрица опосредованных переходных вероятностей B_{SD} равна:

$$B_{SD} = R_{SM} (I - P_M)^{-1} R_{MD}. \quad (2.24)$$

Чтобы получить матрицу корреспонденции ρ рассмотрим диагональную матрицу λ , образованную начальным распределением соответствующей марковской цепи $\{X_t\}$. Элементы матрицы λ_{ii} равны общему числу микрообъектов (суммарному потоку) в i -й исходной вершине ($i \in S$). Согласно свойству 3 множества ребер транспортного графа, суммарный поток выезжающих из всех исходных вершин S равен суммарному потоку въезжающих во все конечные вершины D . Отсюда результирующая матрица корреспонденций $\hat{\rho}$:

$$\hat{\rho} = B_{SD} \cdot \lambda. \quad (2.25)$$

Аналогично, с точностью до перестановки, можно рассмотреть диагональную матрицу финального (предельного) распределения марковской цепи π . Фактически это матрица потока, въезжающего в конечные вершины.

$$\hat{\rho} = \pi \cdot B_{SD}. \quad (2.26)$$

Таким образом, уравнения (2.25) и (2.26) позволяют получить матрицу корреспонденции, используя только данные о начальном или финальном распределении и матрицу переходных вероятностей соответствующей цепи Маркова.

Сложность предложенного метода заключается в необходимости обращения отдельного блока матрицы переходных вероятностей, т.е. вычисления фундаментальной матрицы $(I - P_M)^{-1}$. Из-за структуры графа матрица не вырождена и, как правило, имеет много нулевых побочных диагоналей. Соответственно, применение определенных численных методов может существенно ускорить процесс вычисления матрицы.

Метод оценки, соответствующий модели при частичной наблюдаемости в пространстве состояний

На практике нередко возможна только частичная наблюдаемость в пространстве состояний. Это означает, что можно проводить измерения на ограниченном числе вершин, т.е. только состояния из множества $V_0 \subset V$ наблюдаемы, при этом, как правило $|V_0| \ll |V|$. Для оценки корреспонденций в таких условиях необходимо обратиться к *обратной задаче марковских цепей* (Inverse Markov Chain Problem).

Очевидно, что для разрешимости такой задачи модель необходимо дополнительно параметризовать. Дополнительные параметры могут зависеть от топологии транспортного графа, семантических особенностей или априорной информации.

Один из методов решения обратной задачи марковских цепей предложен в работе [23]. Рассматривается параметризованная марковская цепь с перезапуском

(Markov chain with restart) $\{\tilde{X}_t(\theta)\}$, в которой переходные вероятности зависят не только от состояний, но и от начального распределения:

$$\tilde{p}_{ij}(\theta) = \beta \cdot p_{ij}(\theta_P) + (1 - \beta) \cdot p_i(\theta_\lambda), \quad (2.27)$$

где $\theta = [\theta_P^T, \theta_\lambda^T, \beta]^T$ - вектор оцениваемых параметров, $\tilde{P}(\theta) = \{\tilde{p}_{ij}(\theta)\}$ - матрица переходных вероятностей цепи с перезапуском, p_{ij} - элемент обычной матрицы переходных вероятностей, $p_i(\theta_\lambda)$ зависят от начального распределения цепи, β - коэффициент баланса. Очевидно, что при $\beta = 1$, цепь с перезапуском $\{\tilde{X}_t(\theta)\}$ эквивалентна классической марковской цепи $\{X_t(\theta)\}$.

Вектор параметров $\theta_\lambda = [\theta'_\lambda{}^T, \theta''_\lambda{}^T]$ состоит из вектора «локальных» параметров $\theta'_\lambda \in \mathbb{R}^{|V|}$, характеризующих каждое состояние $i \in V$ цепи, и вектора θ''_λ , который отвечает за некоторые «глобальные» параметры (к примеру, тип соответствующей вершины графа). Таким образом, можно задать функции $p_i(\theta_\lambda)$ с использованием логит-функции:

$$p_i(\theta_\lambda) = \frac{e^{\theta'_{\lambda_i} + \varphi_i^T \cdot \theta''_\lambda}}{\sum_{j \in V} e^{\theta'_{\lambda_j} + \varphi_j^T \cdot \theta''_\lambda}},$$

где φ_i - характеристический вектор глобальных параметров для состояния $i \in V$.

Вектор параметров $\theta_P = [\theta'_P{}^T, \theta''_P{}^T]$ состоит из вектора «локальных» параметров $\theta'_P \in \mathbb{R}^{|V \times V|}$, характеризующих каждый переход из состояния $i \in V$ в состояние $j \in V$, и вектора θ''_P , который отвечает за некоторые «глобальные» параметры (к примеру, тип соответствующего ребра графа). Аналогичным образом, функции $p_{ij}(\theta_P)$ можно задать с использованием логит-функции:

$$p_{ij}(\theta_P) = \begin{cases} \frac{e^{\theta'_{P_{ij}} + \phi_{ij}^T \cdot \theta_P^n}}{\sum_{k \in V} e^{\theta'_{P_{kj}} + \phi_{kj}^T \cdot \theta_P^n}}, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases},$$

где ϕ_{ij} - характеристический вектор глобальных параметров для перехода из $i \in V$ в $j \in V$.

Пусть цепь $\{\tilde{X}_t(\theta)\}$ обладает свойствами *эргодичности* и *неприводимости*. При определенных допущениях и дополнительных выражениях подобные рассуждения допустимы и для приводимой цепи (каноническое разложение).

Свойство эргодичности цепи говорит о существовании предельного распределения цепи $\pi(\theta)$ при $t \rightarrow \infty$. Такое распределение соответствует предельному распределению микрообъектов по вершинам соответствующего графа.

Будем считать, что $\forall i \in V_0$ имеются «истинные» значения n_i и $\hat{p}_{ij}, \forall j \in V_0$, оцененные согласно (2.5) или (2.9).

Задача заключается в нахождении параметров θ , которые позволяют лучше всего аппроксимировать $\tilde{P}(\theta)$ и $\pi(\theta)$ к значениям \hat{p}_{ij} и n_i , соответственно:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} L(\theta). \quad (2.28)$$

Минимизируемая целевая функция может состоять из трех слагаемых [28]:

$$L(\theta) = \gamma \cdot L_{\pi}(\theta) + (1 - \gamma) \cdot L_P(\theta) + \lambda R(\theta), \quad (2.29)$$

где $\gamma \in [0, 1]$ и $\lambda \geq 0$ - балансовые параметры, $R(\theta) = \|\theta\|$ - функция нормировки параметров.

Слагаемое целевой функции $L_{\pi}(\theta)$, отвечающее за предельное распределение, может выглядеть следующим образом:

$$L_{\pi}(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V_0} \left(\ln \frac{n_i}{n_j} - \ln \frac{\pi_i(\theta)}{\pi_j(\theta)} \right)^2.$$

Слагаемое целевой функции $L_P(\theta)$, отвечающее за переходные вероятности, может выглядеть следующим образом:

$$L_P(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i \in V_0} \sum_{j \in V_0} \left(\ln \hat{p}_{ij} - \ln \tilde{p}_{ij}(\theta) \right)^2.$$

Решение задачи (2.28) и (2.29) при множестве ограничений типа (2.1) и ограничений на значения параметров позволяет получить оценки матрицы переходных вероятностей \tilde{P} и начального распределения $\hat{\lambda}$. Вычисление матрицы корреспонденции в таком случае возможно с помощью (2.16). Согласно результатам, приведенным в [23], предложенный метод дает надежные оценки на реальных сетях, даже в условиях очень ограниченной наблюдаемости (3,5% состояний).

Метод оценки, соответствующий остальным моделям наблюдения

Частичной наблюдаемостью по времени можно пренебречь, если предположить, что процесс является однородным по времени и общий объем микрообъектов в каждом состоянии линейно зависит от наблюдаемых измерений:

$$n_{ij} = \kappa \cdot \sum_{t \in [T_1, T_2]} n_{ij}(t),$$

где $[T_1, T_2]$ - наблюдаемый промежуток времени, κ - калибровочный коэффициент. В таком случае, можно считать все состояния полностью наблюдаемыми. Если же подобное предположение неприменимо, то следует использовать различные эвристики для вычисления корреспонденций.

Модель наблюдения с «*распределенным*» наблюдателем влияет, в первую очередь, на процесс сбора наблюдений. Выборка обработанных наблюдений соответствует выборкам, полученным в рамках других моделей. Поэтому тип «наблюдателя» практически не влияет на выбор метода оценки корреспонденций, рассмотрение такой модели наблюдения можно опустить.

Методы оценки для моделей наблюдения за корреспонденцией

Рассматривается задача оценки матрицы корреспонденций $\hat{\rho}$ в графе $F(G)$ при наличии наблюдений непосредственно за корреспонденцией. В данном случае применение марковской модели не имеет смысла, потому что наблюдаются сами оцениваемые параметры. Если весь граф $F(G)$ наблюдаем, то задача оценки сводится к тривиальным задачам математической статистики.

Основные трудности при такой модели наблюдения проявляются, если $F(G)$ частично наблюдаем или наблюдаем только ограниченный объем перемещений микрообъектов, т.е. имеются «неполные» данные.

Ниже рассматривается применение неполных данных для оценки корреспонденций, в частности, путем введения различных дополнительных ограничений для уже известных методов.

Пусть имеется выборка наблюдений за некоторыми корреспонденциями $\rho = \{\rho_{ij}, i \in S_0, j \in D_0\}$, $S_0 \subset S$, $D_0 \subset D$, причем наблюдаются не все микрообъекты $\rho_{ij} \leq \hat{\rho}_{ij}$. На практике подобная выборка может быть получена по данным GPS-треков пользователей, данным о перемещении абонентов сотовых операторов или информации о поездках на такси.

Предполагается, что для каждой рассматриваемой корреспонденции известны затраты на передвижение между вершинами графа и, как следствие, цены путей ν_{ij} (могут быть рассчитаны исходя из топологии графа и/или BPR-функций). Цены путей ν_{ij} зависят от нагрузки на граф. Тогда можно воспользоваться выборками $\rho = \{\rho_{ij}\}$ и $\nu = \{\nu_{ij}\}$ для оценки параметров $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n)$ функций предпочтения $f(\nu_{ij})$ в некоторой гравитационной модели (1.8). Качество оценок параметров будет зависеть от размера наблюдаемой выборки.

2.4 Выводы

Глава 2 диссертационной работы посвящена оцениванию транспортных корреспонденций при наличии наблюдений за потоками в транспортном графе. Предложена классификация возможных моделей наблюдения за потоками в сети в зависимости от расположения «наблюдателя», условий наблюдаемости (полная, частичная), типу «наблюдателя» и виду транспортного графа.

Представление движения микрообъектов по транспортному графу интерпретировано в виде дискретного марковского процесса. Задача оценивания корреспонденции сформулирована в терминах оценки параметров марковской модели.

Рассмотрены различные методы вычисления матриц корреспонденции в зависимости от моделей наблюдений, предложены методы оценивания на основе анализа параметров соответствующих марковских моделей при наличии наблюдений за транспортными потоками разной степени агрегированности (микроданных и макроданных).

Преимущество методов на основе марковского подхода заключается в отсутствии необходимости в формировании матрицы назначения на основе априорной информации для вычисления корреспонденций. Недостатком предлагаемых методов является их зависимость от предположения о марковском свойстве процесса перемещения микрообъектов по транспортному графу. Однако зависимость от этого предположения может быть снижена при использовании марковских цепей более высоких порядков.

Основные результаты главы 2 опубликованы в работах [79-87].

3 МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ

3.1 Постановка задачи планирования наблюдений за потоками в транспортной сети

Задача оптимального планирования наблюдений за потоками в транспортном графе актуальна для вопросов организации системного мониторинга транспортных потоков, оценки матриц корреспонденций, калибровки транспортных моделей и других. Любая транспортная сеть является распределенным в пространстве объектом, поэтому наблюдение за потоками во всей сети в реальности практически не реализуемо. Наибольшей информацией обладают модели наблюдения за потоками, предполагающие наличие распределенной системы наблюдения. Однако часто существует возможность сбора информации только локально, в пределах одного транспортного узла. Проведение наблюдений является дорогостоящим мероприятием, поэтому необходимо тщательно подходить к выбору точек для наблюдения, т.е. необходимо, чтобы наблюдения были максимально информативны. Возникает задача оптимального планирования наблюдений в условиях частичной наблюдаемости.

В статье [25] был предложен класс задач, получивший название задачи планирования мест подсчета трафика (traffic counting location или TCL). Были сформулированы 4 принципа для планирования наблюдений за потоком в транспортном графе $G(V, E)$, которые предполагают наличие у исследователя информации о возможных путях реализации корреспонденций.

- *Правило покрытия корреспонденций*: для каждой потокообразующей пары (i, j) , $i \in S, j \in D$ должна быть выбрана хотя бы одна вершина для наблюдения $k \in O \subset V$, которая входит в соединяющий i и j путь r .

- *Правило максимальной доли потока*: точки (вершины) наблюдения в графе G должны быть расположены на ребрах между исходной и конечной точкой корреспонденции так чтобы доля потока была максимальной.
- *Правило пересечения максимального количества потоков*: выбранные для наблюдения вершины должны пересекать максимальное количество корреспонденций.
- *Правило независимости отрезков*: все выбранные точки наблюдения должны быть линейно независимы.

Задача TCL сводится к оптимизационной, в которой правила «максимальной доли потока» и «пересечения максимального количества потоков» включены в целевую функцию, а правила «покрытия корреспонденций» и «независимости отрезков» формируют ограничения. В научной литературе рассмотрено множество подходов, исследующих эту проблему. Обзор подобных работ представлен в [17].

Альтернативным подходом для планирования наблюдений является применение классических методов теории оптимального планирования эксперимента. Например, задачу планирования наблюдений можно интерпретировать как задачу распределения некоторого ресурса на вершинах транспортного графа.

Рассматривается представление некоторого транспортного графа $G(V, E)$ в виде апериодической марковской цепи $\{X_t\}$ с матрицей переходных вероятностей P (см. раздел 2.2).

Задачу планирования наблюдений для модели с локальными «наблюдателями» на ребрах графа можно интерпретировать следующим образом. Наблюдатели фиксируют переходы микрообъектов, находясь в состояниях $\{i = 1, \dots, m; i \in V\}$ в моменты времени $t = \{0, 1, \dots, T\}$. На весь процесс отведен ресурс в N наблюдений. Каждый наблюдатель получает часть этого ресурса

$\{n_i, i = 1, \dots, m\}$ таким образом, что $\sum_{i=1}^m n_i = N$. Требуется найти распределение $n^* = \{n_i, i = 1, \dots, m\}$, максимизирующее некоторый функционал от *информационной матрицы Фишера* $I(P, n)$. Состояния цепи и соответствующий им объем ресурса $\{n_i \in \mathbb{R}, i \in V\}$ образуют *план «эксперимента»*. В свою очередь, элементы матрицы переходных вероятностей P являются параметрами.

$$I(P, n) = E \left(\left[\frac{\partial \ln L(n, P)}{\partial P} \right]^2 \right), \quad (3.1)$$

и для регулярного случая:

$$I(P, n) = E \left(\left[\frac{\partial \ln L(n, P)}{\partial P} \right]^2 \right) = -E \left(\frac{\partial^2 \ln L(n, P)}{\partial P^2} \right), \quad (3.2)$$

где $E(\)$ - оператор математического ожидания, $L(n, P)$ - функция правдоподобия согласно (2.3).

Постановка задачи планирования наблюдений:

$$n^* = \arg \max_n \Phi \left[n, I(P|n) \right], \quad (3.3)$$

где Φ - некоторый критерий оптимальности.

Для решения обозначенной выше задачи планирования наблюдений рассмотрены методы на основе ОМП-оценок и байесовских оценок.

3.2 Классический подход к задаче планирования наблюдений за потоками в транспортной сети

Ниже исследуется задача, для которой матрица переходных вероятностей оценивается согласно (2.5).

Рассмотрим структуру информационной матрицы Фишера (3.2) для классического случая более детально [37]. Условие регулярности выполняется, поскольку:

$$E\left(\frac{\partial}{\partial p_{ij}} \ln L(n, P)\right) = E\left(\frac{n_{ij}}{p_{ij}} - \frac{n_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij}}{1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}}\right) = 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m_i - 1.$$

Необходимо найти элементы матрицы вторых производных:

$$\frac{\partial^2 \log L(n, P)}{\partial p_{ik} \partial p_{jl}} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ -\frac{n_{ik}}{p_{ik}^2} - \frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2}, & i = j, k = l \\ -\frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2}, & i = j, k \neq l \end{cases}, \quad i, j = 1, \dots, m; k, l = 1, \dots, m_i. \quad (3.4)$$

Таким образом, матрица (3.2) будет блочно-диагональной:

$$I(P, n) = E \begin{bmatrix} A_1 & \cdots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \cdots & A_m \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

где с учетом (3.4) для всех $i = 1, \dots, m$:

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{n_{i1}}{p_{i1}^2} + \frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2} & \cdots & \frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2} & \cdots & \frac{n_{im_i-1}}{p_{im_i-1}^2} + \frac{n_{im_i}}{p_{im_i}^2} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Ранее предполагалось, что:

$$p_{im_i} = 1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}, \quad n_{im_i} = n_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} n_{ij}.$$

Для мультиномиального распределения известно, что

$$E[n_{ij}] = n_i p_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m_i, \text{ откуда следует, что}$$

$$\begin{aligned}
E[A_i] &= n_i \begin{bmatrix} \frac{1}{p_{i1}} + \frac{1}{p_{im_i}} & \cdots & \frac{1}{p_{im_i}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{p_{im_i}} & \cdots & \frac{1}{p_{im_{i-1}}} + \frac{1}{p_{im_i}} \end{bmatrix} = \\
&= n_i \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{p_{i1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{p_{im_{i-1}}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{p_{im_i}} & \cdots & \frac{1}{p_{im_i}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{p_{im_i}} & \cdots & \frac{1}{p_{im_i}} \end{bmatrix} \right) \forall i = 1, \dots, m. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Планирование наблюдений

Известно, что D-оптимальный план минимизирует обобщенную дисперсию оценок параметров [45]. Ожидается (смотри далее), что информационная матрица Фишера зависит от истинных значений параметров P . Для исключения этой зависимости будем рассматривать минимаксные D-оптимальные планы, для которых задача (3.3) имеет вид:

$$n^* = \underset{n}{\text{Arg max}} \min_P \ln \det I(P, n). \quad (3.8)$$

Необходимо найти выражение для $\ln \det I(P, n)$. Учитывая блочно-диагональную структуру матрицы (3.5) имеем:

$$\ln \det I(P, n) = \ln \prod_{i=1}^m \det E[A_i] = \sum_{i=1}^m \ln \det E[A_i].$$

Воспользуемся результатом (см. [38]) для вычисления определителя матрицы, которая представима в форме (3.7), известной как диагональное разложение. Тогда

$$\det E[A_i] = n_i^{m_i-1} \left(\prod_{j=1}^{m_i-1} \frac{1}{p_{ij}} + \sum_{k=1}^{m-1} \prod_{j \neq k} \frac{1}{p_{im}} \frac{1}{p_{ij}} \right) = n_i^{m_i-1} B_i,$$

где

$$B_i = \prod_{j=1}^{m_i-1} \frac{1}{P_{ij}} + \sum_{k=1}^{m-1} \prod_{j \neq k} \frac{1}{P_{im}} \frac{1}{P_{ij}}.$$

Последнее выражение дает основание утверждать, что

$$\log \det I(P, n) = (m_i - 1) \sum_{i=1}^m \log n_i + \sum_{i=1}^m \log B_i. \quad (3.9)$$

Возвращаясь к экстремальной задаче (3.8), найдем

$$\min_P \log \det I(P, n) = \min_P \left((m_i - 1) \sum_{i=1}^m \log n_i + \sum_{i=1}^m \log B_i \right). \quad (3.10)$$

Учитывая выпуклость логарифмической функции, а также независимость первого слагаемого в (3.9) от матрицы P , можно утверждать, что решением экстремальной задачи (3.10) будут стохастические матрицы P размерности m , с равными элементами в строках.

Таким образом, экстремальную задачу (3.8) можно свести к более простой экстремальной задаче вида:

$$n^* = \text{Arg} \max_{\substack{\sum_{i=1}^m n_i = N, n_i > 0}} (m_i - 1) \sum_{i=1}^m \log n_i. \quad (3.11)$$

Используя функцию Лагранжа,

$$L(n, \lambda) = (m_i - 1) \sum_{i=1}^m \log n_i + \lambda \left(N - \sum_{i=1}^m n_i \right),$$

найдем решение (3.11) из системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial n_i} = \frac{(m_i - 1)}{n_i} - \lambda = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^m n_i - N = 0 \end{cases}. \quad (3.12)$$

Решением (3.12) является:

$$n_i^* = \frac{N(m_i - 1)}{\sum_{i=1}^m (m_i - 1)} \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (3.13)$$

Таким образом, план «эксперимента» (распределение ресурса) можно интерпретировать следующим образом: общий объем наблюдений N перераспределяется между наблюдателями, ассоциированными с состояниями

марковской цепи, пропорционально $m_i - 1 (i = 1, \dots, m)$, где m_i - количество возможных переходов в состоянии $i \in V$.

Интерпретация для задачи планирования наблюдений за потоками может быть следующей: если дан транспортный граф с некоторым количеством вершин не меньшим, чем m , то следует ограничиться m вершинами, а N возможных наблюдений за микрообъектами следует перераспределить согласно (3.13).

3.3 Байесовский подход к задаче планирования наблюдений за потоками в транспортной сети

Байесовский подход к задаче планирования наблюдений (3.3) предполагает наличие априорной информации $\{a_{ij}\}$ о поведении микрообъектов в транспортном графе $G(V, E)$ и соответствующей марковской цепи $\{X_t\}$, причем матрица переходных вероятностей цепи \hat{P} оценена согласно (2.9).

Рассмотрим информационную матрицу Фишера для байесовского случая. В качестве функции правдоподобия взята апостериорная плотность вероятности (2.8).

$$I(P|n) = E \left(\frac{\partial \ln f_p(P|n)}{\partial P} \right)^2.$$

Поскольку:

$$\begin{aligned} E \left(\frac{\partial \ln f_p(P|n)}{\partial p_{ij}} \right) &= E \left(\frac{n_{ij} + a_{ij} - 1}{p_{ij}} - \frac{n_{is_i} + a_{is_i} - 1}{p_{is_i}} \right) = \\ &= \frac{n_i p_{ij} + a_{ij} - 1}{p_{ij}} - \frac{n_i p_{is_i} + a_{is_i} - 1}{p_{is_i}} = \frac{a_{ij} - 1}{p_{ij}} - \frac{a_{is_i} - 1}{p_{is_i}} \neq 0 \end{aligned}$$

то условие регулярности для байесовского случая не выполняется.

Приведем результат, который можно использовать для вычисления информационной матрицы Фишера.

Утверждение 5. Для вычисления информационной матрицы Фишера в случае апостериорного распределения может быть использовано следующее соотношение:

$$\begin{aligned} I(\Theta|X) &= E_x \left[\left(\frac{\partial \ln g(\Theta|X)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(\Theta|X)}{\partial \Theta} \right) \right] = \\ &= -E_x \left[\left(\frac{\partial^2 \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta^2} \right) \right] + \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right) = I(X|\Theta) + I(\Theta) \end{aligned} \quad , \quad (3.14)$$

при выполнении условия регулярности для дифференцируемой функции $g(X|\Theta)$, где $g(\Theta|X)$ - апостериорная плотность распределения, X - выборочные данные, Θ - вектор оцениваемых параметров.

Доказательство:

Исходя из формулы Байеса (2.6), верно следующее выражение:

$$\ln g(\Theta|X) = \ln g(X|\Theta) + \ln g(\Theta) - \ln g(X).$$

Соответственно, верно равенство и для производных:

$$\frac{\partial \ln g(\Theta|X)}{\partial \Theta} = \frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta}. \quad (3.15)$$

Исходя из определения и соотношения (3.15), информационная матрица Фишера для апостериорного распределения равна:

$$\begin{aligned} I(\Theta|X) &= E_x \left[\left(\frac{\partial \ln g(\Theta|X)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(\Theta|X)}{\partial \Theta} \right) \right] = \\ &= E_x \left[\left(\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right) \right] = \\ &= E_x \left[\left(\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} \right] + E_x \left[\left(\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \right] \frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} + \\ &+ \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T E_x \left[\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} \right] + \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right) \end{aligned}$$

Поскольку условие регулярности для $g(X|\Theta)$ выполняется:

$$E_x \left[\frac{\partial \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta} \right] = 0.$$

Следовательно, информационную матрицу Фишера $I(\Theta|X)$ можно переписать в виде:

$$I(\Theta|X) = -E_x \left[\left(\frac{\partial^2 \ln g(X|\Theta)}{\partial \Theta^2} \right) \right] + \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T \left(\frac{\partial \ln g(\Theta)}{\partial \Theta} \right) = I(X|\Theta) + I(\Theta).$$

Согласно доказанному выше соотношению (3.14) для вычисления информационной матрицы $I(P|n)$ может быть использовано следующее выражение:

$$\begin{aligned} I(P|n) &= I(n|P) + I(P) = \\ &= -E_n \left(\frac{\partial^2 \ln L(n,P)}{\partial P^2} \right) + \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial P} \right)^T \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial P} \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Рассмотрим слагаемые в выражении (3.16) по отдельности. Первое слагаемое может быть вычислено следующим образом [30]:

$$I(n|P) = -E_n \left(\frac{\partial^2 \ln L(n,P)}{\partial P^2} \right) = E_n \begin{bmatrix} A_1 & \cdots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \cdots & A_m \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

где для всех $i=1, \dots, m$ A_i вычисляются по формуле (3.6).

Исходя из того, что n_{ij} распределены по мультиномиальному закону, то $E_n[A_i]$ могут быть вычислены согласно (3.7).

Для вычисления второго слагаемого, согласно (3.16), необходимо найти производные логарифма априорной плотности функции (2.7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} &= \frac{\partial}{\partial p_{ij}} \left(\ln \Gamma \left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right) - \sum_{j=1}^{m_i} \ln \Gamma(a_{ij}) + \sum_{j=1}^{m_i-1} (a_{ij} - 1) \ln p_{ij} + \right. \\ &\left. + (a_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} a_{ij} - 1) \ln \left(1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij} \right) \right) = \frac{a_{ij} - 1}{p_{ij}} - \frac{a_i - \sum_{j=1}^{m_i-1} a_{ij} - 1}{1 - \sum_{j=1}^{m_i-1} p_{ij}}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Учитывая (3.18), второе слагаемое вычисляется следующим образом:

$$I(P) = \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial P} \right)^T \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial P} \right) = \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m1} & \cdots & B_{mm} \end{bmatrix},$$

где B_{ik} - блок размера $m_i \times m_k$ с элементами:

$$\begin{aligned} b_{ijkl} &= \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{kl}} \right) = \\ &= \left(\frac{(a_{ij} - 1)}{P_{ij}} - \frac{(a_{im_i} - 1)}{P_{im_i}} \right) \cdot \left(\frac{(a_{kl} - 1)}{P_{kl}} - \frac{(a_{km_k} - 1)}{P_{km_k}} \right) = \\ &= \frac{(a_{ij} - 1)(a_{kl} - 1)}{P_{ij}P_{kl}} - \frac{(a_{im_i} - 1)(a_{kl} - 1)}{P_{im_i}P_{kl}} - \\ &\quad - \frac{(a_{ij} - 1)(a_{km_k} - 1)}{P_{ij}P_{km_k}} + \frac{(a_{im_i} - 1)(a_{km_k} - 1)}{P_{im_i}P_{km_k}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Таким образом, $I(P|n)$ выглядит следующим образом:

$$I(P|n) = \begin{bmatrix} E_n[A_1] + B_{11} & \cdots & B_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m1} & \cdots & E_n[A_m] + B_{mm} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Планирование наблюдений

Как было описано в предыдущих разделах, постановка задачи планирования наблюдений сводится к задаче распределения ресурса по вершинам графа $G(V, E)$. Необходимо найти распределение $n = \{n_i, i = 1, \dots, m\}$, максимизирующее некоторый функционал от информационной матрицы Фишера.

