

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



Овчинникова Анастасия Сергеевна

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ
МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ЗАДАЧАХ НЕФТЕДОБЫЧИ С
УЧЕТОМ РАЗЛИЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАЗ И ФАЗОВЫХ
ПЕРЕХОДОВ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Персова Марина Геннадьевна
доктор технических наук, профессор

Новосибирск – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.....	15
1.1 Краевая задача для расчета давления.....	15
1.1.1 Параметры краевых условий при использовании скважин с увеличенным радиусом	19
1.1.2 Специальные краевые условия для корректного распределение давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости.....	20
1.1.3 Эквивалентная вариационная постановка для уравнения давления	22
1.2 Моделирование взаимодействия фаз и фазовых переходов.....	24
1.2.1 Моделирование химических реакций и перемешивания фаз	24
1.2.2 Моделирование процессов выделения/поглощения газа из нефти	28
1.2.3 Моделирование процессов парообразования/конденсации	29
1.3 Моделирование теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.....	31
1.3.1 Подход к определению значения коэффициента теплообмена между породой и смесью флюидов.....	33
1.4 Перенос фаз и обновление состояния расчетной области.....	35
1.4.1 Расчет потоков фаз.....	35
1.4.2 Обновление состояния расчетной области	38
1.4.3 Выбор шага по времени и процедура подмены фаз.....	41
Выводы по главе 1.....	43
ГЛАВА 2 Конечноэлементные аппроксимации и алгоритмы, реализующие вычислительные схемы.....	46
2.1 Конечноэлементная аппроксимация уравнения для давления на неконформных сетках.....	46

2.2 Алгоритмы трехмерного моделирования неізотермической многофазной фильтрации	55
2.2.1 Алгоритм расчета дефицита/профицита объема смеси	55
2.2.2 Алгоритм расчета давления и температуры.....	57
2.2.3 Алгоритм расчета численных потоков смеси	61
2.2.4 Алгоритм расчета нового состояния ячеек	63
Выводы по главе 2.....	65
ГЛАВА 3 Программный комплекс	67
3.1 Общая архитектура программного комплекса.....	67
3.2 Подсистема, реализующая численный метод моделирования процессов неізотермической многофазной фильтрации	71
3.3 Демонстрационная многофазная многокомпонентная модель	74
Выводы по главе 3.....	87
ГЛАВА 4 Верификация разработанного численного метода моделирования неізотермической многофазной фильтрации	88
4.1 Сравнение с задачами, имеющими аналитическое решение.....	88
4.2 Сравнение с программным комплексом Tempest.....	92
4.3 Сравнение с решениями задач сравнительного проекта SPE.....	94
4.3.1 Первая задача сравнительного проекта SPE	94
4.3.2 Оценка коэффициента теплообмена между фильтрующейся смесью и породой	98
4.3.3 Четвертая задача сравнительного проекта SPE	101
4.3.4 Десятая задача сравнительного проекта SPE.....	106
Выводы по главе 4.....	112
ГЛАВА 5 Численные эксперименты	114

5.1 Использование разработанного численного метода при решении обратных задач для реального месторождения высоковязкой нефти.....	114
5.2 Моделирование ПАВ-полимерного заводнения на месторождении высоковязкой нефти.....	117
5.3 Моделирование закачки горячей воды при разработке месторождения сверхвязкой нефти.....	126
Выводы по главе 5.....	133
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	134
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	136
ПРИЛОЖЕНИЕ А Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ	149
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт внедрения результатов диссертационной работы.....	152

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

При разработке нефтяных месторождений важную роль играет трехмерное моделирование гидродинамических процессов в коллекторе. Оно позволяет значительно повысить эффективность разработки нефтяных месторождений за счет решения задач оптимального управления месторождением [1–10]. При этом качество управления технологическим процессом напрямую зависит от адекватности строящихся или адаптируемых геолого-гидродинамических моделей месторождений, которая может быть обеспечена за счет использования алгоритмов численного многомерного моделирования, базирующегося на математических моделях, отражающих фундаментальные законы гидродинамики и термодинамики в виде нелинейных дифференциальных уравнений в сложных областях.

Примерно 60-70% мировых запасов нефти не могут быть добыты без использования методов увеличения нефтеотдачи (МУН) [11–15]. МУН включают в себя химические, тепловые, газовые и другие методы [11,16–21]. Газовые методы обычно определяются типом закачиваемого газа и включают в себя водогазовое воздействие, закачку газа, смешивающегося с нефтью, совместную закачку газа и воды и т.д. [22,23]. Наиболее распространенными химическими МУН является закачка полимеров, поверхностно-активных веществ (ПАВ), щелочей и их комбинаций [14,24–28]. Тепловые методы чаще всего используются при разработке высоковязких и сверхвязких нефтей [11,29]. Одними из самых распространенных тепловых методов являются циклическая закачка пара, закачка нагретого пара или воды, паровой гравитационный дренаж [13,15,29].

Таким образом, важнейшим этапом создания программного обеспечения для управления разработкой месторождений является создание математической модели, которая должна как адекватно отражать все физические процессы с учетом особенностей применяемых технологий разработки, так и обеспечивать выполнение всех фундаментальных законов сохранения.

В настоящее время существует множество численных методов моделирования многофазных потоков в пористых средах. Чаще всего используются конечно-разностные и конечно-объемные схемы [1,30–38], гарантирующие сохранение массы. Однако многие авторы отмечают их ограниченную геометрическую гибкость и недостаточную точность численных решений для сред, характеризующихся высоким контрастом свойств [39–42].

Известно, что метод конечных элементов (МКЭ) предоставляет очень хорошие возможности для описания сложных сред. Однако если для аппроксимации давления и насыщенных применяется вариант МКЭ с непрерывными базисными функциями (Continuous Galerkin или CG), то не гарантируется сохранение масс отдельных фаз [43,44]. Вследствие этого численное решение может иметь невысокую точность и содержать осцилляции [45]. Поэтому некоторые авторы предлагают подходы с совместным использованием методов конечных элементов и конечных объемов [43,46,47].

Довольно часто рассматривают вариант МКЭ с использованием базисных векторных функций (так называемых face-функций или векторных функций Равиарта–Томаса из пространства \mathbf{H}^{div}) для аппроксимации скоростей потоков фаз конвективных потоков Дарси [48–51]. Некоторые авторы используют смешанный гибридный МКЭ в сочетании с локально сохраняющим массу разрывным методом Галеркина (DG) для переноса масс веществ [52–54].

Однако при использовании смешанных конечноэлементных методов общее количество неизвестных в конечноэлементной системе уравнений может быть довольно большим. В работе [55] рассматривается вариант применения базисных функций Равиарта–Томаса и способ, позволяющий локально исключить скорость и приводящий к симметричной положительно определенной матрице СЛАУ, где неизвестными являются значения давления в центрах ячеек. В работе [56] рассматривается вариант CG, расширенный кусочно-постоянными функциями. При этом метод является локально консервативным и дает меньшее количество степеней свободы по сравнению с разрывными методами конечных элементов Галеркина (DG). В работах [57,58] предлагаются алгоритмы постобработки для

получения консервативных потоков на основе полученных с использованием CG. Численное приближение потока проецируется в консервативное подпространство с помощью кусочно-постоянной добавки. В работе [57] показано, что в гетерогенных средах получаемый результат в значительной степени зависит от выбора весов и может быть существенно улучшен, когда веса берутся равными обратной величине эффективной проницаемости грани. Еще один метод постобработки для получения локально консервативных потоков из решения CG предлагается в работе [59]. Этот метод постобработки заключается в решении независимого набора задач низкой размерности, сформулированных для каждого элемента. Однако, во всех этих работах не рассматриваются многофазные потоки сжимаемых фаз с существенным влиянием гравитационных эффектов, что критически важно при решении практических задач.

В работах [60–62] рассматриваются полностью неявные схемы моделирования многофазных потоков фильтрующихся смесей и предлагаются различные методики повышения вычислительной эффективности. Полуявные схемы широко применяются для решения практических задач, обладают достаточно хорошей точностью и неплохой вычислительной эффективностью, но в работе [60] отмечается, что эти схемы не могут полностью избавиться от ограничения устойчивости, вызванного условием Куранта – Фридрихса – Леви, которое связывает размер временного шага с размером сетки.

Для моделирования процессов неизотермической фильтрации также используются полностью неявные схемы [63–66]. В этом случае решается система дифференциальных уравнений, полученная на основе законов сохранения массы каждой компоненты и энергии в системе. Такой подход является вычислительно затратным, что делает затруднительным моделирование многофазной фильтрации на подробных сетках, особенно при большом количестве компонент фильтрующейся смеси.

Для моделирования процессов, возникающих при использовании химических МУН, зачастую используются predetermined механизмы воздействия используемых агентов на пласт, которые заключаются в изменении

вязкостей и кривых фазовых проницаемостей флюидов в коллекторе [67–69]. Для моделирования произвольных химических реакций используются подходы, описанные в работах [70,71]. Эти подходы позволяют моделировать как быстрые (мгновенные) реакции за счет решения системы алгебраических уравнений, так и медленные с использованием явно заданной скорости реакций. Рассмотренные подходы чаще применяются для решения задач, связанных с хранением углекислого газа, ядерным загрязнением и т.д. [72].

Лишь небольшое количество симуляторов разработки нефтяных месторождений предлагают подходы для моделирования химических реакций [73–78], где реагенты и продукты реакций могут переноситься между фазами. Среди этих работ только в [73] моделируются процессы неизотермической фильтрации. В работе [73] предлагается последовательно решать задачи гидродинамики, термодинамики и моделирование химических реакций.

В целом, разработка методов численного моделирования процессов многофазной фильтрации является актуальной и особенно востребована при решении различных задач нефтедобычи.

Цели и задачи исследования

Основной целью исследования является разработка математической модели неизотермической многофазной фильтрации с учетом взаимодействия фаз и фазовых переходов, разработка и реализация методов численного моделирования процессов многофазной фильтрации при решении задач нефтедобычи. В связи с этим задачами исследования являются:

- 1) Разработка математической модели неизотермической многофазной фильтрации с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.
- 2) Разработка алгоритмов численного моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.
- 3) Разработка вычислительной схемы для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.

- 4) Разработка подсистемы программного комплекса, реализующей численный метод моделирования процессов многофазной многокомпонентной неизотермической фильтрации.

Методология и методы исследования

Разработанная математическая модель неизотермической многофазной фильтрации основана на законе Дарси, законах сохранения массы и энергии. Для разработки численного метода моделирования неизотермической многофазной фильтрации использовался метод конечных элементов на несогласованных сетках с элементами в виде шестигранников.

Научная новизна:

- 1) Предложена новая математическая модель неизотермической многофазной фильтрации сжимаемых фаз с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.

- 2) Предложены новые вычислительные схемы для моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.

- 3) Предложена новая вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.

На защиту выносятся:

- 1) Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.

- 2) Алгоритмы численного 3D-моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.

- 3) Вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.

- 4) Подсистема программного комплекса, реализующая численное моделирование процессов неизотермической многофазной фильтрации.

Достоверность результатов

Верификация вычислительных схем и реализующего их программного комплекса проводилась на задачах, имеющих аналитическое решение, а также путем сравнения решений задач SPE (Society of Petroleum Engineers) с решениями других авторов. Предложенная математическая модель была использована при обработке практических данных месторождений высоковязкой нефти (в Республике Татарстан) и было получено хорошее совпадение расчетных и практических данных нефтедобычи как в целом по моделируемому участку месторождения, так и по отдельным скважинам.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке новой математической модели, методов и алгоритмов численного моделирования многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических и тепловых воздействий на пластовую систему.

Практическая значимость работы

Разработанная подсистема для моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации может применяться для анализа и прогнозирования эффективности различных методов разработки нефтяных месторождений (традиционные технологии нефтедобычи и методы увеличения нефтеотдачи пластов). Кроме того, эта подсистема включена в состав программных комплексов, реализующих автоадаптацию цифровых гидродинамических моделей нефтегазовых месторождений и оптимизацию добычи, для расчета характеристик нефтедобычи и функций чувствительности параметров.

Результаты диссертационной работы использовались при выполнении совместного проекта с Альметьевским государственным нефтяным институтом, выполненного в рамках хозяйственных договоров (№ 2018.60846 от 03.12.2018 г., № 2019.37/596/ФЦП0019 от 22.10.2019 г.) в интересах ПАО «Татнефть».

Разработанные методы и программы применялись для обработки практических данных, полученных в ходе разработки ряда месторождений высоковязкой нефти в Республике Татарстан. Получен акт внедрения.

Личный вклад

Лично автором разработан и программно реализован в виде подсистемы программного комплекса численный метод моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации, основанный на неявном расчете давления с использованием метода конечных элементов и явном переносе фаз и пересчете их насыщенных на конечных элементах. Предложены основные алгоритмы трехмерного моделирования процессов многофазной фильтрации для решения задач нефтедобычи. Проведена верификация разработанной программы. Проведены исследования работоспособности предложенного численного метода для решения практических задач нефтедобычи с использованием тепловых и химических методов увеличения нефтеотдачи.

В совместных публикациях автору принадлежат следующие результаты. В работе [79] автору принадлежит построение конечноэлементной аппроксимации при расчете давления в задачах нефтедобычи. В работе [80] автором разработан алгоритм для расчета потоков фаз с учетом влияния гравитационных сил. В работах [81,82] автору принадлежит метод линеаризации правых частей уравнения для давления и краевых условий при моделировании процессов фильтрации сжимаемых фаз. В работе [82] автору также принадлежит вычислительная схема для моделирования процессов выделения/поглощения газа из нефти. В работе [83] автором разработаны алгоритмы численного моделирования многофазного многокомпонентного потока фаз в пористых средах. В работе [84] автором разработана вычислительная схема для моделирования химических реакций с учетом их скоростей. В работе [85] автору принадлежит алгоритм расчета изменений объемов фаз при моделировании химических реакций. В работе [8] автору принадлежит аппарат численного моделирования многофазной фильтрации, используемый для расчета характеристик нефтедобычи и функций чувствительности параметров при решении задач синтеза оптимального управления месторождением. В работах [86] автору принадлежит аппарат численного моделирования многофазных потоков в высоко неоднородных пористых средах, который использовался при

восстановлении свойств нефтяного коллектора с применением регулярных структур в виде ячеек Вороного. В работе [87] автору принадлежит аппарат численного моделирования многофазной фильтрации, использованный для расчета функций чувствительности параметров при решении задачи автоадаптации модели нефтяного месторождения. В работе [88] автором разработана модификация алгоритма расчета нового фазово-компонентного состава в моделируемой среде на конец временного шага, выбранного с учетом минимально допустимого (порогового) значения. В работе [89] автору принадлежат специальные краевые условия для получения корректного давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости. В работе [90] автором разработан и реализован подход к решению краевой задачи для давления в случае, когда вязкость фаз зависит от скорости сдвига. В работе [91] автору принадлежит вычислительная схема для расчета температурного поля.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены и докладывались на Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск, 2019, 2020, 2021); 14-м международном форуме IFOST 2019 (Томск, 2019); 15-й международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (Новосибирск, 2021); 23-й научно-практической конференции Геомодель – 2021 (Геленджик, 2021).

Результаты работы использовались при выполнении проекта в рамках государственного задания (Научно-исследовательская лаборатория моделирования и обработки данных наукоемких технологий, проект № FSUN-2020-0012).

Публикации

По материалам диссертационного исследования лично и в соавторстве опубликовано 17 научных работ, в том числе 4 научные публикации, опубликованные в журналах, входящих в перечень ВАК, 9 научных публикаций, индексируемых в международной информационно-аналитической системе

научного цитирования Scopus (в том числе 1 публикация квартиля Q1), 2 научных публикации, индексируемых в международной информационно-аналитической системе научного цитирования Web of Science (1 публикация квартиля Q1). Получено 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (119 наименований) и 2 приложений. Общий объем диссертации – 152 страницы, в том числе 64 рисунка и 9 таблиц.

Краткое содержание работы

Первая глава диссертационной работы посвящена описанию разработанной математической модели неизотермической многофазной фильтрации. В ней представлены краевая задача для расчета давления, вычислительная схема для моделирования химических реакций, перемешивания фаз и фазовых переходов, вычислительные схемы для расчета теплового взаимодействия породы и смеси флюидов, расчета потоков смеси на основе поля давления и обновления состояния расчетной области.

Вторая глава содержит информацию о конечноэлементной аппроксимации уравнения давления на несогласованных сетках с ячейками в виде шестигранников и базисными функциями первого порядка. В ней представлен алгоритм для расчета дефицита/профицита объема смеси, возникающих в результате химических реакций, перемешивания фаз и фазовых переходов, алгоритмы расчета давления и температуры, а также алгоритмы расчета потоков смеси на основе поля давления и обновления состояния расчетной области.

Третья глава диссертационной работы содержит описание общей архитектуры программного комплекса и его взаимосвязи с разработанной подсистемой для моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации. В данной главе также продемонстрированы возможности разработанной подсистемы для моделирования течения смеси флюидов в высоконеоднородных пористых средах в условиях различных химических и тепловых воздействий на пластовую систему.

В **четвертой главе** приведены результаты верификации разработанного численного метода моделирования неизотермической фильтрации путем решения задач, имеющих аналитическое решение, и сравнения результатов моделирования с результатами других авторов.

В **пятой главе** представлены результаты применения разработанной математической модели и численного метода при решении задачи автоматической адаптации по историческим данным для модели реального нефтяного месторождения. Приведены результаты численных экспериментов, среди которых исследование технологий полимерного и ПАВ-полимерного заводнения при разработке месторождения высоковязкой нефти, а также исследование технологии закачки горячей воды для увеличения нефтеотдачи для месторождений сверхвязкой нефти.

В **заключении** приводятся основные результаты диссертационной работы.

ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАЗ И ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Нефтяные и газовые коллекторы представляют собой неоднородную пористую среду, характеризующуюся пористостью Φ и тензором абсолютной проницаемости \mathbf{K} . Все поровое пространство заполнено смесью фаз. Каждая m -я фаза характеризуется насыщенностью S^m и такими свойствами, как относительная проницаемость κ^m , вязкость η^m и плотность ρ^m . Фаза включает в себя L^m компонент, характеризующихся молярной массой M_l , количеством вещества n^{ml} и их массовой долей χ^{ml} , где l – номер компоненты.

1.1 Краевая задача для расчета давления

Уравнение для расчета поля давления P в расчетной области Ω имеет следующий вид:

$$-\operatorname{div} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\operatorname{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \right) = f^\Omega, \quad (1.1)$$

где g – ускорение свободного падения, NP – число фаз, P_c^m – капиллярное давление. Функция $f^\Omega = f^\Omega(P)$ – это плотность объемного источника, определяющего изменение объема смеси за счет перехода компонент из одной фазы в другую, изменения плотности фаз или пористости при изменении давления (положительное значение f^Ω соответствует увеличению объема, отрицательное f^Ω – уменьшению объема).

На границе $\partial\Omega = \Gamma^1 \cup \Gamma^2$ расчетной области Ω заданы краевые условия вида:

$$P|_{\Gamma^1} = P^\Gamma, \quad (1.2)$$

$$\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\operatorname{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \Big|_{\Gamma^2} \cdot \vec{n} = f^\Gamma, \quad (1.3)$$

где Γ^1 – объединение тех границ расчетной области Ω , где задано давление P^Γ , а Γ^2 – объединение границ Ω , где задан поток смеси f^Γ , а вектор \vec{n} – внешняя нормаль к Γ^2 . Функция f^Γ не равна нулю на тех границах из Γ^2 , которые соответствуют активным (на текущем временном шаге) зонам перфорации. Остальные границы из Γ^2 являются непроницаемыми (на них $f^\Gamma = 0$).

Для решения уравнения (1.1) линеаризуем $f^\Omega(P)$ в окрестности давления P_0 ([81,82,92]):

$$f^\Omega(P) \approx f_0^\Omega + \alpha^{\Delta V} (P_0 - P), \quad f_0^\Omega = \frac{\Delta V(P_0)}{\text{mes}(\delta\Omega) \cdot \Delta t}. \quad (1.4)$$

Здесь $\delta\Omega$ – произвольная подобласть расчетной области Ω (при нахождении численного решения $\delta\Omega$ – ячейка сетки), в которой вычисляются значения $f^\Omega(P)$ и f_0^Ω ; $\Delta V(P_0)$ дефицит/профицит объема смеси, образовавшийся в подобласти $\delta\Omega$ за время Δt при давлении P_0 (за счет изменения объема смеси, вызванного изменением давления и взаимодействием фаз), $\alpha^{\Delta V}$ – коэффициент, характеризующий изменение объема смеси в зависимости от изменения давления.

Дефицит/профицит объема смеси $\Delta V(P)$ определяется как сумма следующих слагаемых. Первое слагаемое $\sum_m \Delta V^m(P)$ – это сумма дефицитов/профицитов объемов фаз, возникших в результате изменения плотности вещества (как и ранее, m – номер фазы), взаимодействия фаз или фазовых переходов. Третье слагаемое $\Delta V_{\Delta\Phi}(P)$ определяется изменением объема порового пространства (т.е. сужения/расширения пор за счет изменения давления). Таким образом, дефицит/профицит объема смеси $\Delta V(P)$ определяется по формуле

$$\Delta V(P) = \sum_m \Delta V^m(P) + \Delta V_{\Delta\Phi}(P). \quad (1.5)$$

Заметим, что одновременно с вычислением $\Delta V(P)$ фазовый состав $\{\{S^m\}, \{\chi^{ml}\}, \{n^{ml}\}\}$ и фазовые свойства $\{\{k^m\}, \{\eta^m\}, \{\rho^m\}\}$ обновляются в соответствии с зависимостями от давления, температуры и фазового состава, также обновляются условия взаимодействия фаз (например, выделения/поглощения газа).

Коэффициент $\alpha^{\Delta V}$ может быть рассчитан для любой подобласти $\delta\Omega \subset \Omega$, исходя из значений объемов смеси $V(P_0)$ в этой подобласти $\delta\Omega$ при известном давлении P_0 и объемов смеси $V(\tilde{P})$ в $\delta\Omega$ при давлении $\tilde{P} = P_0 + \Delta P$ (ΔP – некоторое приращение к P_0) по формуле:

$$\alpha^{\Delta V}(P_0) = \frac{V(P_0) - V(\tilde{P})}{\Delta P \cdot \text{mes}(\delta\Omega) \cdot \Delta t}. \quad (1.6)$$

Таким образом, дефициты/профициты объема смеси определяются в ходе итерационного процесса решения нелинейного уравнения (1.1). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока отличия распределений дефицитов/профицитов объема смеси в расчетной области и давлений на зонах перфораций на соседних итерациях не будут меньше наперед заданных величин.

Если отбор или закачка осуществляются при фиксированном давлении, то на гранях соответствующих зон перфораций задается краевое условие вида (1.2).

Если для зоны перфорации с номером h заданы отбор или закачка объема смеси (что характерно для месторождений без существенного присутствия газа), то f^Γ в краевом условии (1.3) означает удельный объем смеси (то есть объем смеси, который отбирается или закачивается через единицу площади в единицу времени)

Если закачивается масса некоторой сжимаемой фазы (например, при моделировании закачки газа в резервуар) и M^m – величина этой массы (т.е. значение масс, которые протекают через единицу площади в единицу времени), то будем также использовать краевое условие вида (1.3), в котором объем f^Γ

рассчитывается по известным значениям плотности ρ^m и масс M^m стандартным образом:

$$f^\Gamma = \sum_{m=1}^{NP} f^{\Gamma,m}(P), \quad f^{\Gamma,m}(P) = \frac{M^m}{\rho^m(P)}. \quad (1.7)$$

Значения $f^{\Gamma,m}(P)$ можно линеаризовать в окрестности некоторого заданного значения P_0 . Тогда правая часть краевого условия (1.3) примет вид:

$$f^\Gamma = \sum_{m=1}^{NP} (f^{\Gamma,m}(P_0) + \alpha^m (P_0 - P)), \quad (1.8)$$

где $f^{\Gamma,m}(P_0)$ – объем m -й фазы, соответствующий ее массе M^m при значении давления P_0 , α^m – коэффициент, характеризующий изменение закачиваемого объема фазы в зависимости от давления.

Коэффициент α^m вычисляется по аналогии с коэффициентом $\alpha^{\Delta V}$ (но с учетом того, что $f^{\Gamma,m}$ определено для единичной площади и единичного интервала времени):

$$\alpha^m(P_0) = \frac{f^{\Gamma,m}(P_0) - f^{\Gamma,m}(P_0 + \Delta P)}{\Delta P}. \quad (1.9)$$

И, наконец, рассмотрим случай, когда задан отбор массы некоторых (но не всех) фаз (например, жидких фаз) при отборе смеси. В этом случае неизвестен ни отбор объема смеси, ни давление на скважине. Краевое условие может быть сформулировано следующим образом. Нам необходимо получить такое давление на скважине, при котором будет осуществляться заданный отбор масс $M^{\Sigma m}$. Тогда краевое условие на зоне перфорации будет иметь вид (1.2), в котором $P^\Gamma = P^\Gamma(M^{\Sigma m})$.

Давление P^Γ , при котором будет осуществляться заданный отбор массы $M^{\Sigma m}$ может быть найдено в результате итерационного процесса с условием

выхода
$$\left| \frac{\sum_m M^m(P^\Gamma) - M^{\Sigma m}}{M^{\Sigma m}} \right| < \epsilon_M, \quad \text{где } M^m(P^\Gamma) \text{ – отбор массы } m\text{-й фазы в}$$

скважине, полученный при заданном давлении P^Γ . Этот итерационный процесс является внешним по отношению к итерационному процессу для определения дефицита/профицита объема смеси. Для сокращения числа итераций искомое давление связывается с отбором масс следующим образом:

$$P^\Gamma = P_0^\Gamma + \beta \left(M^{\Sigma m} - \sum_m M^m(P_0^\Gamma) \right), \quad (1.10)$$

где β – коэффициент, характеризующий зависимость давления и отбираемой массы. Коэффициент β вычисляется на основе отбора массы $\sum_m M^m(P_0^\Gamma)$ при известном давлении P_0^Γ и отбора массы $\sum_m M^m(P_0^\Gamma)$ при давлении $\tilde{P}^\Gamma = P_0^\Gamma + \Delta P$

$$\beta = \frac{\tilde{P}^\Gamma - P_0^\Gamma}{\sum_m M^m(\tilde{P}^\Gamma) - \sum_m M^m(P_0^\Gamma)}. \quad (1.11)$$

1.1.1 Параметры краевых условий при использовании скважин с увеличенным радиусом

Скважины встраиваются в базовую конечноэлементную сетку и вокруг них строится радиальная сетка [93,94]. Такой подход позволяет встраивать в сетку скважины любых радиусов и, при необходимости, детально моделировать процессы в прискважинной зоне. Однако, скважины маленьких (реальных) радиусов требуют очень маленького шага сетки в их окрестности, что может увеличивать вычислительные затраты.

Между тем известно, что для большинства задач результат расчета со скважиной реального радиуса (порядка 0.1 м) может быть получен с вполне приемлемой точностью через расчет со скважиной порядка нескольких метров при соответствующем пересчете давления [95–97].

Поэтому для ряда задач можно заменить *реальные* скважины на скважины с радиусом 1-5 м. Этот увеличенный радиус скважин обозначим R_2 , а давление на этом радиусе будем обозначать P_{R_2} . Фактический радиус скважины и соответствующее давление обозначим, как R_1 и P_{R_1} , соответственно.

В случае если известны отбор или закачка объема смеси, то используем краевое условие (1.3), а значение давления P_{R_1} на фактическом радиусе может быть вычислено по формуле (1.12)

$$P_{R_1} = P(R_1) = P_{R_2} + \frac{f^\Gamma R_2}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (1.12)$$

где P_{R_2} – давление на радиусе R_2 , найденное в результате решения уравнения (1.1) с краевым условием (1.3). Значение λ в формуле (1.12) определяется соотношением

$$\lambda = \tilde{K} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m}, \quad (1.13)$$

где $\tilde{K} = \bar{n}^T \mathbf{K} \bar{n}$, \bar{n} – вектор нормали к поверхности скважины. В наиболее часто встречающейся ситуации, когда скважина направлена вдоль оси Z и тензор абсолютной проницаемости \mathbf{K} – диагональный с компонентами $K_{11} = K_{22} = K_{xy}$, значение \tilde{K} вычисляется как $\tilde{K} = K_{xy}$.

В случае, когда известно забойное давление P_{R_1} , то используется краевое условие вида (1.3), в котором

$$f^\Gamma = \frac{\lambda}{R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}} (P_{R_1} - P). \quad (1.14)$$

1.1.2 Специальные краевые условия для корректного распределение давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости

Если заданы краевые условия (1.3) (включая краевые условия с правой частью, определяемой по формуле (1.8)) на зоне перфорации скважины с большим размером по Z (или нескольких зонах перфорации одной скважины с большим разносом по Z), то необходимо, чтобы давление вдоль зоны (зон) перфорации было распределено с учетом давления столба жидкости. Для этого применим следующую вычислительную схему [89].

Пусть в расчетной области Ω задана конечноэлементная сетка. Разобьем все грани конечных элементов, образующих зоны перфорации одной скважины с заданным на них давлением на N_z групп, отличающихся глубиной расположения (рисунок 1.1). Обозначим эти грани как $\{\Gamma_{i,j}\}$, где i – номер группы граней, находящихся на одном уровне по Z , а j – номер грани внутри группы.

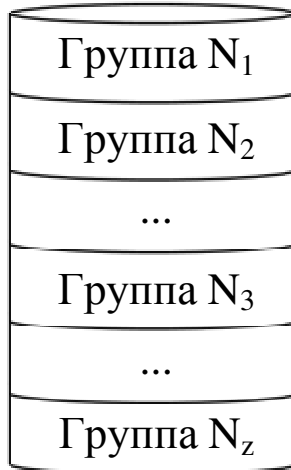


Рисунок 1.1 – Разбиение граней зоны перфорации на N_z групп по глубине расположения граней

Грани внутри групп пронумеруем таким образом, чтобы грани, расположенные друг под другом, имели один и тот же номер j .

Давление на гранях $\Gamma_{i,j}$ каждой группы связано с давлением на грани $\Gamma_{1,j}$ в верхней группе на основе давления столба жидкости. Тогда правая часть формулы (1.3) на гранях $\Gamma_{i,j}$ будет иметь вид:

$$f^{\Gamma_{1,j}} = \frac{\theta_{1,j}}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} \left(\sum_{i=2}^{N_z} (P_{i,j}^d - \rho^{mix} g(z_1 - z_i)) - (N_z - 1) P_{1,j}^d \right), \quad (1.15)$$

$$f^{\Gamma_{i,j}} = \frac{\theta_{i,j}}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} (P_{1,j}^d - P_{i,j}^d + \rho^{mix} g(z_1 - z_i)), \quad i = 2 \dots N_z, \quad (1.16)$$

где $\text{mes}(\Gamma_{i,j})$ – площадь грани $\Gamma_{i,j}$, α – коэффициент регуляризации, $P_{i,j}^d$ – давление в центре грани $\Gamma_{i,j}$, ρ^{mix} – плотность смеси флюидов в скважине, z_i – координата центра граней i -й группы.

Значения $\theta_{i,j}$ вычисляются через значение полного объема смеси $f^{\Gamma} \cdot \sum_{\mu,\nu} \text{mes}(\Gamma_{\mu,\nu})$, проходящего через скважину в единицу времени, пропорционально площади грани $\Gamma_{i,j}$ и значениям коэффициента $\sum_{m=1}^{NP} \tilde{K} \frac{\kappa^m}{\eta^m}$ на конечном элементе, содержащем эту грань:

$$\theta_{i,j} = f^{\Gamma} \cdot \sum_{\mu,\nu} \text{mes}(\Gamma_{\mu,\nu}) \cdot \frac{\text{mes}(\Gamma_{i,j}) \lambda_e}{\sum_{\mu,\nu} (\text{mes}(\Gamma_{\mu,\nu}) \lambda_{e'})}, \quad (1.17)$$

где e – номер элемента, содержащего грань $\Gamma_{i,j}$, e' – номер элемента, содержащего грань $\Gamma_{\mu,\nu}$, а коэффициенты λ определяются соотношением (1.13).

При достаточно больших значениях α уравнения (1.15)–(1.16) обеспечат одновременное выполнение условия (1.3) (с заданным значением f^{Γ}) и распределение давления на гранях Γ^2 согласно давлению в столбе жидкости.

Если задается закачка массы некоторой фазы, то правая часть формулы (1.3) принимает вид

$$f^{\Gamma_{1,j}} = \frac{\theta_{1,j}(P_{0,1,j}^d)}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} + \alpha^m (P_{0,1,j}^d - P_{1,j}^d) + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} \left(\sum_{i=2}^{N_z} (P_{i,j}^d - \rho^{\text{mix}} g (z_1 - z_i)) - (N_z - 1) P_{1,j}^d \right), \quad (1.18)$$

$$f^{\Gamma_{i,j}} = \frac{\theta_{i,j}(P_{0,i,j}^d)}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} + \alpha^m (P_{0,i,j}^d - P_{i,j}^d) + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} (P_{1,j}^d - P_{i,j}^d + \rho^{\text{mix}} g (z_1 - z_i)), \quad i = 2 \dots N_z, \quad (1.19)$$

где α^m – коэффициент, определяемый по формуле (1.9). Значения $\theta_{i,j}(P_{0,i,j}^d)$ определяются так же, как и $\theta_{i,j}$ в формулах (1.15)–(1.16), но с учетом значения давления $P = P_{0,i,j}^d$ в центре грани $\Gamma_{i,j}$.

1.1.3 Эквивалентная вариационная постановка для уравнения давления

Эквивалентная вариационная постановка для уравнения (1.1) с краевыми условиями (1.2)–(1.3) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \operatorname{grad} P \right) \cdot \operatorname{grad} \Psi d\Omega + \int_{\Gamma^2} \bar{\gamma} \cdot \mathbf{W}(P) \Psi d\Gamma + \int_{\Omega} \alpha^{\Delta V} P \Psi d\Omega = \\
& = \int_{\Omega} f_0^{\Omega} \Psi d\Omega + \int_{\Omega} \alpha^{\Delta V} P_0 \Psi d\Omega + \int_{\Gamma^2} \bar{\gamma} \bar{P} \Psi d\Gamma + \int_{\Gamma^2} \bar{\theta} \Psi d\Gamma - \\
& - \int_{\Omega} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\operatorname{grad} P_c^m + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho^m g \end{pmatrix} \right) \right) \cdot \operatorname{grad} \Psi d\Omega,
\end{aligned} \tag{1.20}$$

где Ψ – пробная функция из гильбертова пространства $H^1(\Omega)$ функций, в котором каждая функция u удовлетворяет условию $\int_{\Omega} (\operatorname{grad} u)^2 d\Omega < \infty$. Значения f_0^{Ω} и $\alpha^{\Delta V}$ определяются из соотношений (1.4)–(1.6), а Γ^2 – объединение границ с краевым условием (1.3), правая часть которого определяется либо формулой (1.14), либо формулами (1.15)–(1.16), либо формулами (1.18)–(1.19).

Для граней из множества Γ^2 , на которых правая часть краевого условия (1.3) определяется формулой (1.14), значения $\bar{\gamma}$, \bar{P} , $\bar{\theta}$ и вид функции $\mathbf{W}(P)$ в (1.20) имеют вид

$$\bar{\gamma} = \frac{\lambda}{R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad \bar{P} = P_{R_1}, \quad \bar{\theta} = 0, \quad \mathbf{W}(P) = P, \tag{1.21}$$

где λ определяется по формуле (1.13), R_1 – реальный радиус, R_2 – расчетный радиус, а P_{R_1} – забойное давление на скважине с реальным радиусом.

Для граней $\{\Gamma_{i,j}\}$ из множества Γ^2 , на которых правая часть краевого условия (1.3) определяется формулами (1.15)–(1.16), значения $\bar{\gamma}$, \bar{P} , $\bar{\theta}$ и вид функции $\mathbf{W}(P)$ в (1.20) имеют вид

$$\begin{aligned}
\bar{\gamma} &= \frac{\alpha}{\operatorname{mes}(\Gamma_{1,j})}, \quad \bar{P} = - \sum_{i=2}^{N_z} \rho^{mix} g (z_1 - z_i), \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_{1,j}}{\operatorname{mes}(\Gamma_{1,j})}, \\
\mathbf{W}(P) &= (N_z - 1) P_{1,j}^d - \sum_{i=2}^{N_z} P_{i,j}^d,
\end{aligned} \tag{1.22}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})}, \quad \bar{P} = \rho^{mix} g(z_1 - z_i), \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_{i,j}}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})}, \quad W(P) = P_{i,j}^d - P_{1,j}^d, \quad i = 2 \dots N_z. \quad (1.23)$$

Для граней $\{\Gamma_{i,j}\}$ из множества Γ^2 , на которых правая часть краевого условия (1.3) определяется формулами (1.18)-(1.19), значения $\bar{\gamma}$, \bar{P} , $\bar{\theta}$ и вид функции $W(P)$ в (1.20) имеют вид

$$\bar{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \alpha^m}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})}, \quad \bar{P} = \frac{-\sum_{i=2}^{N_z} \rho^{mix} g(z_1 - z_i)}{\alpha^m} + \frac{P_{0,1,j}^d \cdot \text{mes}(\Gamma_{1,j})}{\alpha}, \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_{1,j}(P_{0,1,j}^d)}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})},$$

$$W(P) = \frac{(N_z - 1)P_{1,j}^d - \sum_{i=2}^{N_z} P_{i,j}^d}{\alpha^m} + \frac{P_{1,j}^d \cdot \text{mes}(\Gamma_{1,j})}{\alpha}, \quad (1.24)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \alpha^m}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})}, \quad \bar{P} = \frac{\rho^{mix} g(z_1 - z_i)}{\alpha^m} + \frac{P_{0,i,j}^d \cdot \text{mes}(\Gamma_{i,j})}{\alpha}, \quad \bar{\theta} = \frac{\theta_{i,j}(P_{0,i,j}^d)}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})},$$

$$W(P) = \frac{P_{i,j}^d - P_{1,j}^d}{\alpha^m} + \frac{P_{i,j}^d \cdot \text{mes}(\Gamma_{i,j})}{\alpha}, \quad i = 2 \dots N_z. \quad (1.25)$$

1.2 Моделирование взаимодействия фаз и фазовых переходов

1.2.1 Моделирование химических реакций и перемешивания фаз

Определим следующие варианты взаимодействия фаз:

1. перемешивание – процессы перехода компоненты из фазы в фазу с определенной скоростью и при определенных условиях;
2. химические реакции – взаимодействия веществ с образованием массы нового (или дополнительной массы существующего) вещества с возможным выделением тепла также с определенной скоростью и при определенных условиях.

Моделирование взаимодействия фаз компонент происходит на уровне количества вещества n^{ml} , которое связано с концентрацией компоненты и объемом фазы следующим образом:

$$n^{ml} = \rho^m \chi^{ml} V^m / M_l, \quad (1.26)$$

где V^m – объем m -й фазы.

Для моделирования перехода компоненты из одной фазы в другую предлагается использовать следующую формализацию. Для двух фаз с номерами m и k , которые могут содержать одно и то же вещество l (в соответствии с компонентно-фазовой моделью), переход этого вещества из одной фазы в другую определяется некоторым правилом: вещество l переходит из фазы m в фазу k при $\chi^{kl} < \chi^{kl,\max}(P, S, T, \chi)$ и $\chi^{ml} > \chi^{ml,\min}(P, S, T, \chi)$. Кроме того, указывается скорость v_l^{mk} перехода части вещества в единицу времени, которая, в свою очередь, может зависеть от давления, температуры, долей вещества l в фазах и насыщенностей фаз m и k .

Переход осуществляется по следующей схеме. Вычисляется количество молей вещества, которое должно перейти из одной фазы в состав другой, с помощью соотношения

$$\Delta n^l = \min(n^{ml} \cdot v_l^{mk}(P, S, T, \chi) \cdot \Delta t, n^{ml}). \quad (1.27)$$

Вычисляется новая доля содержания вещества l в фазах k и m с помощью соотношений:

$$\widehat{\chi}^{ml} = \frac{(n^{ml} - \Delta n^l) \cdot M_l}{\sum_{i \in L^m} (n^{mi} \cdot M_i) - \Delta n^l \cdot M_l}, \quad \widehat{\chi}^{kl} = \frac{(n^{kl} + \Delta n^l) \cdot M_l}{\sum_{i \in L^k} (n^{ki} \cdot M_i) + \Delta n^l \cdot M_l}, \quad (1.28)$$

и новые количества молей

$$\widehat{n}^{kl} = n^{kl} + \Delta n^l, \quad \widehat{n}^{ml} = n^{ml} - \Delta n^l. \quad (1.29)$$

Проверяется, что выполняются заданные ограничения на допустимые массовые доли компоненты l в фазах, т.е. $\widehat{\chi}_{\Omega_e}^{kl} \leq \chi^{kl,\max}(P, S, T, \chi)$ и $\widehat{\chi}_{\Omega_e}^{ml} \geq \chi^{ml,\min}(P, S, T, \chi)$; если хотя бы одно из условий не выполняется, то значение Δn^l изменяется в соответствии со следующими формулами:

$$\Delta \widetilde{n}_{\min}^{ml} = \begin{cases} \frac{\chi^{ml,\min} \sum_{i \in L^m} (n^{mi} \cdot M_i) - n^{ml} \cdot M_l}{M_l (\chi^{ml,\min} - 1)}, & \chi^{ml,\min} < 1, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1.30)$$

$$\Delta\tilde{n}_{\max}^{kl} = \begin{cases} \frac{\chi^{kl,\max} \sum_{i \in I^k} (n^{mi} \cdot M_i) - n^{kl} \cdot M_l}{M_l (1 - \chi^{kl,\max})}, & \chi^{kl,\max} < 1, \\ \Delta n^l, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1.31)$$

$$\Delta n^l = \min(\Delta\tilde{n}_{\min}^{ml}, \Delta\tilde{n}_{\max}^{kl}). \quad (1.32)$$

После этого по формулам (1.28), (1.29) вычисляются новые значения \hat{n}^{kl} , \hat{n}^{ml} , $\hat{\chi}_{\Omega_e}^{kl}$, $\hat{\chi}_{\Omega_e}^{ml}$ и присваиваются значениям n^{kl} , n^{ml} , χ^{kl} и χ^{ml} соответственно.

Для задания химических реакций предлагается использовать следующую формализацию: реагирующие вещества с количеством молей N^{ml} , $(m, l) \in I_1^{ch}$ образуют соединение N^{kj} , $(k, j) \in I_2^{ch}$ (где I_1^{ch} – множество пар чисел, обозначающих номера компонент и номера фаз реагирующих веществ, а I_2^{ch} – множества пар чисел, обозначающих номера компонент и номера фаз образующегося соединения) при этом выделяется/поглощается количество тепла ΔH (при вступлении в реакцию N^{ml} молей компонент). Кроме того, задается скорость реакции $v_r(P, S, T, \chi)$ в терминах количества реагирующего вещества с наименьшим значением N^{vu} , $(v, u) \in I_1^{ch}$ в единицу времени. Скорость реакции, в свою очередь, может зависеть от температуры, давления, насыщенностей фаз и долей компонент в фазах.

Для того чтобы определить какое количество вещества может вступить в химическую реакцию за временной интервал Δt , вычисляется количество молей Δn^{ml} с помощью соотношения:

$$\Delta n^{vu} = n^{vu} \cdot v_r(P, S, T, \chi) \cdot \Delta t. \quad (1.33)$$

Для остальных веществ, участвующих в реакции, количество вещества, вступающее в реакцию, вычисляется как

$$\Delta n^{kj} = N^{kj} \cdot \Delta n^{vu} / N^{vu}, \quad (k, j) \in I_1^{ch} \cup I_2^{ch}. \quad (1.34)$$

Количество тепла, которое выделилось в результате реакции, определяется в виде

$$\Delta\tilde{H} = \Delta H \cdot \Delta n^{vu} / N^{vu}. \quad (1.35)$$

Для реагирующих веществ определяем, хватает ли их для выполнения реакции, т.е. вычисляем $\tilde{d}_{kj} = n^{kj} / \Delta n^{kj}$, $(k, j) \in I_1^{ch}$, находим $d_{\min} = \min_{(k,j)}(\tilde{d}_{kj})$ и проверяем, что $d_{\min} \geq 1$. Если это условие не выполняется, то значение Δn^{vu} изменяется по формуле

$$\Delta n^{vu} = N^{vu} \min_{(m,l) \in I_1^{ch} \cup I_2^{ch}} (n^{ml} / N^{ml}), \quad (1.36)$$

а значения Δn^{kj} и $\Delta\tilde{H}$ обновляются по формулам (1.34),(1.35).

Затем вычисляются новые доли содержания реагирующих и образующих соединения веществ с помощью соотношений:

$$\tilde{\chi}^{ml} = \frac{(n^{lm} - \Delta n^{ml}) \cdot M_l}{\sum_{j \in L^m} (n^{mj} \cdot M_j) - \Delta n^{ml} \cdot M_l}, (m, l) \in I_1^{ch}, \quad (1.37)$$

$$\tilde{\chi}^{ki} = \frac{(n^{ki} + \Delta n^{ki}) \cdot M_i}{\sum_{j \in L^k} (n^{kj} \cdot M_j) + \Delta n^{ki} \cdot M_i}, (k, i) \in I_2^{ch}. \quad (1.38)$$

Вычисляются новые значения количества молей

$$\tilde{n}^{ml} = n^{ml} - \Delta n^{ml}, (m, l) \in I_1^{ch}, \tilde{n}^{ki} = n^{ki} + \Delta n^{ki}, (k, i) \in I_2^{ch}, \quad (1.39)$$

к значению $f^{\Delta Q}$ (источнику в температурном поле) добавляется вклад

$$\Delta\tilde{H} / \text{mes}(\delta\Omega). \quad (1.40)$$

Новые значения \tilde{n}^{kl} , \tilde{n}^{ml} , $\tilde{\chi}_{\Omega_e}^{kl}$ и $\tilde{\chi}_{\Omega_e}^{ml}$ присваиваются значениям n^{kl} , n^{ml} , χ^{kl} и χ^{ml} соответственно.

Если для рассматриваемой компонентно-фазовой модели определено несколько химических реакций или правил перемешивания, то представленные выше действия выполняются последовательно для всех заданных реакций.

1.2.2 Моделирование процессов выделения/поглощения газа из нефти

Подробнее рассмотрим моделирование процессов выделения/поглощения газа в фазе нефти. Верхними индексами og обозначим компоненту газа, растворенного в нефти, gg – компоненту свободного газа, oo – компоненту нефти.

Для моделирования процессов перехода компоненты газа между фазами газа и нефти используются значения газового фактора (gas-oil ratio) R_s . Значения газового фактора зависят от давления и определяют отношение объема газа к объему нефти в стандартных условиях:

$$R_s = V_{std}^{og} / V_{std}^{oo}.$$

При использовании значений плотности газа и нефти в стандартных условиях значение R_s преобразуется в \tilde{R}_s , которое определяет отношение массы газа к массе нефти в составе фазы нефти. На основе этого значения вычисляется значение количества вещества газа, которое должно содержаться в нефти при определенном давлении:

$$\tilde{n}^{og}(P) = \frac{\tilde{R}_s(P) n^{oo} M_o}{M_g}. \quad (1.41)$$

Если значение $\tilde{n}_{\Omega_e}^{og}$ превышает текущее количество молей газа $n_{\Omega_e}^{og}$ в нефти в подобласти $\delta\Omega$, то свободный газ при его наличии будет растворяться в нефти. Если значение $\tilde{n}_{\Omega_e}^{og}$ меньше чем текущее количество газа в нефти, то газ будет выделяться из нефти в фазу газа.

Количество молей выделяющегося газа может быть найдено следующим образом:

$$\Delta n^{og} = \tilde{n}^{og} - n^{og}, \quad (1.42)$$

а при поглощении газа нефтью:

$$\Delta n^{og} = \min(\tilde{n}^{og} - n^{og}, n^{gg}). \quad (1.43)$$

Затем вычисляются новые значения количества вещества и массовых долей компоненты газа как свободного (в составе фазы газа):

$$\widehat{n}^{gg} = n^{gg} - \Delta n^{og}, \quad \widehat{\chi}^{gg} = \frac{(n^{gg} - \Delta n^{og}) \cdot M_g}{\sum_{j \in L^g} (n^{gj} \cdot M_j) - \Delta n^{og} \cdot M_g}, \quad (1.44)$$

так и растворенного газа в нефти:

$$\widehat{n}^{og} = n^{og} + \Delta n^{og}, \quad \widehat{\chi}_{\Omega_e}^{og} = \frac{(n^{og} + \Delta n^{og}) \cdot M_g}{\sum_{j \in L^o} (n^{oj} \cdot M_j) + \Delta n^{og} \cdot M_g}. \quad (1.45)$$

1.2.3 Моделирование процессов парообразования/конденсации

Рассмотрим моделирование фазового перехода, возникающего при процессах парообразования и конденсации.

По текущему распределению давления определяются значения температуры $T^* = T^*(P)$ и теплоты $F^* = F(P)$ парообразования. Если в какой-либо части расчетной области текущее значение температуры смеси \tilde{T}_{mix} превышает температуру парообразования, то имеющаяся в этой области фаза воды преобразуется в фазу пара. При этом количество воды Δn^{ww} (компонента воды и фаза воды обозначены индексом w), преобразующейся в пар, вычисляется с учетом избытка количества тепла ΔQ^{mix} , которое может быть затрачено на осуществление данной смены фазового состояния:

$$\Delta Q^{mix} = \sum_{m=1}^{NP} \sum_{l=1}^{L^m} c^m n^{lm} M_l (\tilde{T}_{mix} - T^*), \quad (1.46)$$

$$\Delta n^{ww} = \min \left(n^{ww}, \frac{\Delta Q^{mix}}{F^* M_w} \right). \quad (1.47)$$

Количество теплоты, затраченное на осуществление фазового перехода, вычисляется по формуле

$$f^{\Delta Q} = - \frac{\Delta n^{ww} M_w F^*}{mes(\Omega^{vapor}) \Delta t}, \quad (1.48)$$

где $\Omega^{vapor} \subset \Omega$ – часть расчетной области, в которой протекает процесс парообразования.

Новые значения n^{ww} и n^{sw} вычисляются как

$$n^{ww} = n^{ww} - \Delta n^{ww}, \quad n^{sw} = n^{sw} + \Delta n^{ww}, \quad (1.49)$$

где фаза пара обозначена индексом s .

Для части расчетной области Ω^{cond} , где текущее значение температуры смеси \tilde{T}_{mix} ниже температуры парообразования, имеющийся в этой области пар конденсируется, т.е. преобразуется в фазу воды.

$$\Delta n^{sw} = \min\left(n^{sw}, \frac{-\Delta Q^{mix}}{F^* M_w}\right), \quad (1.50)$$

$$f^{\Delta Q} = -\frac{\Delta n^{sw} M_w F^*}{mes(\Omega^{cond}) \Delta t}. \quad (1.51)$$

Новые значения n^{ww} и n^{sw} вычисляются как

$$n^{ww} = n^{ww} + \Delta n^{sw}, \quad n^{sw} = n^{sw} - \Delta n^{sw}. \quad (1.52)$$

По новым значениям n^{ml} , полученным после перемешивания фаз, химических процессов, фазовых переходов и процессов выделения/поглощения газа нефтью, и текущим значениям температур фаз и давления могут быть вычислены новые массовые доли компонент

$$\chi^{ml} = n^{ml} \cdot M_l / \sum_{i \in L^m} (n^{mi} \cdot M_i) \quad (1.53)$$

и объемы фаз

$$\tilde{V}^m = \left(\sum_{i \in L^m} n^{mi} \cdot M_i \right) / \rho^m(P, T). \quad (1.54)$$

Зная предыдущий объем фаз в ячейке V^m вычисляется образовавшийся дефицит/профицит объема фазы в ячейке

$$\Delta V^m = \tilde{V}^m - V^m. \quad (1.55)$$

Согласно соотношению (1.5) также необходимо дополнительно определить изменение объема порового пространства

$$\Delta V_{\Delta\Phi}(P) = \sum_{m=1}^{NP} V^m - \text{mes}(\Omega_e) \cdot \Phi(P). \quad (1.56)$$

Новые значения насыщенностей фаз вычисляются по формуле

$$S^m = V^m / \sum_{m=1}^{NP} V^m. \quad (1.57)$$

1.3 Моделирование теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида

Для моделирования процессов, возникающих в нефтяном месторождении при использовании тепловых МУН, решение задачи гидродинамики на каждом шаге по времени должно сопровождаться решением тепловой задачи.