Если рассматривать в качестве критерия оптимальности Φ D-оптимальные планы, то задачу (3.3) с учетом (3.16) можно переписать в виде:

$$n^* = \underset{n}{\text{Arg max}} \ln \det \left(E_P [I(n|P)] + E_P [I(P)] \right), \quad (3.21)$$

где $E_P [\]$ - оператор математического ожидания по параметрам P .

Для вычисления $E_P [I(n|P)]$ согласно (3.17) необходимо найти:

$$E_P \left[\frac{n_i}{p_{ij}} + \frac{n_i}{p_{im_i}} \right] = n_i \cdot \left(E_P \left[\frac{1}{p_{ij}} \right] + E_P \left[\frac{1}{p_{im_i}} \right] \right).$$

Известно, что переходные вероятности p_{ij} распределены по закону многомерного бета-распределения. Соответственно, исходя из определения математического ожидания:

$$\begin{aligned} E_P \left[\frac{1}{p_{ik}} \right] &= \int \dots \int_0^1 \frac{1}{p_{ik}} \cdot f(p_{i1}, \dots, p_{im_i}) dp_{i1} \dots dp_{im_i} = \\ &= \int \dots \int_0^1 \frac{1}{p_{ik}} \frac{\Gamma \left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right)}{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma(a_{ij})} \cdot \prod_{j=1}^{m_i} p_{ij}^{a_{ij}-1} dp_{i1} \dots dp_{im_i} = \\ &= \frac{\Gamma \left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right)}{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma(a_{ij})} \int \dots \int_0^1 p_{ik}^{a_{ik}-2} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{m_i} p_{ij}^{a_{ij}-1} dp_{i1} \dots dp_{im_i} = \\ &= \frac{\Gamma \left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \right)}{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma(a_{ij})} \cdot \frac{\Gamma(a_{ik}-1) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{m_i} \Gamma(a_{ij})}{\Gamma \left(\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} - 1 \right)} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} - 1}{a_{ik} - 1} = \frac{a_i - 1}{a_{ik} - 1}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Таким образом, учитывая (3.22):

$$E_P [E_n[A_i]] = \begin{cases} n_i(a_i - 1) \left(\frac{1}{a_{ij} - 1} + \frac{1}{a_{im_i} - 1} \right), & \text{для диаг. эл-тов} \\ n_i \frac{(a_i - 1)}{a_{im_i} - 1}, & \text{для внедиаг. эл-тов} \end{cases}, \quad (3.23)$$

Для вычисления $E_P [I(P)]$ необходимо отметить, что $\forall i \neq j$ блоки матрицы $E_P [B_{ij}]$ являются нулевыми, так как:

$$E_P \left[\left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} \right) \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{kl}} \right) \right] = E_P \left[\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} \right] E_P \left[\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{kl}} \right] = 0. \quad (3.24)$$

Как следствие, матрица $E_P [I(P)]$ является блочно-диагональной.

Исходя из соотношения (3.19) и определения математического ожидания:

$$\begin{aligned} E_P \left[\frac{1}{p_{ij} p_{il}} \right] &= \int \dots \int_0^1 \frac{1}{p_{ij} p_{il}} \cdot f(p_{i1}, \dots, p_{im_i}) dp_{i1} \dots dp_{im_i} = \\ &= \frac{\left(\sum_{r=1}^{m_i} a_{ir} - 1 \right) \cdot \left(\sum_{r=1}^{m_i} a_{ir} - 2 \right)}{(a_{ij} - 1)(a_{il} - 1)} = \frac{(a_i - 1)(a_i - 2)}{(a_{ij} - 1)(a_{il} - 1)} \end{aligned} \quad (3.25)$$

и, аналогично, при $j = l$:

$$E_P \left[\frac{1}{p_{ij} p_{ij}} \right] = \frac{(a_i - 1)(a_i - 2)}{(a_{ij} - 1)(a_{ij} - 2)}. \quad (3.26)$$

Таким образом, с учетом (3.19), (3.25), (3.26), верно следующее соотношение при $j \neq l$:

$$\begin{aligned} E_P \left[\left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{il}} \right) \right] &= (a_i - 1)(a_i - 2) - (a_i - 1)(a_i - 2) - \\ &- (a_i - 1)(a_i - 2) + \frac{(a_i - 1)(a_i - 2)(a_{im_i} - 1)}{(a_{im_i} - 2)} = \frac{(a_i - 1)(a_i - 2)}{(a_{im_i} - 2)} \end{aligned}, \quad (3.27)$$

и, аналогично, при $j = l$:

$$E_P \left[\left(\frac{\partial \ln f(P)}{\partial p_{ij}} \right)^2 \right] = (a_i - 1)(a_i - 2) \left(\frac{1}{(a_{ij} - 2)} + \frac{1}{(a_{im_i} - 2)} \right). \quad (3.28)$$

Таким образом, с учетом (3.17), (3.24):

$$E_P [I(n|P)] = E_P [I(n|P) + I(P)] = \begin{bmatrix} C_1 & \dots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \dots & C_m \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

причем:

$$C_i = \begin{bmatrix} c_{11}^i & \dots & c_{1(m_i-1)}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{(m_i-1)1}^i & \dots & c_{(m_i-1)(m_i-1)}^i \end{bmatrix},$$

где с учетом (3.23), (3.27), (3.28):

$$c_{kl}^i = \begin{cases} n_i(a_i - 1) \cdot \left(\frac{1}{a_{ik} - 1} + \frac{1}{a_{im_i} - 1} \right) + \\ + (a_i - 1)(a_i - 2) \left(\frac{1}{(a_{ik} - 2)} + \frac{1}{(a_{im_i} - 2)} \right), \text{ при } k = l. \\ n_i \frac{(a_i - 1)}{a_{im_i} - 1} + \frac{(a_i - 1)(a_i - 2)}{(a_{im_i} - 2)}, \text{ при } k \neq l \end{cases} \quad (3.30)$$

Учитывая блочно-диагональную структуру матрицы (3.29) имеем:

$$\ln \det E_P [I(n|P) + I(P)] = \ln \prod_{i=1}^m \det C_i = \sum_{i=1}^m \ln \det C_i.$$

Таким образом, задачу (3.21) можно переписать в виде:

$$n^* = \text{Arg max}_n \left(\sum_{i=1}^m \ln \det C_i \right), \quad (3.31)$$

с учетом ограничений:

$$\sum_{i=1}^m n_i = N, \quad \forall i = 1, \dots, m \quad n_i \geq 0.$$

Оптимизационная задача (3.31) является нелинейной с линейными ограничениями и может быть решена с помощью численных методов. Важно отметить, что $\det C_i$ является полиномиальной функцией от n_i степени $m_i - 1$, соответственно распределение ресурса (план «эксперимента») по узлам будет зависеть от количества выходящих дуг $m_i - 1$ и от априорных значений a_{ij} .

Пример решения задачи планирования для байесовского случая

Рассмотрим решение задачи на примере простого графа, представленного на рис. 3.1. Микрообъекты могут перемещаться по графу от вершины v_5 к вершине v_6 и наоборот, т.е. $v_1, v_2, v_3, v_4 \in M \subset V$. Известны априорные значения распределения микрообъектов между вершинами $a_{13}, a_{14}, a_{23}, a_{24}$.

Интерес для задачи распределения ресурса представляют только вершины с номерами 1 и 2, поскольку вероятности переходов из них могут отличаться от 0 и

1. В таком случае, задаче (3.31) соответствуют ограничения $n_1 + n_2 = N$ и $n_1 \geq 0, n_2 \geq 0$.

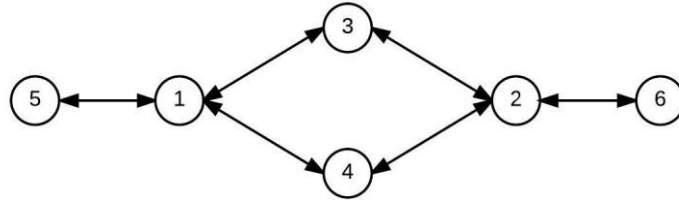


Рисунок 3.1 – Тестовая транспортная сеть

Согласно (3.30), $E_P [I(n|P)]$ для рассматриваемого примера равна:

$$E_P [I(n|P)] = \begin{pmatrix} q_1 \cdot n_1 + r_1 & 0 \\ 0 & q_2 \cdot n_2 + r_2 \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} q_i &= (a_i - 1) \cdot \left(\frac{1}{a_{i3} - 1} + \frac{1}{a_{i4} - 1} \right) \\ r_i &= (a_i - 1)(a_i - 2) \left(\frac{1}{(a_{i3} - 2)} + \frac{1}{(a_{i4} - 2)} \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Выражение (3.31) может быть переписано в виде:

$$n^* = \text{Arg max}_n \left(\ln(q_1 \cdot n_1 + r_1) + \ln(q_2 \cdot n_2 + r_2) \right). \quad (3.33)$$

Воспользуемся функцией Лагранжа:

$$L(n, \lambda) = \ln(q_1 \cdot n_1 + r_1) + \ln(q_2 \cdot n_2 + r_2) + \lambda(n_1 + n_2 + N),$$

и найдем решение (3.33) с помощью системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial n_1} = \frac{q_1}{q_1 \cdot n_1 + r_1} + \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial n_2} = \frac{q_2}{q_2 \cdot n_2 + r_2} + \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = n_1 + n_2 - N = 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Решением (3.34) являются:

$$n_1 = \frac{N}{2} + \frac{r_2}{2q_2} - \frac{r_1}{2q_1},$$

$$n_2 = \frac{N}{2} - \frac{r_2}{2q_2} + \frac{r_1}{2q_1},$$

или, учитывая (3.32):

$$n_1 = \frac{N}{2} + \frac{a_2 - 2}{2} \cdot \frac{(a_{23} + a_{24} - 4)}{(a_{23} + a_{24} - 2)} \cdot \frac{(a_{23} - 1)(a_{24} - 1)}{(a_{23} - 2)(a_{24} - 2)} -$$

$$- \frac{a_1 - 2}{2} \cdot \frac{(a_{13} + a_{14} - 4)}{(a_{13} + a_{14} - 2)} \cdot \frac{(a_{13} - 1)(a_{14} - 1)}{(a_{13} - 2)(a_{14} - 2)}$$

$$n_2 = \frac{N}{2} - \frac{a_2 - 2}{2} \cdot \frac{(a_{23} + a_{24} - 4)}{(a_{23} + a_{24} - 2)} \cdot \frac{(a_{23} - 1)(a_{24} - 1)}{(a_{23} - 2)(a_{24} - 2)} +$$

$$+ \frac{a_1 - 2}{2} \cdot \frac{(a_{13} + a_{14} - 4)}{(a_{13} + a_{14} - 2)} \cdot \frac{(a_{13} - 1)(a_{14} - 1)}{(a_{13} - 2)(a_{14} - 2)}$$

При достаточно больших значениях $a_{13}, a_{14}, a_{23}, a_{24} \gg 0$ решение может быть переписано в виде:

$$n_1 \approx \frac{N}{2} + \frac{a_2 - 2}{2} - \frac{a_1 - 2}{2}$$

$$n_2 \approx \frac{N}{2} - \frac{a_2 - 2}{2} + \frac{a_1 - 2}{2} \quad (3.35)$$

Интерпретация для результата (3.35) следующая. Среди двух вершин с одинаковым числом выходящих ребер предпочтение отдается той вершине, которая, по априорной информации, обладает меньшей интенсивностью. Это не противоречит интуиции, поскольку чем меньше объем априорных наблюдений в вершине, тем выше вероятность ошибки в оценке распределения потоков.

3.4 Выводы

В главе 3 диссертационной работы рассмотрен статистический подход к планированию наблюдений за потоками в транспортном графе для последующей оценки корреспонденций. Задача планирования наблюдений сформулирована в виде задачи распределения ресурса по вершинам некоторого транспортного

графа. Для решения задачи необходимо использовать методы теории оптимального планирования экспериментов.

Решение задачи планирования наблюдений (3.3) предложено для классического и байесовского случаев. При классическом подходе получено интуитивно понятное аналитическое решение задачи (3.13). Недостатком такого подхода является то, что учитывается только структура транспортного графа, поэтому использование данного результата обосновано только для первичной оценки при отсутствии дополнительной информации.

При байесовском подходе задача планирования наблюдений сводится к нелинейной оптимизационной задаче с линейными ограничениями (3.31). Распределение ресурса (план «эксперимента») по вершинам графа G для байесовского случая будет зависеть от количества выходящих дуг и величины априорного объема потока в вершинах графа. На примере простейшей сети рассматривается и интерпретируется решение задачи (3.31).

Получаемые при решении задачи планы наблюдений являются невырожденными и предполагают предоставление части ресурса наблюдателям во всех вершинах графа. На практике рекомендуется использовать процедуру «усечения» плана ввиду ограниченности числа наблюдателей.

Описанные результаты теоретически обоснованы и могут применяться в практических задачах для организации обследований потоков на транспортной сети в целях калибровки транспортных моделей и первичной оценки матриц корреспонденции.

Основные результаты главы 3 опубликованы в работах [27, 28, 80, 88].

4 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ И ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ТРАНСПОРТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

4.1 Примеры применения методов оценки корреспонденций на различных сетях

Ниже представлены примеры применения метода оценки транспортных корреспонденций, соответствующего модели наблюдения с «наблюдателем» на ребре и основанного на марковских свойствах транспортного потока, на тестовых транспортных графах.

Аналитический пример оценки корреспонденций

Рассмотрим задачу оценки корреспонденций на некотором транспортном графе $G_1 (V_1, E_1)$, представленном на рисунке 4.1. Этот граф может быть описан марковской цепью $\{X_t^1\}$. Известно, что изначальный объем микрообъектов в вершине 8 составляет N_8 единиц, в вершине 9 – N_9 единиц, в вершине 10 – N_{10} единиц. Изначальный объем соответствует начальному распределению марковской цепи $\lambda = \{\lambda_i\}$, ($i = 1, \dots, 10$).

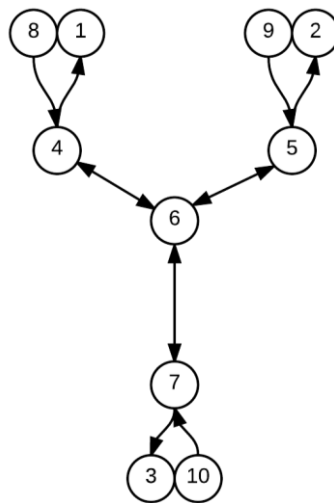


Рисунок 4.1 – Транспортный граф G_1

В транспортном графе G_1 вершины 1,2,3 являются конечными вершинами (т.е. принадлежат множеству $D \subset V_1$), вершины 8,9,10 являются исходными

вершинами (т.е. принадлежат множеству $S \subset V_1$), а 4,5,6,7 являются промежуточными вершинами (т.е. принадлежат множеству $M \subset V_1$). Ненулевые вероятности переходов между вершинами заданы в матрице P_1 . Матрица переходных вероятностей соответствующей марковской цепи P_1 равна:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e & f & 0 & g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

причем верны ограничения типа (2.1):

$$\begin{aligned} a + b &= 1 \\ c + d &= 1 \\ e + f + g &= 1 \\ h + q &= 1 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Блоки матрицы P_1 в каноническом виде (2.17), соответственно равны:

$$R_{SM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_{MD} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}, P_M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ e & f & 0 & g \\ 0 & 0 & q & 0 \end{pmatrix}.$$

Фундаментальная матрица в формуле (2.19) равна:

$$(I - P_M)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 1 & -d & 0 \\ -e & -f & 1 & -g \\ 0 & 0 & -q & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \frac{1}{be + df + gq - 1} \cdot \begin{pmatrix} df + gq - 1 & -bf & -b & -bg \\ -de & be + gq - 1 & -d & -dg \\ -e & -f & 1 & -g \\ -eq & -fq & -q & be + df - 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда матрица B равна:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{be + df + gq - 1} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} df + gq - 1 & -bf & -b & -bg \\ -de & be + gq - 1 & -d & -dg \\ -e & -f & 1 & -g \\ -eq & -fq & -q & be + df - 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{be + df + gq - 1} \begin{pmatrix} a(df + gq - 1) & -cbf & -hbg \\ -ade & c(be + gq - 1) & -hdg \\ -aeq & -cfq & h(be + df - 1) \end{pmatrix}.$$

Если учесть (4.1), то сумма каждой строки в матрице B остается равна 1. Воспользуемся (2.25):

$$\hat{\rho} = \frac{1}{be + df + gq - 1} \cdot \begin{pmatrix} N_8 a(df + gq - 1) & -N_9 cbf & -N_{10} hbg \\ -N_8 ade & N_9 c(be + gq - 1) & -N_{10} hdg \\ -N_8 aeq & -N_9 cfq & N_{10} h(be + df - 1) \end{pmatrix}.$$

Полученная матрица $\hat{\rho}$ описывает корреспонденции (т.е. общий объем транспортного потока) между начальными и конечными вершинами в графе G_1 . Оценки корреспонденций для транспортного графа G_1 – аналитические, реальные же транспортные сети (десятки и сотни тысяч вершин и ребер) требуют применения численных методов для расчета матриц.

Корректность применения метода для крупных сетей зависит от исходных условий. Размерность результирующей матрицы корреспонденции существенно

ниже, чем размерность матрицы переходных вероятностей. Поэтому в практических задачах допустимо незначительно менять структуру транспортных графов (например, исключать из рассмотрения малоиспользуемые ребра) или игнорировать малые значения вероятностей перехода. Это позволит избежать проблем, связанных с плохой обусловленностью матриц, и ускорить процесс вычисления матрицы корреспонденций без существенных потерь в точности.

Исследование применения метода на тестовых сетях

Предложенный метод оценки корреспонденций исследован на нескольких простых транспортных сетях в зависимости от увеличения размерности сети и нарушения марковского свойства. Исследование проводилось с помощью разработанного программного продукта (см. главу 5). Процесс тестирования был следующим. На первом этапе заданная «истинная» матрица корреспонденции $\bar{\rho}$ распределялась на некоторый транспортный граф $G(V, E)$ (решение задачи о равновесных потоках). Смоделированные нагрузки на ребрах принимались в качестве наблюдений. Полученные «наблюдения» позволили сформировать двойственный граф транспортной сети $L(G)$, на основе которого и выполнялась оценка корреспонденций. На рисунках 4.2-4.4 представлены примеры тестовых транспортных сетей, на основе которых проводилось исследование. Синими полигонами на рисунках обозначены одновременно начальные и конечные вершины («транспортные районы»), а точки и отрезки образуют внутренние вершины и ребра транспортного графа.

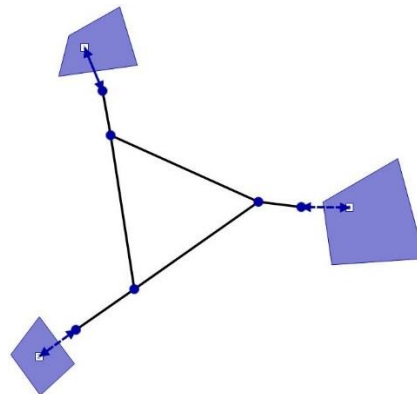


Рисунок 4.2 – Транспортная сеть 1

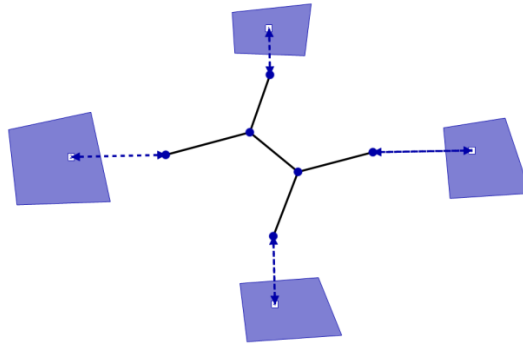


Рисунок 4.3 – Транспортная сеть 2

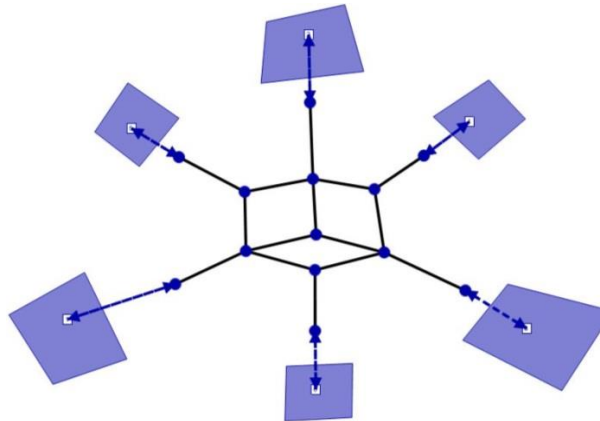


Рисунок 4.4 – Транспортная сеть 3

Близость оцененной матрицы корреспонденции $\hat{\rho}$ к истинной $\bar{\rho}$ оценивалась по критериям [17]:

- относительная ошибка

$$RE = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sum_{i,j} \left(\frac{\bar{\rho}_{ij} - \rho_{ij}}{\rho_{ij}} \right)^2};$$

- отклонение совокупного спроса

$$TDD = \frac{\left| \sum_{i,j} \bar{\rho}_{ij} - \sum_{i,j} \rho_{ij} \right|}{\sum_{i,j} \rho_{ij}};$$

- средняя абсолютная ошибка

$$MAE = \frac{\sum_{i,j} |\bar{\rho}_{ij} - \rho_{ij}|}{N};$$

- корень среднеквадратической ошибки

$$RMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i,j} (\bar{\rho}_{ij} - \rho_{ij})^2}}{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i,j} \rho_{ij}},$$

где N – общее количество потокообразующих пар. Отклонение совокупного спроса показывает качество оцениваемой матрицы. Процент корня среднеквадратической ошибки определяет общую ошибку оценки. Средняя ошибка показывает существование недооценки и переоценки. Малые значения этих показателей будут демонстрировать высокое качество оцениваемой матрицы.

В таблице 4.1 представлены результаты исследования, проведенного при условии, что марковское свойство не нарушается, т.е. вероятность перехода в текущем состоянии не зависит от предыдущих состояний. Значения элементов истинной матрицы корреспонденции лежат в интервале от 300 до 1100 (единиц).

Таблица 4.1 – Результаты первого исследования

Критерий	Транспортная сеть 1	Транспортная сеть 2	Транспортная сеть 3
Относительная ошибка	0	1,19E-16	8,78E-16
Отклонение совокупного спроса	0	0	1,73E-16
Средняя абсолютная ошибка	0	5,68E-14	4,92E-13
Корень среднеквадратической ошибки	0	4,19E-17	3,85E-16

Вне зависимости от количества вершин и ребер графа $L(G)$, если марковское свойство не нарушается, метод оценивает корреспонденцию верно.

В таблице 4.2 приведены результаты исследования метода на транспортной сети 2, при условии, что марковское свойство нарушается, т.е. состояния марковской цепи зависимы. Условие, при котором марковское свойство

нарушается, было разделено на 2 категории: «малое нарушение», при котором зависимость есть, однако отклонения в вероятностях не превышает 15%, и «сильное нарушение», при котором истинная вероятность перехода полностью зависит от переходов в предыдущем состоянии.

При «сильном» нарушении марковского свойства предложенный метод оценивает матрицу корреспонденции некорректно, и применять его нельзя. «Малое» нарушение марковского свойства также влияет отрицательно, однако позволяет получить результаты, близкие к истинным.

Таблица 4.2 – Результаты второго исследования (нарушение марковского свойства)

Критерий	Нет нарушения	«Малое нарушение»	«Сильное нарушение»
Относительная ошибка	1,19E-16	0,84	44,39
Отклонение совокупного спроса	0	1,18E-16	4,74E-16
Средняя абсолютная ошибка	5,68E-14	193,21	850,89
Корень среднеквадратической ошибки	4,19E-17	0,06	0,30

Основным недостатком предложенного метода является его зависимость от предположения о марковости транспортной корреспонденции. Это предположение лучше всего работает в графах с малым количеством альтернативных маршрутов между потокообразующими вершинами. В сетях с большим количеством альтернативных маршрутов такое предположение может привести к серьезным погрешностям. Зависимость от этого предположения может быть снижена при использовании марковских цепей более высоких порядков, т.е., например, при модели наблюдения за частью траектории, однако это приведет к дополнительным трудностям при сборе наблюдения.

Оценивание корреспонденций на реальных данных от сотовых операторов

Имеются наблюдения, соответствующие модели наблюдения за корреспонденцией. Исследование проводилось на основе данных о передвижениях населения в г. Новосибирске, полученных от сотовых операторов. Территория города была разбита на «транспортные районы», которые вместе с улично-дорожной сетью образуют транспортный граф (см. главу 1.2). Причем только транспортные районы являются начальными и конечными вершинами транспортного графа.

Задача заключается в оценке полных матриц корреспонденции для различных групп населения на основе выборки данных об их перемещениях за один будний день, причем в качестве исходной информации используются «неполные данные» (см. главу 2.3).

Сотовые операторы обладают большими возможностями по наблюдению за передвижениями абонента, который является пользователем транспортной сети [89]. В работах [90, 91] показано использование информации от сотовых операторов для оценки матриц корреспонденции.

Однако предоставление исчерпывающей информации о перемещениях абонента (так называемые треки движения) затратно, и не всегда возможно для сотовых операторов. Например, может быть доступна следующая информация.

Описание исходных данных

Для некоторого дня было проведено разбиение времени суток на 6 интервалов:

$$T_1 = [21.00; 6.00], T_2 = [6.00; 9.00], T_3 = [9.00; 12.00], T_4 = [12.00; 15.00], \\ T_5 = [15.00; 17.00], T_6 = [17.00; 21.00].$$

Имеющаяся выборка состоит из нескольких полей:

- ID_SUB - номера абонента;

- ID_DIS_1 - номера базовой станции, в которой абонент был зарегистрирован большую часть времени интервала T_1 (стоит отметить, что если абонент в интервале T_1 не совершал никаких действий (звонок, смс, выход в интернет), то поле остается пустым);
-
- ID_DIS_K - номера базовой станции, в которой абонент был зарегистрирован большую часть времени интервала T_k ;
- CORP_TARIFF – бинарное поле, если 0, то тариф корпоративный или безлимитный, иначе 1;
- CALL – доля расходов на звонки в месяц;
- SMS – доля расходов на смс в месяц;
- INTERNET – доля расходов на интернет в месяц;
- AGE – возраст абонента (три группы: моложе 23, от 23 до 65, старше 65).