В общем случае математическая модель для расчета температурного поля представляет собой систему, состоящую из $(NP + 1)$ дифференциальных уравнений и имеющую следующий вид:

$$\begin{aligned} -\text{div}(\lambda^m S^m \Phi \text{grad} T^m) + \vec{u}^m \cdot \text{grad}(\rho^m S^m \Phi c^m T^m) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho^m S^m \Phi c^m T^m) = \\ = f^{\Delta Q, m} + \sum_{n=1}^M \beta^{nm} (\rho^n S^n \Phi c^n T^n - \rho^m S^m \Phi c^m T^m) + \\ + \beta^{base, m} ((1 - \Phi) T^{base} - \rho^m S^m c^m \Phi T^m), \quad m = 1 \dots NP, \end{aligned} \quad (1.58)$$

$$\begin{aligned} -\text{div}(\lambda^{base} (1 - \Phi) \text{grad} T^{base}) + \rho^{base} c^{base} (1 - \Phi) \frac{\partial T^{base}}{\partial t} = \\ = \sum_{n=1}^M \beta^{base, n} (\rho^n S^n \Phi c^n T^n - \rho^{base} c^{base} (1 - \Phi) T^{base}), \end{aligned}$$

Решение данной системы уравнений может быть вычислительно затратным, поэтому предлагается вычислительная схема, в которой вместо решения многомерной краевой задачи используется коэффициент, характеризующий скорость теплообмена между смесью флюидов и породой [91]. Этот коэффициент может быть получен экспериментально или оценен теоретически. Данный подход целесообразен в задачах нефтедобычи потому, что влияние теплопроводности на температурное поле в пласте значительно меньше, чем теплоперенос за счет движения фильтрующейся смеси.

Новые значения температуры смеси T_{mix} и температуры матрицы-породы T_{base} после теплообмена между ними с коэффициентом β и процессов парообразования/конденсации находятся из решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{c^{mix} \rho^{mix} \Phi}{\Delta t} (T_{mix} - \tilde{T}_{mix}) = f^{\Delta Q} - \beta (T_{mix} - T_{base}), \\ \frac{c^{base} \rho^{base} (1 - \Phi)}{\Delta t} (T_{base} - \tilde{T}_{base}) = \beta (T_{mix} - T_{base}), \end{cases} \quad (1.59)$$

где c^{mix} , ρ^{mix} – эффективные теплоемкость и плотность смеси фаз, c^{base} , ρ^{base} – теплоемкость и плотность породы, \tilde{T}_{mix} , \tilde{T}_{base} – температура смеси и породы до теплообмена между ними, $f^{\Delta Q}$ – плотность источника в температурном поле.

Значения c^{mix} , ρ^{mix} вычисляются как средневзвешенные по массе фаз в составе смеси по следующим формулам:

$$\rho^{mix} = \frac{\sum_{m=1}^{NP} (\rho^m \cdot (\rho^m V^m))}{\sum_{m=1}^{NP} (\rho^m V^m)}, \quad c^{mix} = \frac{\sum_{m=1}^{NP} (c^m \cdot (\rho^m V^m))}{\sum_{m=1}^{NP} (\rho^m V^m)} \quad (1.60)$$

Здесь объем фазы вычисляется по формуле

$$V^m = \text{mes}(\Omega) \Phi S^m + \Delta V^m.$$

С учетом следующих обозначений:

$$C^{mix} = c^{mix} \rho^{mix} \Phi / \Delta t, \quad C^{base} = c^{base} \rho^{base} (1 - \Phi) / \Delta t,$$

решение системы уравнений (1.59) можно записать в виде

$$\begin{aligned} T_{base} &= \tilde{T}_{base} + \frac{\beta (f^{\Delta Q} + C^{mix} (\tilde{T}_{mix} - \tilde{T}_{base}))}{\beta (C^{mix} + C^{base}) + C^{mix} C^{base}}, \\ T_{mix} &= \tilde{T}_{mix} + \frac{f^{\Delta Q} + C^{mix} \tilde{T}_{mix} + \beta T_{base}}{C^{mix} + \beta}. \end{aligned} \quad (1.61)$$

1.3.1 Подход к определению значения коэффициента теплообмена между породой и смесью флюидов

Коэффициент теплообмена β между матрицей-породой и фильтрующейся смесью может быть определен как экспериментально (на образцах керна), так и оценен теоретически, например, по следующей методике.

При некоторых упрощениях можно считать, что при фильтрации смеси через породу ее флюиды движутся по каналам различного сечения, показанных на рисунке 1.2а

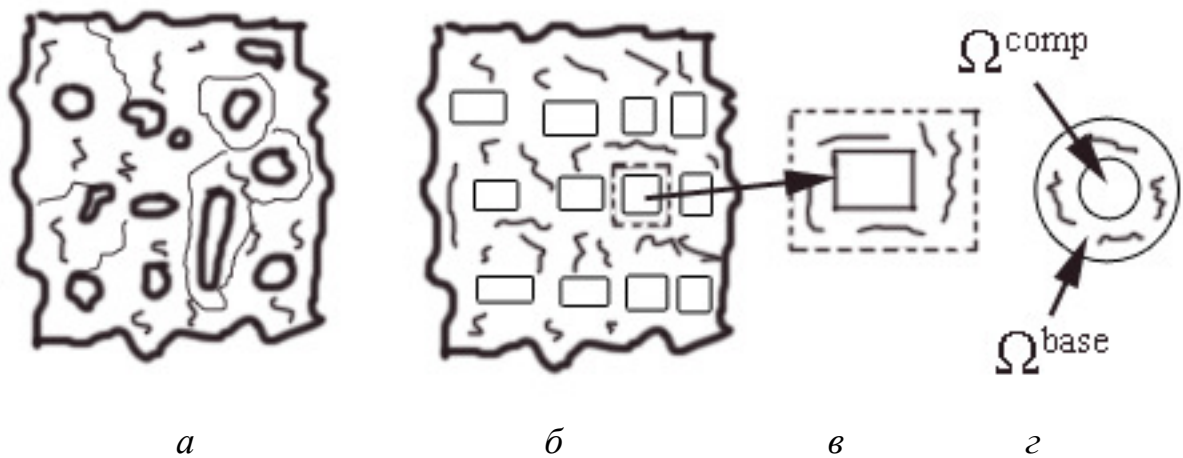


Рисунок 1.2 – Фрагмент матрицы-породы с каналами, по которым движется фильтрующаяся смесь

В самом простом случае можно принять, что каналы имеют примерно одинаковый характерный размер и расположены регулярно, как это показано на рисунке 1.2б. Тогда из условий симметрии, теплообмен между флюидами движущейся смеси и матрицей-породой можно изучать в небольшом фрагменте, выделенном на рисунке 1.2в. На границах этого небольшого фрагмента в соответствии с условиями симметрии задана адиабата (нулевой тепловой поток). При этом размер выделенного фрагмента определяется исходя из того, что отношение площади канала к площади всего фрагмента должно быть равно пористости Φ , т.е.

$$\pi r_f^2 / \pi r_b^2 = \Phi, \quad (1.62)$$

где r_f – радиус канала, r_b – размер фрагмента.

Процесс теплообмена для фрагмента породы, изображенного на рисунке 1.2в, будет очень незначительно отличаться от процесса теплообмена в осесимметричной области, показанной на рисунке 1.2г, если площадь сечений как матрицы-породы, так и каналов в этих областях (изображенных на рисунках 1.2в-г) совпадают. Таким образом, температурное поле, по которому будем оцениваться коэффициент теплообмена β , можно изучить с помощью решения следующей краевой задачи

$$-\text{div}(\lambda \text{grad}T) + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c (\vec{v} \cdot \text{grad}T) = f^{\Delta Q}, \quad (1.63)$$

где $T = T(r, z, t)$ - распределение по r температуры в матрице-породе (при $r \geq r_f$) и в текущей по каналу смеси (при $r \leq r_f$); λ, ρ, C - соответственно коэффициенты: теплопроводность, плотность и теплоемкость (матрицы-породы (при $r \geq r_f$) и смеси (при $r < r_f$)); \vec{v} - скорость движения смеси в канале, $f^{\Delta Q}(r)$ - плотность источников тепла внутри фильтрующейся смеси (т.е. $f^{\Delta Q}(r) \equiv 0$ при $r > r_f$).

По значениям $T(r, z, t)$ на любом временном интервале длительностью Δt может быть определено приращение тепловой энергии ΔH в матрице-породе как интеграл от значения $\rho c_p \Delta T$ по подобласти, соответствующей матрице-породе, где ΔT - приращение температуры в матрице-породе за интервал времени Δt . Также могут быть вычислены среднеинтегральные значения температуры породы T^{base} и смеси T^{comp} , соответствующие, например, середине временного интервала. Тогда значение коэффициента β может быть получено из соотношения

$$\beta = \frac{\Delta H}{\left(\Delta t \cdot \text{mes}(\Omega^{base}) \cdot (T^{comp} - T^{base}) \right)}, \quad (1.64)$$

где Ω^{base} - подобласть расчетной области, занимаемая матрицей-породой.

Очевидно, значение β зависит как от выбранного характерного размера канала и пористости Φ , так и от значений коэффициентов λ, ρ и C в породе и в смеси, от скорости течения смеси \vec{v} и от источников внутри смеси $f^{\Delta Q}$. Оценка

последних трех величин может быть получена в процессе решения соответствующей «большой» задачи фильтрации. Для практического исследования может быть взята либо некоторая осредненная по выбранным значениям перечисленных выше параметров оценка β , либо значение β по данным, получаемым при решении конкретной задачи многофазной фильтрации. В последнем случае предполагается параллельное решение задачи фильтрации и уравнения (1.63), причем уравнение (1.63) параллельно решается для каждого конечного элемента.

1.4 Перенос фаз и обновление состояния расчетной области

1.4.1 Расчет потоков фаз

Используя распределение поля давления, полученное в результате решения уравнения (1.1) (краевая задача (1.1)–(1.3) решается методом конечных элементов, т.е. расчетная область разбивается на конечные элементы $\cup \Omega_e = \Omega$), вычислим объемы смеси V'_{Γ_i, Ω_e} , перетекающие через грань Γ_i конечного элемента Ω_e за единицу времени:

$$V'_{\Gamma_i, \Omega_e} = \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa_e^m}{\eta_e^m} Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m \quad (1.65)$$

где κ_e^m и η_e^m – фазовая проницаемость и вязкость фазы m на конечном элементе Ω_e , соответственно, а Q_{Γ_i, Ω_e}^m определяется по формуле

$$Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m = - \int_{\Gamma_i} \mathbf{K} \left(\text{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \cdot \vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_e} d\Gamma, \quad (1.66)$$

В формуле (1.66), $\vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_e}$ – вектор внешней (по отношению к Ω_e) нормали к Γ_i . Формулы (1.65)–(1.66) определяют не только значение скорости потока m -й фазы через грань Γ_i , но и его направление по отношению к конечному элементу Ω_e (при положительном Q_{Γ_i, Ω_e}^m , фаза m вытекает из Ω_e , при отрицательном Q_{Γ_i, Ω_e}^m – втекает в Ω_e).

Для граней Γ_i , которые находятся внутри расчетной области Ω , вычисляем взвешенное среднее величин Q_{Γ_i, Ω_e}^m и $Q_{\Gamma_i, \Omega_{e'}}^m$ на смежных конечных элементах Ω_e и $\Omega_{e'}$. $\Gamma_i = \Omega_e \cap \Omega_{e'}$, используя следующую формулу (учитываем, что нормали $\vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_e}$ и $\vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_{e'}}$ направлены в противоположные стороны):

$$Q_{\Gamma_i}^m = \frac{\tilde{K}_{e'}}{\tilde{K}_{e'} + \tilde{K}_e} Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m - \frac{\tilde{K}_e}{\tilde{K}_{e'} + \tilde{K}_e} Q_{\Gamma_i, \Omega_{e'}}^m, \quad \forall m \quad (1.67)$$

где коэффициенты \tilde{K} вычисляются как $\tilde{K} = \vec{n}_{\Gamma_i}^T \mathbf{K} \vec{n}_{\Gamma_i}$ на соответствующих конечных элементах.

Далее все потоки смеси и фаз, вычисленные с использованием конечноэлементной аппроксимации поля давления P и формул (1.65)-(1.67), будем называть численными.

Численный поток фазы $V_{\Gamma_i}^{\prime m}$ через грань Γ_i в единицу времени (т.е. скорость потока) между конечным элементом (ячейкой) Ω_e и смежным с ним КЭ $\Omega_{e'}$ ($\Gamma_i = \Omega_e \cap \Omega_{e'}$) вычисляется как следующее:

$$V_{\Gamma_i}^{\prime m} = \begin{cases} \frac{\kappa_e^m}{\eta_e^m} Q_{\Gamma_i}^m, & \text{если } Q_{\Gamma_i}^m > 0, \\ \frac{\kappa_{e'}^m}{\eta_{e'}^m} Q_{\Gamma_i}^m, & \text{если } Q_{\Gamma_i}^m < 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (1.68)$$

Скорость численного потока смеси V_{Γ_i}' через грань Γ_i определяется как сумма численных потоков фаз $V_{\Gamma_i}^{\prime m}$ в единицу времени:

$$V_{\Gamma_i}' = \sum_{m=1}^{NP} V_{\Gamma_i}^{\prime m}. \quad (1.69)$$

На внешних гранях $\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}$ (где I_w – множество значений индекса μ , соответствующих скважине с номером w), которые на рассматриваемом временном шаге соответствуют «активным» зонам перфорации скважины,

скорости численных потоков фаз $V_{\Gamma_i}^m$ вычисляются по формуле $V_{\Gamma_i}^m = \frac{\kappa_e^m}{\eta_e^m} Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m$.

Перетекающие за единицу времени через грани потоки смеси V_{Γ_i}' вычисляются как сумма численных потоков фаз $V_{\Gamma_i}^m$ (уравнение (1.69)).

Если на грани из множества $\{\Gamma_{\mu, \nu}\}$ задано краевое условие (1.3) с правой частью (1.15)-(1.16) (или (1.18)-(1.19)), то требуется скорректировать перетекающие объемы, вычисленные на всех аналогичных гранях скважины, так, чтобы общий объем, текущий через них, был равен заданному объему $V' = f^\Gamma \cdot \sum_{\mu \in I_w, \nu} \text{mes}(\Gamma_{\mu, \nu})$. Для этого просуммируем численные значения объемов V_{Γ_i}'

(где $\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}$) и вычислим недостающий/избыточный объем

$V' - \sum_{\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}} V_{\Gamma_i}'$. Скорректируем значения объемов V_{Γ_i}' на всех гранях

$\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}$ следующим образом:

$$\tilde{V}_{\Gamma_i}' = V_{\Gamma_i}' + \left(V' - \sum_{\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}} V_{\Gamma_i}' \right) \frac{|V_{\Gamma_i}'|}{\sum_{\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}} |V_{\Gamma_i}'|}. \quad (1.70)$$

Применение МКЭ с узловыми базисными функциями для аппроксимации краевой задачи, описанной формулами (1.1)–(1.3), по методу Галеркина дает численное решение, не гарантирующее сохранение масс веществ в фильтрующейся смеси (закон сохранения в этом случае лишь аппроксимируется с той или иной точностью в зависимости от подробности сетки). Этот факт отмечается в [43,44]. На недостаточно подробных конечноэлементных сетках это может приводить к накоплению (со временем) больших погрешностей в распределениях насыщенностей и в величине общей массы отдельных компонент. Для устранения этого недостатка используется специальный метод балансировки потоков смеси [79,81,98,99].

1.4.2 Обновление состояния расчетной области

Используя сбалансированные потоки смеси в единицу времени \tilde{V}'_{Γ_i} , вычислим сбалансированные потоки фаз в единицу времени $\tilde{V}'^m_{\Gamma_i}$ следующим образом. На каждой грани Γ_i разделим сбалансированный поток смеси на сбалансированные потоки фаз в максимальном соответствии с численными потоками фаз в единицу времени $V'^m_{\Gamma_i}$ (определяемыми по формулам (1.66)-(1.68)). Для каждой фазы вычисляются величины $D^m_{\Gamma_i}$. Фактически, эти значения определяют долю m -й фазы в суммарном потоке фаз (т.е. в сумме их абсолютных значений, которая может быть не равна V'_{Γ_i} в случае противотоков фаз):

$$D^m_{\Gamma_i} = \left| V'^m_{\Gamma_i} \right| / \left| \sum_{n=1}^{NP} V'^n_{\Gamma_i} \right|. \quad (1.71)$$

Используя величины $D^m_{\Gamma_i}$ и сбалансированные объемы смеси, вычисляем сбалансированные объемы фаз $\tilde{V}'^m_{\Gamma_i}$, перетекающих через грань в единицу времени (сумма объемов всех фаз будет строго равна сбалансированному объему смеси \tilde{V}'_{Γ_i} , перетекающему через грань Γ_i):

$$\tilde{V}'^m_{\Gamma_i} = V'^m_{\Gamma_i} + \left(\tilde{V}'_{\Gamma_i} - \sum_{n=1}^{NP} V'^n_{\Gamma_i} \right) \cdot D^m_{\Gamma_i}. \quad (1.72)$$

Таким образом, объем m -й фазы $\tilde{V}^m_{\Gamma_i}$, который перетекает через грань Γ_i за время Δt , вычисляется с использованием $\tilde{V}'^m_{\Gamma_i}$ как следующее:

$$\tilde{V}^m_{\Gamma_i} = \tilde{V}'^m_{\Gamma_i} \cdot \Delta t. \quad (1.73)$$

Новые значения насыщенностей на элементе Ω_e вычисляются по формуле

$$\tilde{S}^m_{\Omega_e} = \frac{\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m + \sum_{i \in J_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}^m_{\Gamma_i} - \sum_{i \in J_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}^m_{\Gamma_i}}{\text{mes}(\Omega_e) (\Phi + \Delta \Phi)}, \quad (1.74)$$

где $I_{\Omega_e}^{in,m}$ – множество номеров граней элемента Ω_e , через которые m -я фаза втекает в него, а $\Delta\Phi$ – изменение объема порового пространства за счет изменения давления.

Для того чтобы определить новые массовые доли $\tilde{\chi}_{\Omega_e}^{ml}$ компонент m -й фазы, вычисляется число молей вещества (l -й компоненты в m -й фазе) в ячейке Ω_e по формуле

$$\tilde{n}_{\Omega_e}^{ml} = \left(\sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} \rho_{\Omega_{k_i}}^m \chi_{\Omega_{k_i}}^{ml} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m + \rho_{\Omega_e}^m \chi_{\Omega_e}^{ml} \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) \right) / M_l, \quad (1.75)$$

где Ω_{k_i} – ячейка, из которой объем фазы $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$ втекает в ячейку Ω_e через грань Γ_i .

Затем, используя значения $\tilde{n}_{\Omega_e}^{ml}$, вычислим новые значения массовых долей:

$$\tilde{\chi}_{\Omega_e}^{ml} = \left(\tilde{n}_{\Omega_e}^{ml} \cdot M_l \right) / \left(\sum_{k=1}^{L^m} \tilde{n}_{\Omega_e}^{mk} \cdot M_k \right). \quad (1.76)$$

На основе полученных значений $\tilde{S}_{\Omega_e}^m$ и $\tilde{\chi}_{\Omega_e}^{ml}$, вычислим новые значения вязкостей $\eta_{\Omega_e}^m$ и фазовых проницаемостей $\kappa_{\Omega_e}^m$ согласно заданным зависимостям функций κ^m от насыщенностей фаз и функций η^m от массовых долей веществ в m -й фазе.

Для вычисления $\Delta V(P_0)$ в формуле (1.4) вычисляются новые (не согласованные со значениями давления) значения плотностей фаз в ячейке Ω_e :

$$\rho_{\Omega_e}^m = \frac{\left(\sum_{k=1}^{L^m} \tilde{n}_{\Omega_e}^{mk} \cdot M_k \right)}{\text{mes}(\Omega_e) (\Phi + \Delta\Phi) \tilde{S}_{\Omega_e}^m} = \frac{\left(\sum_{k=1}^{L^m} \tilde{n}_{\Omega_e}^{mk} \cdot M_k \right)}{\text{mes}(\Omega_e) \tilde{\Phi} \tilde{S}_{\Omega_e}^m}. \quad (1.77)$$

Новое значение температуры смеси вычисляется по формуле

$$\tilde{T}_{\Omega_e}^{mix} = \frac{\sum_{m=1}^{NP} c_{\Omega_e}^m T_{\Omega_e}^{mix} \rho_{\Omega_e}^m \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} c_{\Omega_{k_i}}^m T_{\Omega_{k_i}}^{mix} \rho_{\Omega_{k_i}}^m \tilde{V}_{\Gamma_i}^m}{\sum_{m=1}^{NP} c_{\Omega_e}^m \rho_{\Omega_e}^m \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} c_{\Omega_{k_i}}^m \rho_{\Omega_{k_i}}^m \tilde{V}_{\Gamma_i}^m} \quad (1.78)$$

Отметим, что предлагаемый подход обеспечивает сохранение ограничений на значения насыщенностей (вычисленные по формуле (1.74)): $0 \leq \tilde{S}_{\Omega_e}^m \leq 1$, а точнее $S_{\min}^m \leq \tilde{S}_{\Omega_e}^m \leq 1$ (где S_{\min}^m – остаточная насыщенность m -й фазы).

Ограничение снизу $0 \leq \tilde{S}_{\Omega_e}^m$ (или $S_{\min}^m \leq \tilde{S}_{\Omega_e}^m$) обеспечивается благодаря способу выбора Δt (формула (1.80)): объем фазы, вытекающий из конечного элемента Ω_e за время Δt , не может быть больше текущего (на текущем временном шаге) значения объема фазы, находящегося в ячейке (без учета втекающего объема фазы).

Ограничение сверху $\tilde{S}_{\Omega_e}^m \leq 1$ выполняется благодаря тому, что сумма насыщенностей фаз, вычисленных по формуле (1.74), равна 1. Для доказательства этого факта просуммируем значения, вычисленные по формуле (1.74), по количеству фаз, вычтем и добавим в числитель дефицит/профицит объема смеси, который определяется изменением порового пространства $\Delta V_{\Delta\Phi} = -\text{mes}(\Omega_e)\Delta\Phi$:

$$\begin{aligned}
\sum_{m=1}^{NP} \tilde{S}_{\Omega_e}^m &= \frac{\sum_{m=1}^{NP} \left(\text{mes}(\Omega_e)\Phi S^m + \Delta V^m + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m \right) + \Delta V_{\Delta\Phi} - \Delta V_{\Delta\Phi}}{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi)} = \\
&= \frac{\sum_{m=1}^{NP} \left(\text{mes}(\Omega_e)\Phi S^m + \Delta V^m + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m \right) + \Delta V_{\Delta\Phi} + \text{mes}(\Omega_e)\Delta\Phi}{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi)} = \\
&= \frac{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi) + \sum_{m=1}^{NP} \Delta V^m + \Delta V_{\Delta\Phi} + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m}{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi)} = \\
&= \frac{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi) + \Delta V_{\Omega_e} + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m}{\text{mes}(\Omega_e)(\Phi + \Delta\Phi)}, \tag{1.79}
\end{aligned}$$

где ΔV_{Ω_e} – это дефицит/профицит объема на конечном элементе, определяемый в соответствии с формулой (1.5).

Благодаря процедуре балансировки потоков, обеспечивающей выполнение закона сохранения, на каждом конечном элементе Ω_e выполняется условие:

$$\left(\Delta V_{\Omega_e} + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i} - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} \tilde{V}_{\Gamma_i} \right) / \max_i \tilde{V}_{\Gamma_i} < \varepsilon^{\text{crit}} \Delta t,$$

где $\varepsilon^{\text{crit}}$ – некоторое очень малое значение.

Таким образом, с учетом допустимых небалансов на элементах сумма насыщенностей фаз, определяемых формулой (1.79), будет равна 1. С учетом того, что все значения $\tilde{S}_{\Omega_e}^m \geq 0$, выполняется условие $\tilde{S}_{\Omega_e}^m \leq 1$.

1.4.3 Выбор шага по времени и процедура подмены фаз

Прежде всего, временной шаг Δt непосредственно влияет на точность аппроксимации по времени. Кроме того, его предельное (максимальное) значение зависит от объема m -й фазы в ячейке Ω_e , из которой эта фаза вытекает

$$\Delta t \leq \Delta t_{\Omega_e}^m, \quad \forall \Omega_e, \quad \forall m, \quad (1.80)$$

$$\Delta t_{\Omega_e}^m = \frac{(\text{mes}(\Omega_e) \hat{\Phi} \hat{S}^m + \Delta V^m)}{\sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out},m}} |\tilde{V}_{\Gamma_i}^m|}, \quad (1.81)$$

где $I_{\Omega_e}^{\text{out},m}$ – множество номеров i граней Γ_i , через которые m -й фаза вытекает из конечного элемента Ω_e , $\text{mes}(\Omega_e)$ – объем ячейки Ω_e , $\hat{\Phi}$ – эффективная пористость в этой ячейке (без учета пор с неподвижными фазами), \hat{S}^m – скорректированная (в соответствии с $\hat{\Phi}$) насыщенность m -й фазы в Ω_e , $\Delta V^m(P)$ – дефицит/профицит объема m -й фазы, возникший в Ω_e в результате изменения плотности вещества, взаимодействия фаз или фазовых переходов.

Таким образом, временной шаг Δt зависит от величины S^m (которая в процессе моделирования может получиться довольно малой) и поэтому может стать недопустимо маленьким (даже несмотря на то, что в случае уменьшения S^m

величины $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$ в знаменателе правой части неравенства (1.81), как правило, тоже резко уменьшаются из-за уменьшения фазовой проницаемости κ^m).

Поэтому вводится пороговое значение величины Δt^{thr} , определяющее минимально допустимое значение временного шага Δt . На конечных элементах Ω_e , где временной шаг Δt , удовлетворяющий критерию (1.80), меньше значения Δt^{thr} по причине малых значений S^m некоторых фаз $\{m_{\Omega_e}^{thr}\}$, может образовываться недостаток объема, вытекающего через грани этого конечного элемента. В случае если направления потоков фаз $\{m_{\Omega_e}^{thr}\}$, насыщенность которых приводит к уменьшению временного шага ниже значения Δt^{thr} , совпадают с направлением потока смеси, то недостаток объема компенсируется за счет увеличения объемов остальных фаз, вытекающих с элемента Ω_e . Если же потоки таких фаз (из множества $\{m_{\Omega_e}^{thr}\}$) направлены против потока смеси, недостаток объема компенсируется за счет уменьшения объемов фаз, втекающих в элемент через эту грань. В результате выполнения такой процедуры получают сбалансированные значения объемов фаз $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$, перетекающих через грань Γ_i за временной интервал $\Delta t \geq \Delta t^{thr}$.

Таким образом, временной шаг Δt должен удовлетворять только критерию достаточности объема смеси

$$\Delta t \leq \Delta t^{crit} \leq \Delta t_{\Omega_e}^{mix}, \quad \forall \Omega_e, \quad (1.82)$$

$$\Delta t_{\Omega_e}^{mix} = \frac{\left(\text{mes}(\Omega_e) \hat{\Phi} + \sum_m \Delta V^m(P) \right)}{\sum_{i \in I_{\Omega_e}^{out}} |\tilde{V}_{\Gamma_i}^m|}, \quad (1.83)$$

где $I_{\Omega_e}^{out}$ – множество номеров i граней Γ_i , через которые поток смеси вытекает из Ω_e . Очевидно, что пороговое значение Δt^{thr} не должно превышать Δt^{crit} из формулы (1.82).

Оценка вычислительной эффективности рассмотренного подхода подмены фаз рассматривалась в работе [88].

Выводы по главе 1

1. Рассмотрена математическая модель многофазной фильтрации, основанная на законе Дарси и законе сохранения масс, учитывающая влияния гравитационных сил и обеспечивающая возможность моделирования процессов фильтрации с произвольным числом фаз и компонент.

2. Предложен метод моделирования процессов многофазной фильтрации сжимаемых фаз, учитывающий появление в расчетной области объемных источников/стоков, зависящих от давления и вызванных взаимодействием фаз (процессы поглощения и выделения газа из нефти и др.), изменением их плотностей и изменением пористости. При решении нелинейной краевой задачи для давления правые части уравнения и краевых условий линеаризуются в окрестности некоторого значения давления, что позволяет существенно ускорить сходимость итерационного процесса для решения уравнения давления.

3. Предложена вычислительная схема для моделирования работы скважин, для которых определен отбор массы некоторых фаз отбираемой смеси, например, только нефти или только жидких фаз. Для таких скважин в ходе итерационного процесса подбирается давление, обеспечивающее требуемый отбор массы фаз. Для ускорения сходимости данного процесса используется еще один тип линеаризации.

4. Предложены специальные краевые условия, которые позволяют исключить итерационный процесс для получения корректного распределения давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости.

5. Рассмотрены краевые условия при использовании скважин с увеличенным радиусом, позволяющие заменить скважины реальных радиусов (порядка 0.1 м) на скважины с радиусом 1-5 м без существенного влияния на результат решения и тем самым сократить вычислительные затраты, связанные с обработкой «маленьких» ячеек в прискважинных зонах.

6. Приведена эквивалентная вариационная постановка для краевой задачи для давления с учетом всех рассмотренных типов линеаризации и краевых условий.

7. Предложены вычислительные схемы для моделирования химических процессов и процессов перемешивания фаз, выделения и поглощения газа в фазе нефти, а также фазовых переходов. Рассмотренные схемы позволяют учитывать скорость взаимодействия компонент смеси. В рассматриваемой схеме скорость реакции определяется в терминах доли одного из реагирующих веществ в единицу времени. Также предусмотрено гибкое задание скорости реакций с учетом ее зависимости от компонентно-фазового состава ячейки и текущих значений давления и температуры. Кроме того, при моделировании процесса предусмотрена возможность выделения/поглощения заданного количества тепла.

8. Предложена вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида с учетом специального коэффициента теплообмена.

9. Предложен подход к оценке коэффициента теплообмена между фильтрующейся смесью и породой, основанный на моделировании тепловых процессов, протекающих в выделенном фрагменте породы, который включает в себя канал, заполненный смесью флюидов и участок породы. Предложенный способ позволяет вычислять коэффициент теплообмена в зависимости от свойств породы и флюидов, размеров канала, пористости и скорости течения в канале.

10. Предложена вычислительная схема для расчета численных потоков смеси, перетекающих через грани конечных элементов. При вычислении потоков смеси через грани учитывается возможность течения фаз в противоположных направлениях (под действием сил тяжести). Предложен подход к вычислению потоков смеси на гранях скважин при использовании специальных краевых условий, обеспечивающих получение корректного распределения давления вдоль ствола скважины.

11. Предложена вычислительная схема для обновления состояния ячеек на очередном шаге по времени, основанная на явном переносе фаз между конечными

элементами с использованием сбалансированных потоков смеси. Явное обновление состояния каждой ячейки в зависимости от объема и состава втекающих, вытекающих и оставшихся в ячейке фаз и предложенный подход к выбору шага по времени естественным образом обеспечивают сохранение ограничений на значения насыщенностей фаз $0 \leq S^m \leq 1$.

ГЛАВА 2 КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ АППРОКСИМАЦИИ И АЛГОРИТМЫ, РЕАЛИЗУЮЩИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ

2.1 Конечноэлементная аппроксимация уравнения для давления на неконформных сетках

Для получения численного решения уравнения (1.20) разобьем расчетную область Ω на конечные элементы Ω_e ($\bigcup_{e=1}^{N^{\Omega_e}} \Omega_e = \Omega$). Искомая функция P представляется в виде линейной комбинации базисных функций ψ_j :

$$P = \sum_{j=1}^{N^{\Psi}} p_j \psi_j, \quad (2.1)$$

где p_j веса базисных функций, и N^{Ψ} число базисных функций.

В уравнении (1.20) пробная функция Ψ поочередно заменяется базисными функциями ψ_i . В результате получается система конечноэлементных уравнений

$$\mathbf{Gp} = \mathbf{b}, \quad (2.2)$$

где \mathbf{p} вектор искомых весов. Компоненты матрицы \mathbf{G} определяются соотношением

$$G_{ij} = \int_{\Omega} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \text{grad} \psi_j \cdot \text{grad} \psi_i d\Omega + \int_{\Omega} \alpha^{\Delta V} \psi_i \psi_j d\Omega + \int_{\Gamma^{2,1}} \bar{\gamma} \psi_i \psi_j d\Gamma + \int_{\Gamma^{2,2}} \bar{\gamma} \psi_i w_j d\Gamma, \quad (2.3)$$

где $\Gamma^{2,1}$ – подмножество граней конечных элементов из множества граней Γ^2 , на которых заданы краевые условия (1.3) с правыми частями, определяемыми формулой (1.14), а $\Gamma^{2,2}$ – подмножество граней из множества граней Γ^2 , на которых заданы краевые условия (1.3) с правыми частями, определяемыми формулами (1.15)-(1.16) или формулами (1.18)-(1.19). Значение w_j определяется через значения базисной функции в центрах $\mathbf{x}_{\Gamma_{\mu,\nu}}^d$ граней $\Gamma_{\mu,\nu} \in \Gamma^{2,2}$ в зависимости от вида правой части краевого условия (1.3).

Если на грани $\Gamma_{1,\nu} \in \Gamma^{2,2}$ задано краевое условие (1.3) с правой частью (1.15), то

$$W_j = (N_z - 1)\psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{1,v}}^d) - \sum_{\mu=2}^{N_z} \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{\mu,v}}^d). \quad (2.4)$$

Если на грани $\Gamma_{\mu,v} \in \Gamma^{2,2}$ для $\mu = 2 \dots N_z$ задано краевое условие (1.3) с правой частью (1.16), то

$$W_j = \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{\mu,v}}^d) - \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{1,v}}^d). \quad (2.5)$$

Если на грани $\Gamma_{1,v} \in \Gamma^{2,2}$ задано краевое условие (1.3) с правой частью (1.18), то

$$W_j = \left(\frac{(N_z - 1)}{\alpha^m} + \frac{\text{mes}(\Gamma_{1,v})}{\alpha} \right) \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{1,v}}^d) - \frac{1}{\alpha^m} \sum_{\mu=2}^{N_z} \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{\mu,v}}^d). \quad (2.6)$$

Если на грани $\Gamma_{\mu,v} \in \Gamma^{2,2}$ для $\mu = 2 \dots N_z$ задано краевое условие (1.3) с правой частью (1.19), то

$$W_j = \left(\frac{1}{\alpha^m} + \frac{\text{mes}(\Gamma_{\mu,v})}{\alpha} \right) \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{\mu,v}}^d) - \frac{1}{\alpha^m} \psi_j(\mathbf{x}_{\Gamma_{1,v}}^d). \quad (2.7)$$

Компоненты вектора правой части \mathbf{b} определяются соотношением

$$b_i = \int_{\Omega} f_0^{\Omega} \psi_i d\Omega + \int_{\Omega} \alpha^{\Delta V} P_0 \psi_i d\Omega + \int_{\Gamma^2} \bar{\gamma} P \psi_i d\Gamma + \int_{\Gamma^2} \bar{\theta} \psi_i d\Gamma - \int_{\Omega} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\mathbf{K}^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\text{grad} P_c^m + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho^m g \end{pmatrix} \right) \right) \cdot \text{grad} \psi_i d\Omega. \quad (2.8)$$

Базисные функции ψ_i на шестиграннике Ω_e определяются в виде

$$\psi_i(x, y, z) = \varphi_i(\xi(x, y, z), \eta(x, y, z), \zeta(x, y, z)), \quad (2.9)$$

где $\xi = \xi(x, y, z)$, $\eta = \eta(x, y, z)$, и $\zeta = \zeta(x, y, z)$ функции, заданные неявно соотношениями

$$x = \sum_{i=1}^8 \tilde{x}_i \varphi_i(\xi, \eta, \zeta), \quad y = \sum_{i=1}^8 \tilde{y}_i \varphi_i(\xi, \eta, \zeta), \quad z = \sum_{i=1}^8 \tilde{z}_i \varphi_i(\xi, \eta, \zeta). \quad (2.10)$$

В уравнении (2.10) $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i)$ координаты вершин шестигранника Ω_e , а φ_i локальные базисные функции на эталонном элементе (кубе)

$$\Omega_E = [-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]. \quad (2.11)$$

При использовании базисных функций первого порядка локальные базисные функции определяются следующим образом. Каждая из них является произведением трех одномерных линейных функций (координат ξ , η и ζ) и равна единице в вершине Ω_E с номером i и нулю в остальных его вершинах:

$$\varphi_i(\xi, \eta, \zeta) = W_{\mu(i)}(\xi)W_{\nu(i)}(\eta)W_{\vartheta(i)}(\zeta), i = 1..8, \quad (2.12)$$

$$W_1(\theta) = \frac{1-\theta}{2}, W_2(\theta) = \frac{1+\theta}{2}.$$

Значения целочисленных функций $\mu(i), \nu(i), \vartheta(i)$ определяются в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Значения индексов в зависимости от номера базисной функций на элементе

i	1	2	3	4	5	6	7	8
μ	1	2	1	2	1	2	1	2
ν	1	1	2	2	1	1	2	2
ϑ	1	1	1	1	2	2	2	2

Геологическая модель нефтяного месторождения представляется набором слоев, границы между которыми представляют собой поверхности, определяемые уравнениями $z=Z_l(x,y)$, где $Z_l(x,y)$ - бикубические сплайны. Слои могут включать в себя трехмерные неоднородности с аномальными значениями физических параметров (пористости, абсолютной проницаемости и др.). При построении конечноэлементных аппроксимаций предложенной математической модели эти требования должны быть учтены.

Кроме геологических составляющих модели, в расчетную область должны быть включены нагнетательные и добывающие скважины, через которые происходит закачка различных композиций для повышения нефтеотдачи и непосредственно добыча. Они имеют резко отличающиеся форму и размеры и,

соответственно, в их окрестности структура конечноэлементной сетки должна быть существенно изменена.

Одна из таких конечноэлементных сеток представлена на рисунке 2.1. Как видно, она построена для модели, содержащей три пласта, границы между которыми определены с помощью кусочно-бикубических сплайнов. Кроме этого, модель содержит в верхнем пласте трехмерную неоднородность. В модель также включено семь скважин, справа на рисунке 2.1, где эта сетка приведена в укрупненном масштабе, можно видеть, как изменяется структура сетки внутри скважины и как она стыкуется с внешней сеткой. Заметим, для большей наглядности, на рисунке 2.1 показано сечение сеток вдоль двух скважин, при этом на рисунке 2.2 показана область непосредственно около скважины.

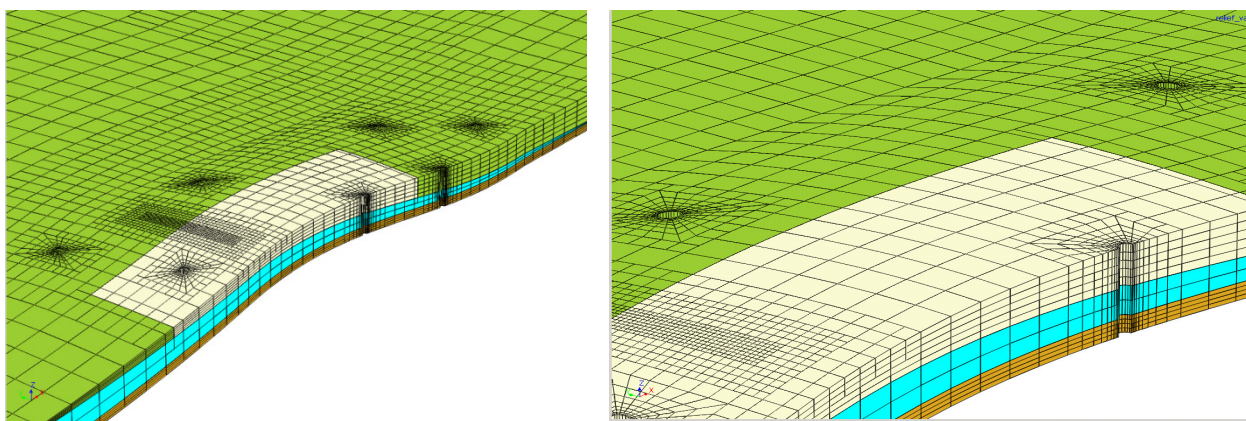


Рисунок 2.1 – Пример сетки для модели, содержащей три пласта, 3D-неоднородность, семь скважин и локальное дробление сетки в некоторой зоне (справа в укрупненном масштабе)

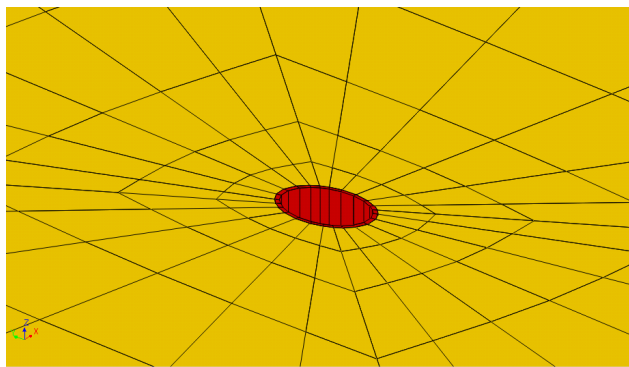


Рисунок 2.2 – Конечноэлементная сетка в окрестности скважины

Таким образом, с учетом всех особенностей расчетной области наиболее удобным и вычислительно эффективным представляется использование неконформных (несогласованных) сеток с ячейками в виде четырехугольных призм (шестигранниках) [100,101]. В этом случае базис из функций (2.9) также становится неконформным. Обозначим его $\{\psi_i^{nc}\}$.

Для получения численного решения построим согласованный базис $\{\psi_i^c\}$. Каждую базисную функцию ψ_i^c строим в виде линейной комбинацией функций из несогласованного базиса $\{\psi_i^{nc}\}$:

$$\psi_j^c = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} T_{jk} \psi_k^{nc}, \quad j = 1 \dots NB^c, \quad (2.13)$$

т.е. используем матрицу перехода \mathbf{T} с элементами $\{T_{jk}\}$ для формирования базиса $\{\psi_i^c\}$ с NB^c базисными функциями из базиса $\{\psi_i^{nc}\}$ с NB^{nc} базисными функциями. Принцип построения матрицы перехода \mathbf{T} рассмотрен в работе [81].

В соответствии с принципами метода конечных элементов глобальная матрица, определяемая соотношением (2.3), генерируется из локальных матриц,

вычисляемых на конечных элементах Ω_e и гранях $\Gamma_e^{2,1}$ ($\bigcup_{e=1}^{N\Gamma_e^{2,1}} \Gamma_e^{2,1} = \Gamma^{2,1}$), $\Gamma_e^{2,2}$ ($\bigcup_{e=1}^{N\Gamma_e^{2,2}} \Gamma_e^{2,2} = \Gamma^{2,2}$), т.е.

$$G_{ij} = \sum_{e=1}^{N\Omega_e} \left(\int_{\Omega_e} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \text{grad} \psi_j^c \cdot \text{grad} \psi_i^c d\Omega + \int_{\Omega_e} \alpha^{\Delta V} \psi_j^c \psi_i^c d\Omega \right) + \sum_{e=1}^{N\Gamma_e^{2,1}} \int_{\Gamma_e^{2,1}} \bar{\gamma} \psi_i^c \psi_j^c d\Gamma + \sum_{e=1}^{N\Gamma_e^{2,2}} \int_{\Gamma_e^{2,2}} \bar{\gamma} \psi_i^c W_j^c d\Gamma. \quad (2.14)$$

Обратим внимание на то, что переход от интегрирования по Ω в формуле (2.3) к интегрированию по конечным элементам в формуле (2.14) корректен, поскольку базисные функции ψ_i^c являются непрерывными на гранях конечных элементов даже при их несогласованной стыковке.

На конечных элементах Ω_e и гранях $\Gamma_e^{2,1}$ и $\Gamma_e^{2,2}$, естественным образом (т.е. через локальные базисные функции конечных элементов) определены базисные функции Ψ_i^{nc} . Поэтому перейдем от базисных функций Ψ_i^c к базисным функциям Ψ_i^{nc} с учетом соотношения (2.13):

$$\begin{aligned} G_{ij} = & \sum_{e=1}^{N^{\Omega_e}} \left(\int_{\Omega_e} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\mathbf{K}^m}{\eta^m} \mathbf{K} \text{grad} \left(\sum_{k=1}^{NB^{nc}} T_{jk} \Psi_k^{nc} \right) \cdot \text{grad} \left(\sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \Psi_l^{nc} \right) d\Omega + \right. \\ & \left. + \int_{\Omega_e} \alpha^{\Delta V} \sum_{k=1}^{NB^{nc}} T_{jk} \Psi_k^{nc} \cdot \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \Psi_l^{nc} d\Omega \right) + \sum_{e=1}^{N^{\Gamma_e^{2,1}}} \left(\int_{\Gamma_e^{2,1}} \bar{\gamma} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \Psi_l^{nc} \cdot \sum_{k=1}^{NB^{nc}} T_{jk} \Psi_k^{nc} d\Gamma \right) + \\ & + \sum_{e=1}^{N^{\Gamma_e^{2,2}}} \left(\int_{\Gamma_e^{2,2}} \bar{\gamma} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \Psi_l^{nc} \cdot \sum_{k=1}^{NB^{nc}} T_{jk} W_k^{nc} d\Gamma \right). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Меняя порядок суммирования базисных функций и интегрирования по конечным элементам (на каждом конечном элементе и граничной грани базисные функции Ψ_i^{nc} непрерывны), получим

$$\begin{aligned} G_{ij} = & \sum_{e=1}^{N^{\Omega_e}} \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \left(\int_{\Omega_e} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\mathbf{K}^m}{\eta^m} \mathbf{K} \text{grad} \Psi_k^{nc} \cdot \text{grad} \Psi_l^{nc} d\Omega + \int_{\Omega_e} \alpha^{\Delta V} \Psi_k^{nc} \Psi_l^{nc} d\Omega \right) + \\ & + \sum_{e=1}^{N^{\Gamma_e^{2,1}}} \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \left(\int_{\Gamma_e^{2,1}} \bar{\gamma} \Psi_l^{nc} \Psi_k^{nc} d\Gamma \right) + \sum_{e=1}^{N^{\Gamma_e^{2,2}}} \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \left(\int_{\Gamma_e^{2,2}} \bar{\gamma} \Psi_l^{nc} W_k^{nc} d\Gamma \right). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Таким образом, компоненты локальной матрицы конечного элемента Ω_e могут быть рассчитаны с использованием следующего соотношения (здесь оставляем индексы у локальных матриц и векторов в глобальной нумерации):

$$\hat{G}_{ij}^{\Omega_e} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \left(\int_{\Omega_e} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\mathbf{K}^m}{\eta^m} \mathbf{K} \text{grad} \Psi_k^{nc} \cdot \text{grad} \Psi_l^{nc} d\Omega + \int_{\Omega_e} \alpha^{\Delta V} \Psi_k^{nc} \Psi_l^{nc} d\Omega \right). \quad (2.17)$$

а компоненты локальных матриц граней $\Gamma_e^{2,1}$ и $\Gamma_e^{2,2}$

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,1}} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \int_{\Gamma_e^{2,1}} \bar{\gamma} \Psi_l^{nc} \Psi_k^{nc} d\Gamma, \quad (2.18)$$

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,2}} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \int_{\Gamma_e^{2,2}} \bar{\gamma} \Psi_l^{nc} W_k^{nc} d\Gamma. \quad (2.19)$$

Переходя к эталонному элементу Ω_E получим

$$\begin{aligned} \hat{G}_{ij}^{\Omega_e} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \left(\int_{\Omega_E} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \overline{\text{grad}} \phi_{\bar{k}} \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \overline{\text{grad}} \phi_{\bar{l}} \right) \Big|_{J_{\Omega_e}} \right) d\Omega_E + \\ + \int_{\Omega_E} \alpha^{\Delta V} \phi_{\bar{k}} \phi_{\bar{l}} \Big|_{J_{\Omega_e}} d\Omega_E, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $|J_{\Omega_e}|$ – определитель функциональной матрицы \mathbf{J}_{Ω_e} преобразования эталонного элемента Ω_E в конечный элемент Ω_e [102], \bar{k} и \bar{l} – локальные номера глобальных базисных функций Ψ_k^{nc} и Ψ_l^{nc} на конечном элементе Ω_e ,

$\overline{\text{grad}} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi}, \frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \zeta} \right)^T$ – функция локальных координат ξ, η, ζ , $d\Omega_E = d\xi d\eta d\zeta$.

Аналогично могут быть получены матрицы для граней $\Gamma_e^{2,1}$ и $\Gamma_e^{2,2}$:

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,1}} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \int_{\Gamma_E^{2,1}} \bar{\gamma} \phi_{\bar{l}} \phi_{\bar{k}} \Big|_{J_{\Gamma_e}} d\Gamma_E, \quad (2.21)$$

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,2}} = \sum_{k=1}^{NB^{nc}} \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{jk} T_{il} \int_{\Gamma_E^{2,2}} \bar{\gamma} \phi_{\bar{l}} W_k^{nc} \Big|_{J_{\Gamma_e}} d\Gamma_E, \quad (2.22)$$

где $|J_{\Gamma_e}|$ – Якобиан преобразования грани эталонного элемента в соответствующую грань $\Gamma_e^{2,1}$ или $\Gamma_e^{2,2}$ [102], $d\Gamma_E$ – бесконечно малый элемент, соответствующий грани эталонного конечного элемента Ω_E (т.е. $d\Gamma_E = d\xi d\eta$, либо $d\Gamma_E = d\eta d\zeta$, либо $d\Gamma_E = d\xi d\zeta$ в зависимости от грани, на которой задано рассматриваемое краевое условие).

Аналогично получаем соотношения для вычисления компонент локальных векторов конечного элемента Ω_e и граней $\Gamma_e^2 \in \Gamma^2$:

$$\hat{b}_i^{\Omega_e} = \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \left(\int_{\Omega_E} (f_0^\Omega + \alpha^{\Delta V} P_0) \varphi_{\bar{l}} |J_{\Omega_e}| d\Omega_E - \int_{\Omega_E} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \left(\sum_k P_{c,\bar{k}}^m \text{grad} \varphi_{\bar{k}} \right) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{\Omega_e}^m \mathbf{g} \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \varphi_{\bar{l}} \right) |J_{\Omega_e}| d\Omega_E \right), \quad (2.23)$$

$$\hat{b}_i^{\Gamma_e^2} = \sum_{l=1}^{NB^{nc}} T_{il} \int_{\Gamma_E^{2,1}} (\bar{\gamma} \bar{P} + \bar{\theta}) \varphi_{\bar{l}} |J_{\Gamma_e^2}| d\Gamma_E, \quad (2.24)$$

где $P_{c,\bar{k}}^m$ – коэффициенты разложения капиллярного давления P_c^m по локальным базисным функциям конечного элемента Ω_e .