Информация о возрасте абонента доступна лишь для 3000 (1000 для каждой из трех групп) записей. Следовательно, появляется дополнительная задача – оценить возраст абонента (поле AGE) статистическими методами на основе остальных полей, причем записи с непустым полем AGE образуют обучающую выборку.

Количество «базовых станций» сотового оператора значительно меньше количества транспортных районов, а зона их охвата не совпадает с границами транспортных районов, определенных в г. Новосибирске. Поэтому каждая «базовая станция» ассоциировалась с некоторым транспортным районом. Были задействованы только $n = 240$ транспортных районов из $N = 397$. Общий размер выборки – 602622 записи за один будний день.

Обработка данных

Была проведена стратификация абонентов по группам населения. Было выделено 3 группы: учащиеся, рабочее население и пенсионеры. Стратификация

проводится на основе правил, формализованных в дереве решений и продемонстрированных на рисунке 4.5.

Наличие поля с возрастом абонента в обучающей выборке позволило косвенно проверить гипотезу о виде дерева решений. Классификация обучающей выборки была проведена методом CRT [92], и ее результаты представлены в таблице 4.3. Таким образом, на основе полученной модели дерева решений к учащимся были отнесены 96725 абонентов, к рабочему населению – 404249 абонентов, соответственно, к пенсионерам - 101648 абонентов.

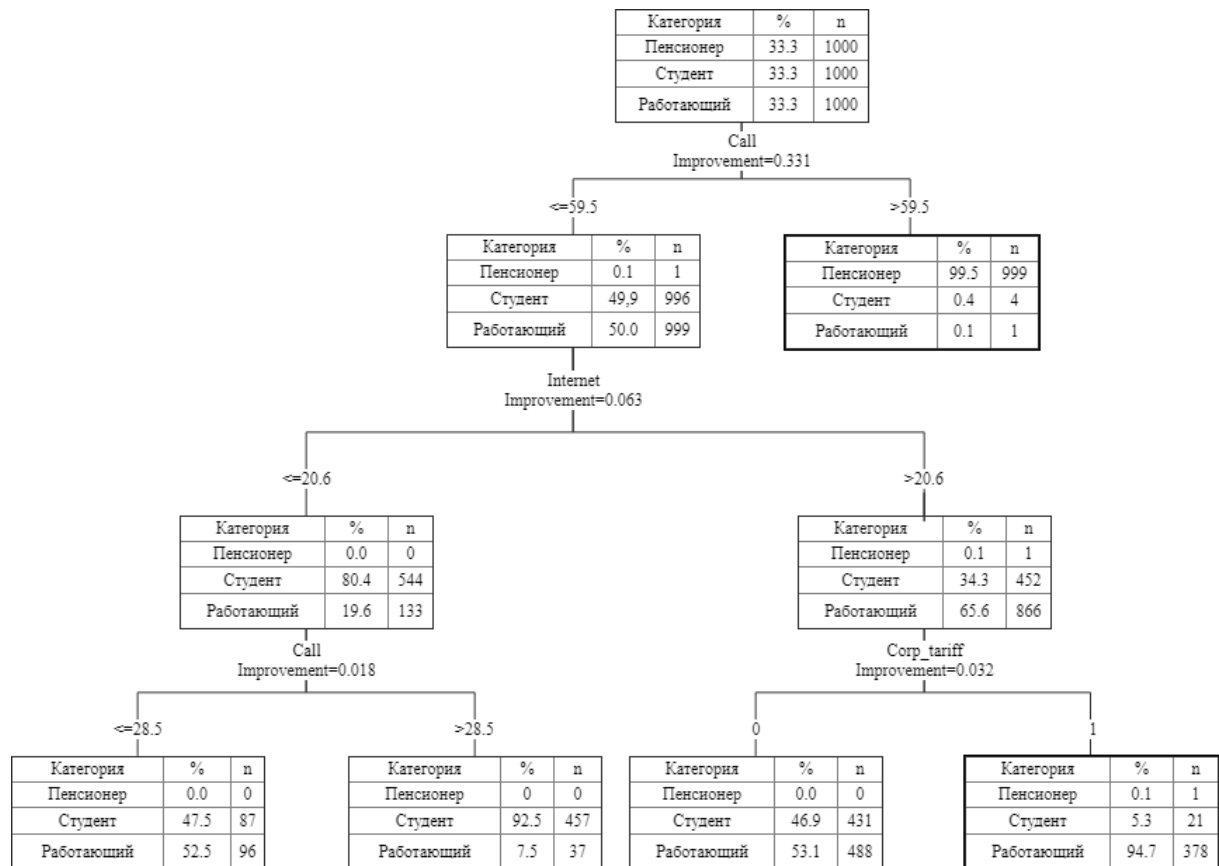


Рисунок 4.5 – Фрагмент дерева решений

Таблица 4.3 – Результат классификации населения с помощью дерева решений

Группа населения	Количество абонентов по результатам классификации			
	Пенсионеры	Студенты	Работники	Процент корректных
Пенсионеры	999	0	1	99,9%
Студенты	4	744	252	74,4%
Работники	1	160	839	83,9%
Общий процент	33,5%	30,2%	36,4%	86,1%

Предоставленные данные охватывают лишь некоторую часть пользователей транспортной сети. Наблюдать полную матрицу корреспонденции размером N на N на основании полученных данных невозможно, но целесообразно составить некоторую выборку наблюдений за размером корреспонденции $\rho = \{\rho_{ij} \mid i \in S_0, j \in D_0\}$, где S_0, D_0 соответствуют множеству наблюдаемых районов.

Данные обрабатываются отдельно для каждого слоя населения. Таким образом, если абонент в интервал времени T_k находился в районе i , а в интервал T_{k+1} – в районе j , значит, в некий момент времени $[T_k, T_{k+1}]$ размер корреспонденции $\rho_{ij}^{[T_k, T_{k+1}]}$ увеличился на единицу. Таким образом, после обработки выборки всех абонентов можно получить выборки размеров корреспонденций для каждого момента времени $[T_k, T_{k+1}]$. В качестве примера ограничимся рассмотрением совокупности интервалов $[T_2, T_3]$. Алгоритм расчета для других интервалов аналогичен.

Интерес будут представлять только те наблюдения, в которых район абонента менялся (т.е. совершалась корреспонденция). В противном случае, наблюдение отбрасывается. После «просеивания» данных осталось всего 268293 записи (174538 – для рабочего населения, 49211 – для учащихся и 44544 – для пенсионеров).

Расчет корреспонденций на примере г. Новосибирска

Рассмотрим расчет матрицы корреспонденций с помощью гравитационной модели на основе выборки корреспонденций, описанной выше. Исследование заключается в дискриминации гравитационной модели (выборе функции предпочтения) и оценке её параметров.

Последовательность действий для оценки параметров следующая.

С учетом имеющихся выборок и согласно формуле (1.8), для каждой потокообразующей пары (i, j) , $i \in S_0, j \in D_0$ вычисляются значения v_{ij} (затраты на перемещение из i в j) и g_{ij} :

$$g_{ij} = g_{ij}(v_{ij}) = \frac{\rho_{ij}}{k \cdot \sum_j \rho_{ij} \cdot \sum_i \rho_{ij}}, \quad (4.2)$$

где k – коэффициент из уравнения (1.8). Целесообразно рассматривать лишь те g_{ij} , для которых $\sum_j \rho_{ij} \gg n$ и $\sum_i \rho_{ij} \gg n$.

Все пары значений (g_{ij}, v_{ij}) образуют точечную выборку. Обозначим $v_{\max} = \max(v_{ij})$. Поскольку затраты на передвижение между потокообразующими вершинами неотрицательны и конечны, можно разбить $[0, v_{\max}]$ на m_v интервалов:

$$\mu = \{[u_l, u_{l+1}] \mid l = 0, \dots, m_v - 1\}.$$

Обозначим середину интервала $\mu_k = [u_k, u_{k+1}]$ как \bar{u}_k . Сумму всех значений g_{ij} , попадающих в интервал μ_k выразим как G_k :

$$G_k = \sum_{v_{ij} \in \mu_k} g_{ij}(v_{ij}).$$

Пронормируем G_k для приведения в соответствие функции предпочтения f , которая меньше либо равна 1 на всей области определения. Доля \tilde{G}_k от максимального значения вычисляется соотношением:

$$\tilde{G}_k = \frac{G_k}{\max_k(G_k)}.$$

Тогда $\forall i \in S_0, j \in D_0$ сгруппируем выборку по интервалам μ . \tilde{G}_k можно считать удельным объемом корреспонденций, совершаемых в интервал времени μ_k . Тогда вектор параметров гравитационной модели $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n)$ можно оценить по сгруппированным данным. Например, при соблюдении необходимых условий для применения, можно использовать нелинейный метод наименьших квадратов [93].

В качестве v_{ij} на предварительном шаге необходимо выбрать некоторое исходное приближение, которое соответствует затратам при начальном наборе

параметров. Интервалы выбираются в зависимости от объема собранных данных и временных затрат между вершинами. Таким образом, итерационный процесс оценки параметров выглядит следующим образом:

- 1) Для всех потокообразующих пар вершин $\forall i \in S_0, j \in D_0$ вычисляются значения g_{ij} согласно (4.2).
- 2) Выбирается начальное приближение вектора параметров $\theta = \theta^{(0)}$.
- 3) На шаге q для набора параметров $\hat{\theta}^{(q)}$ вычисляется матрица корреспонденции $\hat{\rho}^{(q)}$ в соответствии с гравитационной моделью, а затем распределяется на сеть (задача поиска равновесных потоков). Для полученного распределения потоков заново рассчитываются затраты v_{ij} .
- 4) Группируются данные по заранее выбранным интервалам μ . Вычисляются \tilde{G}_k .
- 5) Оценивается вектор параметров $\hat{\theta}^{(q)}$.
- 6) Если $\frac{\|\hat{\theta}^{(q)} - \hat{\theta}^{(q-1)}\|}{\|\hat{\theta}^{(q-1)}\|} > \varepsilon$, где q – шаг итерации, а ε – наперед заданное маленькое число, то переход на шаг 3, иначе переход на шаг 7.
- 7) Набор параметров на последнем шаге $\hat{\theta}^{(q)}$ позволяет получить окончательную матрицу корреспонденции $\hat{\rho}^{(q)}$.

В качестве примера приведем расчет матрицы утренних корреспонденции рабочего населения в г. Новосибирске. Были рассмотрены функция предпочтения Вох-Сох f_1 (1.9) и комбинированная функция предпочтения f_2 (1.10). Для распределения матриц корреспонденции на транспортную сеть использовалась «обучающая процедура» решения задачи транспортного равновесия в программном комплексе PTV Vision Visum [30], а для дискриминации функций и оценки параметров гравитационной модели использовался программный пакет SPSS компании IBM [94].

Для оценки параметров использован алгоритм, описанный в разделе 2.3. На предварительном этапе запущена «четырёхшаговая процедура» расчёта спроса с комбинированной функцией и $\theta^{(0)} = (0.5, 1, -0.1)$. Осуществлено 23 итерации. На рисунке 4.6 и в таблице 4.4 представлены результаты оценки параметров на последней итерации.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что комбинированная функция точнее описывает параметры модели для собранных наблюдений.

Транспортные корреспонденции для групп населения: учащихся и пенсионеров, а также для всех остальных временных интервалов могут быть рассчитаны аналогичным образом.

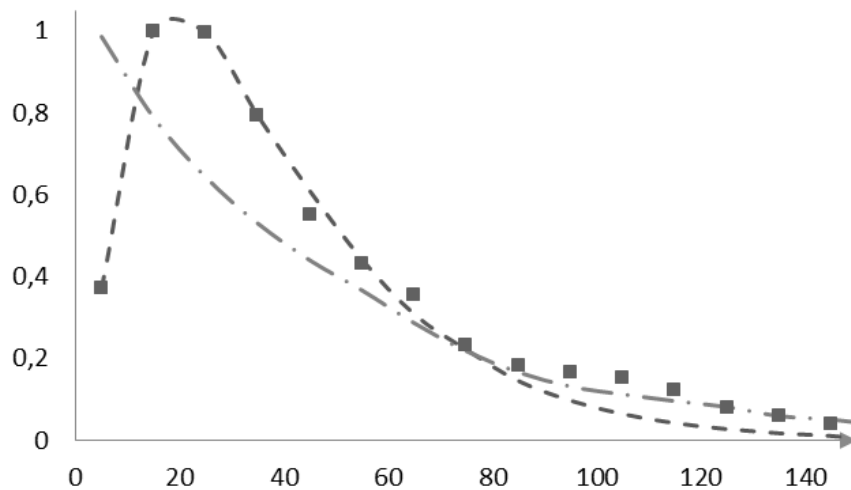


Рисунок 4.6 – Последняя итерация процедуры оценки параметров

Таблица 4.4 – Сравнение функций предпочтения

Параметр	$f_1(u_{ij})$	$f_2(u_{ij})$
θ_1	0.87	0.176
θ_2	-0.03	0.893
θ_3		-0.05
Скорректированный R^2 модели	0.595	0.957

Основные результаты опубликованы в работах [79, 95].

4.2 Рекомендации по практическому применению методов оценки корреспонденций и планирования наблюдений на реальных транспортных сетях

Методы оценивания корреспонденции и планирования наблюдений за транспортным потоком, рассмотренные в работе, в той или иной степени использовались при создании комплексных транспортных моделей Новосибирска, Новосибирской агломерации, Новосибирской области (см. раздел 4.3).

При разработке транспортных моделей проведены натурные обследования потоков на ключевых узлах транспортной сети. Часть наблюдений получена в автоматическом режиме с помощью детекторов учета транспортных средств. Для сбора остальных наблюдений проводилась видеосъемка определенных узлов сети (вершин графа) в течение нескольких временных периодов. После этого видео обрабатывались вручную, результаты получены согласно «модели наблюдения за перетоком». Для обследования выбраны наиболее информативные узлы сети. Для этого использованы рекомендации, предложенные в главе 3 данной работы. Количество узлов для наблюдения выбрано исходя из имевшихся ресурсов для обследования. В общем случае, задача определения оптимального количества точек обследований требует дополнительного исследования.

На основе полученных выборок наблюдений за потоком проведено исследование методов, предложенных в работе.

Наиболее характерные результаты получены для задачи оценки матрицы корреспонденции грузового транспорта в транспортной модели г. Новосибирска. Актуальность задачи оценки корреспонденций по данным наблюдений заключается в том, что гравитационная модель для грузового транспорта неприменима из-за отсутствия исходных данных. Транспортный граф для сети грузового транспорта $G_{tr}(V_{tr}, E_{tr})$ значительно уступает по размеру основному транспортному графу $G(V, E)$, что показано в таблице 4.5.

Граф $G_{tr}(V_{tr}, E_{tr})$ преобразован в соответствующий реберный $L(G_{tr})$. Принятая модель наблюдения позволила получить измерения на ребрах графа

$L(G_{tr})$. Матрица корреспонденции для графа $G_{tr}(V_{tr}, E_{tr})$ оценена на основе проведенных наблюдений с помощью метода, предложенного в разделе 2.3 и предполагающего оценку опосредованных переходных вероятностей соответствующей марковской цепи с использованием ее фундаментальной матрицы. Полученная матрица корреспонденции распределена на транспортный граф G_{tr} , на рисунке 4.7 представлен фрагмент распределения равновесных потоков по сети грузового транспорта в г. Новосибирске

Таблица 4.5 – Сравнение базового графа G и графа грузового транспорта G_{tr}

Объект	Транспортный граф $G(V, E)$	Граф сети грузового транспорта $G_{tr}(V_{tr}, E_{tr})$
Внутренние вершины, шт.	3481	91
Ребра, шт.	9702	208
Начальные и конечные вершины, шт.	397	49
Наблюдаемые вершины, шт.	61	42

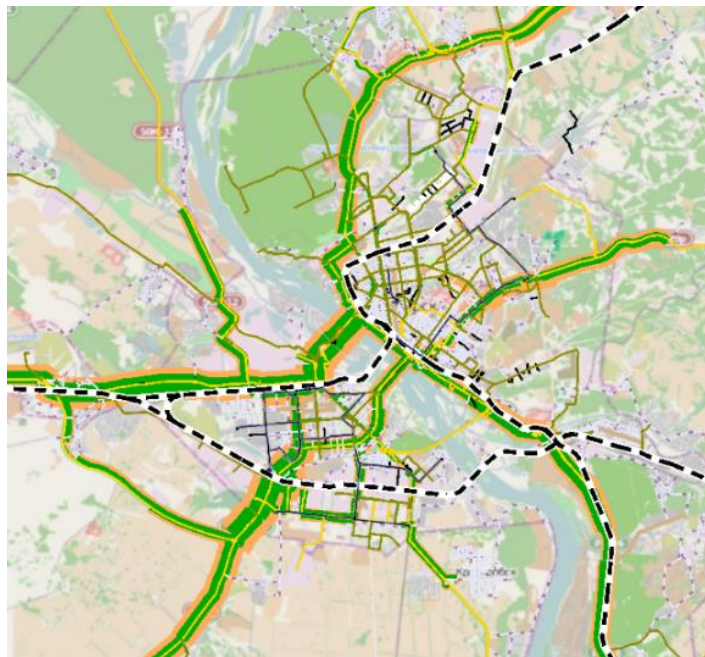


Рисунок 4.7 – Распределение потоков по сети грузового транспорта г. Новосибирска

Применимость рассматриваемого метода зависит от нарушения предположения о марковости корреспонденции. В графах с большим числом альтернативных маршрутов, например, сети легкового транспорта в крупном

городе, предложенный метод не даёт корректных результатов, однако в сетях с малым числом маршрутов, например, в сети дорог между населенными пунктами, результат оценки корреспонденций весьма точен. Магистральная сеть грузового транспорта Новосибирска предполагает умеренное число альтернативных маршрутов, поэтому представленный пример можно рассмотреть как рекомендацию к использованию в реальных задачах.

Более применимыми могут быть методы в случае частичной наблюдаемости за состояниями марковской цепи (вершинами транспортного графа). Ввиду ограниченности ресурсов на практике обычно возможно наблюдать лишь небольшую часть вершин графа, поэтому эффективность оценки корреспонденций будет зависеть от различных достоверных локальных и глобальных факторов.

Рекомендации к применению методов оценки корреспонденций по данным наблюдений

Для применения методов в практических задачах, как правило, необходимо сформировать «реберный» граф $L(G)$ к исходному транспортному графу. Промежуточными вершинами реберного графа являются направленные отрезки транспортной сети, вершинами-источниками и вершинами-стоками являются примыкания от района к узлу и от узла к району соответственно, а ребрами $L(G)$ станут повороты в исходной сети. Для корректного использования данных методов необходимо организовать граф транспортной сети таким образом, чтобы из узла, к которому идет примыкание, выходило только одно ребро. С транспортной точки зрения, это означает, что примыкание необходимо вести не к узлу магистральной сети, а к некоторому выезду на эту сеть. Измерения интенсивности движения на отрезках и поворотах сети G являются выборкой наблюдений за потоками для оценки матрицы корреспонденции.

В случае отсутствия измерений интенсивности движения на всех поворотах транспортной сети и невозможности применения методов в условиях частичной

наблюдаемости, можно получить исходные данные посредством следующего алгоритма:

- вычислить начальную матрицу корреспонденции ρ^0 с использованием гравитационного метода;
- распределить ρ^0 на транспортный граф с использованием некоторой процедуры перераспределения;
- отсутствующие наблюдения на поворотах сети взять в качестве исходной информации из полученных смоделированных значений.

Алгоритм является очень «грубым» допущением и его применение возможно только в крайних случаях.

Предложенный подход расширяет функционал существующих систем транспортного моделирования. На практике подход может быть применен при калибровке моделей как альтернатива процедуре TFlowFuzzy, используемой в VISUM [30], а также для оценки исходных матриц корреспонденций к задачам микроскопического и мезоскопического моделирования транспортных потоков.

4.3 Описание разработанных транспортных моделей

Транспортные модели Новосибирска, Новосибирской агломерации и Новосибирской области были разработаны в рамках соответствующих научно-исследовательских работ в программном комплексе PTV Vision VISUM немецкой компании PTV Group [30]. Поэтому в данном разделе используются термины и методики, которые приняты в VISUM.

В качестве транспортного графа $G(V, E)$ используется объединение графа улично-дорожной сети и графа транспортных районов. Вершины графа транспортных районов являются источниками и стоками движения и соединены посредством особых ребер (примыканий) с графом УДС, при этом вершины графа улично-дорожной сети являются промежуточными, не генерируют и не притягивают транспортный поток.

Предложенные в работе методы оценки корреспонденций и планирования наблюдений использовались для калибровки моделей и для решения отдельных подзадач в рамках разработки модели. Для отдельных подзадач было использовано дополнительное программное обеспечение (см. главу 5).

Транспортная модель г. Новосибирска

Разработка транспортной модели г. Новосибирска осуществлялась в рамках научно-исследовательской работы «Комплексная транспортная модель города Новосибирска» (контракт № 290-13 от 30 сентября 2013 г.).

Город Новосибирск разделен на 397 транспортных районов, созданы графы улично-дорожной сети и сети общественного транспорта (рисунки 4.8 и 4.9).

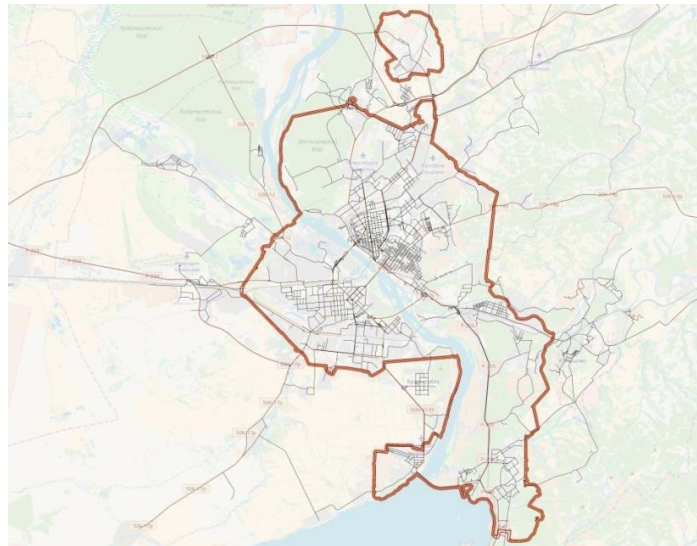


Рисунок 4.8 – Граф улично-дорожной сети г. Новосибирска

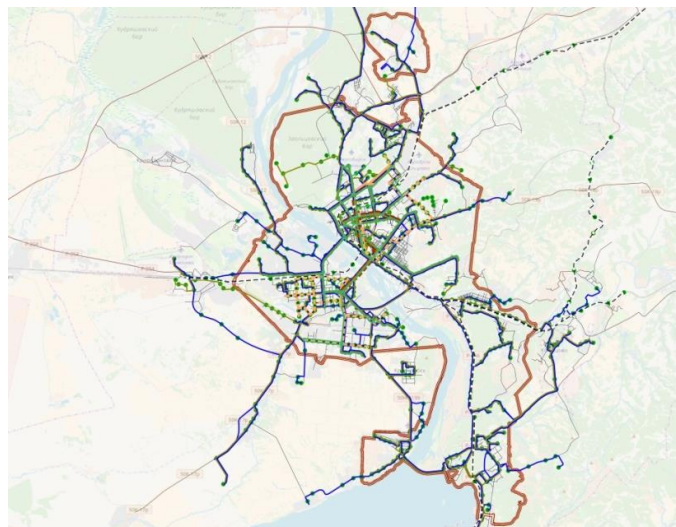


Рисунок 4.9 – Граф сети пассажирского транспорта г. Новосибирска

Основные количественные характеристики модели, влияющие на её размерность, представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Характеристики транспортной модели Новосибирска

Название параметра	Значение
Узлы транспортной сети (внутренние вершины графа), шт.	3481
Отрезки транспортной сети (ребра графа), шт.	9702
Повороты транспортной сети (ребра реберного графа), шт.	29848
Транспортные районы (начальные и конечные вершины графа), шт.	397
Примыкания (дополнительные ребра графа), шт.	3140
Системы транспорта, шт.	11
Маршруты общественного транспорта, шт.	186
Остановки общественного транспорта, шт.	1963

Моделирование проводилось на пиковые часы (утро, день и вечер) с использованием пошаговой четырехступенчатой процедуры расчета спроса. Поездки разделены на 10 слоев спроса. Каждому из слоев спроса соответствует своя матрица корреспонденции, рассчитанная со своим набором параметров. Были выделены следующие слои спроса:

- слой Дом-Работа (ДР) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на работу;
- слой Работа-Дом (РД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с работы напрямую домой;
- слой Дом-Прочее (ДП) соответствует поездкам, совершаемым из дома по иным делам, например, поездки в магазин, на тренировку и так далее;
- слой Прочее-Дом (ПД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым домой из мест, не связанных с работой или учебой;
- слой Работа-Работа (РР) соответствует поездкам, совершаемым по рабочим делам;

- слой Дом-Учеба (ДУ) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на учебу, совершается только студентами и учащимися высших и средних учебных заведений;
- слой Учеба-Дом (УД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с учебы напрямую домой;
- слой Прочее-Прочее (ПП) соответствует поездкам, совершаемым по прочим делам, например, из магазина на тренировку и так далее.

В качестве основного метода расчета матриц корреспонденций $\hat{\rho} = \{\hat{\rho}_{ij}\}$ для всех слоев спроса выбран гравитационный метод (1.8). Методы оценки корреспонденций на основе наблюдений за транспортной сетью использовались на этапе калибровки транспортной модели. В формуле гравитационной модели расчета (1.8) объемы зарождения/гашения потока s_i, d_j вычисляются на основе социально-экономической статистической информации: численности населения, трудовых ресурсов, рабочих мест, учебных мест, объектов соцкультбыта в каждом транспортном районе и подвижности населения. Параметры функции предпочтения гравитационной модели $f(v_{ij})$ были оценены для каждого слоя спроса отдельно. На рисунке 4.10 представлена функция предпочтения с оцененными параметрами для поездок по территории города.

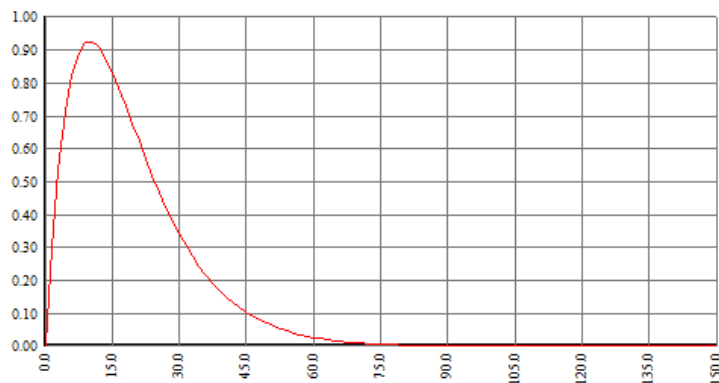


Рис. 4.10 – Функция предпочтения слоя спроса ДР для жителей Новосибирска

Оцененные матрицы корреспонденции для всех слоев спроса были разделены по типам перемещения и распределены на транспортный граф Новосибирска. Процесс получения финального распределения потоков

заклучался в последовательном оценивании матриц корреспонденции и решении задачи транспортного равновесия (методом Франка-Вульфа). Совместная итерационная процедура сошлась за 27 итераций. Результаты распределения равновесных потоков по сети Новосибирска представлены на рисунках 4.11-4.12.

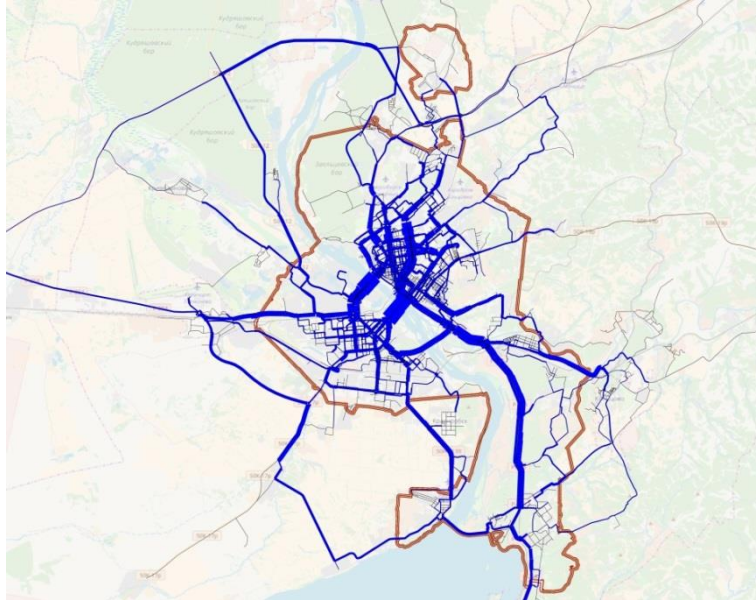


Рисунок 4.11 – Распределение равновесных потоков по улично-дорожной сети города Новосибирска

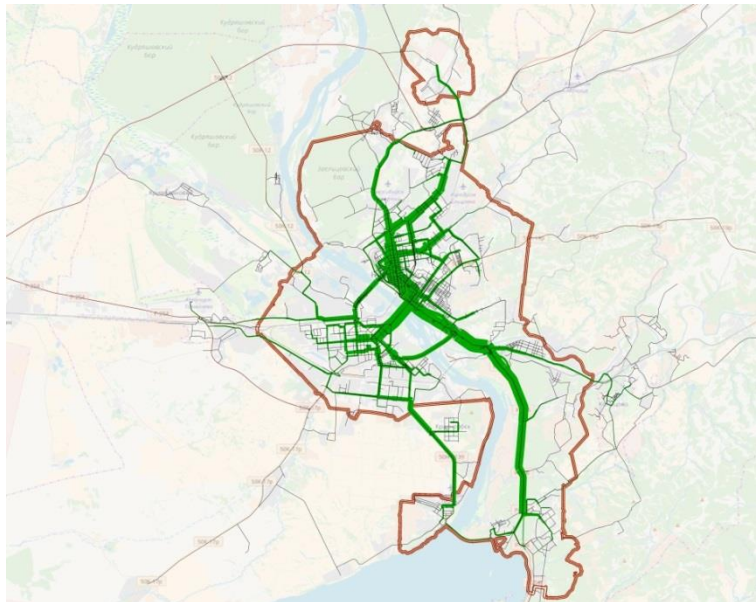


Рисунок 4.12 – Распределение равновесных потоков по сети общественного транспорта города Новосибирска

Для проверки качества калибровки транспортной модели Новосибирска проведены локальные наблюдения за транспортными потоками в сети. На рисунке

4.13 представлено расположение точек для наблюдения на территории города. Был выделен 61 узел для наблюдения.

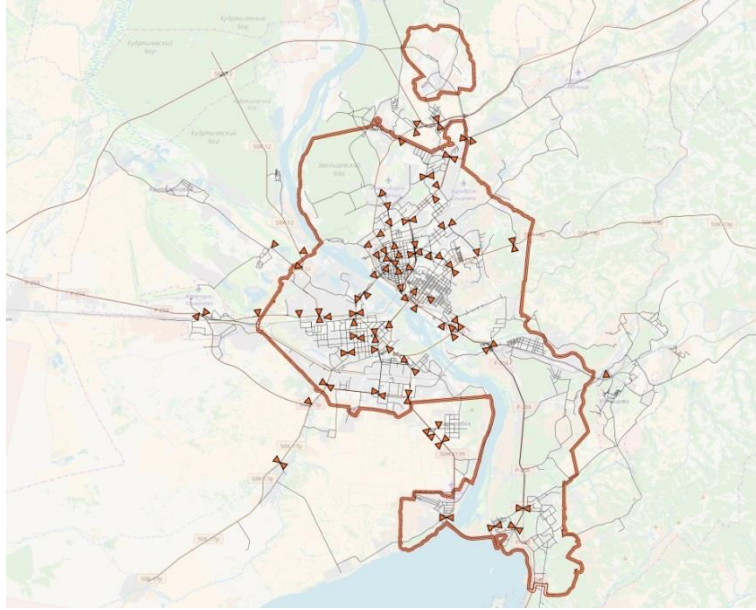


Рисунок 4.13 – Расположение узлов для наблюдения за потоков в транспортном графе Новосибирска

Для сравнения моделируемых (u^T) и измеренных (z^T) значений интенсивности движения использованы следующие показатели¹:

- средняя абсолютная ошибка δ_α :

$$\delta_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N |z_i - u_i|}{N};$$

- средняя относительная ошибка δ_ρ , %;

$$\delta_\rho = \frac{\sum_{i=1}^N |z_i - u_i|}{\sum_{i=1}^N z_i};$$

- абсолютное значение корня среднеквадратической ошибки \mathcal{Q} :

¹ В тексте сохранена терминология PTV Vision VISUM

$$g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (z_i - u_i)^2}{N}};$$

- относительное значение корня среднеквадратической ошибки g_ρ :

$$g_\rho = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (z_i - u_i)^2 / (N - 1)}}{\sum_{i=1}^N z_i / N};$$

- коэффициент детерминации (R^2):

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (z_i - u_i)^2}{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2}, \text{ где } \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N};$$

- коэффициент корреляции r_{zu} :

$$r_{zu} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})(u_i - \bar{u})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2}}.$$

Результаты анализа качества калибровки разработанной модели (за все временные периоды) приведены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Анализ качества калибровки транспортной модели

Наименование показателя	Значения		
	Утро	День	Вечер
средняя абсолютная ошибка	385.3	385.7	389.3
средняя относительная ошибка, %	30.8%	30.9%	30.7%
абсолютное значение корня среднеквадратической ошибки	553.919	552.247	537.351
относительное значение корня среднеквадратической ошибки	0.444	0.442	0.425
коэффициент детерминации – R^2	0.681	0.675	0.681
коэффициент корреляции	0.825	0.821	0.825

Значения показателей качества калибровки соответствуют требованиям к модели для использования в принятии управленческих решений [33,61].

Транспортная модель Новосибирской агломерации

Разработка транспортной модели Новосибирской агломерации осуществлялась в рамках научно-исследовательской работы «Разработка комплексной транспортной схемы Новосибирской агломерации» (контракт №2016-11 от 09 июня 2016 г.).

Область моделирования разделена на 3 концентрические части:

- ядро Новосибирской агломерации;
- срединная зона Новосибирской агломерации;
- периферийная зона Новосибирской агломерации.

Каждая из частей моделируется на разном уровне детализации, отличается по показателям подвижности населения, предпочтениям и транспортной обеспеченности.

Территория Новосибирской агломерации разделена на 270 транспортных районов, созданы графы улично-дорожной сети (рисунок 4.14) и сети общественного транспорта (рисунок 4.15). Основным транспортным графом $G(V, E)$ в модели агломерации является совмещенный граф транспортных районов, улично-дорожной сети и сети общественного транспорта. Множества начальных и конечных вершин S и D графа G образуют центры транспортных районов, множество внутренних вершин M – узлы улично-дорожной и пассажирской сети.

Основные количественные характеристики модели, влияющие на её размерность, представлены в табл. 4.8.

Моделирование проводилось на среднесуточный период с использованием пошаговой четырехступенчатой процедуры расчета спроса. Впоследствии транспортная модель была приведена к утреннему и вечернему часам пик. В рамках разработки модели спроса для Новосибирской области выделены 42 слоя спроса – по 14 слоев спроса для каждой из трех зон агломерации. Каждому из

слоев спроса соответствует своя матрица корреспонденции, рассчитанная со своим набором параметров. Выделены следующие слои спроса:

- слой Агломерация-Кордоны (АК) соответствует поездкам, совершаемым из агломерации за ее пределы;
- слой Кордоны-Агломерация (КА) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым в агломерацию из-за ее пределов;
- слой Дом-Работа (ДР) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на работу;
- слой Работа-Дом (РД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с работы напрямую домой;
- слой Дом-Прочее (ДП) соответствует поездкам, совершаемым из дома по иным делам, например, поездки в магазин, на тренировку и так далее;
- слой Прочее-Дом (ПД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым домой из мест, не связанных с работой или учебой;
- слой Работа-Работа (РР) соответствует поездкам, совершаемым по рабочим делам;
- слой Дом-Учеба (ДУ) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на учебу, совершается только студентами высших и средних специализированных учебных заведений;
- слой Учеба-Дом (УД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с учебы напрямую домой;
- слой Дом-Школа (ДШ) соответствует поездкам, совершаемым из дома в школу, совершается только школьниками;
- слой Школа-Дом (ШД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым со школы напрямую домой;
- слой Прочее-Прочее (ПП) соответствует поездкам, совершаемым по прочим делам, например, из магазина на тренировку и так далее.

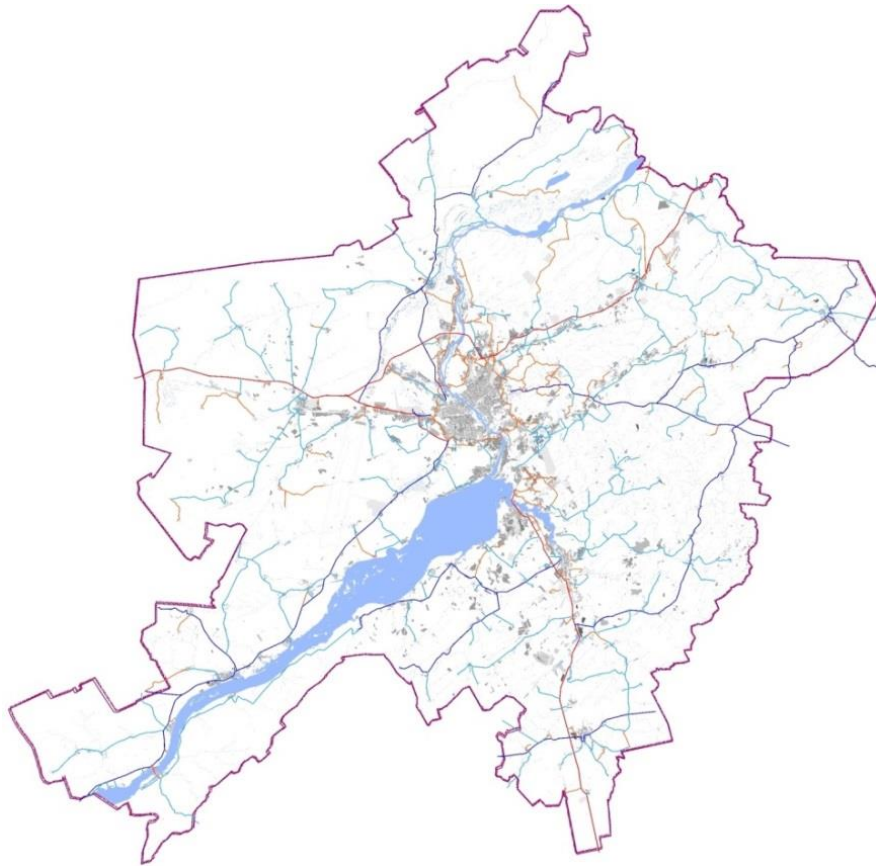


Рисунок 4.14 – Граф улично-дорожной сети Новосибирской агломерации

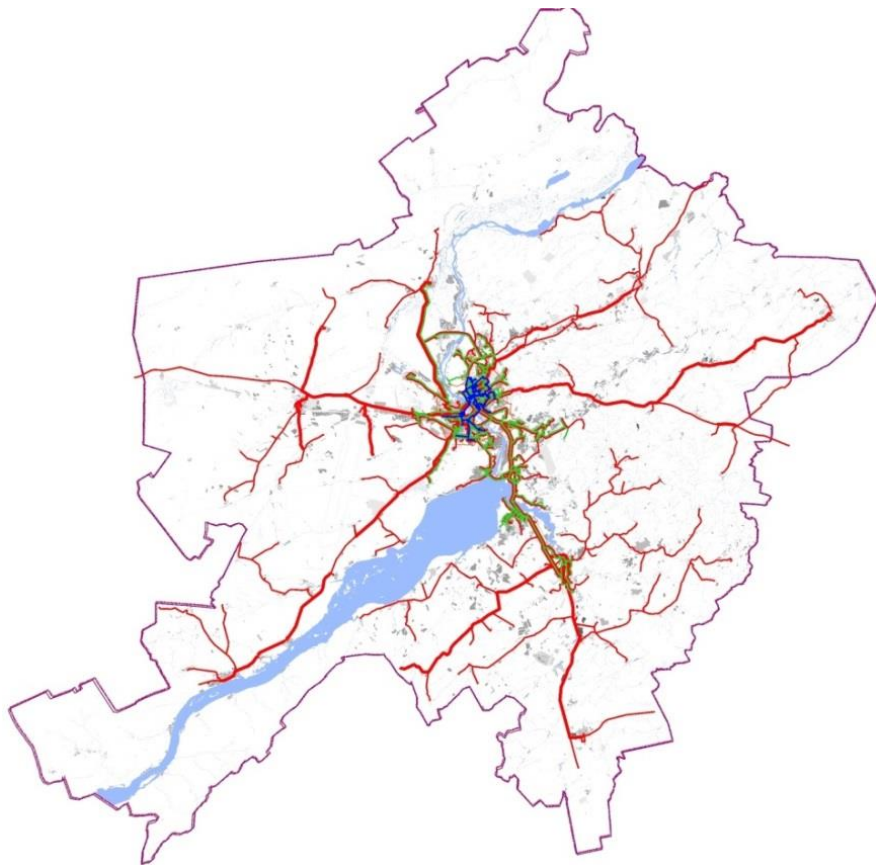


Рисунок 4.15 – Граф сети пассажирского транспорта Новосибирской агломерации

Таблица 4.8 – Характеристики транспортной модели Новосибирской агломерации

Название параметра	Значение
Узлы транспортной сети (внутренние вершины графа), шт.	4444
Отрезки транспортной сети (ребра графа), шт.	9601
Повороты транспортной сети (ребра реберного графа), шт.	31884
Транспортные районы (начальные и конечные вершины графа), шт.	270
Примыкания (дополнительные ребра графа), шт.	5460
Системы транспорта, шт.	13
Маршруты общественного транспорта, шт.	434
Остановки общественного транспорта, шт.	2733

В качестве основного метода расчета матриц корреспонденций $\hat{\rho} = \{\hat{\rho}_{ij}\}$ для всех слоев спроса выбран гравитационный метод (1.8). Методы оценки корреспонденций на основе наблюдений за транспортной сетью использовались на этапе калибровки транспортной модели. В формуле гравитационной модели расчета (1.8) объемы зарождения/гашения потока s_i, d_j вычисляются на основе социально-экономической статистической информации: численности населения, трудовых ресурсов, рабочих мест, учебных мест, объектов соцкультбыта в каждом транспортном районе и подвижности населения. Параметры функции предпочтения гравитационной модели $f(v_{ij})$ оценены для каждого слоя спроса отдельно. На рисунках 4.16-4.17 представлены функции предпочтения с оцененными параметрами для поездок на территории ядра и периферии агломерации соответственно.

Оцененные матрицы корреспонденции для всех слоев спроса разделены по типам перемещения и распределены на транспортный граф Новосибирской агломерации. Процесс получения финального распределения потоков заключался в последовательном оценивании матриц корреспонденции и решении задачи транспортного равновесия (методом Франка-Вульфа). Совместная итерационная

процедура сходится за 42 итерации. Результаты распределения равновесных потоков по сети агломерации представлены на рисунках 4.18-4.19.

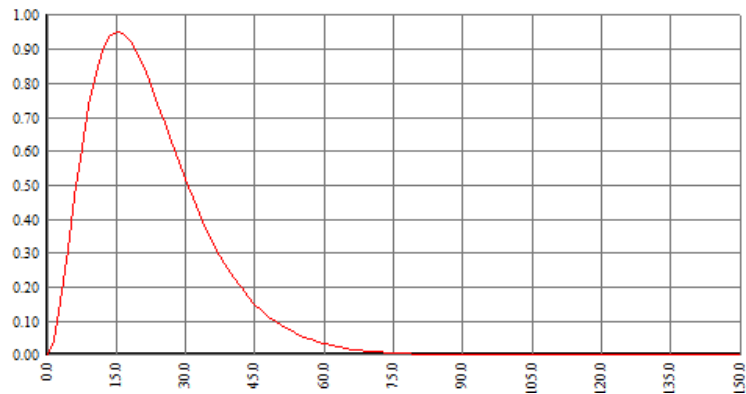


Рис. 4.16 – Функция предпочтения слоя спроса ДР для жителей ядра агломерации

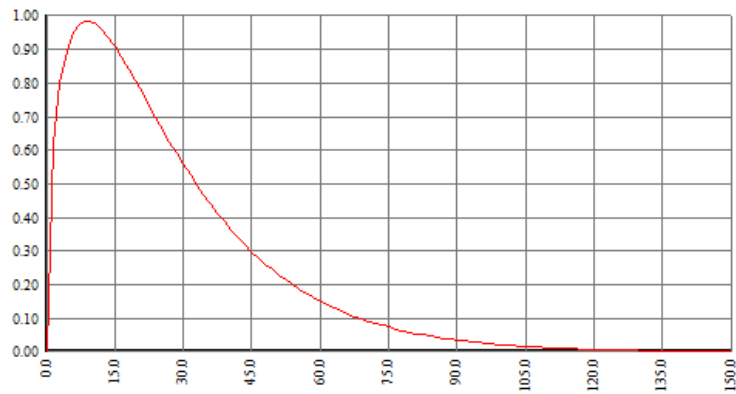


Рис. 4.17 – Функция предпочтения слоя спроса ДР для жителей периферийной зоны агломерации

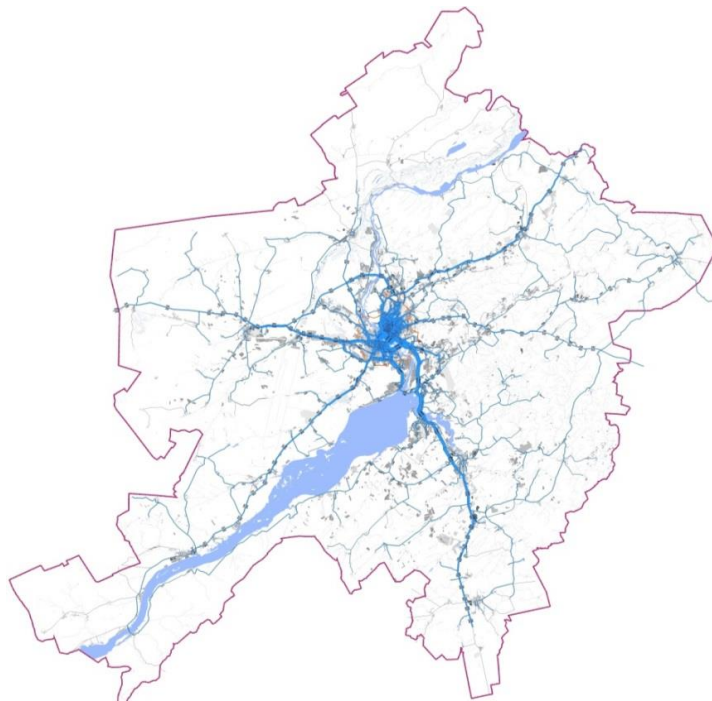


Рисунок 4.18 – Распределение равновесных потоков по улично-дорожной сети Новосибирской агломерации

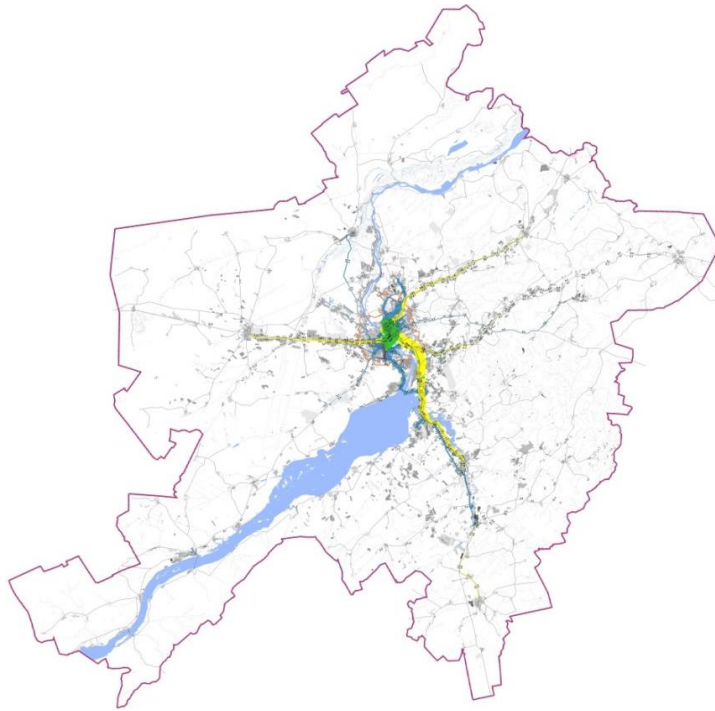


Рисунок 4.19 – Распределение равновесных потоков по сети общественного транспорта Новосибирской агломерации

Для проверки качества калибровки транспортной модели Новосибирской агломерации проведены локальные наблюдения за транспортными потоками в сети. На рисунке 4.20 представлено расположение точек для наблюдения на территории агломерации. Выбор точек осуществлялся в соответствии с рекомендациями, описанными в главе 3. Было выделено 135 узлов.

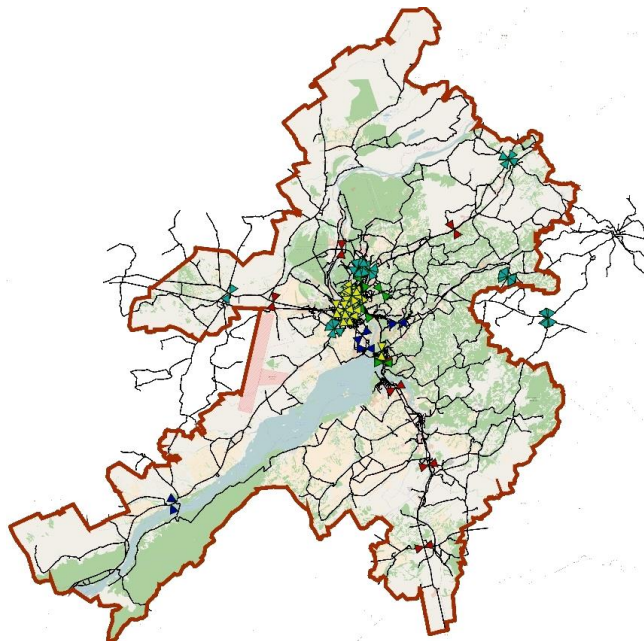


Рисунок 4.20 – Расположение узлов для наблюдения за потоками в транспортном графе Новосибирской агломерации

Результаты анализа качества калибровки разработанных моделей (за суточный период, утренний и вечерний часы пик) приведены в таблице 4.9.

Значения показателей качества калибровки для всех периодов соответствуют требованиям к модели для использования в принятии управленческих решений [33,61].

Таблица 4.9 – Анализ качества калибровки транспортных моделей Новосибирской агломерации на 2016 год

Наименование показателя	Суточная модель	Модель утреннего «часа пик»	Модель вечернего «часа пик»
средняя абсолютная ошибка	2782,0	313,8	356,0
средняя относительная ошибка, %	23,8	41,3	47,6
абсолютное значение корня среднеквадратической ошибки	4133,3	455,6	524,7
относительное значение корня среднеквадратической ошибки	0,355	0,604	0,686
коэффициент детерминации – R^2	0,773	0,755	0,677
коэффициент корреляции	0,879	0,869	0,822

На основе полученной базовой транспортной модели Новосибирской агломерации были разработаны прогнозные модели (исходя из прогноза социально-экономического и инфраструктурного развития) на 2020 и 2050 годы по трем сценариям: пессимистичному, умеренному и оптимистичному. На рисунке 4.21 представлено распределение равновесных потоков в прогнозной модели 2050 года при оптимистичном сценарии.

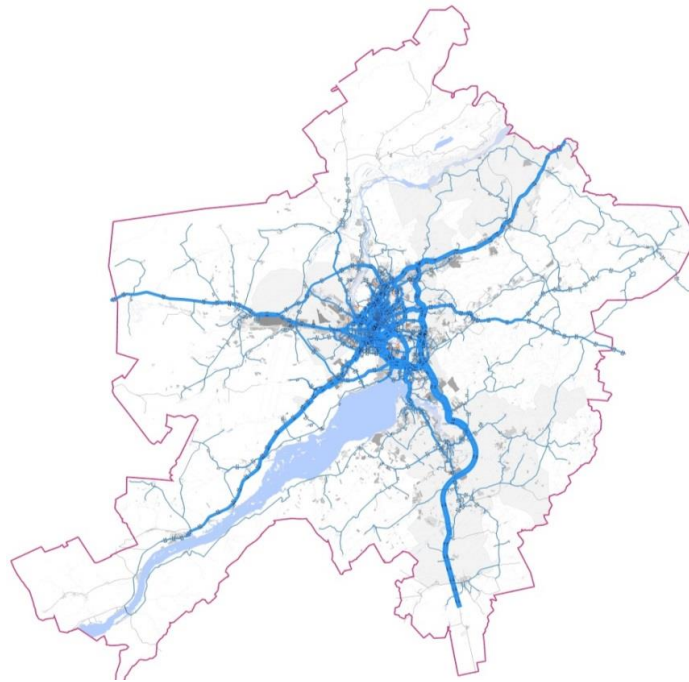


Рисунок 4.21 – Распределение равновесных потоков по улично-дорожной сети в прогнозной модели Новосибирской агломерации на 2050 год (оптимистичный)

Транспортная модель Новосибирской области

Разработка комплексной транспортной модели Новосибирской области осуществлялась в рамках научно-исследовательской работы «Разработка транспортной стратегии Новосибирской области до 2030 г.» (контракт № 66-ОК/2017 от 20 ноября 2017 г.).