Для согласованных конечноэлементных сеток локальные матрицы и векторы могут быть получены как напрямую из вида глобальной матрицы (2.3) и глобального вектора (2.8), так и из формул (2.20)–(2.24) с учетом того, что \mathbf{T} – единичная матрица. Таким образом, для согласованных конечноэлементных сеток локальные матрицы и векторы определяются соотношениями (здесь i и j номера локальных базисных функций конечного элемента Ω_e и компоненты локальных матриц и векторов определены в локальной нумерации):

$$\hat{G}_{ij}^{\Omega_e} = \int_{\Omega_E} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \varphi_i \right) \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \varphi_j \right) |J_{\Omega_e}| d\Omega_E + \int_{\Omega_E} \alpha^{\Delta V} \varphi_i \varphi_j |J_{\Omega_e}| d\Omega_E, \quad (2.25)$$

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,1}} = \int_{\Gamma_E^{2,1}} \bar{\gamma} \varphi_i \varphi_j |J_{\Gamma_e}| d\Gamma_E, \quad (2.26)$$

$$\hat{G}_{ij}^{\Gamma_e^{2,2}} = \int_{\Gamma_E^{2,2}} \bar{\gamma} \varphi_i W_j^{nc} |J_{\Gamma_e}| d\Gamma_E, \quad (2.27)$$

$$\hat{b}_i^{\Omega_e} = \int_{\Omega_E} (f_0^\Omega + \alpha^{\Delta V} P_0) \varphi_i |J_{\Omega_e}| d\Omega_E - \int_{\Omega_E} \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \left(\sum_j P_{c,j}^m \text{grad} \varphi_j \right) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{\Omega_e}^m \mathbf{g} \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \varphi_i \right) |J_{\Omega_e}| d\Omega_E, \quad (2.28)$$

$$\hat{b}_i^{\Gamma^2} = \int_{\Gamma_E^{2,1}} (\bar{\gamma}P + \bar{\theta}) \varphi_i \left| J_{\Gamma^2} \right| d\Gamma_E. \quad (2.29)$$

На примере локальных матриц (2.25) и векторов (2.28) для согласованной сетки покажем способ вычисления их компонент с учетом того, что тензор абсолютной проницаемости \mathbf{K} – матрица размерности 3×3 . Последовательно умножим матрицу \mathbf{K} на вектора $\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_j$ и $\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_i$

$$\begin{aligned} \hat{G}_{ij}^{\Omega_e} &= \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \int_{\Omega_E} \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{K}_{\Omega_e}^m}{\eta_{\Omega_e}^m} K_{kl} \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_j \right)_k \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_i \right)_l \left| J_{\Omega_e} \right| d\Omega + \\ &+ \int_{\Omega_E} \alpha^{\Delta V} \varphi_i \varphi_j \left| J_{\Omega_e} \right| d\Omega, \end{aligned} \quad (2.30)$$

где K_{kl} – компонента тензора \mathbf{K} с индексами k и l , $\left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_j \right)_k$ – k -я компонента вектора $\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_j$, $\left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_i \right)_l$ – l -я компонента вектора $\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_i$.

Аналогично получаем соотношения для вычисления компонент локальных векторов конечного элемента Ω_e и граней $\Gamma_e^2 \in \Gamma^2$

$$\begin{aligned} \hat{b}_i^{\Omega_e} &= \int_{\Omega_e} \left(F_0^{\Omega} + \alpha^{\Delta V} P_0 \right) \hat{\varphi}_i \left| J_{\Omega_e} \right| d\Omega - \\ &- \sum_{l=1}^3 \int_{\Omega_E} K_{l3} \sum_{m=1}^M \frac{\mathbf{K}_{\Omega_e}^m}{\eta_{\Omega_e}^m} \rho_{\Omega_e}^m g \cdot \left(\mathbf{J}_{\Omega_e}^{-1} \text{grad} \hat{\varphi}_i \right)_l \left| J_{\Omega_e} \right| d\Omega. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Компоненты локальных матриц и векторов вычисляются с помощью численного интегрирования с использованием метода Гаусса 3-го порядка:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta &= \sum_{p=1}^3 \sum_{t=1}^3 \sum_{r=1}^3 \tau_p \tau_t \tau_r f(w_p, w_t, w_r), \\ w_1 &= 0, \quad w_2 = \sqrt{3/5}, \quad w_3 = -w_2, \quad \tau_1 = \frac{8}{9}, \quad \tau_2 = \tau_3 = \frac{5}{9}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Значения базисных функций в центре элемента и их градиентов в точках численного интегрирования на шаблонном конечном элементе вычисляются заранее и хранятся в соответствующих массивах.

Полученная в результате конечноэлементной аппроксимации СЛАУ (2.2) решается с помощью прямого решателя PARDISO [103].

2.2 Алгоритмы трехмерного моделирования неизотермической многофазной фильтрации

Общий процесс моделирования представляет собой цикл по времени с заданным глобальным шагом Δt^{main} . За счет использования процедуры группирования [80] этот шаг определяется только требуемым качеством аппроксимации по времени. Цикл представляет собой последовательное выполнение четырех основных алгоритмов: алгоритм расчета давления, алгоритм расчета потоков смеси на основе полученного распределения давления, алгоритм балансировки потоков и алгоритм обновления состояния расчетной области. Алгоритм балансировки потоков подробно рассмотрен в статье [81].

2.2.1 Алгоритм расчета дефицита/профицита объема смеси

Правая часть уравнения (1.1) определяется дефицитами/профицитами объема смеси, которые позволяют учесть все особенности многофазного многокомпонентного потока: взаимодействие фаз, переход компонент из одной фазы в другую, изменение плотности фаз или пористости при изменении давления. Рассмотрим алгоритм вычисления дефицитов/профицитов в расчетной области. Введем следующие обозначения:

- $S\chi n^\tau = \{ \{ S^{m,\tau} \}, \{ \chi^{ml,\tau} \}, \{ n^{ml,\tau} \} \}$ – фазовый состав на временном шаге τ ;
- $\kappa\eta\rho^\tau = \{ \{ \kappa^{m,\tau} \}, \{ \eta^{m,\tau} \}, \{ \rho^{m,\tau} \} \}$ – фазовые свойства на временном шаге τ .

Входными данными для алгоритма являются

- текущее состояние пласта, определяемое значениями давления $P^{\tau-1}$ и температуры $T^{\tau-1}$, фазовым составом $S\chi n^{\tau-1}$ и фазовыми свойствами $\kappa\eta\rho^{\tau-1}$;
- распределения пористости;
- зависимость пористости от давления, зависимости свойств фаз от давления и фазового состава и условия взаимодействия фаз (правила перемешивания и химических реакций, зависимости газового фактора нефти $R_g(P)$, температура парообразования $T^*(P)$).

Выходными данными для алгоритма являются

- новые фазовые составы $\widehat{S\chi n}^\tau$ и фазовые свойства $\widehat{k\eta\rho}^\tau$;
- новое распределение пористости;
- значения объемов профицитов/дефицитов смеси ΔV^τ в ячейках конечноэлементной сетки (далее индекс τ будет опущен для всех переменных, так как в следующих алгоритмах все действия проводятся только на текущем шаге по времени);
- значение источников/стоков тепла F^{ch} в ячейках конечноэлементной сетки, образовавшиеся в результате химических реакций и фазовых переходов.

Алгоритм 1. Расчет дефицита/профицита объема смеси

```

1: for всех КЭ  $\Omega_e$  do
2:   if определена зависимость  $R_s(P)$  then
3:     Вычисляются значение по  $\tilde{n}_{\Omega_e}^{og}$  формуле (1.41)
4:     if  $\tilde{n}_{\Omega_e}^{og} > n_{\Omega_e}^{og}$  then           ▷ поглощение свободного газа в нефти
5:       По формулам (1.43)–(1.45) вычисляются новые значения  $\hat{n}_{\Omega_e}^{og}$ ,  $\hat{n}_{\Omega_e}^{gg}$ 
6:     else                                   ▷ выделение газа из нефти
7:       По формулам (1.42), (1.44), (1.45) вычисляются новые значения  $\hat{n}_{\Omega_e}^{og}$ ,  $\hat{n}_{\Omega_e}^{gg}$ 
8:     end if
9:   end if
10:  if определена зависимость  $T^*(P)$  then
11:    if  $T_{\Omega_e}^{\tau-1} > T^*(P_{\Omega_e}^{\tau-1})$  then           ▷ процесс парообразования
12:      По формуле (1.49) вычисляются новые значения  $n_{\Omega_e}^{ww}$  и  $n_{\Omega_e}^{sw}$ 
13:      По формуле (1.48) вычисляются значения  $f_{\Omega_e}^{\Delta Q}$ 
14:    else                                   ▷ процесс конденсации
15:      По формуле (1.52) вычисляются новые значения  $n_{\Omega_e}^{ww}$  и  $n_{\Omega_e}^{sw}$ 
16:      По формуле (1.51) вычисляются значения  $f_{\Omega_e}^{\Delta Q}$ 
17:    end if
18:  end if
19:  for всех правил перемешивания do
20:    Вычисляются значения  $\Delta n^l$  компоненты по формуле (1.27)

```


21: **L1:**

22: Вычисляются новые значения \hat{n}^{kl} , \hat{n}^{ml} и $\hat{\chi}^{kl}$, $\hat{\chi}^{ml}$ по формулам (1.28), (1.29)

23: **if** $\hat{\chi}_{\Omega_e}^{kl} > \chi^{kl, \max}$ или $\hat{\chi}_{\Omega_e}^{ml} < \chi^{ml, \min}$ **then**

24: Вычисляются значения Δn^l компоненты по формулам (1.30)–(1.32)

25: **go to L1**

26: **end if**

27: **end for**

28: **for** всех правил химических реакций **do**

29: Вычисляются значения Δn^{vu} компоненты по формуле (1.33)

30: **L2:**

31: $\forall (k, j) \in I_1^{ch} \cup I_2^{ch}$ вычисляются значения Δn^{kj} компоненты по формуле (1.34)

32: **if** $\min_{(k,j)} (\tilde{d}_{kj}) < 1$ **then** ▷ не хватает одного из реагирующих веществ

33: Вычисляются значения Δn^{vu} компоненты по формуле (1.36)

34: **go to L2**

35: **end if**

36: По формулам (1.35), (1.40) вычисляются значения $f_{\Omega_e}^{\Delta Q}$

37: Вычисляются новые значения \hat{n}^{kl} , \hat{n}^{ml} по формулам (1.39)

38: **end for**

39: $\forall m$ Вычисляются значения $\rho_{\Omega_e}^m = \rho^m(P^{\tau-1}, T^{\tau-1})$ на основе заданных зависимостей

40: $\forall m$ вычисляем значения $\tilde{V}_{\Omega_e}^m$ по формуле (1.54)

41: Вычисляются значения ΔV_{Ω_e} по формулам (1.5), (1.55) и (1.56)

42: Вычисляются новые значения $\{\hat{S}^{m,\tau}\}, \{\hat{\chi}^{m,\tau}\}$ на основе новых значений $\{\hat{n}^{m,\tau}\}$ по формулам (1.53), (1.57)

43: **end for**

44: $\forall \Omega_e$ вычисляются новые значения $\{\hat{\kappa}^{m,\tau}\}, \{\hat{\eta}^{m,\tau}\}$ на основе значений $\widehat{S\chi n}^\tau$

2.2.2 Алгоритм расчета давления и температуры

Алгоритм расчета давления представляет собой конечноэлементное решение дифференциального уравнения второго порядка со специальными краевыми условиями. Они обеспечивают корректное распределение давления

вдоль ствола скважины, когда зоны перфораций пересекают слои с различными свойствами, и, что важно, не требуют итерационного процесса.

Дефициты/профициты объема смеси ищутся в ходе итерационного процесса, количество итераций, как правило, не превышает 3-4 итераций. В случае, когда вместо отбора смеси задан отбор отдельных фаз (включая сжимающиеся), возникает еще один (внешний по отношению к рассмотренному выше) итерационный процесс, количество итераций в котором также довольно мало (1-3 итерации). В ходе него определяется значение давления вдоль ствола скважины, при котором осуществляется отбор заданной массы.

Рассмотрим алгоритм вычисления давления на шаге τ по времени. Введем следующие обозначения:

- F^f – множество граней $\{\Gamma_{i,j}\}$, принадлежащих зонам перфорации скважин с номерами $w^f \in W^f$, на которых задан отбор или закачка смеси;
- $F^{M,in}$ – множество граней $\{\Gamma_{i,j}\}$, принадлежащих зонам перфорации скважин с номерами $w^{M,in} \in W^{M,in}$, где закачивается масса некоторой фазы;
- $F^{M,\Sigma,pr}$ – множество граней $\{\Gamma_{i,j}\}$, принадлежащих зонам перфорации скважин с номерами $w^{M,pr} \in W^{M,pr}$, где задан отбор массы некоторой фазы (или фаз);
- $F^{P,R}$ – множество граней $\{\Gamma_{i,j}\}$, принадлежащих зонам перфорации скважин, на которых задано давление $P^{\Gamma,W}$ и фактический радиус скважин равен радиусу скважин, заданному в конечноэлементной сетке;
- $F^{P,L}$ – множество граней $\{\Gamma_{i,j}\}$, принадлежащих зонам перфорации скважин, на которых задано давление $P^{\Gamma,W}$ и фактический радиус скважин меньше радиуса скважин, заданного в конечноэлементной сетке.

Входными данными для алгоритма являются

- значения отборов/закачки или давления в скважине, заданных для каждой скважины в зависимости от времени;
- распределения компонент тензора абсолютной проницаемости;
- распределения пористости;

- зависимость пористости от давления, зависимости свойств фаз от давления и фазового состава, и условия взаимодействия фаз;
- текущее состояние пласта, определяемое значениями давления $P^{\tau-1}$, температуры смеси $T_{mix}^{\tau-1}$ и породы $T_{base}^{\tau-1}$, фазовым составом $S\chi n^{\tau-1}$, и фазовыми свойствами $\kappa\eta\rho^{\tau-1}$.

Выходными данными для алгоритма являются

- новое распределение давления P^τ , температуры смеси \widehat{T}_{mix}^τ и породы T_{base}^τ и соответствующие им фазовые составы $\widehat{S\chi n}^\tau$ и фазовые свойства $\widehat{\kappa\eta\rho}^\tau$;
- значения объемов профицитов/дефицитов смеси ΔV^τ в ячейках конечноэлементной сетки (далее индекс τ будет опущен для всех переменных, так как в следующих алгоритмах все действия проводятся только на текущем шаге по времени).

Алгоритм 2. Расчет давления и температуры

-
- 1: $P_0 \leftarrow P^{\tau-1}$
 - 2: $\sum_m M^m(P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr} \forall \Gamma_{i,j} \in F^f$ вычисляются значения $\theta_{i,j}$ по формуле (1.17)
 - 3: Значения $P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}$ инициализируются значениями P_0 на $\forall \Gamma_{i,j} \in F^{M^{\Sigma m, pr}}$
 - 4: **if** $F^{M^{\Sigma m, pr}} = \emptyset$ **then**
 - 5: **call** **BondValProb** ($P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}, P_0, P^\tau, \Delta V^\tau, \widehat{S\chi n}^\tau, \widehat{\kappa\eta\rho}^\tau, \widehat{T}_{mix}^\tau, T_{base}^\tau, \sum_m M^m(P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr}$)
 - 6: **Terminate**
 - 7: **end if**
 - 8: **call** **BondValProb** ($P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}, P_0, \bar{P}^\tau, \Delta \bar{V}^\tau, \overline{S\chi n}^\tau, \overline{\kappa\eta\rho}^\tau, \widehat{T}_{mix}^\tau, T_{base}^\tau, \sum_m M^m(P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr}$)
 - 9: $P_1^{\Gamma, w^{M, pr}} \leftarrow 1.005 P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}$
 - 10: **call** **BondValProb** ($P_1^{\Gamma, w^{M, pr}}, \bar{P}^\tau, \bar{\bar{P}}^\tau, \Delta \bar{\bar{V}}^\tau, \overline{\overline{S\chi n}}^\tau, \overline{\overline{\kappa\eta\rho}}^\tau, \widehat{T}_{mix}^\tau, T_{base}^\tau, \sum_m M^m(P_1^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr}$)
 - 11: **L1:**
 - 12: $\forall w^{M, pr} \in W^{M, pr}$ вычисляется $\beta^{w^{M, pr}}$ по формуле (1.11) с $\tilde{P}^\Gamma = P_1^{\Gamma, w^{M, pr}}$ и $P_0^\Gamma = P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}$
 - 13: $\forall w^{M, pr} \in W^{M, pr}$ вычисляется $\tilde{P}^{\Gamma, w^{M, pr}} = P_0^{\Gamma, w^{M, pr}} + \beta^{w^{M, pr}} \left(M^{\Sigma m, w^{M, pr}} - \sum_m M^m(P_0^{\Gamma, w^{M, pr}}) \right)$

- 14: **call BondValProb** ($\tilde{P}^{\Gamma, w^{M, pr}}, \bar{\bar{P}}^{\tau}, \tilde{P}^{\tau}, \Delta \tilde{V}^{\tau}, \widetilde{S\chi n}^{\tau}, \widetilde{\kappa\eta\rho}^{\tau}, \tilde{T}_{mix}^{\tau}, T_{base}^{\tau}, \sum_m M^m(\tilde{P}^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr}$)
- 15: **if** $\frac{\sum_{w^{M, pr} \in W^{M, pr}} \left| \sum_m M^m(\tilde{P}^{\Gamma, w^{M, pr}}) - M^{\Sigma m, w^{M, pr}} \right|}{\sum_{w^{M, pr} \in W^{M, pr}} M^{\Sigma m, w^{M, pr}}} < \varepsilon_M$ **then**
- 16: $P^{\tau} \leftarrow \tilde{P}^{\tau}, \Delta V^{\tau} \leftarrow \Delta \tilde{V}^{\tau}, \widetilde{S\chi n}^{\tau} \leftarrow \widetilde{S\chi n}^{\tau}, \widetilde{\kappa\eta\rho}^{\tau} \leftarrow \widetilde{\kappa\eta\rho}^{\tau}$
- 17: **Terminate**
- 18: **else**
- 19: $P_0^{\Gamma, w^{M, pr}} \leftarrow P_1^{\Gamma, w^{M, pr}}, P_1^{\Gamma, w^{M, pr}} \leftarrow \tilde{P}^{\Gamma, w^{M, pr}}, \bar{\bar{P}}^{\tau} \leftarrow \tilde{P}^{\tau}$
- 20: **go to L1**
- 21: **end if**

Отдельно вынесем процедуры решения краевой задачи (1.1)–(1.3) с учетом итерационного процесса для определения дефицитов/профицитов объема смеси.

Процедура BondValProb ($P^{\Gamma, w^{M, pr}}, P_0, P_1, \Delta V_1, S\chi n_1, \kappa\eta\rho_1, T_{mix}^1, T_{base}^1, \sum_m M^m(P^{\Gamma, w^{M, pr}}) \forall w^{M, pr}$)

и определение дефицитов/профицитов смеси

- 1: $\forall \Omega_e$ вычисляются $\Delta V_0 = \Delta V(P_0)$, $f_0^{\Delta Q} = f^{\Delta Q}(P_0, T_{mix}^{\tau-1})$, $S\chi n_0$, и $\kappa\eta\rho_0$ с использованием алгоритма 1
- 2: Вычисляются новое распределение температуры смеси T_{mix}^0 и породы T_{base}^0 по формулам (1.60)–(1.61)
- 3: Вычисляются новые значения вязкости $\eta_0(T_{mix}^0)$
- 4: Значения $P_0^{\Gamma, w^{M, in}}$ инициализируются значениями P_0 на $\forall \Gamma_{i, j} \in F^{M^{m, in}}$
- 5: **L2:**
- 6: $\Delta P \leftarrow 0.01P_0$ и вычисляется $\Delta V(P_0 + \Delta P)$ с использованием алгоритма 1 (строки 1-41) $\forall \Omega_e$
- 7: Вычисляется $\alpha^{\Delta V}(P_0)$ по формуле (1.6) $\forall \Omega_e$
- 8: **for** всех граней из множества $F^{M^{m, in}}$ **do**
- 9: Вычисляется $f^{\Gamma, m}(P_0^{\Gamma, w^{M, in}})$ и f^{Γ} по формуле (1.7)
- 10: Вычисляется $\theta_{i, j}$ по формуле (1.17)
- 11: $\Delta P^{\Gamma, w^{M, in}} \leftarrow 0.005P_0^{\Gamma, w^{M, in}}$ и вычисляется $f^{\Gamma, m}(P_0^{\Gamma, w^{M, in}} + \Delta P^{\Gamma, w^{M, in}})$ по формуле (1.7)
- 12: Вычисляется α^m по формуле (1.9)
- 13: **end for**
- 14: Решаем уравнение (1.1) с краевыми условиями:

вида (1.2) на $\Gamma_{i,j} \in F^{M^{\Sigma m, pr}}$ с правой частью $P^\Gamma = P^{\Gamma, w^{M, pr}}$

вида (1.2) на $\Gamma_{i,j} \in F^{P, R}$ с правой частью $P^\Gamma = P^{\Gamma, w}$

вида (1.3) на $\Gamma_{i,j} \in F^{P, L}$ с правой частью, определенной по формуле (1.14) для $P_{R_i} = P^{\Gamma, w}$

вида (1.3) на $\Gamma_{i,j} \in F^f$ с правой частью, определенной формулами (1.15)–(1.16)

вида (1.3) на $\Gamma_{i,j} \in F^{M^{m, in}}$ с правой частью, определенной формулами (1.18)–(1.19)

▷ получаем распределение давления P_1

15: $\forall \Omega_e$ вычисляются $\Delta V_1 = \Delta V(P_1)$, $f_1^{\Delta Q} = f^{\Delta Q}(P_1, T_{mix}^{\tau-1})$, $S\chi n_1$, и $\kappa \eta \rho_1$, используя алгоритм 1

16: Вычисляются новые распределение температуры смеси T_{mix}^1 и породы T_{base}^1 по формулам (1.60)–(1.61)

17: Вычисляются новые значения вязкости $\eta_1(T_{mix}^1)$

18: Значения P_1 на гранях из множества $F^{M^{m, in}}$ приравниваются значениям $P_1^{\Gamma, w^{M, in}}$

19: **if** $\frac{\sum_e |\Delta V_{\Omega_e}(P_1) - \Delta V_{\Omega_e}(P_0)|}{\sum_e |\Delta V_{\Omega_e}(P_1)|} < \varepsilon_{\Delta V}$ и $\frac{\sum_{w^{M, in} \in W^{M, in}} |P_1^{\Gamma, w^{M, in}} - P_0^{\Gamma, w^{M, in}}|}{\sum_{w^{M, in} \in W^{M, in}} |P_1^{\Gamma, w^{M, in}}|} < \varepsilon_P$ **then**

20: $\forall w^{M, pr} \in W^{M, pr}$ вычисляются значения $\sum_m M^m(P^{\Gamma, w^{M, pr}})$

21: **Terminate**

22: **else**

23: $P_0 \leftarrow P_1$, $\Delta V_0 \leftarrow \Delta V_1$, $P_0^{\Gamma, w^{M, in}} \leftarrow P_1^{\Gamma, w^{M, in}}$, $S\chi n_0 \leftarrow S\chi n_1$, $\kappa \eta \rho_0 \leftarrow \kappa \eta \rho_1$

24: **go to L2**

25: **end if**

2.2.3 Алгоритм расчета численных потоков смеси

Численные потоки смеси вычисляются на основе поля давления P^τ , полученного в результате выполнения алгоритма 2. Входными данными алгоритма являются

- распределения компонент тензора абсолютной проницаемости;
- распределение давления P^τ , и соответствующие фазовые составы $\widehat{S\chi n}^\tau$ и свойства $\widehat{\kappa \eta \rho}^\tau$, найденные в результате работы алгоритмов 1 и 2.

Выходными данными являются

- значения скоростей численных потоков смеси V'_{Γ_i} через грани Γ_i ;
- значения вспомогательных величин $Q_{\Gamma_i}^m$;
- скорректированные потоки смеси \tilde{V}'_{Γ_i} через грани Γ_i , на которых задано краевое условие вида (1.3) с правой частью (1.15)-(1.16) (или (1.18)-(1.19)).

Алгоритм 3. Расчет численных потоков смеси

- 1: **for** всех граней Γ_i **do**
- 2: **for** всех конечных элементов Ω_e , содержащих грань Γ_i **do**
- 3: Вычисляем Q_{Γ_i, Ω_e}^m по формуле (1.66)
- 4: Вычисляем V'_{Γ_i, Ω_e} по формуле (1.65)
- 5: **end for**
- 6: **if** $\Gamma_i = \Omega_e \cap \Omega_e$ находится внутри расчетной области Ω **then**
- 7: Вычисляем $Q_{\Gamma_i}^m$ по формуле (1.67) $\forall m$
- 8: $V'_{\Gamma_i} \leftarrow 0$
- 9: **for** всех фаз m **do**
- 10: **if** $Q_{\Gamma_i}^m > 0$ **then** $\triangleright Q_{\Gamma_i}^m$ соответствует потоку, вытекающему из Ω_e
- 11:
$$V'_{\Gamma_i} \leftarrow V'_{\Gamma_i} + \frac{\widehat{K}_e^m}{\widehat{\eta}_e^m} Q_{\Gamma_i}^m$$
- 12: **else**
- 13:
$$V'_{\Gamma_i} \leftarrow V'_{\Gamma_i} + \frac{\widehat{K}_{e'}^m}{\widehat{\eta}_{e'}^m} Q_{\Gamma_i}^m$$
- 14: **end if**
- 15: **end for**
- 16: **else**
- 17: $V'_{\Gamma_i} \leftarrow V'_{\Gamma_i, \Omega_e}$
- 18: $Q_{\Gamma_i}^m \leftarrow Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m$
- 19: **end if**
- 20: **end for**
- 21: **for** $\forall w \in W^f$ и $\forall w \in W^{M, in}$ **do** \triangleright скважины, на которых заданы либо отбор/закачка смеси, либо закачка массы некоторой фазы
- 22: Вычисляем $V' = f^\Gamma \cdot \sum_{\mu \in I_w, v} \text{mes}(\Gamma_{\mu, v})$ $\triangleright I_w$ – множество значений индекса μ

```

23:   Вычисляем  $\sum_{\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}} V'_{\Gamma_i}$ 
24:   for всех граней  $\Gamma_i \in \{\Gamma_{\mu, \nu}, \mu \in I_w\}$  do
25:       Вычисляем скорректированные потоки  $\tilde{V}'_{\Gamma_i}$  по формуле (1.70)
26:   end for
27: end for

```

2.2.4 Алгоритм расчета нового состояния ячеек

Полученные численные потоки смеси потоки не гарантируют сохранение масс веществ в фильтрующейся смеси. Поэтому используется специальный метод балансировки потоков [79,81,98,99], который корректирует численные потоки смеси V'_{Γ_i} таким образом, чтобы законы сохранения масс отдельных фаз (и их компонент) были выполнены с необходимой точностью. По сбалансированным потокам смеси \tilde{V}'_{Γ_i} осуществляются перетоки фаз через грани Γ_i и вычисляется новый фазовый состав в конечных элементах.

Входными данными алгоритма являются

- значения пористости в ячейках;
- зависимости свойств фаз от насыщенностей и массовых долей;
- значения температуры смеси фаз \widehat{T}_{mix}^{τ} , значения фазовых составов $\widehat{S\chi n}^{\tau}$ и фазовых свойств $\widehat{\kappa\eta\rho}^{\tau}$, вычисленные в результате выполнения алгоритмов 1 и 2;
- дефициты/профициты объема смеси ΔV_{Ω_e} , вычисленные в ячейках сетки в результате выполнения алгоритмов 1 и 2;
- значения вспомогательных величин $Q_{\Gamma_i}^m$, вычисленные в результате выполнения алгоритма 3;
- сбалансированные потоки смеси \tilde{V}'_{Γ_i} , скорректированные с использованием метода балансировки.

Выходными данными алгоритма являются

- новые значения температуры смеси фаз T_{mix}^τ , фазовых составов $S\chi n^\tau$ и свойств фаз $\kappa\rho^\tau$ в ячейках сетки.

Алгоритм 4. Перенос фаз и обновление состояния ячеек

- 1: **for** конечных элементов из множества $\{\Omega_e\}$ **do**
 - 2: Для каждой фазы m вычисляем $\Delta t_{\Omega_e}^m$ по формуле (1.81)
 - 3: **if** $\min_m \Delta t_{\Omega_e}^m < \Delta t_{thr}$ **then**
 - 4: Вычисляем шаг по времени $\Delta t_{\Omega_e}^{mix}$ по формуле (1.83)
 - 5: Номера фаз, для которых не выполняется условие $\min_m \Delta t_{\Omega_e}^m < \Delta t_{thr}$, добавляем во множество $\{m_{\Omega_e}^{thr}\}$ и для этих фаз $\Delta t_{\Omega_e}^m \leftarrow \Delta t_{\Omega_e}^{mix}$
 - 6: **end if**
 - 7: **end for**
 - 8: $\Delta t^{main} = \min_{m, \Omega_e}(\Delta t_{\Omega_e}^m)$
 - 9: **for** всех конечных элементов Ω_e **do**
 - 10: **for** граней Γ_i с номерами $i \in I_{\Omega_e}^{out}$ **do**
 - 11: Вычисляем скорость потока фазы $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$ по формулам (1.68),(1.71)–(1.72)
 - 12: **end for**
 - 13: **if** $\{m_{\Omega_e}^{thr}\} = \emptyset$ **then**
 - 14: Вычисляем объем фаз $\hat{V}_{\Gamma_i}^m$ по формуле (1.73) $\forall m \forall \Gamma_i, i \in I_{\Omega_e}^{out}$
 - 15: **else**
 - 16: Проводим процедуру "компенсации" фаз: компенсируем недостающий объем фаз $m \in \{m_{\Omega_e}^{thr}\}$ посредством увеличения объема других фаз ($m \notin \{m_{\Omega_e}^{thr}\}$), вытекающих из Ω_e , или с помощью уменьшения объемов фаз, втекающих в Ω_e
 - 17: **end if**
 - 18: **end for**
 - 19: Вычисляем новые значения $\tilde{S}_{\Omega_e}^m, \tilde{n}_{\Omega_e}^{lm}, \tilde{\chi}_{\Omega_e}^{lm}, \eta_{\Omega_e}^m, \kappa_{\Omega_e}^m, \rho_{\Omega_e}^m, T_{\Omega_e}^{mix}$ по формулам (1.74)–(1.78) и новые значения функций κ^m , зависящих от насыщенностей фаз и функций η^m , зависящих от состава компоненты фазы ▷ получаем значения $T_{mix}^\tau, S\chi n^\tau$ и $\kappa\rho^\tau$
-

При наличии в расчетной области разномасштабных конечных элементов (вызванное, например, дроблением сетки возле скважины, включением тонких слоев с контрастными свойствами и др.), наличием фаз с существенно различающимся коэффициентом фильтрации может приводить к необходимости

ведения счета с довольно малым временным шагом, и, как следствие, к значительному росту вычислительных затрат.

Для сокращения вычислительных затрат, вызванных сильным уменьшением шага Δt , используется специальная процедура группирования [80]. Основная идея заключается в распределении ячеек КЭ сетки по группам, в каждой из которых может быть использован свой временной шаг. Данная процедура позволяет выбрать некоторый глобальный временной шаг Δt^{main} , определяемый требованиями к качеству аппроксимации по времени и не зависящий от объемов фаз в отдельных ячейках.

Выводы по главе 2

1. Рассмотрена конечноэлементная аппроксимация задачи для давления с использованием несогласованных сеток с шестигранными ячейками. Рассмотрено формирование согласованного базиса для конечноэлементной аппроксимации на несогласованных сетках с использованием матрицы перехода. Использование таких аппроксимаций позволяет существенно сократить размер конечноэлементной СЛАУ и вычислительные затраты на ее решение.

2. Предложен алгоритм вычисления плотности объемных источников/стоков, образующихся в расчетной области в результате изменения плотности фаз и пористости, взаимодействия фаз, включая различные химические реакции, перемешивание фаз, фазовые переходы.

3. Предложен алгоритм получения распределения давления и температуры на очередном временном шаге, включая внешний итерационный процесс по подбору давления для скважин с заданным отбором массы некоторых (не всех) фаз смеси и внутренний итерационный процесс решения нелинейного уравнения для давления.

4. Предложен алгоритм расчета численных потоков смеси на основе полученного поля давления. Предложена вычислительная схема расчета потоков смеси на гранях скважин, позволяющая обеспечить как заданный объем добычи

или закачки смеси, так и корректное распределение давления вдоль ствола скважины.

5. Предложен алгоритм обновления состояния ячеек по сбалансированным потокам смеси, реализующий вычисление новых насыщенных фаз, компонентно-фазового состава и температуры смеси флюидов.

ГЛАВА 3 ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС

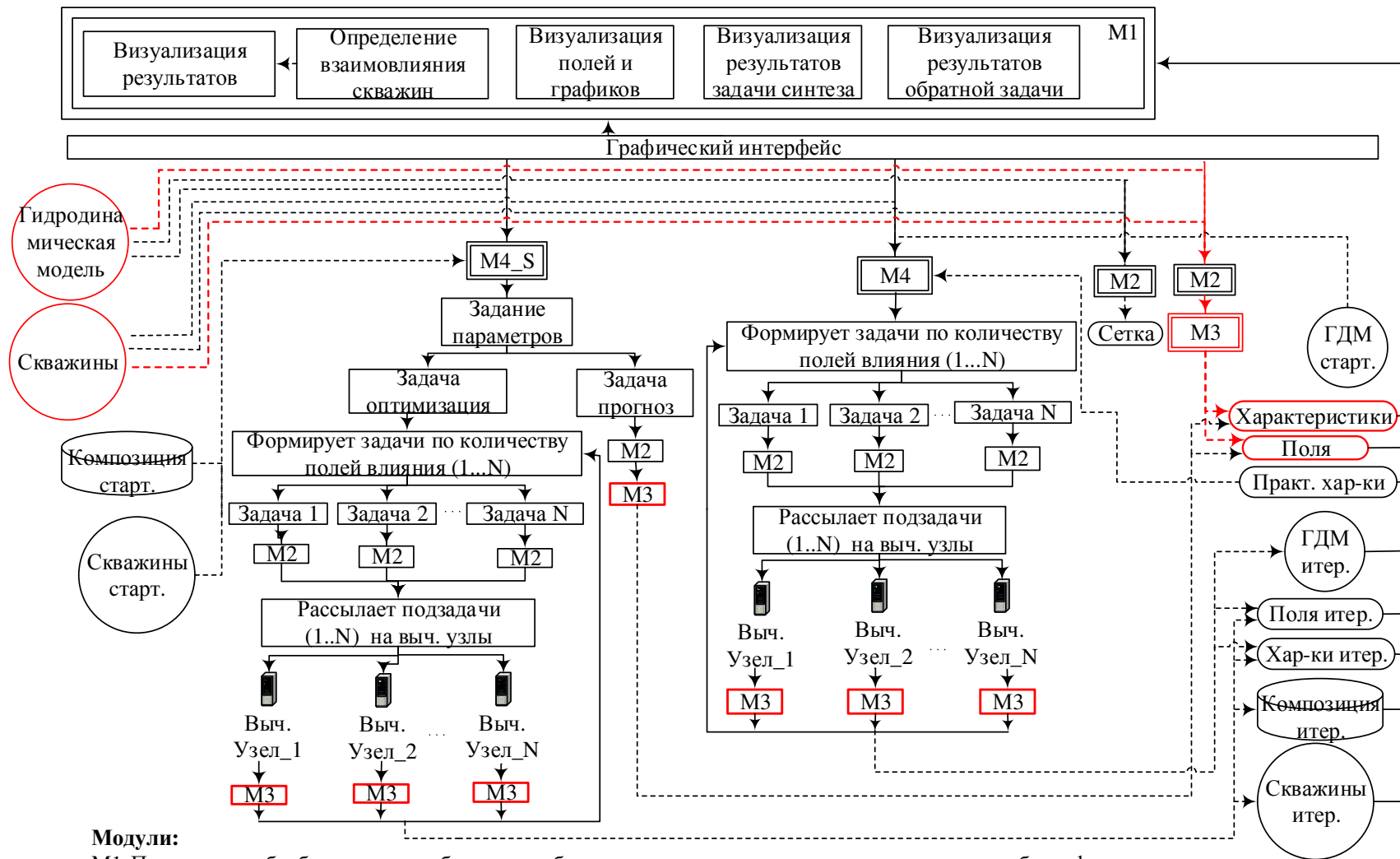
3.1 Общая архитектура программного комплекса

Программный комплекс, предназначенный для управления разработкой месторождений на основе трехмерного математического моделирования и решения обратных задач термогидродинамики [104–106] (приложение А), включает в себя четыре основные подсистемы:

- 1) подсистема обработки данных большого объема для оперативного анализа параметров работы фонда скважин, добывающих высоковязкую нефть (**M1**);
- 2) подсистема построения конечноэлементных сеток (**M2**);
- 3) подсистема для 3D-моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации (**M3**);
- 4) подсистема решения трехмерных обратных задач (**M4**).

Кроме того, программный комплекс включает в себя подсистему, реализующую методику синтеза оптимального управления воздействием на пластовую систему (**M4_S**) на основе трехмерного математического моделирования и решения обратных задач, и графический интерфейс.

Управление всеми модулями осуществляется из-под графического интерфейса. На рисунке 3.1 представлены схемы функционирования и взаимодействия основных модулей программного комплекса с основными структурами данных и графическим интерфейсом.



Модули:

M1 Подсистема обработки данных большого объема для оперативного анализа параметров работы фонда скважин, добывающих высоковязкую нефть;

M2 Подсистема построения конечноэлементных сеток;

M3 Подсистема для 3D-моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации;

M4 Подсистема решения трехмерных обратных задач термодинамики;

M4_S Подсистема решения задач синтеза оптимального управления воздействием на пластовую систему.

Рисунок 3.1 – Общая архитектура программного комплекса

Модуль **М1** реализует следующие возможности программного комплекса:

- 1) хранение и просмотр данных по скважинам с возможностью их использования для последующей адаптации гидродинамической модели и оптимизации режимов работы скважин;
- 2) хранение и просмотр изменяющихся во времени полей давления, насыщенностей и температур;
- 3) информационную систему для определения взаимовлияния нагнетательных и добывающих скважин в динамике их работы.

Основными входными данными для работы подсистем **М2-М4** являются гидродинамическая модель и система скважин.

Модуль **М2**, реализующий построение конечноэлементной сетки, может запускаться как независимо, чтобы посмотреть построенную автоматически и/или вручную с использованием модулей интерфейса и блоков данных геолого-гидродинамическую модель, так и при запуске модулей **М3** и **М4**.

При его запуске формируется структура данных «Сетка», которая содержит структуры данных конечноэлементной сетки (конечные элементы, узлы, материалы и определяемые ими свойства проницаемости, пористости и т.д., краевые условия, включая условия на скважинах) и может просматриваться средствами модуля **М1** в разделе «Визуализация полей».

Модуль **М3**, реализующий решение прямых задач на основе предложенной в данной работе математической модели, формирует на выходе структуры данных «Характеристики» и «Поля», содержащие зависящие от времени характеристики на скважинах (мгновенные и накопленные отборы каждой фазы, массовые доли компонент, давление и т.д.) и пространственно-временные распределения (во всем объеме пластовой системы) насыщенностей фаз, плотностей и массовых долей компонент, давления, вязкостей, температуры фаз и породы. Данные из этих структур могут просматриваться средствами модуля **М1** в разделах «Визуализация графиков» и «Визуализация полей», соответственно.

Модуль **М4** реализует решение обратных задач (автоматическую адаптацию гидродинамической модели). Дополнительным входным данным для работы этой

подсистемы являются данные из структуры «Практические характеристики». Модуль **M4** функционирует в распределенной вычислительной системе следующим образом. Вначале каждой очередной итерации решения нелинейной обратной задачи формируется список задач (фактически соответствующих полям влияния каждого из параметров гидродинамической модели), для которых будет решаться прямая задача – выполняться модуль **M3** (расчет поля влияния отдельного параметра гидродинамической модели сводится к решению задачи термогидродинамики для гидродинамической модели, в которой значение этого параметра изменено на некоторую небольшую величину).

После того, как сформированы задачи для каждого параметра выполняется их рассылка на вычислительные узлы. При этом на каждый вычислительный узел посылаются несколько задач, количество которых определяется количеством задействованных для вычисления ядер на этом узле. Система отслеживает получение результатов от вычислительных узлов и на освободившиеся ядра посылает очередные задачи.

Во время расчета полей влияния на основном узле-клиенте, где запущен графический интерфейс, выполняется расчет прямой задачи для текущего приближения гидродинамической модели для расчета очередного значения функционала и формирования компонент матрицы обратной задачи после того, как все поля влияния будут рассчитаны. Так, после того как с вычислительных узлов были получены данные для всех задач (рассчитаны все поля влияния), с учетом заданных ограничений на параметры определяются их новые значения – т.е. фактически определяется очередное приближение гидродинамической модели.

Модуль **M4_S** представляет собой подсистему синтеза управления добычей и реализован на основе специальной методики синтеза оптимального управления разработкой. Этот модуль реализует решение двух задач:

- 1) расчет прогнозного состояния модели на будущее при некоторых заданных параметрах добычи на скважинах;

2) оптимизация параметров управления добычи и получения для них прогнозного состояния модели на будущее.

Также, как и модуль **М4**, вызывает модуль **М3** как для расчета прогнозного состояния модели, так и для расчета полей влияния параметров управления добычи на ее характеристики.

Дополнительными входными данными для модуля **М4_S** являются стартовые значения параметров добычи на скважинах и стартовые значения составов закачиваемых композиций.

Выходными данными является прогнозное состояние модели (структуры данных «Поля итерации» аналогичны структурам «Поля») и прогнозные характеристики на скважинах (структуры данных «Характеристики итерации» аналогичны структурам «Характеристики»).

3.2 Подсистема, реализующая численный метод моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации

Рассмотрим структуру подсистемы программного комплекса **М3**, реализующей предложенный численный метод моделирования многофазной фильтрации. Общая схема работы модуля **М3** показана на рисунке 3.2.

Входными данными для модуля являются гидродинамическая модель и система скважин. На рисунке 3.2 (слева) показаны основные блоки данных **Б1-Б6**, входящие в состав этих структур. Эти блоки заполняются пользователем в «ручном» режиме с помощью графического интерфейса или генерируются в автоматическом режиме на основе практических данных месторождений с помощью встроенных модулей интерфейса.

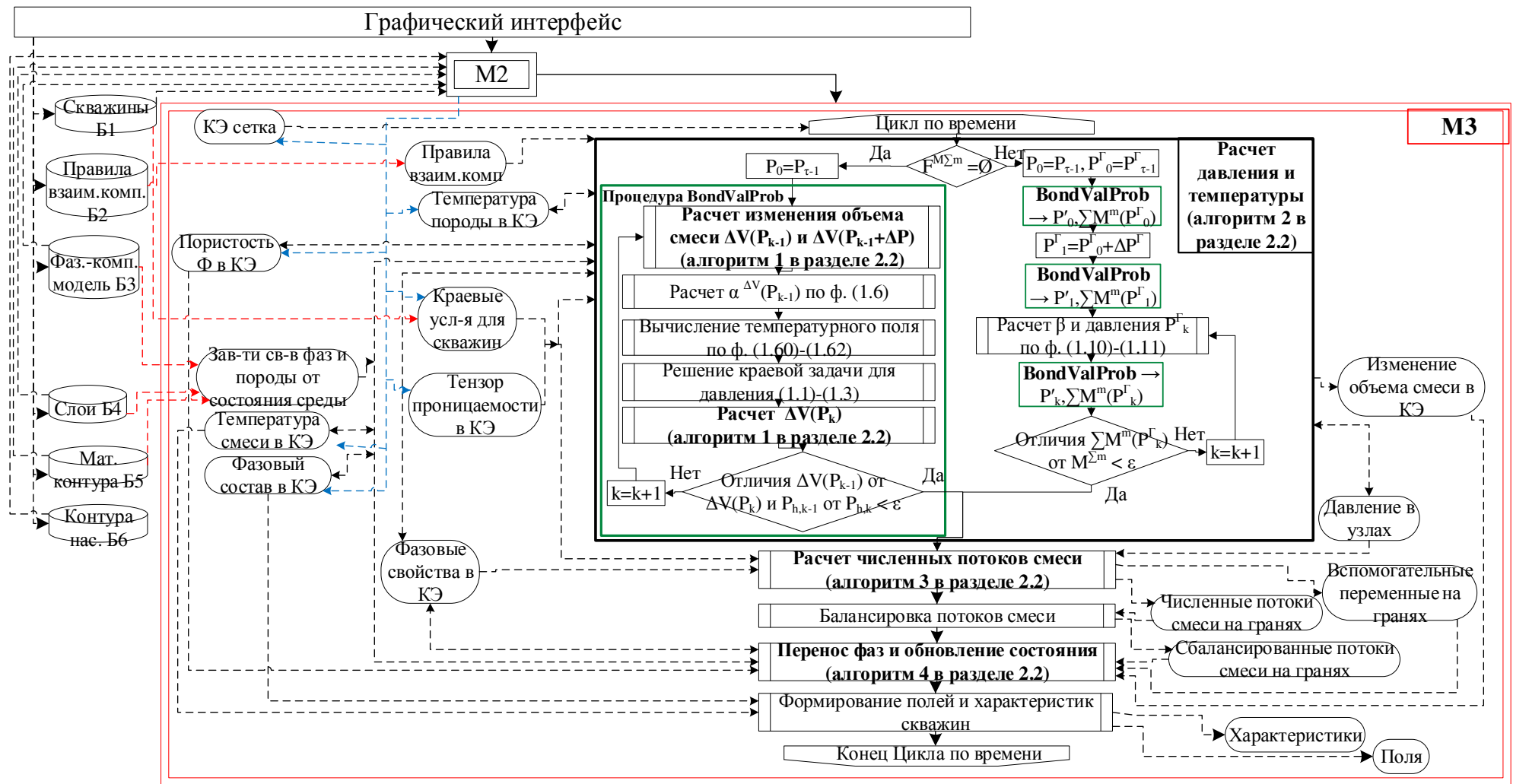


Рисунок 3.2 – Подсистема моделирования неізотермической многофазной фильтрации

Системе скважин на рисунке соответствует блок данных «Скважины» (**Б1**), который включает в себя информацию о количестве скважин и их расположении. Для каждой скважины определено количество зон перфораций, их положение по стволу скважины и режимы работы в каждый период времени, также определен набор временных интервалов работы скважины. Для каждого интервала задан объем или масса добычи/закачки или забойное давление, а для нагнетательных скважин также определены закачиваемый фазово-компонентный состав и температура смеси.

Гидродинамическая модель объединяет в себе данные из блоков **Б2–Б6**. Блок данных «Фазово-компонентная модель» (**Б3**) по умолчанию заполняется для двухфазной двухкомпонентной модели и может корректироваться пользователем. Этот блок данных содержит информацию о компонентно-фазовой модели, включающую:

- 1) список компонент и их молярные массы;
- 2) список фаз и их свойства: плотность, вязкость, теплоемкость и теплопроводность. Свойства могут быть определены в виде значений или зависимостей, заданных таблично или в виде параметров кривой;
- 3) зависимости относительных фазовых проницаемостей, заданные таблично или в виде параметров кривой;
- 4) композиции, определяющие начальные значения массовых долей компонент в фазах;
- 5) фазовые составы, определяющие начальные значения насыщенностей в фазах.

Блок данных «Правила взаимодействия компонент» (**Б2**) определяет взаимодействие компонент в виде правил перемешивания и химических реакций.

Блок «Слои» (**Б4**) содержит в себе информацию о слоях пластовой системы (рельеф, абсолютная проницаемость, пористость, насыщенность фаз и т.д.).

Блоки «Материальные контура» (**Б5**) и «Контура насыщенности» (**Б6**) содержат в себе информацию о материальных неоднородностях пористой среды и неоднородностях насыщенности. Первые определяют абсолютную

проницаемость, пористость, набор фазовых проницаемостей и тепловые свойства породы. Неоднородности насыщенности определяют фазово-компонентный состав в начале «жизни» месторождения.

Заполнение внутренних данных подсистемы **М3** на основе блоков **Б1-Б6** показано красными стрелками на рисунке 3.2.

Для работы модуля **М3** также необходима конечноэлементная сетка и начальные распределения температуры, насыщенностей фаз, массовых долей компонент, пористости и тензора проницаемости. Эти данные являются результатами работы модуля **М2**. Заполнение внутренних данных подсистемы **М3** показаны синими стрелками на рисунке 3.2.

3.3 Демонстрационная многофазная многокомпонентная модель

Для демонстрации возможностей разработанной подсистемы программного комплекса была сформирована следующая тестовая задача. В качестве гидродинамической модели была взята пятипластовая модель с пропластками, близкая по свойствам к гидродинамической модели реального месторождения.

На рисунке 3.3 представлено распределение проницаемости в пластах модели. Для демонстрации существующих подслоев и большей наглядности модель показана в разрезе с увеличением размеров по вертикали в 8 раз по сравнению с латеральными размерами, пласты отделены друг от друга и их границы выделены красным цветом.

В рассматриваемой в данном разделе задаче помимо воды будут закачиваться вязкие фазы, поэтому в третий пласт была добавлена высокопроницаемая зона (тонкая по толщине), имитирующая высокопроницаемые каналы (ее распространение в плане показано на рисунке 3.4).

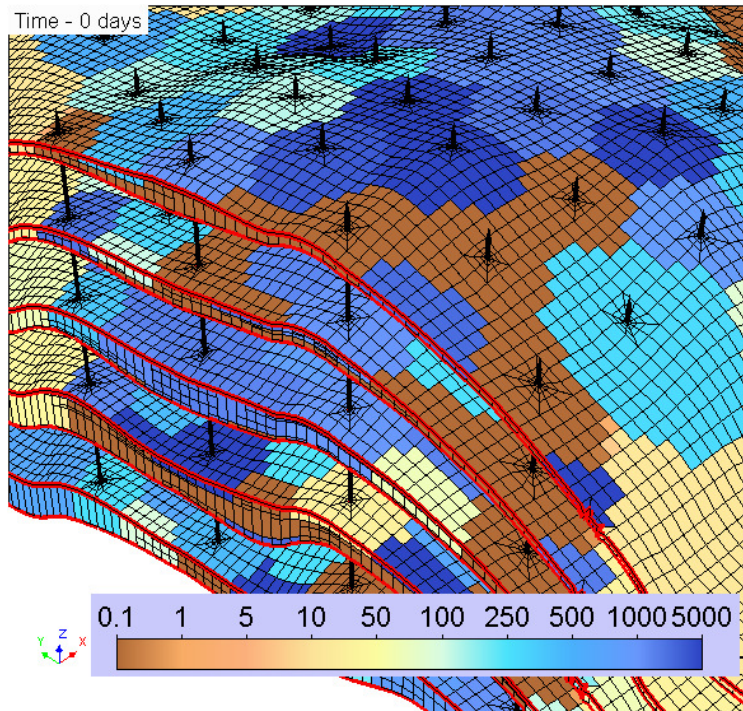


Рисунок 3.3 – Распределения проницаемости в слоях модели

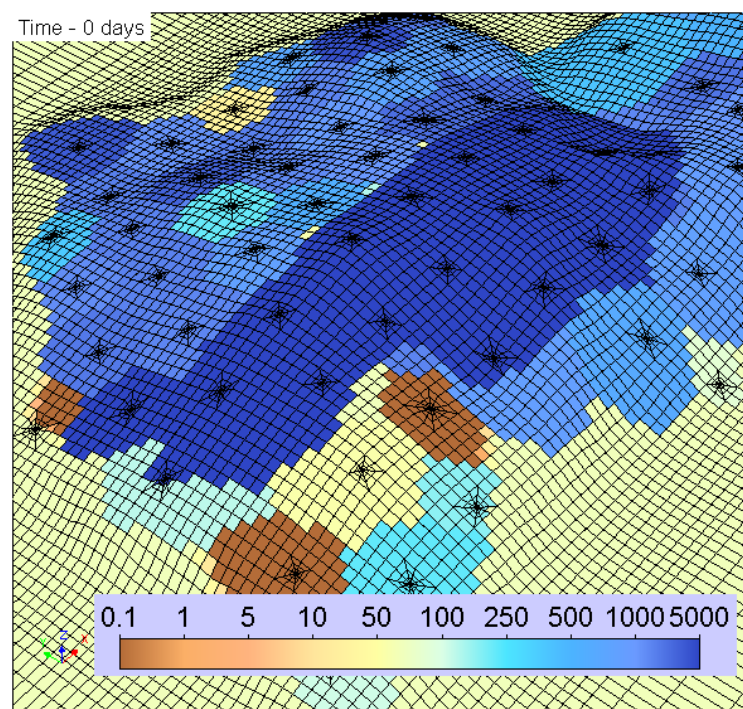


Рисунок 3.4 – Распределения проницаемости на срезе с высокопроницаемой зоной в третьем пласте

Компонентно-фазовая модель для рассматриваемой задачи включала в себя 5 фаз и 6 компонент. На рисунке 3.5 показаны списки компонент и фаз, молярные массы компонент и свойства фаз.