Разработка транспортной модели для такой обширной территории исследования, как Новосибирская область (177 756 км², 490 муниципальных образований), требует применения иного подхода к моделированию территории. Область моделирования разделена на 4 концентрические части:

- территория г. Новосибирска;
- остальная часть Новосибирской агломерации (НА);
- часть Новосибирской области, исключая НА;
- внешние регионы и страны.

Каждая из частей моделируется на разном уровне детализации и отличается по показателям подвижности населения, предпочтениям и транспортной обеспеченности.

Территория Новосибирской области (НСО) разделена на 358 транспортных районов, созданы графы улично-дорожной сети (рисунок 4.22) и сети общественного транспорта (рисунок 4.23). Основным транспортным графом $G(V, E)$ в модели НСО является совмещенный граф транспортных районов, улично-дорожной сети и сети общественного транспорта. Множества начальных и конечных вершин S и D графа G образуют центры транспортных районов, множество внутренних вершин M – узлы улично-дорожной и пассажирской сети.

Основные количественные характеристики модели, влияющие на ее размерность, представлены в табл. 4.10.

Моделирование проводилось на среднесуточный период с использованием пошаговой четырехступенчатой процедуры расчета спроса. В рамках разработки модели спроса для Новосибирской области были выделены 32 слоя спроса – 5 слоев спроса для поездок на грузовом транспорте и 27 слоев для остальных поездок для различных частей области. Каждому из слоев спроса соответствует своя матрица корреспонденции, рассчитанная со своим набором параметров. Выделены следующие слои спроса:

- слой Дом-Работа (ДР) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на работу;
- слой Работа-Дом (РД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с работы напрямую домой;
- слой Дом-Прочее (ДП) соответствует поездкам, совершаемым из дома по иным делам, например, поездки в магазин, на тренировку и так далее;
- слой Прочее-Дом (ПД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым домой из мест, не связанных с работой или учебой;
- слой Работа-Работа (РР) соответствует поездкам, совершаемым по рабочим делам;

- слой Дом-Учеба (ДУ) соответствует поездкам, совершаемым людьми из дома на учебу, совершается только студентами высших и средних специализированных учебных заведений;
- слой Учеба-Дом (УД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым с учебы напрямую домой;
- слой Дом-Школа (ДШ) соответствует поездкам, совершаемым из дома в школу, совершается только школьниками;
- слой Школа-Дом (ШД) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым со школы напрямую домой;
- слой Прочее-Прочее (ПП) соответствует поездкам, совершаемым по прочим делам, например, из магазина на тренировку и так далее;
- слой Область-Кордоны (ОК) соответствует поездкам, совершаемым из Новосибирской области за ее пределы;
- слой Кордоны-Область (КО) является противоположным предыдущему и соответствует поездкам, совершаемым в Новосибирскую область из-за ее пределов.

Для грузового транспорта были выделены 3 слоя спроса для внутренних поездок и 2 слоя – для внешних.

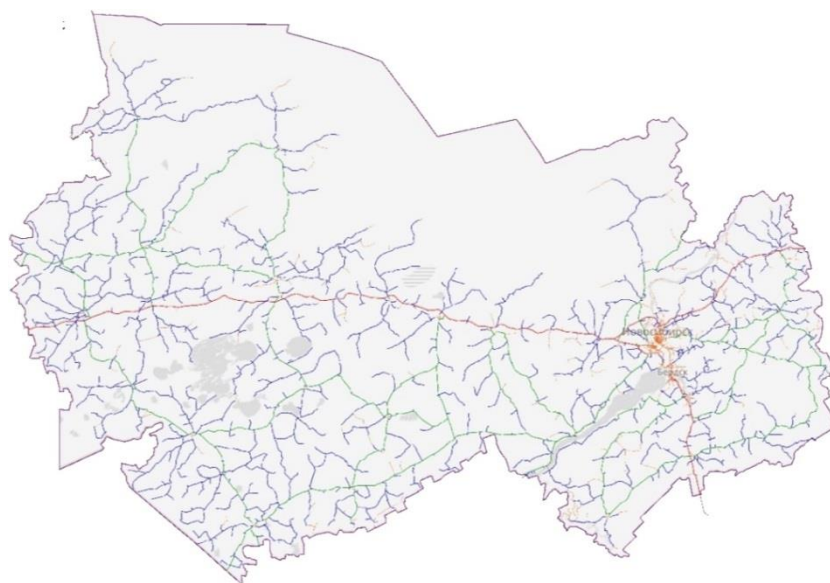


Рисунок 4.22 – Граф улично-дорожной сети Новосибирской области

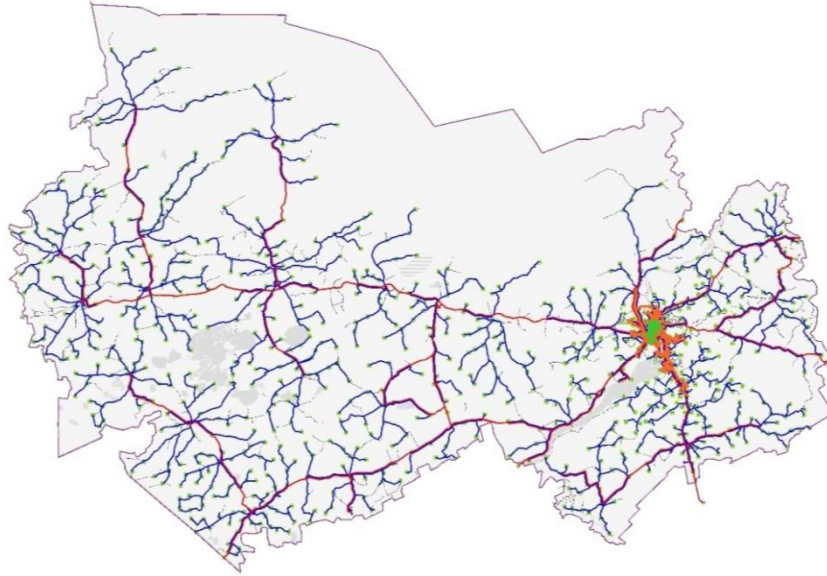


Рисунок 4.23 – Граф сети пассажирского транспорта Новосибирской области

Таблица 4.10 – Характеристики транспортной модели

Название параметра	Значение
Узлы транспортной сети (внутренние вершины графа), шт.	6566
Отрезки транспортной сети (ребра графа), шт.	15702
Повороты транспортной сети (ребра реберного графа), шт.	43188
Транспортные районы (начальные и конечные вершины графа), шт.	358
Примыкания (дополнительные ребра графа), шт.	7808
Системы транспорта, шт.	13
Маршруты общественного транспорта, шт.	850
Остановки общественного транспорта, шт.	3596

В качестве основного метода расчета матриц корреспонденций $\hat{\rho} = \{\hat{\rho}_{ij}\}$ для всех слоев спроса выбран гравитационный метод (1.8). Методы оценки корреспонденций на основе наблюдений за транспортной сетью использовались на этапе калибровки транспортной модели. В формуле гравитационной модели расчета (1.8) объемы зарождения/гашения потока s_i, d_j вычисляются на основе социально-экономической статистической информации: численности населения, трудовых ресурсов, рабочих мест, учебных мест, объектов соцкультбыта в каждом транспортном районе и подвижности населения. Параметры функции

предпочтения гравитационной модели $f(v_{ij})$ оценены для каждого слоя спроса отдельно. На рисунках 4.24-4.25 представлены функции предпочтения с оцененными параметрами для поездок по территории агломерации и области соответственно.

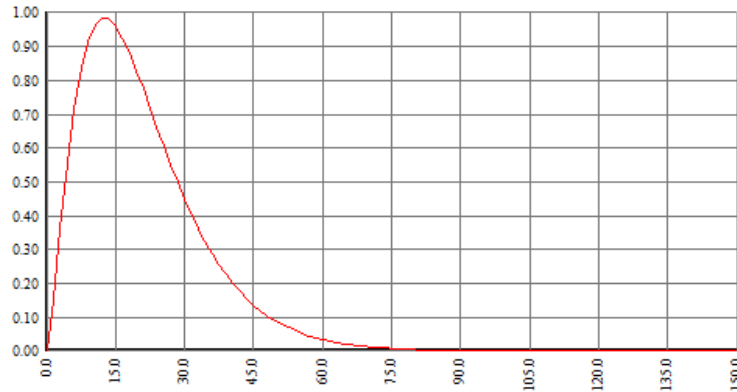


Рис. 4.24 – Функция предпочтения слоя спроса ДП для жителей агломерации

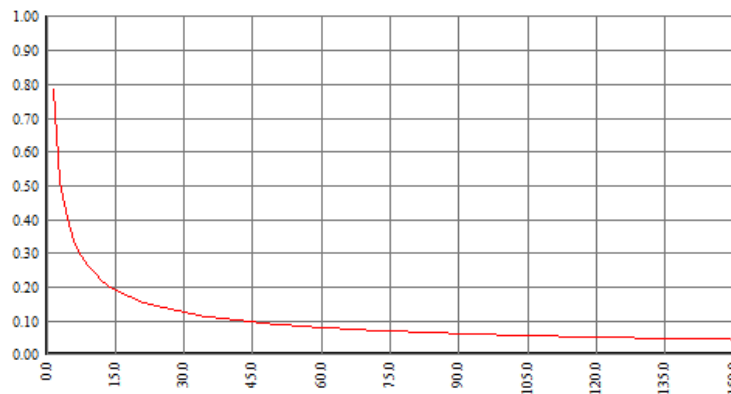


Рис. 4.25 – Функция предпочтения слоя спроса ДП для жителей остальной области

Оцененные матрицы корреспонденции для всех слоев спроса разделены по типам перемещения и распределены на транспортный граф Новосибирской области. Процесс получения финального распределения потоков заключался в последовательном оценивании матриц корреспонденции и решении задачи транспортного равновесия (методом Франка-Вульфа). Совместная итерационная процедура сходится за 37 итераций. Результаты распределения равновесных потоков по сети НСО представлены на рисунках 4.26-4.27.

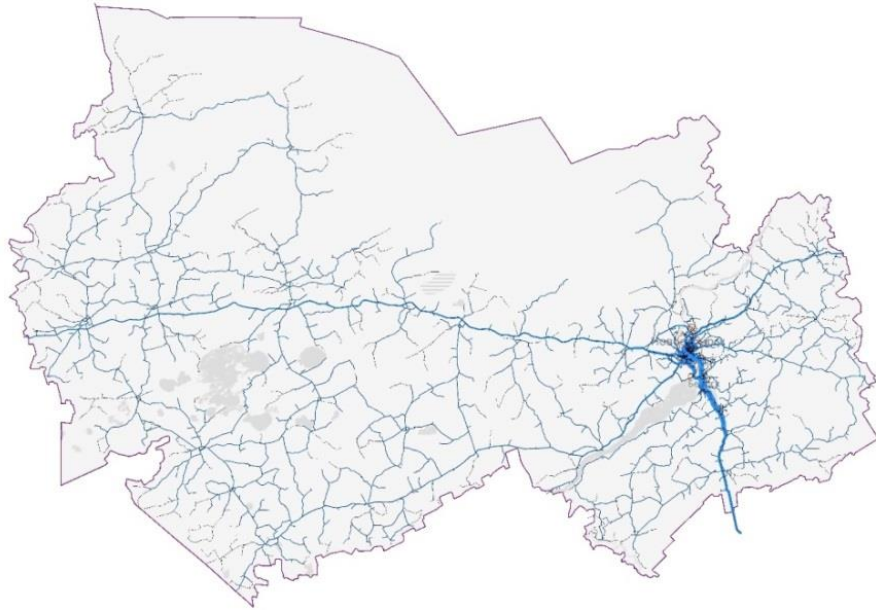


Рисунок 4.26 – Распределение равновесных потоков по улично-дорожной сети Новосибирской области

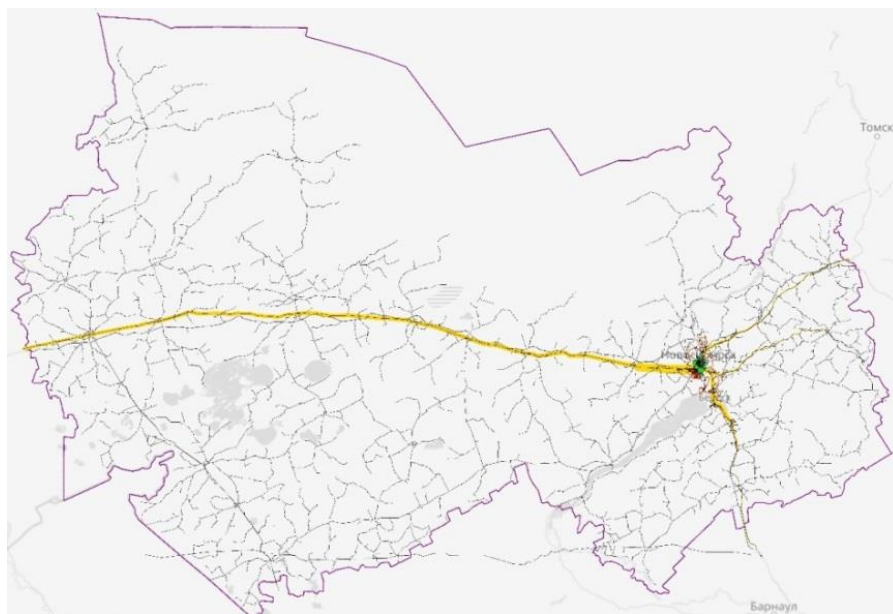


Рисунок 4.27 – Распределение равновесных потоков по сети общественного транспорта Новосибирской области

Для проверки качества калибровки транспортной модели Новосибирской области проведены локальные наблюдения за транспортными потоками в сети. На рисунке 4.28 представлено расположение точек для наблюдения на территории области. Выбор точек осуществлялся в соответствии с рекомендациями, описанными в главе 3. Был выделен 191 узел наблюдения.

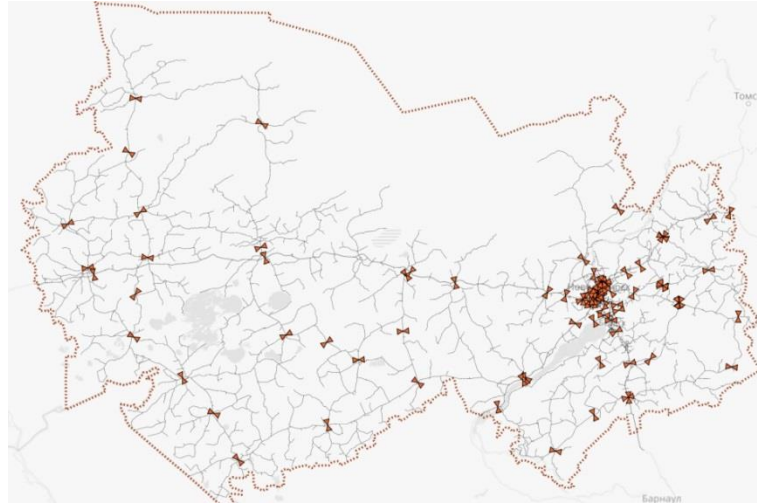


Рисунок 4.28 – Расположение узлов для наблюдения за потоков в транспортном графе Новосибирской области

Результаты анализа качества калибровки разработанной модели (за суточный период) приведены в таблице 4.11.

Значения показателей качества калибровки для всех периодов соответствуют требованиям к модели для использования в принятии управленческих решений [33,61].

На основе полученной базовой транспортной модели Новосибирской области разработаны прогнозные модели на 2024 и 2030 годы по трем сценариям: инерционному, умеренному и оптимистичному. На рисунке 4.29 представлено распределение равновесных потоков в прогнозной модели 2030 года при оптимистичном сценарии. Прогнозные модели позволяют оценить эффективность вариантов развития транспортной системы.

Таблица 4.11 – Анализ качества калибровки транспортной модели на 2017 год

Наименование показателя	Значения
средняя абсолютная ошибка	1870,4
средняя относительная ошибка, %	29,5
абсолютное значение корня среднеквадратической ошибки	3223,4
относительное значение корня среднеквадратической ошибки	0,510
коэффициент детерминации – R^2	0,843
коэффициент корреляции	0,918

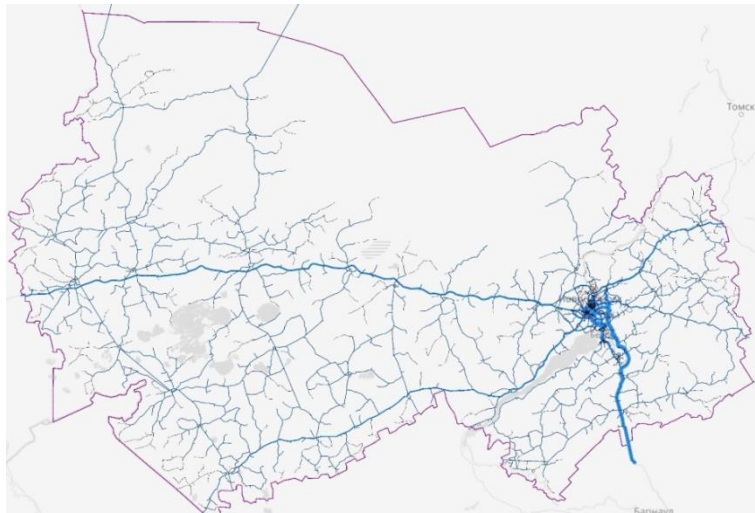


Рисунок 4.29 – Распределение равновесных потоков по улично-дорожной сети в прогнозной модели Новосибирской области на 2030 год (оптимистичный)

4.4 Выводы

В главе 4 диссертационного исследования приведено описание возможностей применения предложенных в работе подходов в реальных задачах транспортного моделирования. Даны рекомендации по корректному использованию рассмотренных в работе методов.

Также представлены основные результаты разработки комплексных математических транспортных моделей г. Новосибирска, Новосибирской агломерации, Новосибирской области, в частности, их количественные характеристики и результаты проверки качества калибровки моделей. Важно отметить, что эти транспортные модели разрабатывались в рамках государственных контрактов, внедрены и успешно используются для поддержки принятия решений в департаменте транспорта и дорожно-благоустроительного комплекса мэрии г. Новосибирска, Министерствах строительства и транспорта Новосибирской области.

Некоторые результаты разработки транспортных моделей опубликованы в работах [96, 97].

5 ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЕЙ

В рамках диссертационного исследования автор принимал участие в разработке программной системы моделирования и анализа транспортных сетей «TransportKit». В данной главе представлено описание этой программной системы.

Актуальность программного продукта

В международной практике существует множество систем, моделирующих транспортную сеть города, а также потоки пассажиров и транспортных средств, например, немецкий программный продукт PTV VISUM. Основными недостатками подобных систем является их высокая стоимость и закрытость исходного кода. Поэтому при использовании таких систем приходится ограничиваться набором уже реализованных методов. Подобные системы не предоставляют возможность определять комплексные показатели, характеризующие качество функционирования транспортной системы. Поэтому становится востребованным программный продукт, расширяющий функционал известных пакетов программ. В маленьких населенных пунктах и городах (до 300000 человек) использование крупных систем моделирования (аналогов) вообще избыточно и дорого.

Назначение программного продукта «TransportKit»

Программная система направлена на создание моделей транспортного комплекса населенного пункта, района или региона. TransportKit одновременно предоставляет инструменты для последующей работы с транспортной моделью (например, при разработке документов планирования), в частности, позволяет оценивать надежность, устойчивость и качество самой транспортной системы. Потребителями данной программной системы могут быть: управления транспортом и дорожным хозяйством при мэриях городов, консалтинговые

фирмы и проектные организации, занимающиеся моделированием транспортных систем и обоснованиями проектных решений по транспортной инфраструктуре и объектам капитального строительства, транспортные вузы, научные коллективы, занимающиеся урбанистикой и исследованием транспортных проблем городов.

Объектная модель

Объектная модель всего программного продукта и его логической части представлена на рисунках 5.1 и 5.2 соответственно.

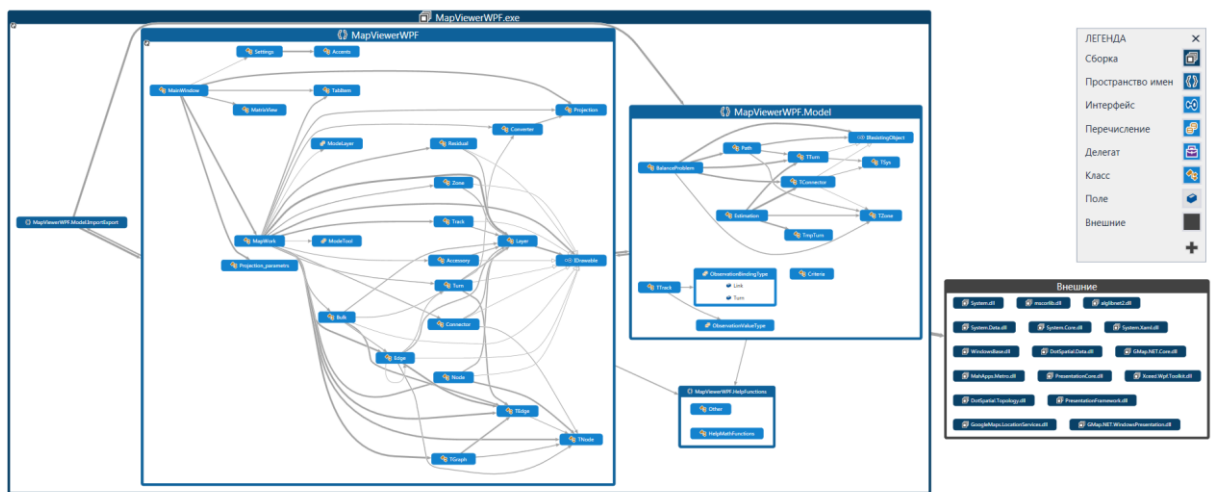


Рисунок 5.1 – Объектная модель программного комплекса TransportKit

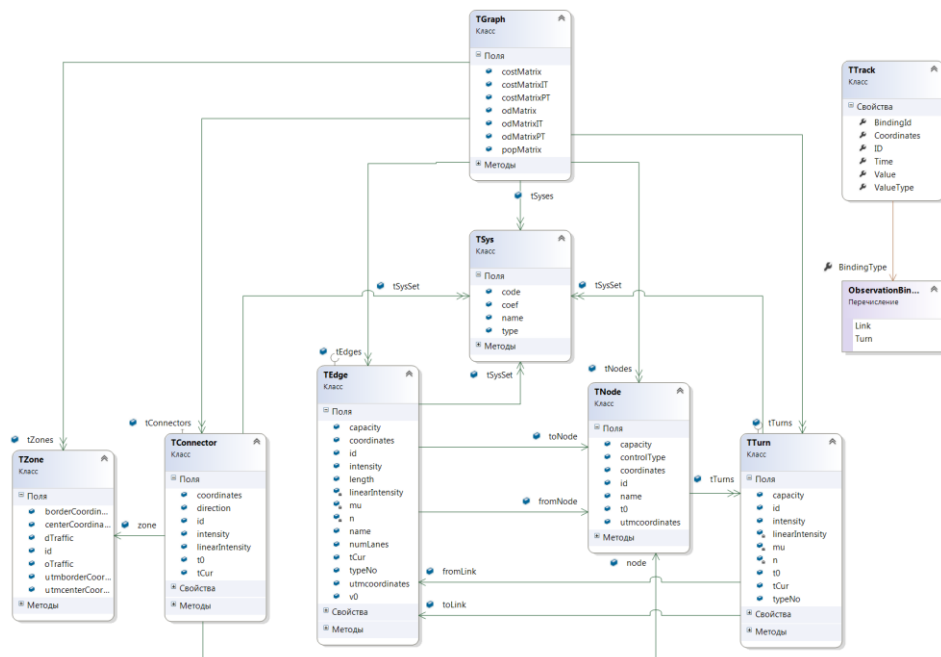


Рисунок 5.2 – Диаграмма классов логической части программного комплекса TransportKit

Интерфейс и возможности системы

Разработанная система предоставляет следующие возможности пользователю:

1. создание и редактирование графа транспортной сети;
2. импорт/экспорт данных в форматах shape, kml, csv, txt, xls;
3. расчет критериев качества транспортной сети (транспортная доступность, транспортная дискриминация, средний объем движения и другие);
4. визуальное отображение результатов анализа транспортной сети;
5. оценка скоростей транспорта по данным gps треков, оценка матрицы корреспонденций;
6. вычисление матрицы затрат;
7. графическое и табличное отображение матриц.

На рисунке 5.3 представлен интерфейс программного обеспечения.

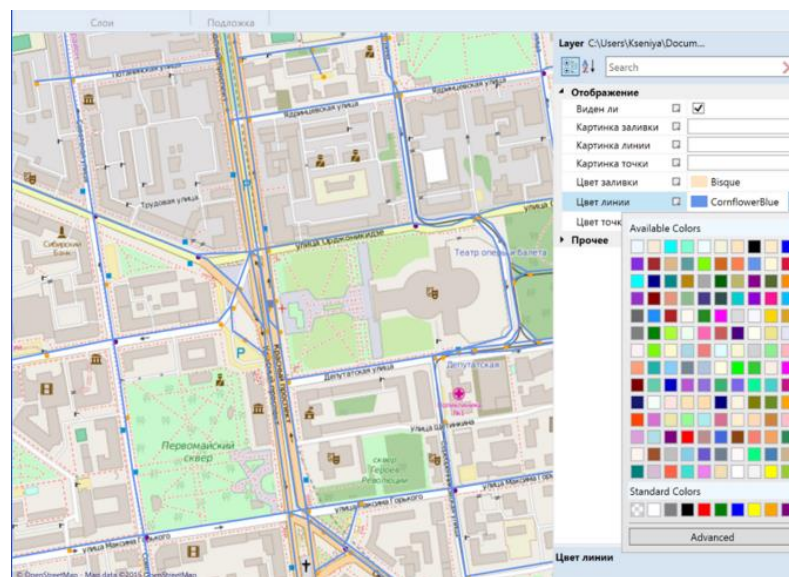


Рисунок 5.3 – Фрагмент модели г. Новосибирска в разработанной программной системе

Описание работы с транспортным графом

Система TransportKit позволяет работать с любыми представлениями транспортного графа. Все вершины и ребра графа имеют географические координаты (широту и долготу) и могут быть отображены на онлайн-карте в

качестве подложки. Имеется возможность добавлять/удалять элементы графов, а также изменять их параметры.

Отличительной особенностью системы является способность импортировать/экспортировать данные транспортного графа в общепринятые форматы работы с пространственными данными, такие как shp (shape), kml, csv. Это позволяет интегрировать данные графа с самыми распространенными геоинформационными системами: MapInfo, QGIS, ArcGIS и др. Система может обмениваться со специализированными программными комплексами транспортного моделирования, например, PTV Vision VISUM, посредством базы данных в формате MS Access. На рисунке 5.4 представлен пример транспортного графа, созданного в комплексе TransportKit.

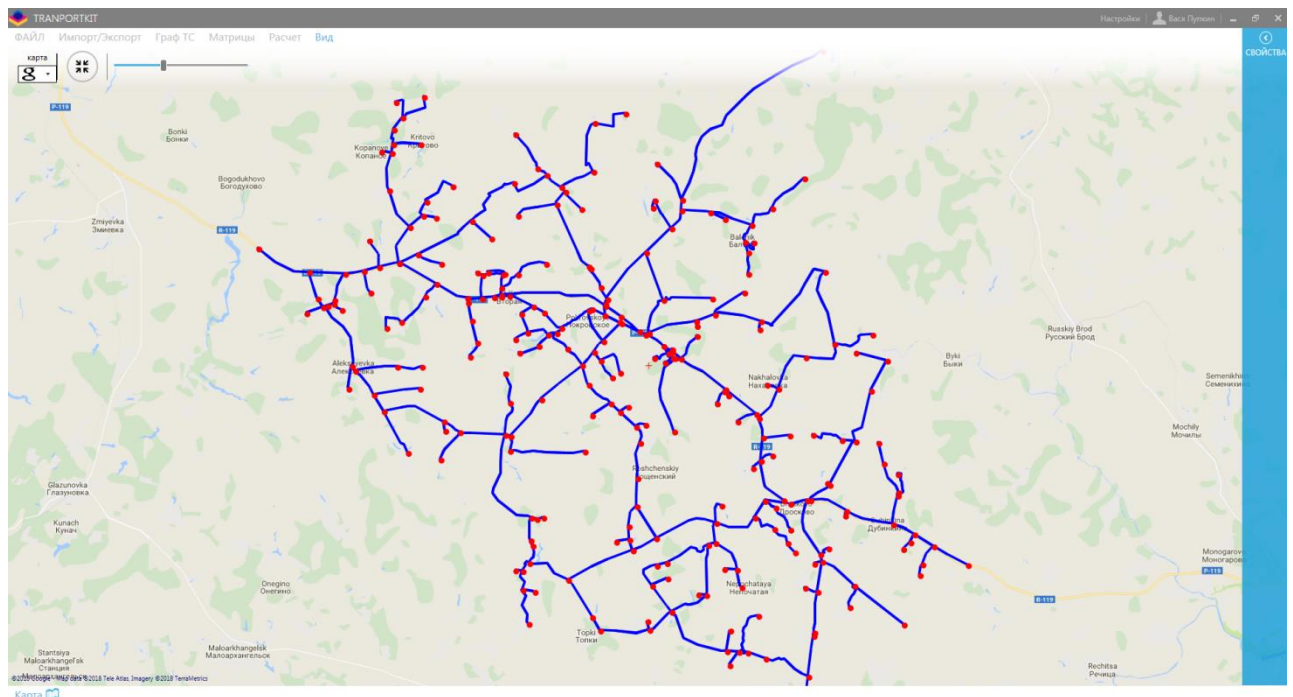


Рисунок 5.4 – Пример транспортного графа в системе TransportKit

Алгоритмы работы с матрицами

В основе транспортной модели в TransportKit лежат два типа матриц: матрица корреспонденций и матрица затрат. Как известно, матрица корреспонденций содержит информацию об объемах пассажиров, передвигающихся по транспортной сети. Матрица затрат отражает необходимые временные, денежные и т.д. затраты, возникающие при передвижении

пассажиров. Фактически, матрица затрат содержит информацию о минимальных обобщенных ценах пути. Основным фактором, влияющим на матрицу затрат, является скорость передвижения по транспортной сети, чем она ниже – тем, соответственно выше затраты. Поскольку элементы как матрицы корреспонденций, так и матрицы затрат невозможно напрямую измерить, встает вопрос об использовании статистических методов для их оценки.

В системе реализована гравитационная модель оценки матрицы корреспонденции (1.8) с возможностью выбора функций предпочтения и оценки ее параметров.

Представленный программный продукт позволяет оценить матрицу корреспонденций, используя данные наблюдений за транспортными потоками. В системе реализованы методы, описанные в разделе 1.4 и главе 2 диссертационной работы, в том числе, методы, основанные на формулах (2.19) и (2.25).

Для выбора наиболее информативных вершин для наблюдения в программе реализован метод решения задачи планирования наблюдений (3.31).

Для оценки матрицы затрат предлагается вычислять скорость движения транспорта, используя GPS треки участников дорожного движения, содержащие данные о моментальных скоростях [98, 99].

Система дает возможность расчёта критериев качества транспортной системы на основе оцененных матриц: транспортная доступность, транспортная дискриминация, среднее время реализации корреспонденций, средний объем движения и т.д. Данные критерии позволяют оценить как текущее состояние транспортного комплекса, так и спрогнозировать последствия инфраструктурных изменений. Вышеупомянутые критерии образуют систему сбалансированных показателей, характеризующую транспортный комплекс с разных сторон. Подобные критерии позволяют сформировать граничные значения, превышение которых приведет к резкому ухудшению качества функционирования транспортной системы. Примеры критериев качества системы опубликованы в работах [100, 101].

На рисунке 5.5 представлен инструмент работы с матрицами в системе TransportKit.

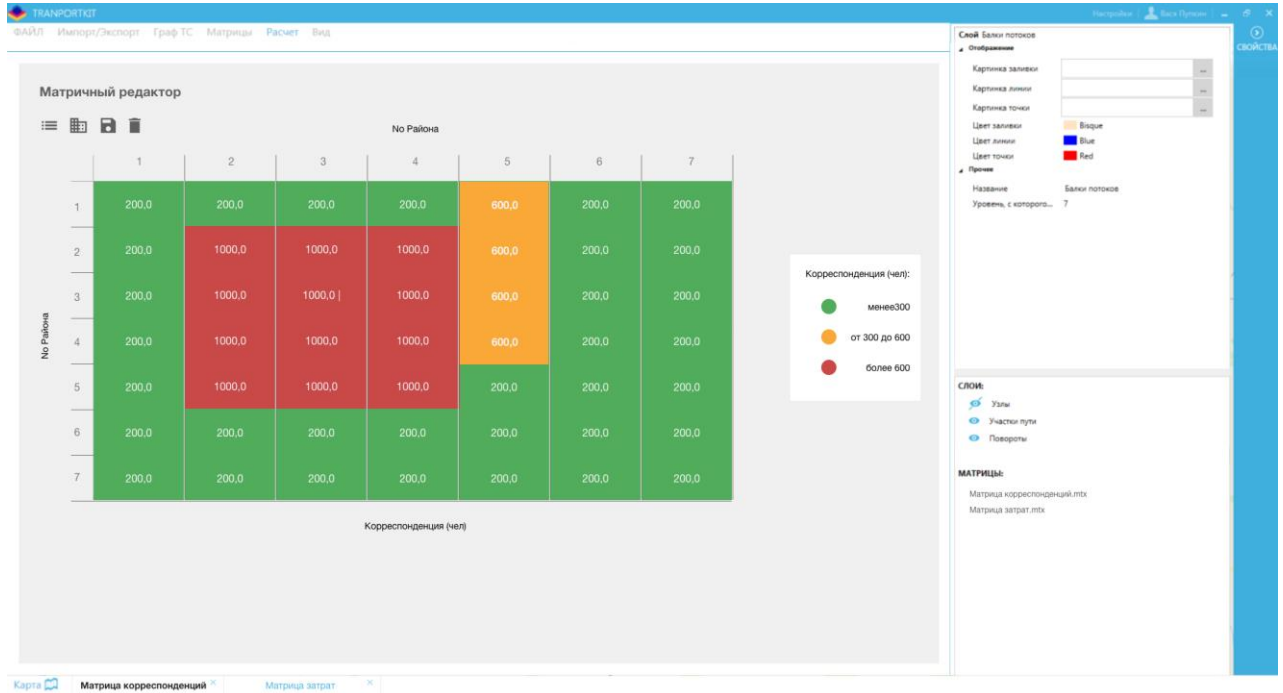


Рисунок 5.5 – Инструмент работы с матрицами

На рисунке 5.6 представлен пример расчета критериев качества транспортной системы в программе TransportKit.

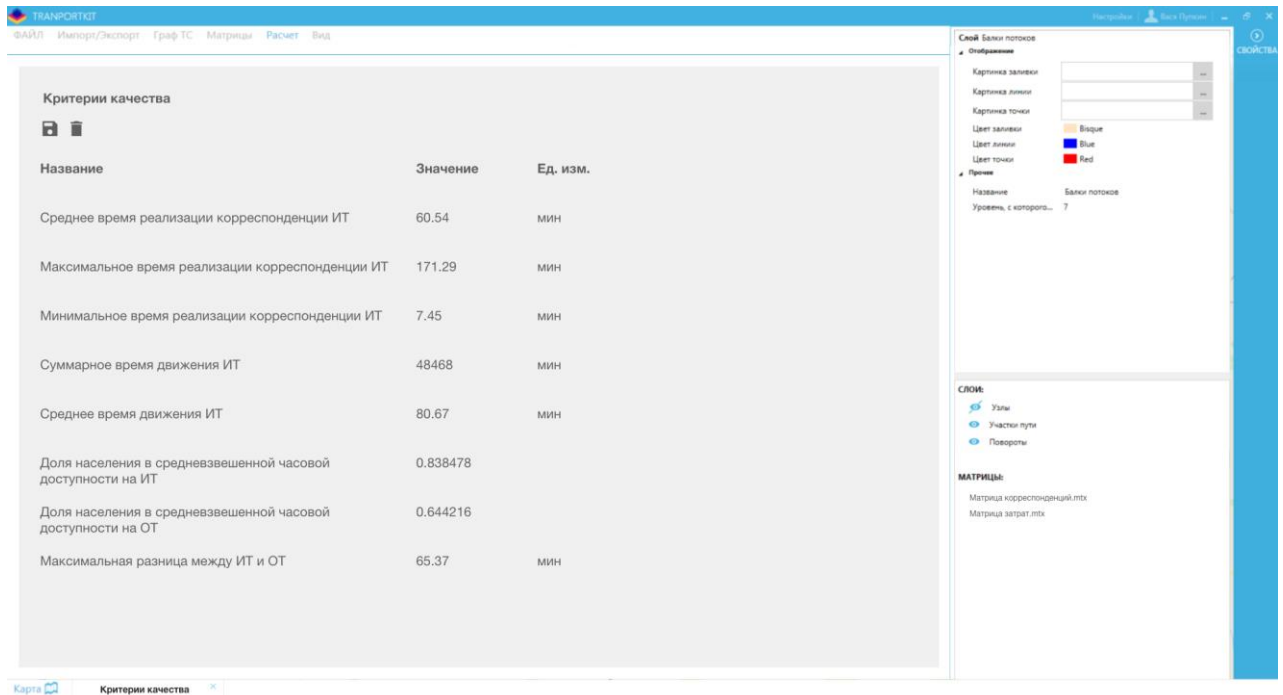


Рисунок 5.6 – Пример расчета критериев качества транспортной системы

Алгоритмы решения задачи транспортного равновесия

Программный комплекс позволяет решить оптимизационную задачу транспортного равновесия (1.5) методом Франка-Вульфа (см. раздел 1.3). Для этого необходимо построить или импортировать транспортный граф в программе, а также импортировать или рассчитать любым методом одну или несколько матриц корреспонденции. Итерационная процедура метода Франка-Вульфа запускается в предположении, что матрица корреспонденции задана.

Функция «Построение равновесных потоков» отображает распределение потоков при решении задачи транспортного равновесия. Интенсивностью цвета регулируется величина потока, идущего по той или иной дуге.

На рисунке 5.7 представлен пример применения функции «Построение равновесных потоков» в программе TransportKit.

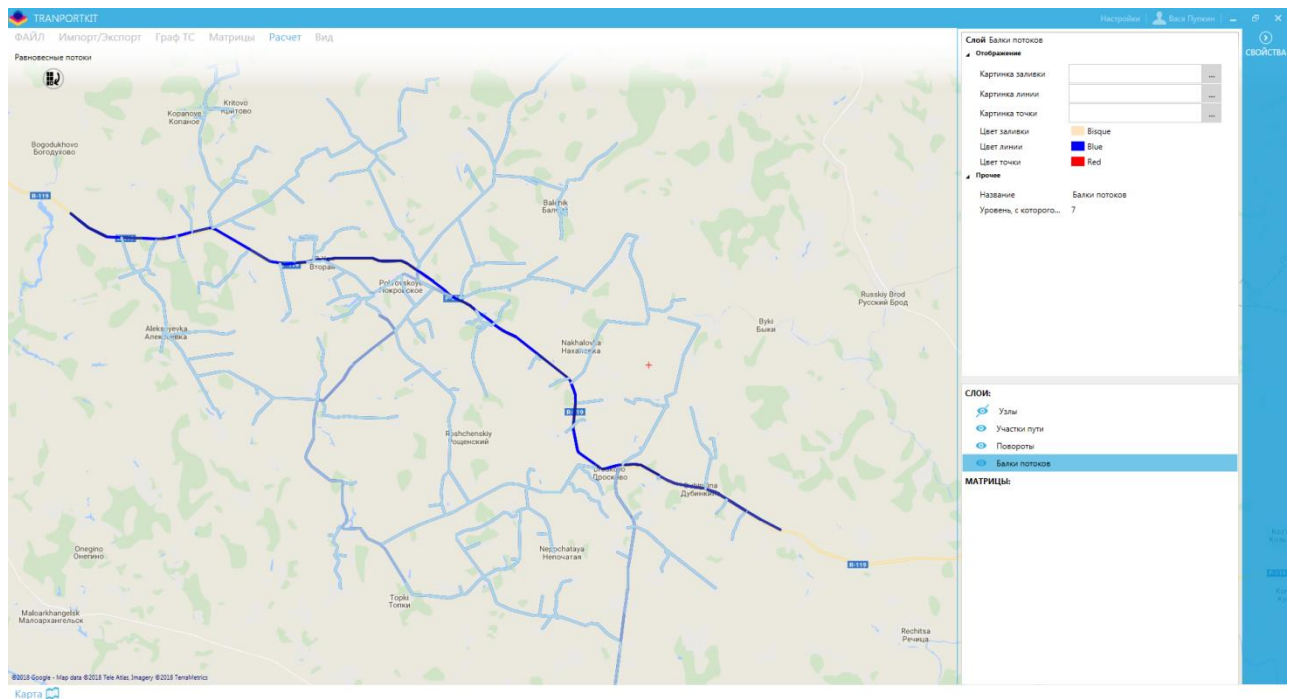


Рисунок 5.7 – Пример распределения транспортных потоков

Выводы

Разработанная программная система моделирования и анализа транспортных сетей содержит реализацию методов и подходов, рассмотренных в главах 1-3 данной диссертационной работы. С помощью этого программного продукта проводились исследования методов на различных сетях.

Вычислительные модули разработанного программного продукта применялись для решения отдельных задач при создании комплексных транспортных моделей г. Новосибирска, Новосибирской агломерации и Новосибирской области. Часть результатов разработки программной системы опубликована в работе [102].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с поставленными задачами исследования получены следующие результаты:

1. Рассмотрены модели наблюдения за объемом транспортного потока в сети. Предложены классификации моделей в зависимости от вида выборки наблюдений, типа наблюдения и полноты собираемых данных. Формализованы возможные представления графа транспортной сети – транспортного графа. Каждая из моделей наблюдения рассмотрена в контексте возможности оценки матрицы корреспонденций на основе наблюдений. Для этого предложена интерпретация модели перемещения микрообъектов по транспортному графу в качестве марковской цепи с дискретным временем.

2. Предложен метод оценки матриц корреспонденций, использующий представление графа в виде марковской цепи и применимый для нескольких моделей наблюдения. Метод основан на каноническом разложении матрицы переходов марковской цепи и сводится к оценке опосредованных переходных вероятностей цепи с использованием ее фундаментальной матрицы.

3. Осуществлена постановка задачи планирования наблюдений за потоками в транспортном графе с целью оценки транспортных корреспонденций, которая сводится к задаче распределения ресурса по узлам марковской цепи с дискретным временем и интерпретируется как задача оптимального планирования наблюдений за марковской цепью.

Разработаны методы планирования наблюдений для поставленной задачи в случае оценок максимального правдоподобия и байесовских оценок. Для классического случая (ОМП-оценок) использованы минимаксные D-оптимальные планы. Решение задачи планирования получено в аналитическом виде. При применении байесовского подхода использованы D-оптимальные планы. Соответствующая задача планирования наблюдений сведена к нелинейной оптимизационной задаче с линейными ограничениями.

Полученные результаты применимы для проведения обследований потоков на транспортной сети в целях калибровки транспортных моделей и первичной оценки матриц корреспонденции.

4. Предложенные методы применены на тестовых и реальных транспортных сетях. Сформированы рекомендации по использованию методов в задачах транспортного моделирования.

5. Разработан программный комплекс для моделирования и анализа транспортных систем. Комплекс прошел государственную регистрацию, предусмотренную для программ ЭВМ.

Научные результаты диссертационной работы и разработанная программная система использованы при разработке комплексных транспортных моделей г. Новосибирска, Новосибирской агломерации и Новосибирской области в рамках научно-исследовательских работ по заказу Мэрии г. Новосибирска, Министерства строительства и Министерства транспорта Новосибирской области. Полученные результаты внедрены в работу научно-исследовательской лаборатории «Информационные технологии транспорта» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Швецов, В.И. Математическое моделирование транспортных потоков / В.И. Швецов // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 3–46.
- 2 Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / А.В. Гасников, Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай [и др.]; под ред. Гасникова А.В. – М.:МФТИ, 2010. – 362 с..
- 3 Ortuzar, J.D., Willumsen, L.G. Modeling Transport. 4th Edition. / J.D. Ortuzar, L.G. Willumsen. USA: John Wiley & Sons Ltd, 2011. – 581 p.
- 4 Швецов, В.И. Алгоритмы распределения транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. 2009. №10 – С. 148-157.
- 5 Нурминский, Е.А. Прогнозное моделирование автомобильного трафика Владивостока / Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай // Труды МФТИ. — 2010. — Том 2, № 4 – С. 119-189.
- 6 Highway Capacity Manual (HCM-2000). Transportation research board, Washington, D.C. 2000. ISBN 0-309-06681-6.. – 1207 p.
- 7 Sheffy, Y. Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis With Mathematical Programming Method. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice-Hall, 1984.
- 8 Лившиц, В.Н. Автоматизация планирования и управления транспортными системами. – М.: Транспорт, 1987. – 208 с.
- 9 Васильева, Е.М. Нелинейные транспортные задачи на сетях. / Е.М. Васильева, Б.Ю. Левит, В.Н. Лившиц. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 104 с.
- 10 Вильсон, А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 248 с.
- 11 Robillard, P. Estimating the O-D matrix from observed link volumes // Transportation Research. – 1975. – Vol. 9. – P. 123-128.
- 12 Van Zuylen, H.J. The most likely trip matrix estimated from traffic counts / H.J. Van Zuylen, L.G. Willumsen // Transportation Research Part B. – 1980. – Vol. 3 (14). – P. 281-293.

13 Vardi, Y. Network tomography: estimating source-destination traffic intensities from link data // J. of the American Statistical Association. – 1996. – Vol. 91. – P. 365-377.

14 Tebaldi, C. Bayesian inference on network traffic using link data (with discussion). / C. Tebaldi, M. West // Journal of the American Statistical Association. – 1998. – Vol. 93. – P. 557-576.

15 Hazelton, L.M. Inference for origin-destination matrices: estimation, prediction, and reconstruction // Transportation Research Part B. – 2001. – Vol. 7 (35). – P. 667-676.

16 Li, B. Bayesian inference for origin-destination matrices of transport networks using the EM algorithm // Technometrics. – 2005. – Vol. 4 (47). – P. 399-408.

17 Bera, S. Estimation of origin-destination matrix from traffic counts: the state of the art. / S.Bera, K.V. Krishna Rao // European Transport \ Trasporti Europei. – 2011. – Vol. 49. – P. 3-23.

18 Hazelton, L.M. Network Tomography For Integer-Valued Traffic// The Annals of Applied Statistics. – 2015. – Vol. 1 (9). – P. 474-506.

19 Лагереv, Р.Ю. Методика оценки матриц корреспонденций транспортных потоков по данным интенсивности движения : диссертация ... кандидата технических наук : 05.22.10 / Лагереv Роман Юрьевич. – Иркутск, 2006. – 183 с.

20 Хабаров, В.И. Марковская модель транспортных корреспонденций / В.И. Хабаров, Д.О. Молодцов, С.В. Хомяков // Доклады ТУСУР. – 2012. – № 1, ч.1. С. – 113-117.

21 Crisostomi, E. A Google-like model of road network dynamics and its application to regulation and control. / E. Crisostomi, S. Kirkland, R.N. Shorten // International Journal of Control. – 2010. – Vol. 84(3). – P. 633-651.

22 Li, B. Markov models for Bayesian analysis about transit route origin-destination matrices. // Transportation Research Part B: Methodological. – 2009. – Vol. 43 (3). – P. 301-310.

23 Morimura, T. Solving inverse problem of Markov chain with partial observations. / T. Morimura, T. Osogami, T. Ide // *Advances in Neural Information Processing Systems*. – 2013. – P. 1655–1663.

24 Ли, Ц. Оценивание параметров марковских процессов по агрегированным временным рядам. / Ц. Ли, Д. Джадж, А. Зельнер – М.: Статистика, 1977. – 221 с.

25 Yang, H. Optimal traffic counting locations for origin-destination matrix estimation. / H. Yang, J. Zhou // *Transportation Research, Part B: Methodological*. – 1998. – Vol. 32. – P. 109-126.

26 Gan, L.P. Traffic counting location and error bound in origin-destination matrix estimation problems. / L.P. Gan, H. Yang, S.C. Wong // *ASCE Journal of Transportation Engineering*. – 2005. – Vol. 131. – P. 524-534.

27 Хабаров, В.И. Планирование экспериментов для оценки матрицы транспортных корреспонденций / В.И. Хабаров, А.А. Теселкин, К.П. Косолапов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 109-116. DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-109-116

28 Хабаров, В.И. Байесовский подход к задаче планирования наблюдений за транспортными потоками / В.И. Хабаров, А.А. Теселкин // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2017. – № 3 (36). – С. 105–118. doi: 10.17212/1727-2769-2017-3-105-118

29 Wardrop, J.G. Some theoretical aspects of road traffic research // *Proc. Institution of Civil Engineers II*. 1952. – P. 325–378.

30 VISUM 12.5 Fundamentals. PTV AG: Karlsruhe, 2012. – 777 p.

31 Якимов, М.Р. Транспортное планирование: практические рекомендации по созданию транспортных моделей городов в программном комплексе PTV Vision® VISUM: монография / М.Р. Якимов, Ю.А. Попов. – М.: Логос, 2014. – 200 с.

32 Якимов, М.Р. Транспортное планирование: создание транспортных моделей городов: монография. – М.: Логос, 2013. – 188 с.

- 33 Основы транспортного моделирования: практическое пособие / А.Э. Горев, К. Бёттгер, А.В. Прохоров, Р.Р. Гизатуллин. – СПб.:ООО «Издательско-полиграфическая компания «КОСТА»», 2015. – 168 с.
- 34 Харари, Ф. Теория графов. Перевод с английского и предисловие В.П. Козырева. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 296 с.
- 35 Свами, М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир. – 1984. – 454 с.
- 36 Kendall, M.G. The advance theory of statistics. Vol. 2. Inference and Relationship. / M.G. Kendall, A. Stuart. – London: Carles Griffin and Company Limited, 1961. – 758 p.
- 37 Ллойд, Э. Справочник по прикладной статистике. В 2-х т. Т. 1: пер. с англ./ Э. Ллойд, У. Ледерман, Ю.Н. Тюрин – М.: Финансы и статистика, 1989. – 510 с.
- 38 Сирл, С. Матричная алгебра в экономике / С. Сирл, У. Госман. – М.: Статистика, 1974. – 368 с.
- 39 Kemeny, J.G. Finite Markov Chains. / J.G. Kemeny, J.L. Snell. – Princeton, NJ: Van Nostrand, 1960. – 210 p.
- 40 Кельберт, М.Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах, Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. / М.Я. Кельберт, Ю.М. Сухов. – М.: МЦНМО, 2010. – 560 с.
- 41 Martin, J.J. Bayesian Decision Problems and Markov Chains. – New York: John Wiley and Sons, 1967. – 202 p.
- 42 Справочник по теории автоматического управления. Под редакцией А. А. Красовского. — М.: Наука. – 1987.— 712 с.
- 43 Хабаров, В.И. Последовательное планирование дискриминирующих экспериментов с точки зрения управляемых марковских процессов // Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях: тезисы докладов 8-й Всесоюзной конференции, Ч.1. – Ленинград, ЛГУ, 1986.
- 44 Хабаров, В.И. Марковская модель процесса последовательного планирования дискриминирующих экспериментов // Машинные методы

планирования эксперимента и оптимизация многофакторных систем: сборник научных трудов. – Новосибирск, НЭТИ, 1987. – С. 57-59.

45 Федоров, В.В. Теория оптимального планирования эксперимента – М.: Наука, 1971. - 312 с.

46 Ермаков, С.М. Математическая теория планирования эксперимента. — М: Наука, 1983. — 392 с.

47 Красовский, Г.И. Планирование эксперимента. / Г.И. Красовский, Г.Ф. Филаретов. – Мн.: Изд-во БГУ, 1982. – 302 с., ил.

48 Налимов, В.В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 208 с.

49 Горский, В.Г. Планирование кинетических экспериментов. – М.:Наука, 1984. – 241 с.

50 Хабаров, В.И. Интегрированные системы планирования и анализа экспериментов : диссертация ... доктора технических наук : 05.13.16. / Хабаров Валерий Иванович – Новосибирск, 1992. – 299 с.

51 Fedorov, V. Duality of optimal design for model discrimination and parameter estimation / V. Fedorov, V. Khabarov // *Biometrika*. – 1986. – Vol. 73. – P.183-190.

52 Хабаров, В.И. Квазидифференциалы в задачах планирования экспериментов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 4 (25). – С. 124-136. doi: 10.17212/1727-2769-2014-4-124-136.

53 Еремин, С.В. Интеллектуальная система для стратегического управления пассажирским комплексом Красноярска и агломерации / С.В. Еремин, А.А. Теселкин, К.В. Хабарова, В.И. Хабаров // Бюллетень транспортной информации: Журнал. – 2013. – № 2 (212). – С. 9-13.

54 Хабарова, К.В. Разработка элементов интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом на примере г. Красноярска и его агломерации / К.В. Хабарова, А.А. Теселкин // Международный конкурс научных работ по приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации: Сборник трудов. – М., 2012. – 376с. – С. 280-285.