Components				Phases				
Name	Molar mass	Active	Not mix	Name	Rho	Eta	Lambda	Cp
H2O	0.018	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Water	1000	Table	0.683	4200
Oil	0.3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Oil	950	Table	0.14	1800
Polymer	1000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Emulsion	959.4	0.06478	0.16	2300
PAV	0.05	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Solid	3000	1	0.5	500
CompA	0.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Phase	800	0.003	0.2	1200
CompB	0.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

*a**б*

Рисунок 3.5 – Компонентно-фазовая модель: *a* – компоненты; *б* – фазы (скриншоты окон графического интерфейса)

Начальное содержание компонент в фазах в среде определено в таблице на рисунке 3.6а, а содержание компонент в фазах при закачке (касается только закачиваемых фаз: Water и Phase) – в таблице на рисунке 3.6б.

Composition						
	H2O	Oil	Polymer	PAV	CompA	CompB
Water	0.99	-1	0	0	0.01	-1
Oil	-1	1	-1	-1	-1	-1
Emulsion	0.19	0.8	-1	0.01	-1	-1
Solid	-1	-1	1	0	-1	0
Phase	-1	-1	-1	-1	-1	1

a

Composition						
	H2O	Oil	Polymer	PAV	CompA	CompB
Water	0.9945	-1	0.0015	0.004	0	-1
Oil	-1	1	-1	-1	-1	-1
Emulsion	0.19	0.8	-1	0.01	-1	-1
Solid	-1	-1	1	0	-1	0
Phase	-1	-1	-1	-1	-1	1

б

Рисунок 3.6 – Содержание компонент в фазах: *a* – в среде в начальный момент времени; *б* – в закачиваемых агентах (скриншоты окон графического интерфейса)

Так, фаза воды (Water) может содержать в себе помимо компоненты воды (H2O), компоненты полимера (Polymer), ПАВ (PAV) и дополнительный

компонент А (CompA). В ходе проникновения в пласт закачиваемый водный раствор ПАВ-полимера смешивается с пластовой и закачиваемой чистой водой и вязкость фазы воды определяется в зависимости от концентрации компоненты полимера (зависимость представлена на рисунке 3.7).

Фаза нефти (Oil) содержит в себе только компоненту нефти (Oil). Вязкость фазы нефти зависит от температуры (зависимость показана на рисунке 3.8).

Фаза водонефтяной эмульсии (Emulsion) имеет более низкую вязкость и нулевую остаточную насыщенность и образуется вследствие соединения компоненты нефти (из фазы нефти), компоненты вода (из фазы воды) и компоненты ПАВ (из фазы воды), содержит в себе компоненты нефти, воды и ПАВ.

Твердая фаза (Solid) является неподвижной фазой, которая может содержать компоненты полимера и ПАВ из фазы воды, а также дополнительный компонент В (CompB). Вязкая фаза (Phase), обладающая повышенной вязкостью, содержит в себе один компонент CompB.

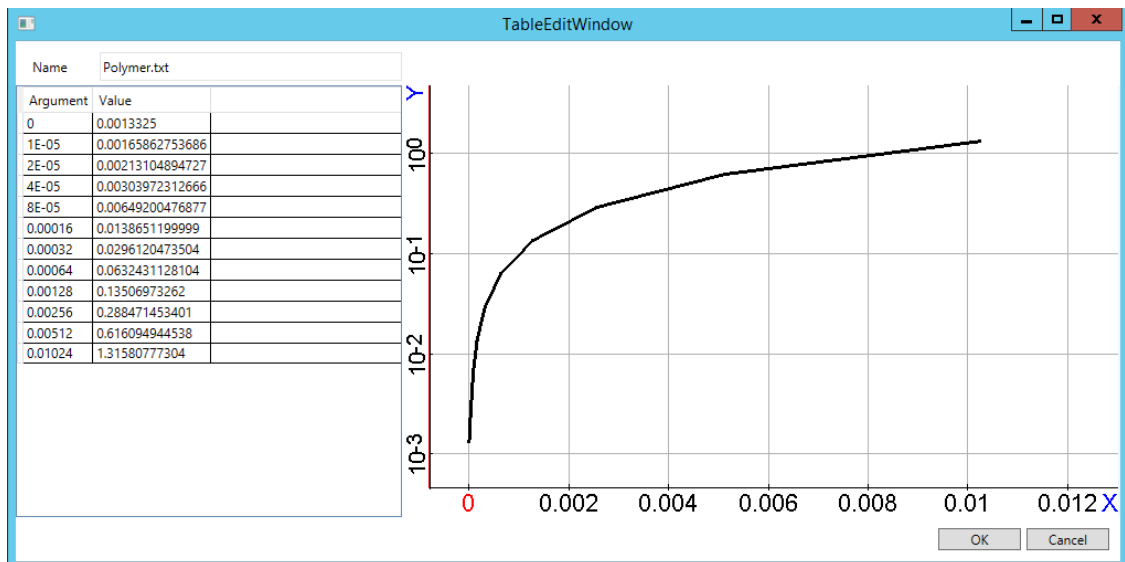


Рисунок 3.7 – Зависимость вязкости фазы воды от концентрации в ней полимера (скриншот окна графического интерфейса)

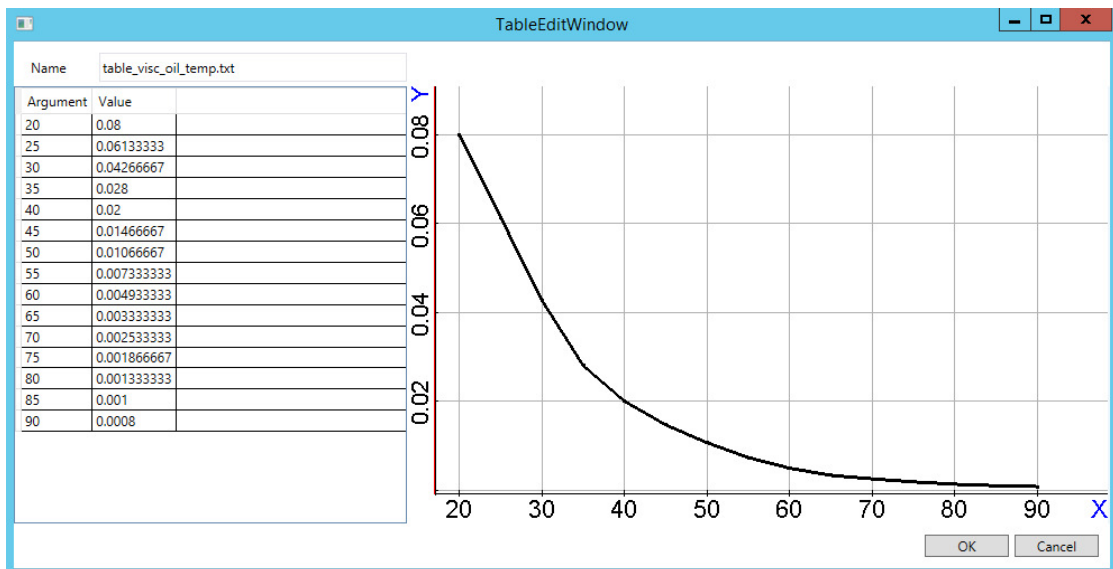


Рисунок 3.8 – Зависимость вязкости фазы нефти от ее температуры
(скриншот окна графического интерфейса)

Процесс образования фазы эмульсии и переходы компонент ПАВ и полимера из фазы воды в фазу осадка регламентируется набором из трех правил.

Первое правило определяет процесс образования фазы эмульсии: 0.024 молей ПАВ из фазы воды связывает 1 моль нефти из фазы нефти и 4 моля воды из фазы воды. В результате реакции образуется такое же количество компонент, но уже в составе фазы эмульсии.

Скорость реакции задана таким образом, чтобы за одни сутки в реакцию вступало 3% от всего имеющегося в области ПАВ. Образовавшаяся фаза эмульсии имеет пониженное (по сравнению с фазой нефти) максимальное значение остаточной насыщенности с 0.3 до 0, при этом суммарное значение остаточных насыщенностей фаз нефти и эмульсии не превышает 0.3.

Два следующих правила определяют переход компонент полимера и ПАВ из фазы воды в твердую фазу осадка. Данная реакция протекает медленно, поэтому скорость реакции – $5 \cdot 10^{-4} \%$ компоненты (полимера и ПАВ) осаждаются за одни сутки. Также ограничивается максимальный объем твердой фазы: насыщенность фазы Solid не может превышать значение 10^{-5} . Если насыщенность фазы достигла заданного значения, то процессы осаждения прекращаются.

Дополнительные компоненты А и В используются, чтобы продемонстрировать возможность задания химических реакций, сопровождающихся выделением (или поглощением) тепла.

Четвертое правило определяет следующий процесс: 1 моль компоненты А из фазы воды реагирует с компонентой В из фазы Phase, в результате чего выделяется 10^5 кДж тепла и образуется 2 моля компоненты В в составе твердой фазы. Компонента А изначально присутствует в составе пластовой воды (концентрация – 1%, рисунок 3.6а). Компонента В закачивается в расчетную область в составе фазы Phase.

Закачка раствора ПАВ-полимера проводилась в четыре скважины И1-И4, показанные на рисунке 3.9. Закачка продолжалась в течение года, начиная с 3000 суток для скважин И1-И3 и 3090 суток для скважины И4. После 4000 суток в течение года в скважину И5 закачивалась вода с температурой $80\text{ }^{\circ}\text{C}$, а в скважину И6 суток – фаза Phase.

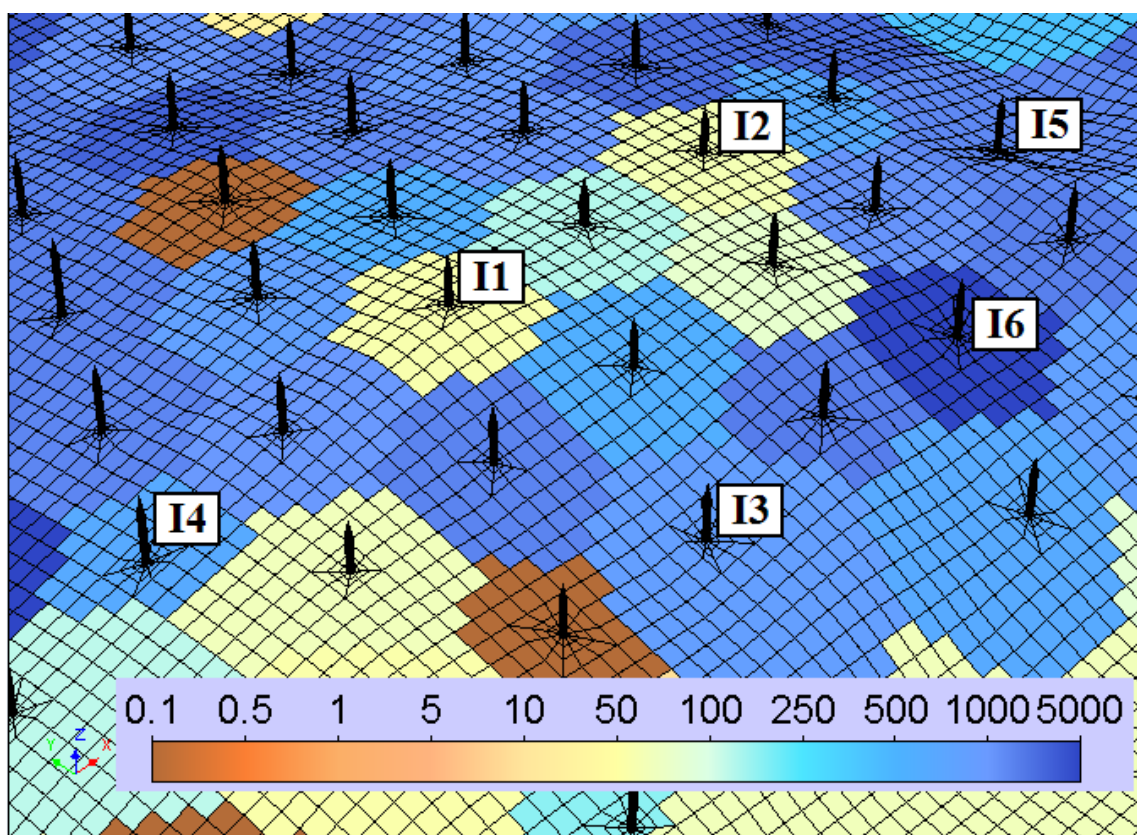
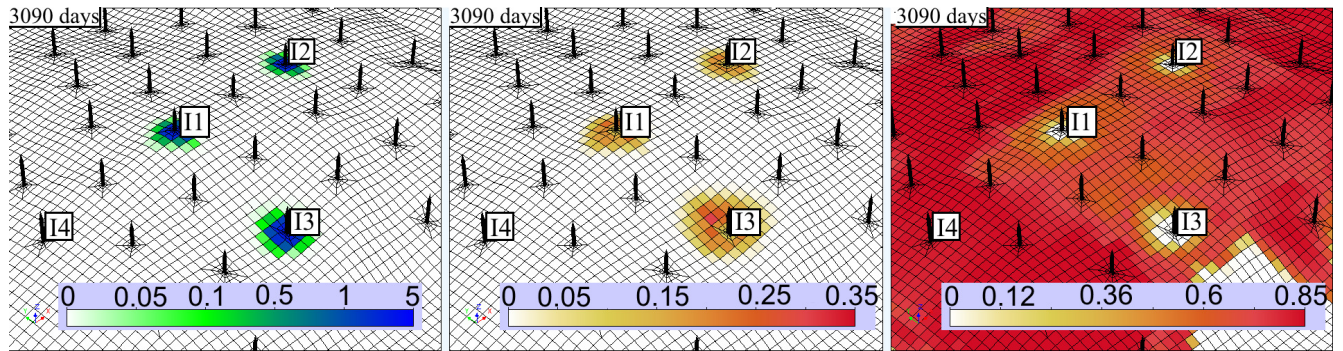
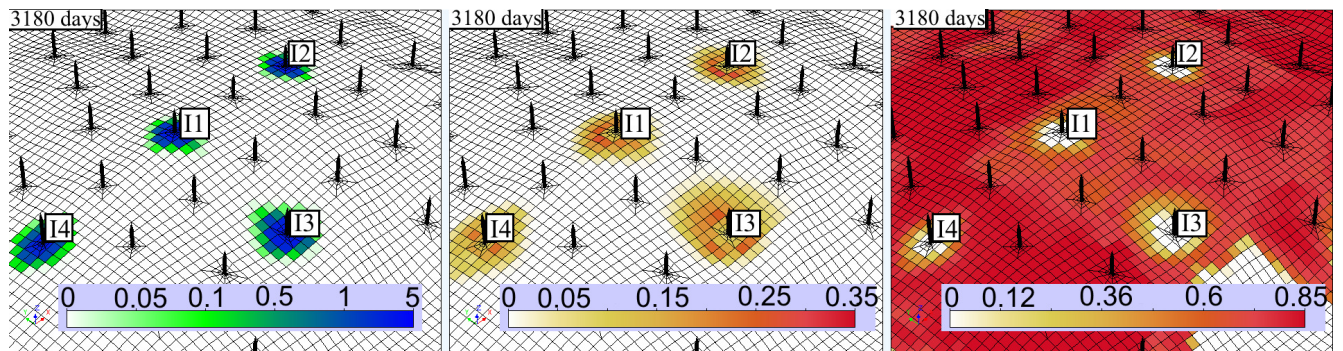


Рисунок 3.9 – Скважины, используемые для закачки раствора ПАВ-полимера (И1-И4), горячей воды (И5) и фазы Phase (И6)

На рисунках 3.10 и 3.11 представлены распределения плотности (посчитанной как отношение массы к объему смеси в ячейке) ПАВ в фазе воды, насыщенность образующейся фазы эмульсии, а также распределение насыщенности нефти в различные моменты времени после закачки раствора ПАВ-полимера.



a



б

Рисунок 3.10 – Распределения плотности ПАВа в фазе воды (слева), распределение насыщенности эмульсии (в центре) и насыщенности нефти (справа) через три (*a*) и шесть (*б*) месяцев после начала закачки раствора ПАВ-полимера

Из представленных распределений видно, что ПАВ, попадая в расчетную область «связывает» фазу воды и нефти и приводит к образованию фазы эмульсии. Насыщенность нефти на рисунках справа понижается до нуля, так как вся имеющаяся нефть переходит в состав фазы эмульсии.

Из распределений плотности ПАВ в фазе воды и насыщенности нефти, показанных на рисунке 3.11а видно, что пока ПАВ продолжает закачиваться через скважины, он сконцентрирован, в основном, в фазе воды непосредственно вблизи

скважин. Это связано с тем, что каждая новая «порция» закачанного ПАВ не вступает в реакцию сразу после попадания в область, так как нефть вблизи скважин ранее уже перешла в фазу эмульсии, т.е. для химической реакции не хватает реагирующих веществ.

Из распределений, представленных на рисунке 3.11б видно, что через год после окончания закачки основная часть ПАВ в окрестности этих скважин уже вступила в реакцию с нефтью и образовалась фаза эмульсии. Оставшийся ПАВ не вступает в реакцию образования эмульсии, так как фазы нефти в этих областях уже нет, а распространение компоненты ПАВ по области не происходит, так как он «смешался» с неподвижной (остаточной) насыщенностью воды.

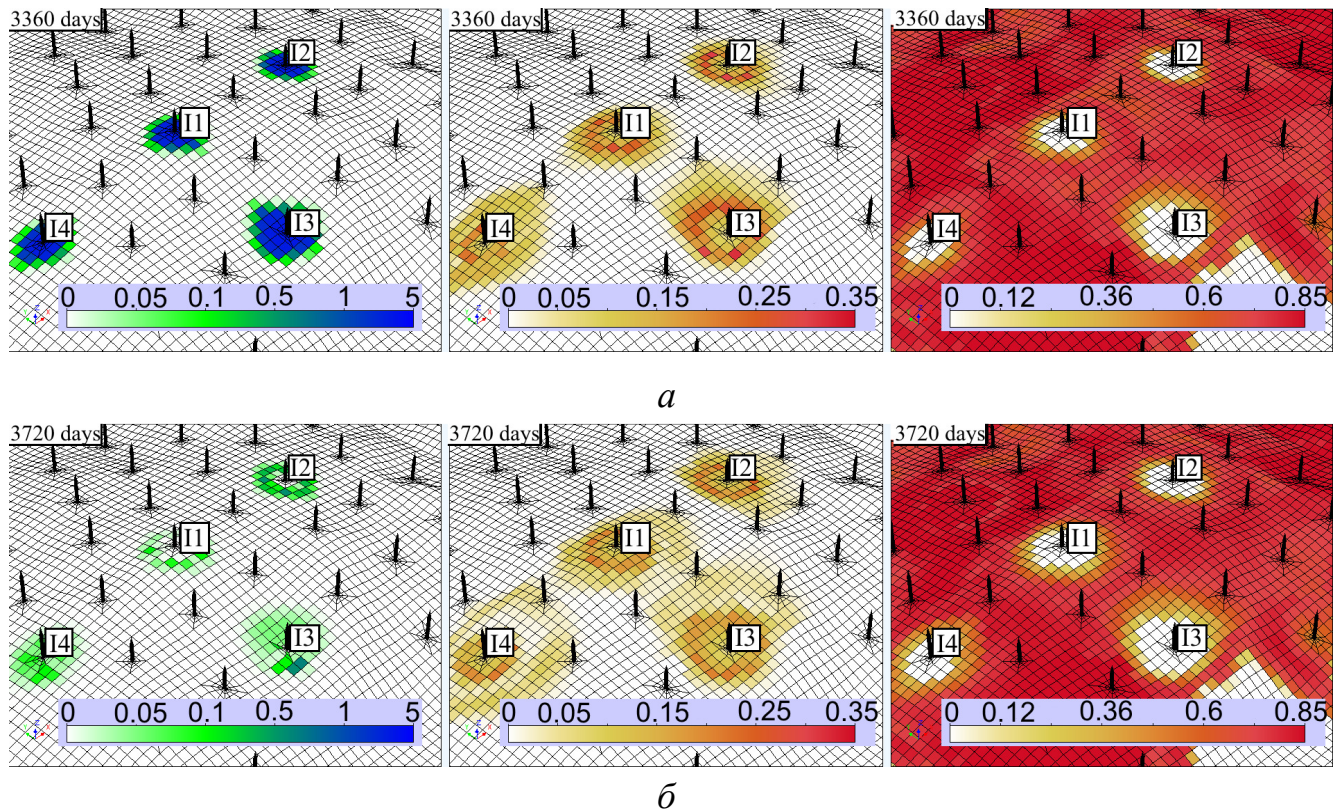
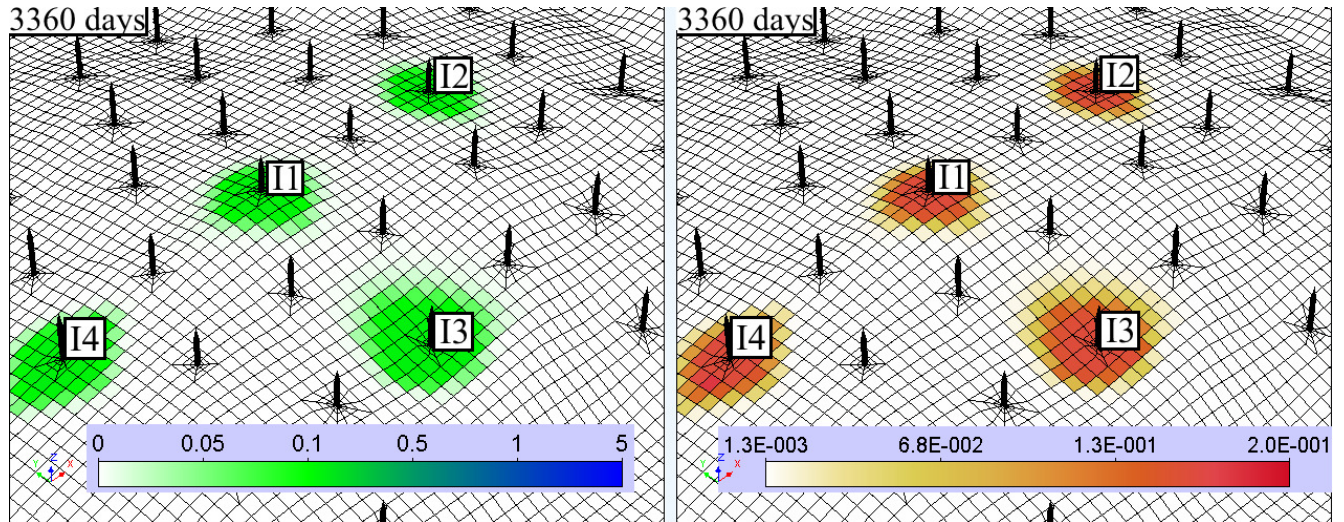


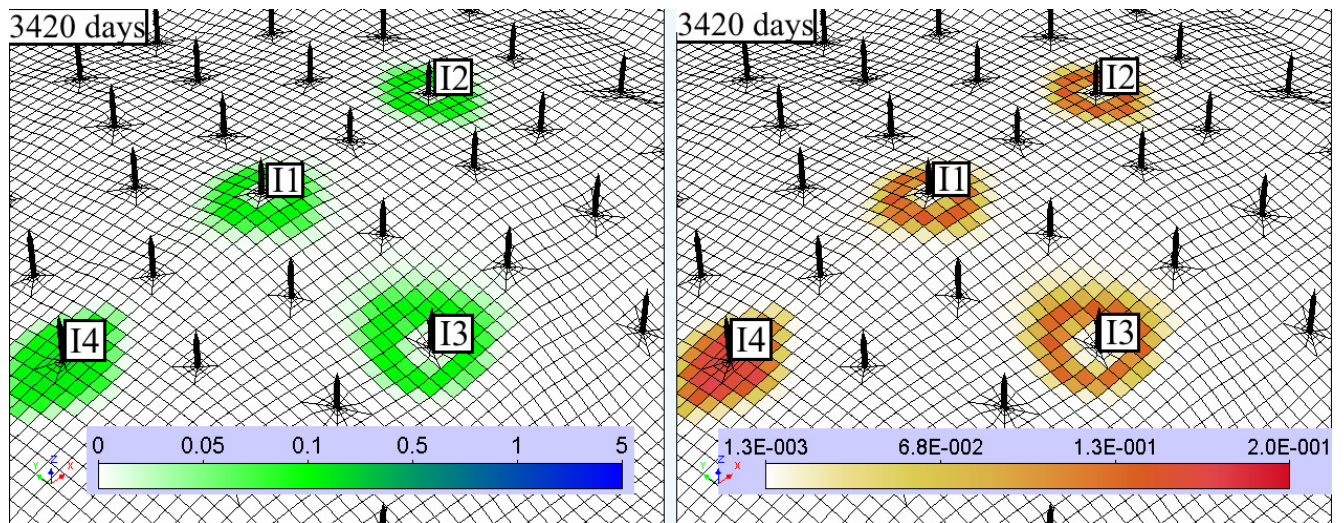
Рисунок 3.11 – Распределения плотности ПАВа в фазе воды (слева), насыщенности эмульсии (в центре), а также распределение насыщенности нефти (справа) через один (а) и два (б) года после начала закачки раствора ПАВ-полимера

На рисунке 3.12 представлены распределения концентрации полимера, растворенного в фазе воды и вязкости воды, которая меняется в зависимости от

концентрации полимера. Как видно из представленных распределений, областям с высокой концентрацией полимера соответствует высокая вязкость воды. Также на рисунке 3.12б показано распространение полимера после начала закачки «чистой» воды без полимера и ПАВ. Как видно, в окрестности скважин концентрация полимера существенно уменьшилась.



a



б

Рисунок 3.12 – Распределение концентрации (в %) полимера в фазе воды (слева) и вязкости (в Па·с) воды (справа) на конец закачки раствора ПАВ-полимера (*a*) и через два месяца после окончания (*б*)

На рисунке 3.13 представлены распределения насыщенности фазы Phase, температуры смеси и концентрации компоненты CompA в различные моменты времени после начала закачки горячей воды и фазы Phase. Из представленных

рисунков видно, как происходит повышение температуры смеси вследствие закачки горячей воды в скважину I5 и химической реакций компонент А и В. Отметим, что начальная концентрация компоненты А в фазе воды равна 1%, что показано на рисунках слева, но так как при работе нагнетательных скважин закачивается «чистая» вода без примесей, то в окрестности нагнетательных скважин (I1-I4 и других) образуются зоны, где концентрация компоненты А близка к нулю. В результате химической реакции компонент А и В выделяется тепло и образуется область с высокой температурой в зоне распространения фазы Phase, при этом компонента А «исчезает», что видно из распределений ее концентрации на рисунке 3.13 справа.