- 55 Рассел, С. Искусственный интеллект: современный подход, 2-е изд.: пер. с англ. / С. Рассел, П. Норвиг. – М.: Вильямс, 2006. – 1408 с.
- 56 Pipes, L. A. An operational analysis of traffic dynamics // J. Appl. Phys. – 1953. – Vol. 24. – P. 274–281.
- 57 Wiedemann, R. Simulation des Straßenverkehrsflusses. Schriftenreihe des IfV. Institut für Verkehrswesen, Universität Karlsruhe. – 1974. – 212 p. (На немецком языке).
- 58 Wiedemann, R. Modelling of RTI-Elements on multi-lane roads. // Advanced Telematics in Road Transport, Proceedings of the DRIVE Conference. – 1991. – Vol. II. – P. 1007-1019.
- 59 Приказ Министерства транспорта РФ от 17 марта 2015 г. № 43 "Об утверждении Правил подготовки проектов и схем организации дорожного движения".
- 60 Постановление Правительства РФ от 25 декабря 2015 г. № 1440 "Об утверждении требований к программам комплексного развития транспортной инфраструктуры поселений, городских округов".
- 61 Руководство по применению транспортных моделей в транспортном планировании и оценке проектов / под ред. А.Э. Горева и В.Л. Швецова. – СПб.: ООО «Издательско-полиграфическая компания «КОСТА»», 2016. – 128 с.
- 62 Bar-Gera, H. Origin-based algorithm for the traffic assignment problem // Transportation Science. – 2002. – Vol. 36(4). – P. 398–417.
- 63 Chen, H-K. The path-specific traffic equilibrium problem with generalized cost functions // Journal of the Chinese Institute of Engineers. – 2014. – Vol. 37(4). – P. 461–468.
- 64 Fotheringham, A.S. A new set of spacial-interaction models: the theory of competing destinations // Envir. & Plan. A. – 1983. – Vol. 15. – P. 15–36
- 65 Cascetta, E. Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data: A generalized least squares estimator. // Transportation Research Part B. – 1984. – Vol. 18. – P. 289–299.

- 66 Bell, M. The estimation of origin-destination matrices by constrained generalised least squares // *Transportation Research Part B*. – 1991. – Vol. 25. – P. 13–22.
- 67 Spiess, H. A maximum-likelihood model for estimating origin-destination matrices // *Transportation Research, Part B: Methodological*. – 1987. – Vol. 21. – P. 395-412.
- 68 Hazelton, M.L. Estimation of origin–destination matrices from link flows on uncongested networks // *Transportation Research, Part B: Methodological*. – 2000. – Vol. 34. – P. 549-566.
- 69 Maher, M.J. Inferences on trip matrices from observations on link volumes: A Bayesian statistical approach // *Transportation Research, Part B: Methodological*. – 1983. – Vol. 17. – P. 435–447.
- 70 Lo, H. Estimation of an origin–destination matrix with random link choice proportions: a statistical approach / H. Lo, N. Zhang, W. Lam // *Transportation Research, Part B: Methodological*. – 1996. – Vol. 30. – P. 309-324.
- 71 Yang, H. Simultaneous estimation of the origin-destination matrices and travel-cost coefficient for congested networks in a stochastic user equilibrium / H. Yang, Q. Meng, M. Bell // *Transportation Science*. – 2001. – Vol. 35. – P. 107-123.
- 72 Teodorovic, D. Fuzzy logic systems for transportation engineering: the state of the art // *Transportation Research, Part A: Policy and Practice*. – 1999. – Vol. 33. – P. 337-364
- 73 Gong, Z. Estimating the urban o-d matrix: a neural network approach // *European Journal of Operational Research*. – 1998. – Vol. 106. – P. 108-115.
- 74 Okutani I. The Kalman filtering approach in some transportation and traffic problems // *International symposium on transportation and traffic theory*, N.H. Gartner and N.H.M. Wilson (eds). – Elsevier Science Publishing Company Inc. – 1987. – P. 397-416.
- 75 Ashok K. Dynamic origin-destination matrix estimation and prediction for real-time traffic management systems / K. Ashok, M.E. Ben-Akiva // *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*. – 1993. – P. 465-484.

76 Tesselkin, A. Analysis of Competitive Balance and System optimum Models on Transport Network // В книге: Progress through Innovation Тезисы городской научно-практической конференции аспирантов и магистрантов. Новосибирский государственный технический университет. – 2014. – С. 26.

77 Петров, С.М. Использование технологий компьютерного зрения для измерения транспортных потоков / С.М. Петров, Д.А. Дубинин, А.А. Теселкин // В сборнике: «Политранспортные системы». Материалы VIII Международной научно-технической конференции в рамках года науки Россия - ЕС. – Новосибирск, 2015. – С. 432-435.

78 Швайка, П.Ю. Методы компьютерного зрения в задачах измерения транспортных потоков / П.Ю. Швайка, А.А.Теселкин, К.В. Спешилов // «Новейшие концепции фундаментальных и прикладных научных исследований: опыт, традиции, инновации, эффективная стратегия развития». Сборник научных статей по итогам международной научно-практической конференции. Негосударственное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Санкт-Петербургский Институт Проектного Менеджмента». – Санкт-Петербург, 2015. – С. 82-85.

79 Теселкин, А.А. Оценка параметров модели транспортных корреспонденций по данным сотовых операторов / А.А. Теселкин, К.В. Теселкина // Интеллектуальные технологии на транспорте. – 2015. – № 4. – С. 10-14.

80 Хабаров, В.И. Марковские модели в задачах оценивания транспортных корреспонденций / В.И. Хабаров, А.А. Теселкин // Научный вестник НГТУ. – 2016. – № 1 (62). – С. 91-105. doi: 10.17212/1814-1196-2016-1-91-105.

81 Теселкин, А.А. Методы восстановления матриц корреспонденций по данным натурных обследований / А.А. Теселкин, В.И. Хабаров // В сборнике: «Политранспортные системы». Материалы VIII Международной научно-технической конференции в рамках года науки Россия - ЕС. – Новосибирск, 2015. С. 418-423.

82 Теселкин, А.А. Оценивание матриц корреспонденций на основе наблюдения за транспортными потоками / А.А. Теселкин, К.В. Теселкина // «Наука. Технологии. Инновации». Сборник научных трудов: в 9 частях. Под редакцией М.Э. Рояка. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Часть 2. – С. 156-157.

83 Tesselkin, A. A Statistical Method for the Estimation of Origin-Destination Trip Matrices // В сборнике: Тезисы городской научно-практической конференции аспирантов и магистрантов «Progress Through Innovation». – Новосибирск, 2016. – С. 31-32.

84 Khabarov, V. Method for Estimating Origin-Destination Matrices Using Markov Models / V. Khabarov, A. Tesselkin // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Part 1. – P. 389-393.

85 Khabarov, V. Estimation of Origin-Destination Matrices Based on Markov Chains / V. Khabarov, A. Tesselkin // Proceedings of the 16th International Conference “Reliability and Statistics in Transportation and Communication” (RelStat’16), 19–22 October 2016. – Riga, Latvia, 2016. – P. 257–264.

86 Теселкин, А.А. Статистические подходы к оценке транспортных корреспонденций по данным наблюдений // «Наука. Технологии. Инновации». Сборник научных трудов: в 9 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Часть 2. – С. 244-246.

87 Tesselkin, A. Estimation of Origin-Destination Matrices Based on Markov Chains / A. Tesselkin, V. Khabarov // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 178C. – P. 107-116. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.071

88 Теселкин, А.А. Байесовский подход к задаче планирования экспериментов для оценки транспортных корреспонденций // «Наука. Технологии. Инновации». Сборник научных трудов: в 10 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – С. 245-247.

89 Larijani, A.N. Investigating the Mobile Phone Data to Estimate the Origin Destination Flow and Analysis; Case Study: Paris Region / A.N. Larijani, A. Olteanu-

Raimond, J. Perret, M. Brédif, C. Ziemlicki // *Transportation Research Procedia*. – 2015. – Vol. 6. – P. 64-78 .

90 Caceres, N. Deriving origin-destination data from a mobile phone network / N. Caceres, J.P. Wideberg, F.G. Benitez // *IET Intelligent Transport Systems*. – 2007. – No. 1(1). – P. 15–26.

91 Calabrese, F. Estimating Origin-Destination Flows Using Mobile Phone Location Data / F. Calabrese, G. Di Lorenzo, L. Liu, C. Ratti // *IEEE Pervasive Computing*. – 2011. – Vol.10. – No. 4. – P. 36-44.

92 Breiman, L. Classification and regression trees. / L. Breiman, J.H. Friedman, R.A. Olshen, C.J. Stone – Monterey, CA: Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software, 1984. 354 p

93 Магнус, Я.Р. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. – 6-е изд., перераб. и доп. / Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий. – М.: Дело, 2004. – 576 с.

94 IBM SPSS Statistics Documentation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www-01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg27043946>

95 Tesselkin, A.A. Elements of data mining for the development of mathematical transport models / A.A. Tesselkin, K.V. Tesselkina, V.I. Khabarov // *Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016): proc.* – Novosibirsk, 2016. – Volume 1, Part 2. – P. 354-357.

96 Хабаров, В.И. Система управления транспортным комплексом как элемент интеллектуальной транспортной системы / В.И. Хабаров, А.А. Теселкин, С.П. Сарычев // «Наука, образование, кадры». Материалы конференции в рамках V Международного форума «Транспорт Сибири». – Новосибирск, 2016. – С. 13-17.

97 Теселкин, А.А. Вопросы практического применения методов оценки матриц корреспонденции // Материалы IX Международной научно-технической конференции «Политранспортные системы». – Новосибирск: СГУПС, 2017. – С. 601-603.

98 Хабарова, К.В. Использование географически взвешенных регрессий(GWR) для оценки параметров транспортной сети / К.В. Хабарова, В.С. Тимофеев // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем : сб. науч. тр. 10 междунар. шк.-симп. АМУР-2016, Симферополь-Судак, 12–21 сент. 2016 г. – Симферополь : КФУ им. В. И. Вернадского, 2016. – С. 369–372

99 Теселкина, К.В. Использование географически взвешенных регрессий (GWR) для оценки параметров транспортной сети / К.В. Теселкина, А.А. Теселкин // «Наука. Технологии. Инновации». Сборник научных трудов: в 9 частях. Под редакцией М.Э. Рояка. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Часть 2. – С. 158-159.

100 Хабарова, К.В. Оценки надежности транспортной сети / К.В. Хабарова, А.А. Теселкин, В.И. Хабаров // Сборник докладов IV международной научно-практической конференции «Интеллектуальные системы на транспорте» (ИнтеллектТранс-2014). – Санкт-Петербург, 2014. – С. 392-395.

101 Теселкина, К.В. Критерии устойчивости и надежности транспортных систем / К.В. Теселкина, А.А. Теселкин // «Наука, образование, кадры». Материалы конференции в рамках V Международного форума «Транспорт Сибири». – Новосибирск, 2016. – С. 17-23.

102 Теселкина, К.В. Разработка программной системы моделирования и анализа транспортного комплекса города / К.В. Теселкина, А.А. Теселкин // Материалы IX Международной научно-технической конференции «Политранспортные системы». – Новосибирск: СГУПС, 2017. – С. 605-606.

ПРИЛОЖЕНИЕ А ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА - ПРОТОТИП ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПАССАЖИРСКИМ КОМПЛЕКСОМ ГОРОДА И ЕГО АГЛОМЕРАЦИИ

В рамках диссертационного исследования автор принимал участие в разработке программного комплекса - прототипа интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом города и его агломерации. Данный продукт разработан в рамках научно-исследовательских работ №386-11 «Разработка прототипа интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом г. Красноярска и его агломерации».

Программная система предназначена для анализа потенциальных возможностей транспортной системы (транспортного предложения) в ее определенной конфигурации. Система позволяет построить в деталях модель маршрутной сети любого города/агломерации. Аналитические инструменты, реализованные в системе, направлены на определение количественных и качественных характеристик системы пассажирского транспорта.

Прототип интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом обладает следующими возможностями:

- создание/редактирование/удаление элементов транспортной сети:
 - остановок/станций;
 - путей;
 - маршрутов движения;
 - транспортно-пересадочных узлов;
- определение топологических характеристик пассажирской сети;
- поиск оптимального маршрута;
- построение транспортной доступности по времени и цене;
- определение критических точек транспортной сети;
- определение пропускной способности;
- определение максимального потока в сети.

На рисунке А.1 представлено дерево возможностей работы с системой.

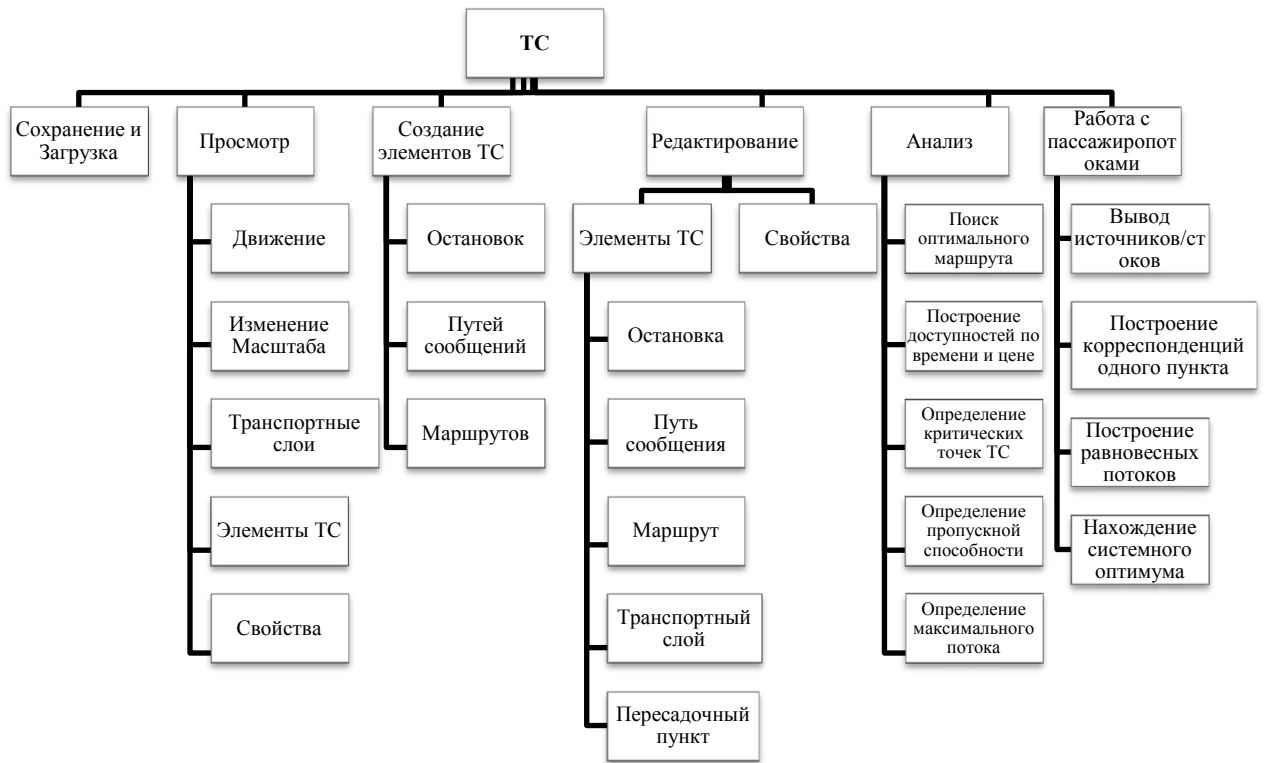


Рисунок А.1 – Дерево операций

Общий вид интерфейса системы представлен на рисунке А.2.

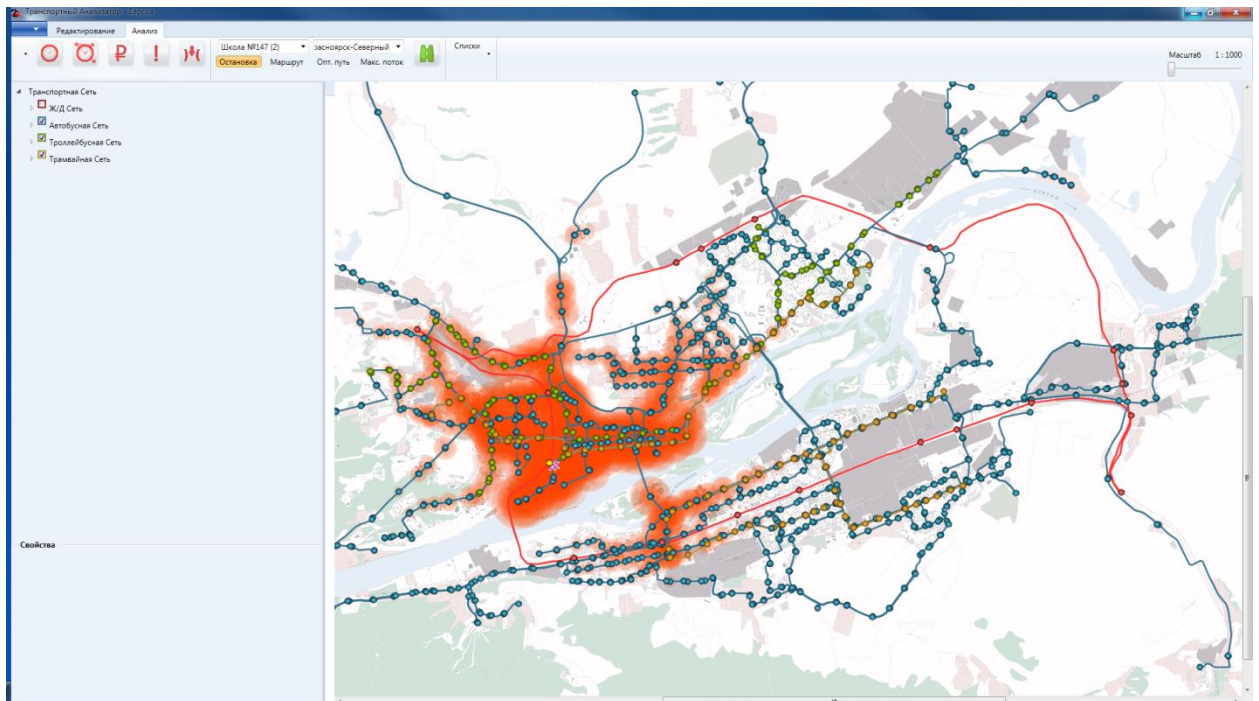


Рисунок А.2 – Скриншот интерфейса программного продукта

В верхней части программного продукта расположена «панель вкладок с инструментами управления». В левой части находится информационная панель,

состоящая из «древовидной структуры транспортной сети» и «панели свойств». В центре экрана расположена «рабочая область», на которой изображена карта и транспортная сеть города.

Изменение области видимости происходит с помощью элементов управления «Полоса прокрутки» (рисунки А.3 и А.4)

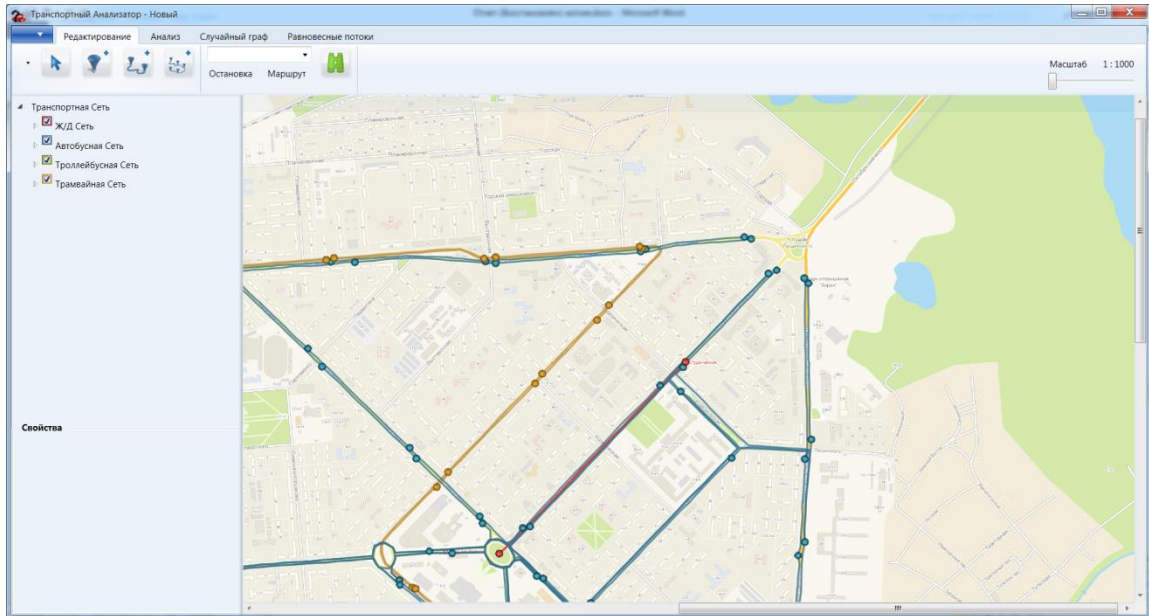


Рисунок А.3 - Изменение области видимости (до)

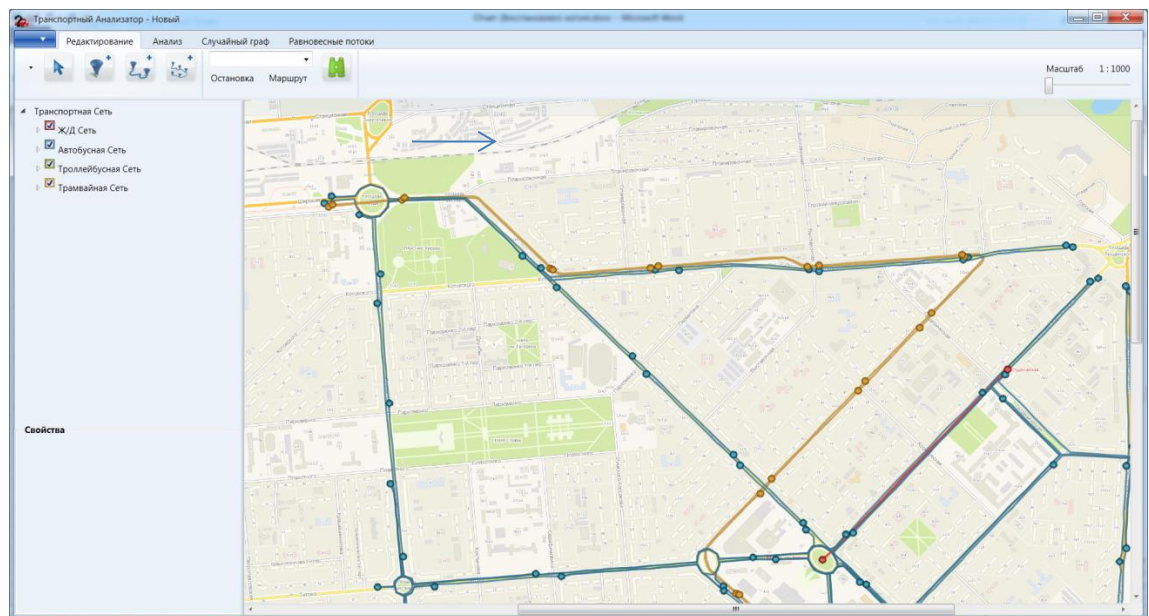


Рисунок А.4 – Изменение области видимости (после)

Увеличение (уменьшение) масштаба происходит с помощью элемента управления «Масштаб» (рисунки А.5 и А.6).

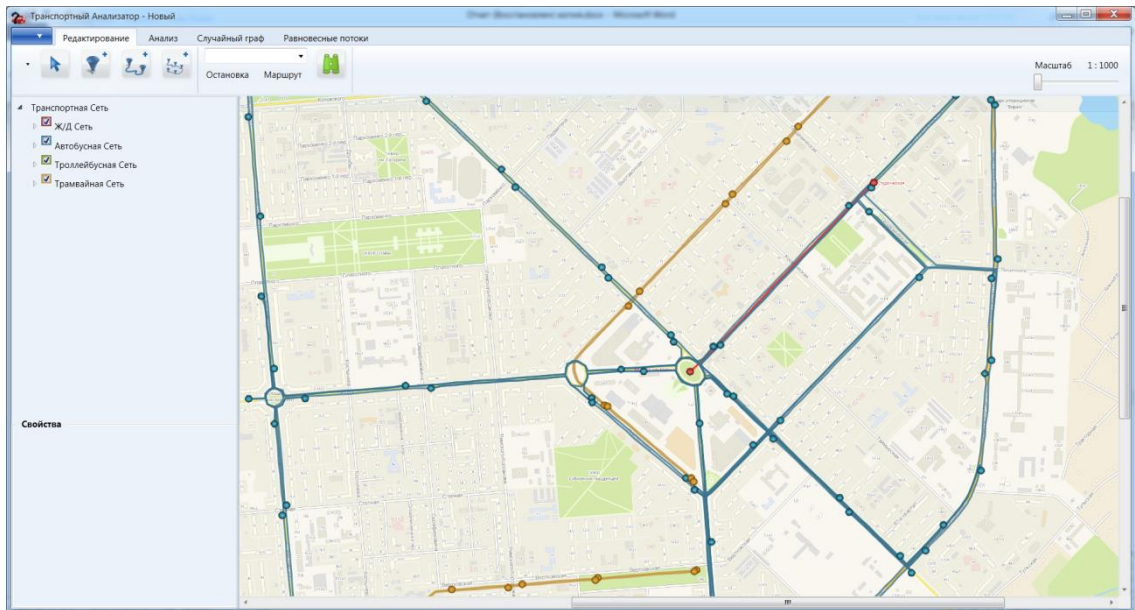


Рисунок А.5 – Увеличение масштаба (до)

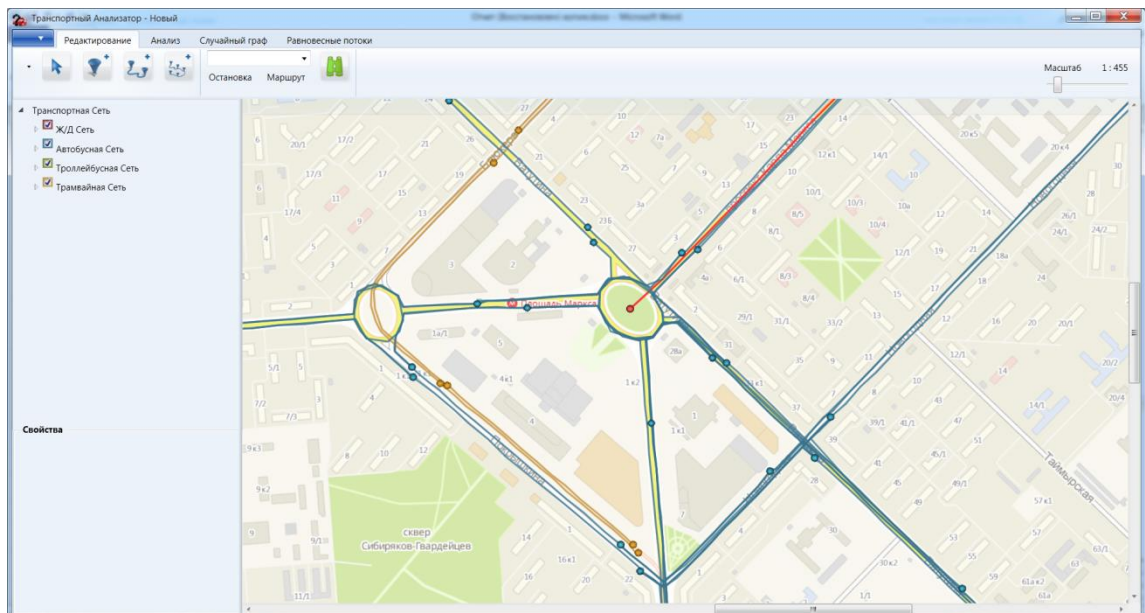


Рисунок А.6 – Увеличение масштаба (после)

Древовидная структура в левой области экрана отвечает за отображение транспортной сети по слоям.

В системе (рисунок А.7) слой каждого вида транспорта отображается своим цветом:

- синий – автобусная сеть;
- золотой – трамвайная сеть;
- зеленый – троллейбусная сеть;
- красный – Ж/Д сеть.

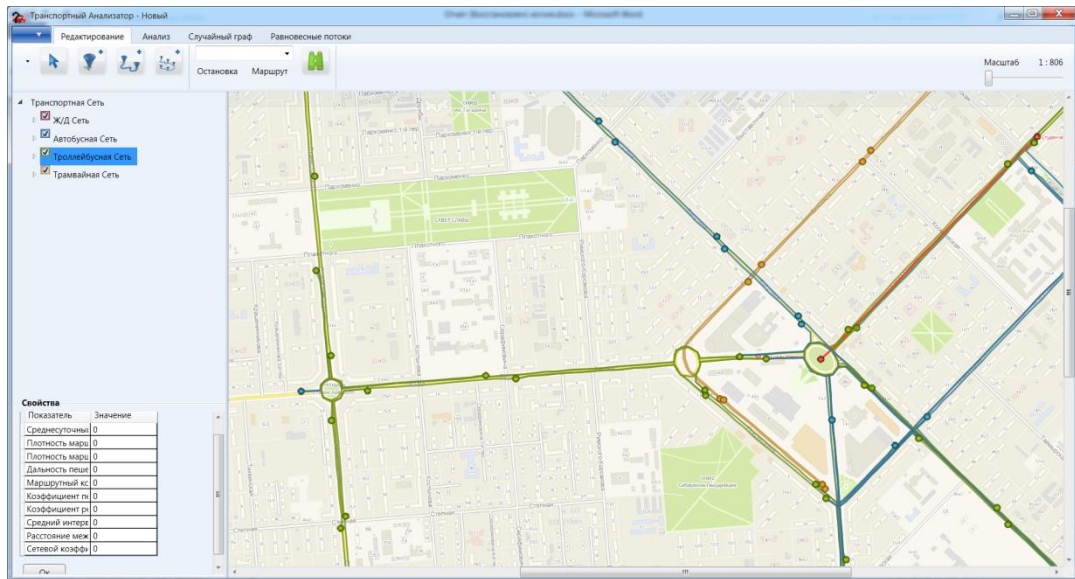


Рисунок А.7 – Транспортные слои

При нажатии на название сети в древовидной структуре, на рабочей области останется видна только эта сеть (рисунок А.8).

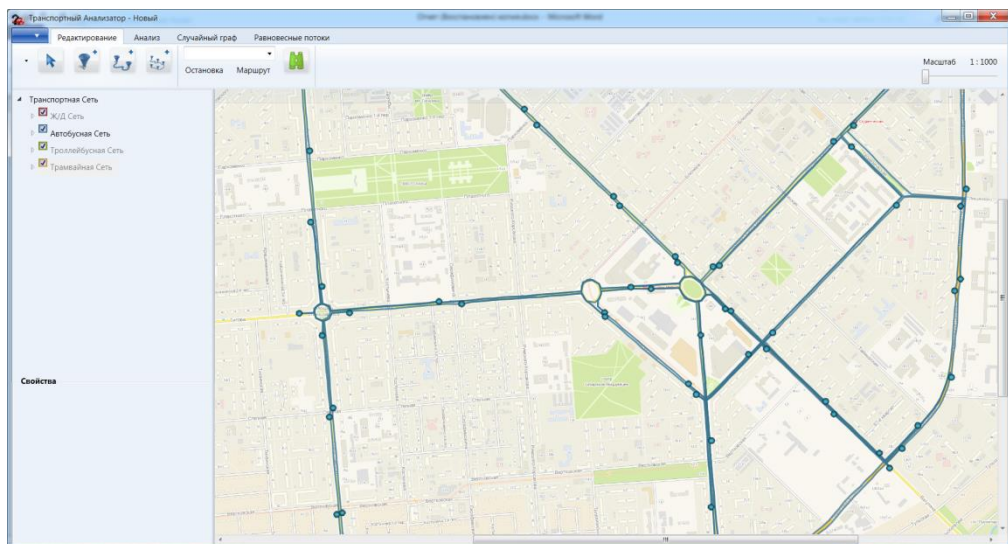


Рисунок А.8 – Автобусная сеть

Просмотр и управление структурой транспортной сети происходит в древовидном элементе управления. Корнем дерева является вся транспортная сеть, затем идут транспортные слои (рисунок А.9):

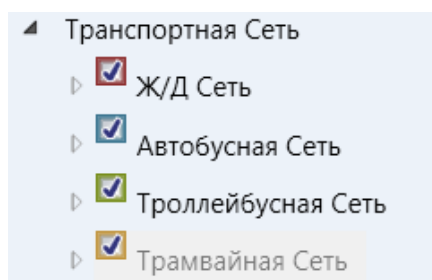


Рисунок А.9 – Дерево ТС

Видимость каждого транспортного слоя может регулироваться нажатием на название сети, при этом если слой не виден, то название сети становится бледным. Цвет галочки соответствует цвету слоя на рабочей области. Каждый транспортный слой имеет две ветки: остановки и маршруты.

Они состоят, соответственно, из списка станций и маршрутов (рисунок А.10). Значок (2) возле имени маршрута означает, что он является обратным.

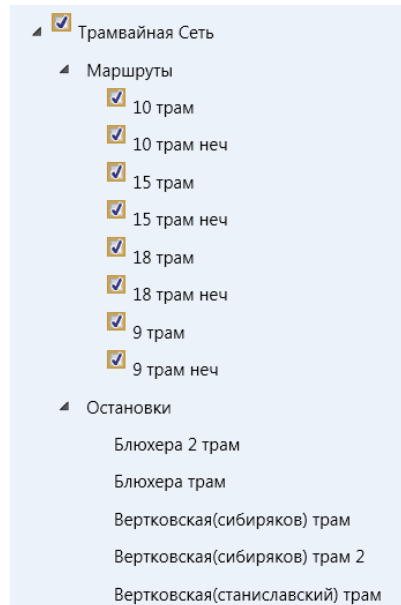


Рисунок А.10 – Дерево трамвайной сети

Элементами транспортной сети являются станции (остановки), пути сообщения и маршруты.

При наведении курсором мыши на остановку в рабочей области рядом с ней появляется всплывающая подсказка с названием этой остановки (рисунок А.12). По нажатию на имя станции или маршрута в древовидном элементе управления, станция (маршрут) подсветится желтым цветом на рабочей области, а в панели свойств появятся соответствующие характеристики. То же действие произойдет по нажатию на пиктограмму «Остановка» и выборе соответствующей остановки в поле на панели инструментов (рисунок А.11).



Рисунок А.11 – Выбор остановки

Остановку также можно выбрать, нажав на ее имя в списке остановок в древовидной структуре.

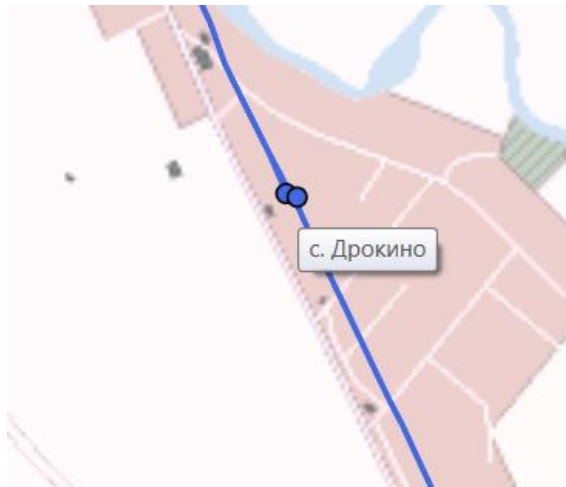


Рисунок А.12 – Выделение остановки на ТС

Для выбора маршрута на транспортной сети нужно нажать на его номер в древовидной структуре. При этом сам маршрут на сети выделится желтым цветом (рисунок А.13), а в панели свойств высветится информация о нем.

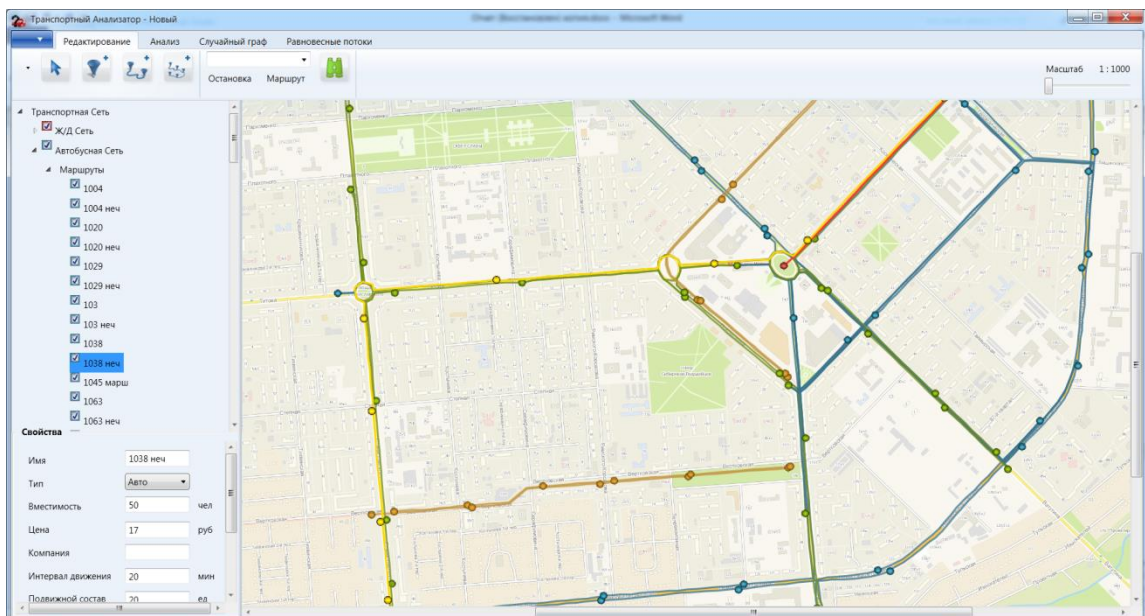


Рисунок А.13 – Выделение маршрута на ТС

Остановки и пути сообщения можно перемещать на передний или на задний план, для этого нужно щелкнуть на остановку (путь сообщения) левой кнопкой мыши и высветившемся контекстном меню выбрать действие (рисунок А.14):

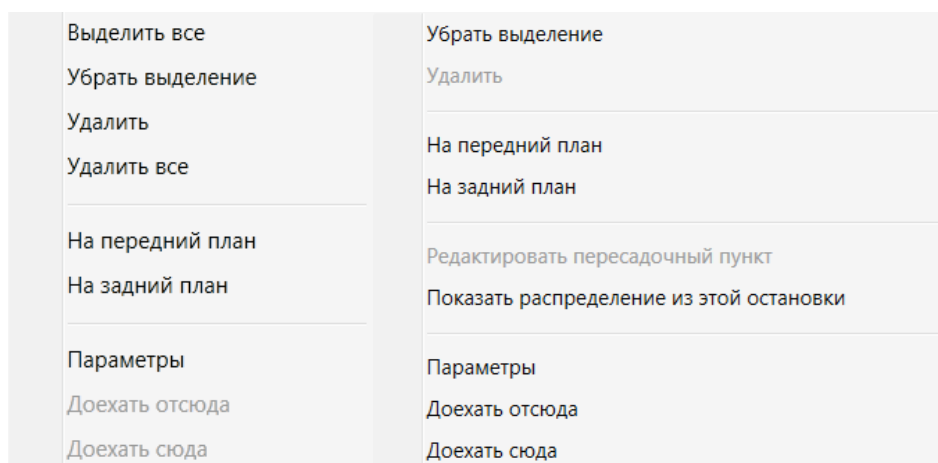


Рисунок А.14 – Контекстное меню элемента ТС

Также в рамках данной работы было разработано графическое представление функций, позволяющих анализировать текущее состояние транспортной сети. Пиктограммы, позволяющие отобразить результаты использования данных функций, расположены во вкладке «Анализ» на панели инструментов.

Одной из таких функций является отображение транспортной доступности на карте. (Транспортная доступность – свойство транспортной сети, позволяющее определить, куда может добраться пассажир, находящийся на начальной остановке, за время t). Время t вводится в соответствующее поле (рисунок А.15):

Рисунок А.15 – Задание параметров транспортной доступности

Зона транспортной доступности по времени изображается в виде области красноватого цвета (рисунок А.16). Остановка, от которой строится транспортная доступность, выделяется желтым цветом. Чем быстрее от этой остановки можно добраться до какого-либо места, тем интенсивней оно выделено цветом. Соответственно, наиболее прозрачные места означают, что до них можно добраться только за время, близкое к введенному.

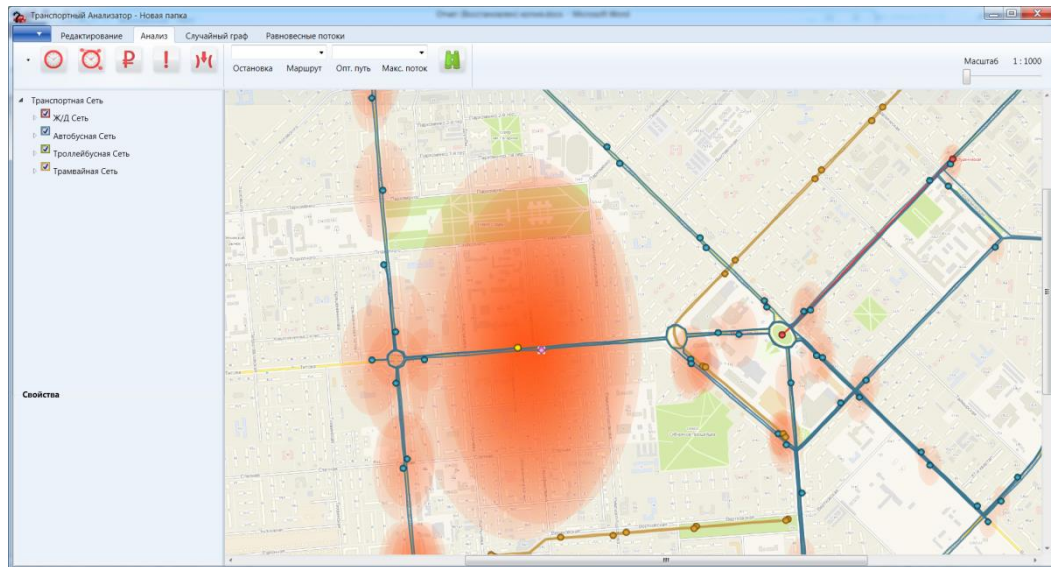


Рисунок А.16 – Транспортная доступность по времени

Пиктограмма «Пропускная способность» позволяет отобразить пропускные способности транспортной сети. Чем путь сообщения будет «толще», тем выше у него пропускная способность. Чтобы узнать точное значение пропускной способности достаточно навести курсор на путь сообщения и высветится всплывающая подсказка (рисунок А.17).

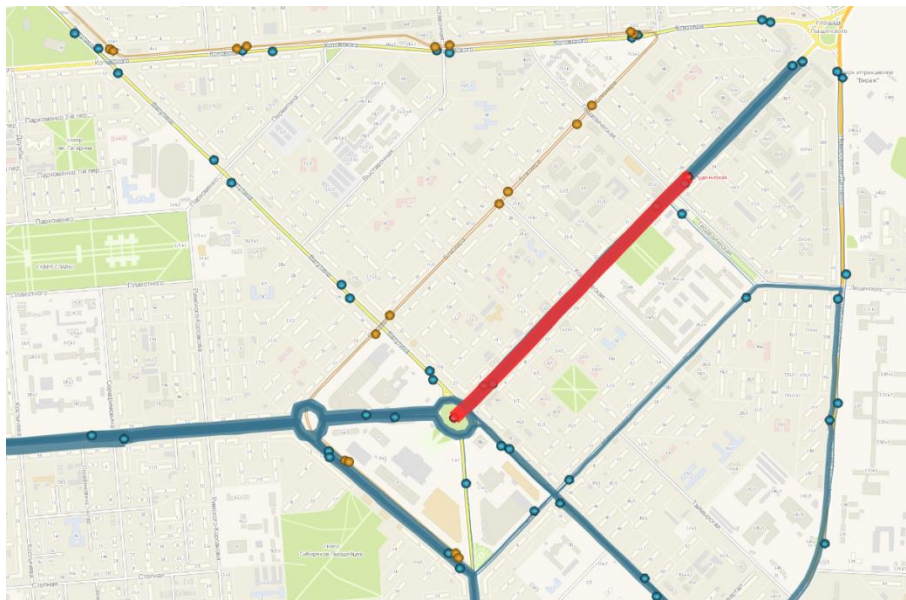


Рисунок А.17 – Пропускная способность

Максимальный поток можно определить между двумя остановками следующим образом:

- выбрать начальную и конечную остановки;
- нажать на пиктограмму «Макс. поток»;

— нажать на пиктограмму «Поиск».

Максимальный поток будет посчитан в людях в час (чел/час) и высветиться рядом с пиктограммой «Поиск» (рисунок А.18).

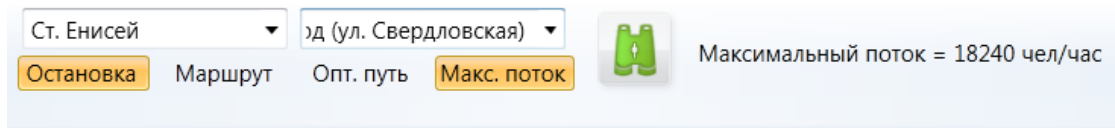


Рисунок А.18 – Максимальный поток

В рамках расширения прототипа интеллектуальной системы были добавлены функции, иллюстрирующие распределение пассажиропотока по сети. Они объединены во вкладке «Работа с пассажиропотоками».

Функция «Отобразить поток выезжающих/приезжающих со станций» в виде гистограмм объема пассажиров, приезжающих на станцию (отображается желтым цветом), а также объема пассажиров, выезжающих со станции (отображается фиолетовым цветом). Величина объема (количество людей) пишется непосредственно на гистограмме (рисунок А.19).

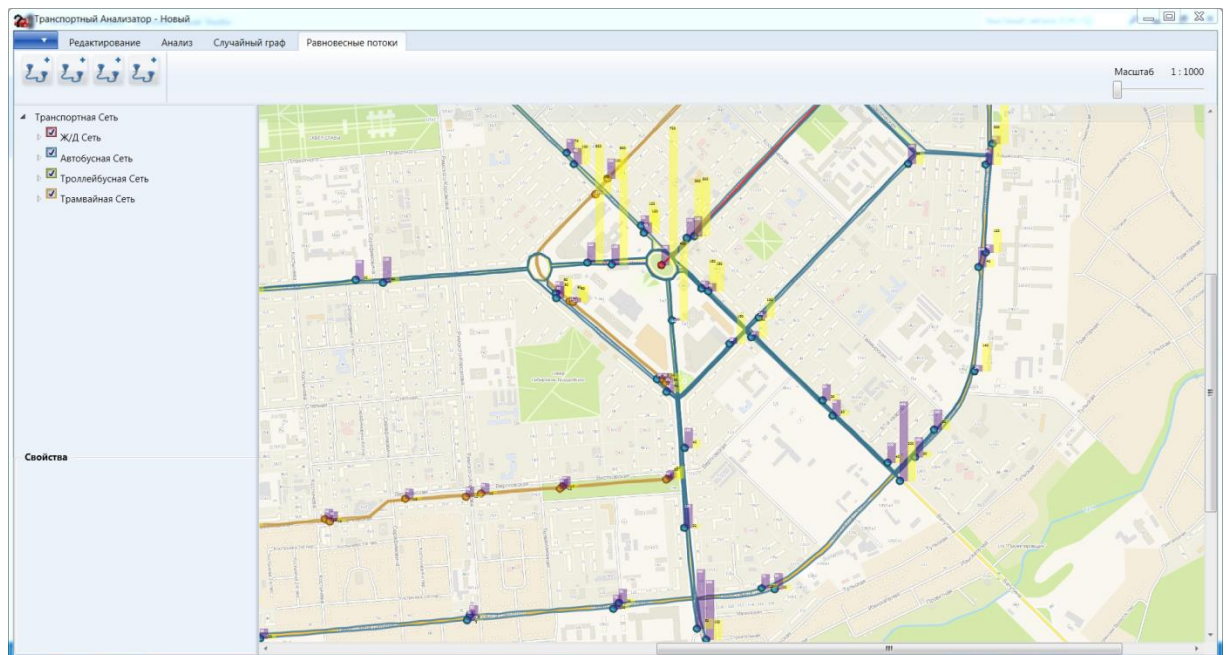


Рисунок А.19 - Объем выезжающих/приезжающих со станций пассажиров

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ
РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2017618578

**Программная система - прототип интеллектуальной
системы управления пассажирским комплексом города и
его агломерации**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Сибирский
государственный университет путей сообщения» (RU)*

Авторы: *Теселкин Александр Александрович (RU), Теселкина
Ксения Валерьевна (RU), Хабаров Валерий Иванович (RU)*

Заявка № **2017615300**
Дата поступления **05 июня 2017 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **04 августа 2017 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 **Г.П. Ивлиев**



ПРИЛОЖЕНИЕ В АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования Тесёлкина А.А.

Настоящий Акт подтверждает, что результаты диссертационного исследования Тесёлкина Александра Александровича на тему: «Методы планирования и статистического анализа наблюдений для оценки матриц транспортных корреспонденций» были использованы для создания комплексной математической транспортной модели Новосибирской агломерации – основного инструмента для прогнозирования состояния транспортной системы, примененного при исполнении обязательств по государственному контракту от 14.06.2016 № 2016-11 «На выполнение научно-исследовательских работ по разработке комплексной транспортной схемы Новосибирской агломерации для обеспечения нужд Новосибирской области».

Материалы, полученные по результатам данных научно-исследовательских работ, применяются министерством строительства Новосибирской области и органами местного самоуправления муниципальных образований, расположенных в границах Новосибирской агломерации, при принятии управленческих решений и подготовке градостроительной документации.

Начальник управления архитектуры и
градостроительства министерства
строительства Новосибирской области



И.С. Тимонов

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

ФГБОУ ВО СГУПС

д.т.н., профессор

Абрамов А.Д.

«__» _____ 2018 г.

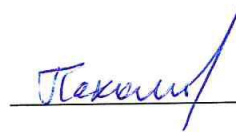
**АКТ****о внедрении результатов диссертационного исследования**

Настоящим Актом подтверждается, что результаты диссертационного исследования Тесёлкина Александра Александровича на тему: «Методы планирования и статистического анализа наблюдений для оценки матриц транспортных корреспонденций» внедрены в деятельность научно-исследовательской лаборатории «Информационные технологии транспорта» (НИЛ ИТТ) ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения» и использованы при выполнении ряда научно-исследовательских работ:

- №386-11 «Разработка прототипа интеллектуальной системы управления пассажирским комплексом г. Красноярска и его агломерации» от 01.02.2011.
- Государственный контракт №290-13 «Разработка комплексной транспортной модели города Новосибирска» от 31.09.2013.
- Государственный контракт №2016-11 "Разработка Комплексной транспортной схемы Новосибирской агломерации" от 9.06.2016.
- Государственный контракт №66-ОК/2017 "Разработка транспортной стратегии Новосибирской области до 2030 года" от 20.11.2017.
- Муниципальный контракт №126-13 «Разработка транспортной модели по объекту «Магистраль непрерывного движения от Красного проспекта до городской черты в направлении Бийск-Ташанта» от 13.06.2013.

- Государственный контракт №396-12 «Выполнение работ по обследованию пассажирских потоков на межмуниципальных маршрутах по формированию проекта межмуниципальной маршрутной сети Красноярского края» от 14.12.2012.
- №83-15 «Работы по созданию имитационной транспортной модели пешеходных мостов около ТЦ «Галерея Новосибирск»» от 23.03.2015.
- №132-15 «Подготовка экспертизы на основе имитационной транспортной модели о пропускной способности железнодорожного переезда по улице Кубовая в Заельцовском районе» от 18.05.2015.
- № 188-15 «Имитационное моделирование микрорайона в границах улиц: Б.Богаткова, Лескова, Покатная, Пролетарская» от 01.07.2015.
- № 317-15 «Имитационное моделирование пересечения улицы Кубовой и Красноярского шоссе в Заельцовском районе г. Новосибирска» от 20.10.2015.
- № 353-15 «Имитационное моделирование вариантов организации дорожного движения в окрестности ТРК «Европейский» в г. Новосибирске» от 01.12.2015.
- Муниципальный контракт № 27/2016 «Пути развития системы электронной оплаты проезда в наземном общественном транспорте города Новосибирска» от 08.12.2016.

Начальник НИЛ ИТТ,
к.т.н., доцент



Г.Ф. Пахомова



**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И ДОРОЖНОГО ХОЗЯЙСТВА
НОВОСИБИРСКОЙ ОБЛАСТИ**

630007, город Новосибирск, ул. Красный проспект, д.18,
тел.: (383)238-66-96, факс: (383)217-94-14
e-mail: grma@nso.ru
сайт: www.mintrans.nso.ru

УТВЕРЖДАЮ:
министр транспорта и дорожного
хозяйства Новосибирской области
А.В. Костылевский



АКТ

**о внедрении результатов диссертационной работы Тесёлкина Александра
Александровича «Методы планирования и статистического анализа
наблюдений для оценки матриц транспортных корреспонденций»**

Настоящим актом подтверждается использование результатов диссертационного исследования Тесёлкина Александра Александровича «Методы планирования и статистического анализа наблюдений для оценки матриц транспортных корреспонденций» при разработке Транспортной стратегии Новосибирской области до 2030 года в рамках научно-исследовательской работы выполненной в соответствии с государственным контрактом от 20.11.2017 №66-ОК/2017, заключенным между министерством транспорта и дорожного хозяйства Новосибирской области и ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения».

Результаты исследования, изложенные в диссертации, имеют важное практическое значение. Выводы и рекомендации диссертационного исследования используются для оценки эффективности мероприятий по развитию транспортной инфраструктуры Новосибирской области на основе разработанной транспортной модели.

Заместитель министра

Е.И. Раков

Ректор ФГБОУ ВО СГУПС,
д.т.н., доцент

А.Л. Манаков

Руководитель проекта
«Разработка транспортной стратегии
Новосибирской области до 2030 года»,
д.т.н., профессор

В.И. Хабаров

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы
Тесёлкина Александра Александровича

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационного исследования Тесёлкина Александра Александровича на тему: «Методы планирования и статистического анализа наблюдений для оценки матриц транспортных корреспонденций» были использованы в департаменте транспорта и дорожно-благоустроительного комплекса мэрии города Новосибирска при создании комплексной математической транспортной модели в рамках выполнения научно-исследовательских работ по контракту № 290-13 "Разработка комплексной транспортной модели города Новосибирска" от 30 сентября 2013 года, заключенному между муниципальным казенным предприятием г. Новосибирска «Горэлектротранспорт» и ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения».

Результаты диссертационного исследования имеют важное практическое значение в сфере моделирования городских транспортных потоков.

Начальник департамента транспорта и
дорожно-благоустроительного комплекса
мэрии города Новосибирска



Р.В. Дронов