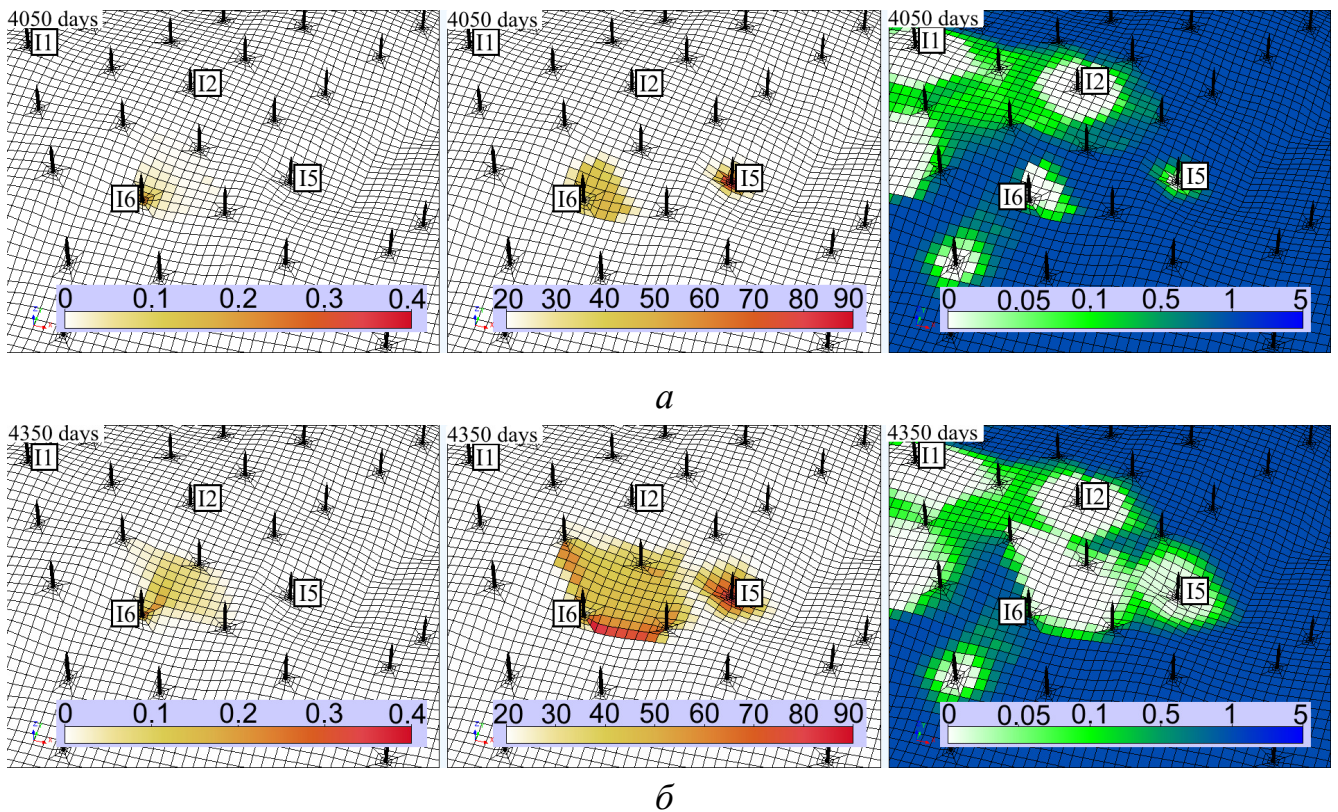


Рисунок 3.13 – Распределение насыщенности фазы Phase (слева), температуры смеси (в центре) и концентрации (в %) компоненты ComrA в фазе воды (справа) через 2 месяца (а) и год (б) после начала закачки фазы Phase и горячей воды

Продemonстрируем образование твердой фазы Solid, которая образуется в результате осаждения компонент ПАВ и полимера и перехода компоненты В из

фазы Phase. На рисунке 3.14 показаны распределения плотности компонент ПАВ и полимера в твердой фазе и ее насыщенность в момент времени перед началом закачки горячей воды и твердой фазы. Как видно из рисунков данная фаза образуется достаточно медленно, через три года после начала закачки раствора ПАВ-полимера насыщенность данной фазы составляет только $2.5 \cdot 10^{-4}$.

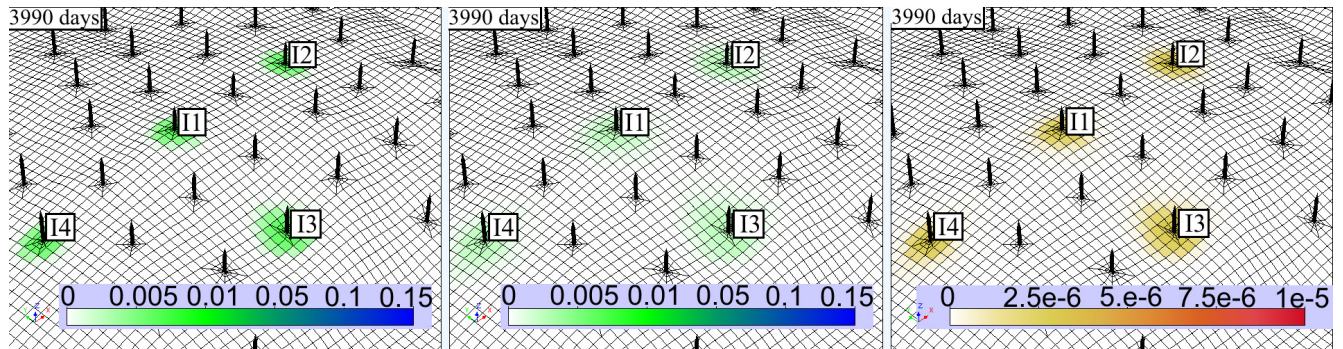


Рисунок 3.14 – Распределения плотности компонент ПАВ (слева) и полимера (в центре) в твердой фазе, насыщенность твердой фазы (справа) через три года после начала закачки раствора ПАВ-полимера

Для проверки корректности полученных результатов проанализируем баланс масс компонент и баланс тепловой энергии. Данная задача составлена таким образом, что одна и та же компонента может входить в несколько фаз и при этом, в соответствии с определенными правилами, переходить из одной фазы в другую.

Так, например, компонента ПАВ может входить в фазу воды, в фазу эмульсии и в твердую фазу. На рисунке 3.15а представлены временные зависимости массы компоненты ПАВ в области, находящейся в различных фазах. С учетом того, что твердая фаза образуется медленно и в малом объеме, распределение его массы в области от времени показано на отдельном графике 3.15б. Так, из представленных результатов видно, что в области ПАВ находится, в основном, в фазе эмульсии.

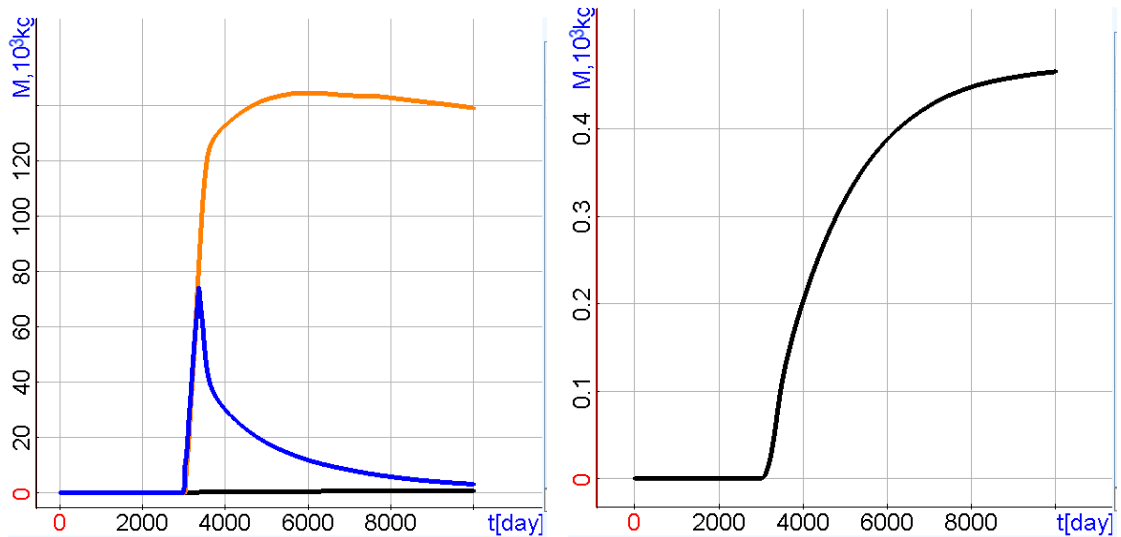


Рисунок 3.15 – Зависимость от времени массы компоненты ПАВ в области в фазе воды (синий), в фазе эмульсии (оранжевый) и в твердой фазе (черный)

На рисунке 3.16 представлены временные зависимости массы компоненты ПАВа закаченной/добытой в скважинах. Из представленных результатов видно, как ПАВ закачивается с водой до 3450 суток, а затем добывается уже в составе фазы эмульсии.

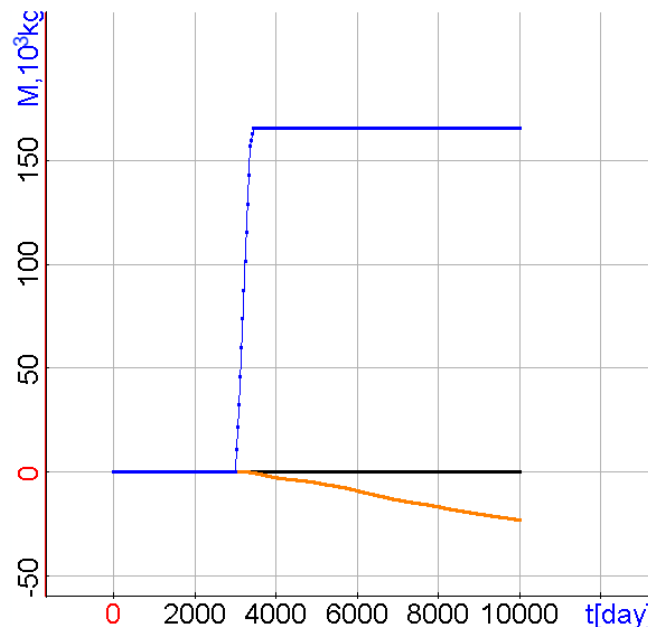


Рисунок 3.16 – Зависимость от времени массы компоненты ПАВ, закаченной/добытой в скважинах в фазе воды (синий), в фазе эмульсии (оранжевый) и в твердой фазе (черный)

Разница между суммой всех графиков на рисунке 3.15а и суммой графиков на рисунке 3.16 близка к нулю, что подтверждает сохранение баланса масс каждой компоненты. Временные зависимости погрешности баланса массы каждой компоненты представлены на рисунке 3.17. Из приведенных результатов видно, что погрешность не превышает $2 \cdot 10^{-5}\%$.

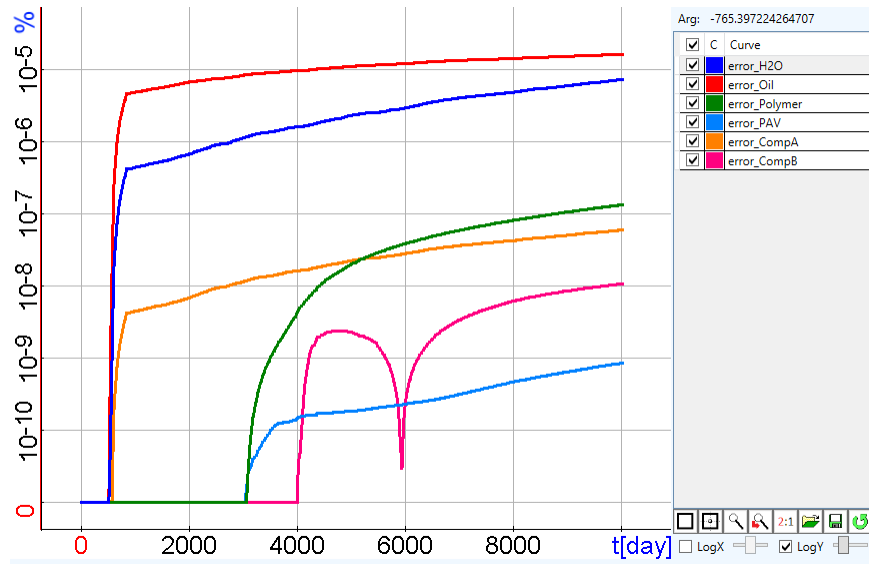


Рисунок 3.17 – Временная зависимость погрешности (в %) баланса массы каждой компоненты (скриншот окна графического интерфейса)

На рисунке 3.18 показана погрешность баланса тепловой энергии с учетом выделения тепла, сопровождающего химическую реакцию компонент А и В. Как видно, погрешность не превысила $6 \cdot 10^{-5}\%$.

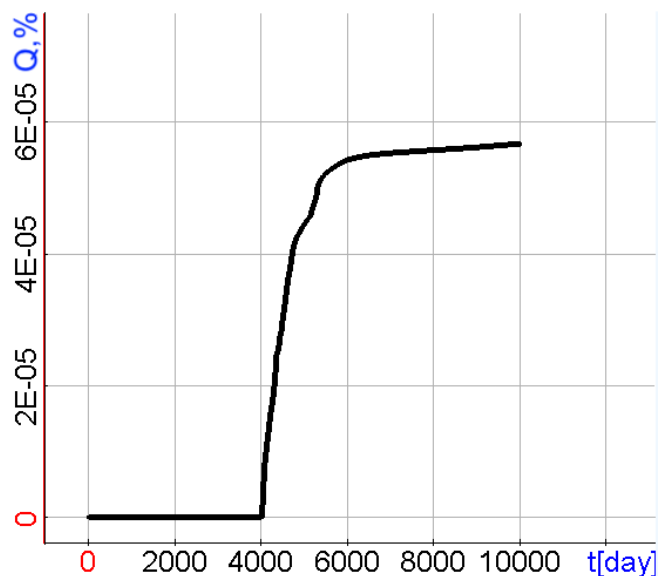


Рисунок 3.18 – Временная зависимость погрешности (в %) баланса тепла

Выводы по главе 3

1. Разработана программная подсистема, реализующая моделирование процессов неизотермической многофазной фильтрации на основе предложенных математических моделей и вычислительных схем. Подсистема является базовой частью программного комплекса, предназначенного для моделирования технологий добычи, построения цифровых моделей месторождений и управления разработкой.

2. Продемонстрированы возможности разработанной подсистемы на задачах моделирования неизотермических многофазных многокомпонентных потоков в высоконеоднородных пористых средах. Для полученных результатов проверялось выполнение закона сохранения масс всех компонент в условиях переходов компонент между фазами и химического воздействия на пластовую систему, сопровождающегося образованием новой фазы. Погрешность в балансе масс каждой компоненты не превысила $2 \cdot 10^{-5}\%$. Также проверено выполнение закона сохранения энергии с учетом образования источников тепла, возникающих в ходе моделирования. Погрешность в балансе тепловой энергии не превысила $6 \cdot 10^{-5}\%$.

ГЛАВА 4 ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Для верификации разработанной подсистемы программного комплекса проводились сравнения как с задачами, имеющими аналитическое решение, так и с задачами, решения которых представлены в рамках проекта Comparative Solution Project (задачи SPE-1, SPE-4 и SPE-10), а также сравнения с результатами, полученными с использованием других программных комплексов (ПК Tempest).

4.1 Сравнение с задачами, имеющими аналитическое решение

В качестве одного из самых первых (и простых) тестов было проведено сравнение результатов решения, полученного с использованием разработанной программы, с аналитическим решением одномерной задачи однофазной фильтрации в цилиндрических координатах.

В этом тесте расчетная область была взята в виде цилиндра радиусом 100 м и толщиной 1 м. Скважина в центре расчетной области закачивает 0.79 м³/сут. На правой границе расчетной области фиксировано давление P_R – 130 атмосфер. Коэффициент λ , связывающий поток флюида с $\text{grad}P$ в задаче (1.1)–(1.3), был взят $\lambda = 500$ мД/(Па·с) (в системе СИ $\lambda = 5 \cdot 10^{-13}$ мкм²/(Па·с)).

Аналитическое решение такой задачи имеет вид

$$P(r) = \frac{\theta \cdot r_1}{\lambda} \ln \frac{R}{r} + P_R,$$

θ – плотность потока на скважине, r_1 – радиус скважины ($r_1 = 1$ м), R – координата правой границы расчетной области ($R = 100$ м).

Для численного решения данной задачи использовались базисные функции первого порядка. На рисунке 4.1 показана погрешность вычисления давления на трех вложенных сетках относительно аналитического решения. Черным цветом показана погрешность для самой грубой сетки (размер первой ячейки от скважины составляет 0.3 м, количество шагов в сетке – 56), зеленым – на вложенной сетке, красным – на дважды вложенной сетке.

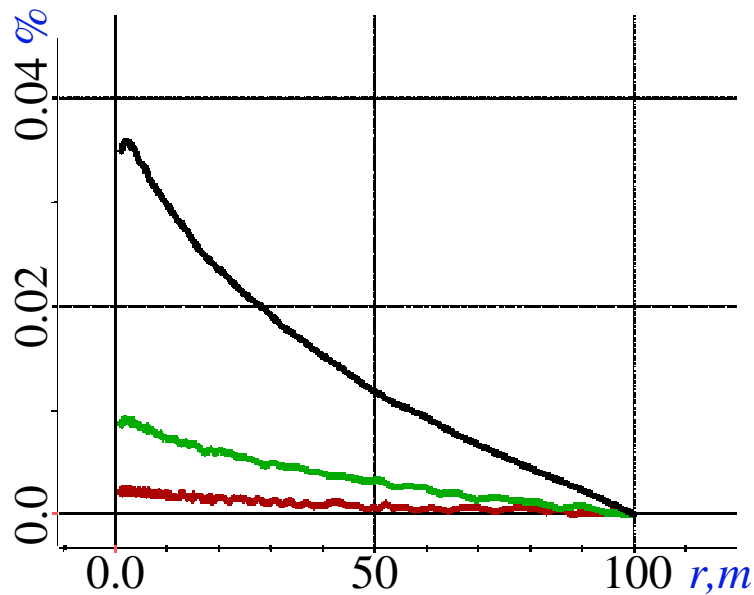


Рисунок 4.1 – Отклонение давления, полученного в результате численного решения, от аналитического решения

Как видно из рисунка 4.1, наибольшая погрешность получалась в окрестности скважины ($r = 1\text{ м}$), и максимум составил 0.035% на самой грубой сетке, 0.009% на вложенной и 0.002% на дважды вложенной сетке. С каждым дроблением погрешность падает примерно в 4 раза, что соответствует порядку используемых базисных функций.

Следующее сравнение проводилось для модели однородного нефтяного пласта размером $2500\text{ м} \times 4500\text{ м} \times 2.5\text{ м}$. Вязкость нефти $50\text{ мПа}\cdot\text{с}$, вязкость воды – $1.33\text{ мПа}\cdot\text{с}$. Координаты добывающей скважины – $(1260; 2680)$, координаты нагнетательных скважин – $(1700; 2600)$, $(1500; 2440)$, $(1500; 2760)$. Радиус скважин – 0.12 м . Зависимости относительных фазовых проницаемостей воды и нефти заданы в виде формул

$$\kappa_w(S_w) = 0.148 \cdot \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^2, \quad \kappa_o(S_o) = 0.788 \cdot \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^{1.5},$$

где S_w – насыщенность фазы воды, $S_{wr} = 0.35$ – остаточная насыщенность воды, S_o – насыщенность фазы нефти, $S_{or} = 0.313$ – остаточная насыщенность нефти.

Пластовое давление было взято равным 100 атмосферам. Нефть несжимаемая с плотностью $\rho_o = 834 \text{ кг/м}^3$, коэффициент сжимаемости фазы воды – $1 \cdot 10^{-6} \text{ атм}^{-1}$, коэффициент сжимаемости породы – $1 \cdot 10^{-5} \text{ атм}^{-1}$. Границы области изолированы. Стартовая насыщенность нефти – 0.65. Данная модель затем также будет использована для сравнения с ПК Tempest.

Работает только добывающая скважина, дебит которой изменяется в течение времени в соответствии с графиком, показанном на рисунке 4.2. Абсолютная проницаемость была взята равной 5000 мД. Время моделирования – 1500 суток. Расчет проводился на сетке с шагом 100 м по латерали.

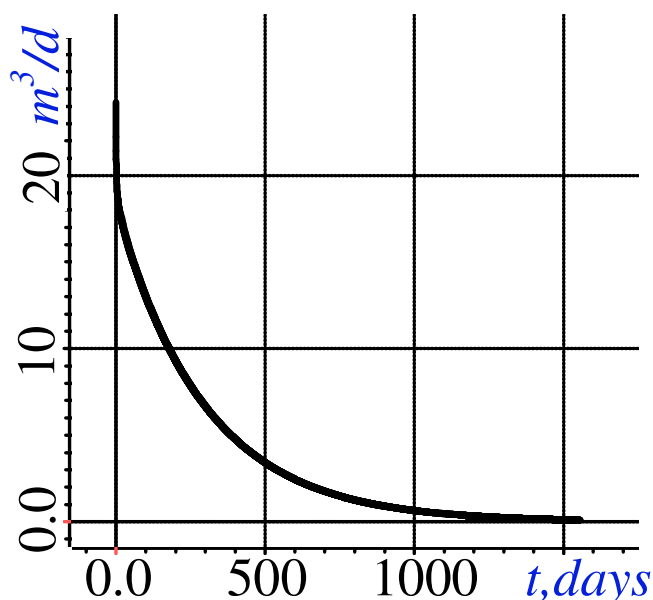


Рисунок 4.2 – Временная зависимость отбора смеси добывающей скважины

Так как граница области изолирована, дефицит смеси, который образуется в результате работы добывающей скважины, должен быть скомпенсирован за счет расширения фазы воды и сжимаемости породы. Можно аналитически рассчитать среднее давление в области, необходимое для того, чтобы смесь в области занимала все доступное поровое пространство

$$V_{\phi} = V_w + V_o,$$

где V_Φ – объем порового пространства, V_w – объем воды в области с учетом отбора, V_o – объем нефти в области с учетом работы добывающей скважины. Значения V_w и V_o известны по результатам расчетов.

Зависимость пористости и плотности воды от давления описывается следующими формулами:

$$\Phi = \Phi_0(1 + C_\Phi(P - P_0)), \quad \rho = \rho_0(1 + C_w(P - P_0)),$$

где Φ_0 – значение пористости при пластовом давлении P_0 , ρ_0 – значение плотности воды при пластовом давлении, C_Φ – коэффициент сжимаемости породы, C_w – коэффициент сжимаемости воды. С учетом данных соотношений условие полного заполнения порового пространства можно записать в виде

$$\Phi_0(1 + C_\Phi(P - P_0))V_\Omega = \frac{V_w}{(1 + C_w(P - P_0))} + V_o.$$

Зная значения отборов фаз в каждый момент времени, можно вычислить необходимое среднее давление в области. На рисунке 4.3 показано сравнение графика среднего давления в области, вычисленного аналитически и полученного в результате расчета. Отклонение рассчитанного давления от аналитического решения не превышает 0.01%.

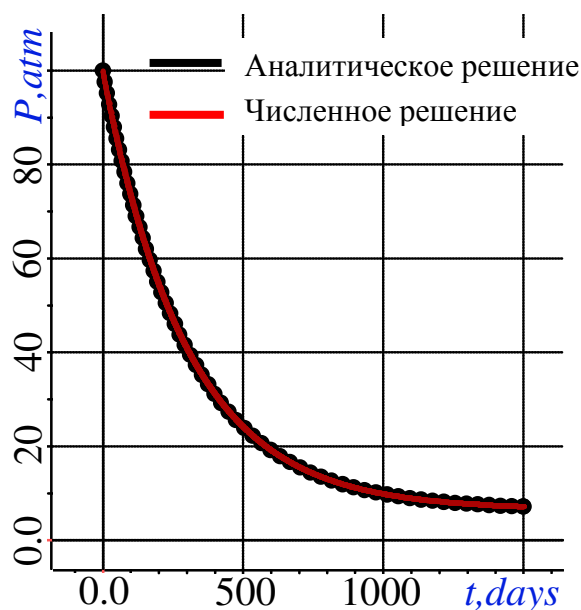


Рисунок 4.3 – График среднего давления в области, полученный аналитически и с использованием разработанной программы

4.2 Сравнение с программным комплексом Tempest

Для верификации разработанного численного метода проводилось сравнение с результатами расчетов, полученными с использованием программного комплекса Tempest.

Сравнение проводилось для модели, описанной в пункте 4.1.

Расчеты проводились для двух вариантов режимов работы скважин:

1) Дебит добывающей скважины – $4.2 \text{ м}^3/\text{сут.}$, расход нагнетательных скважин был взят 2.0 , 1.2 и $1.0 \text{ м}^3/\text{сут.}$, соответственно. Абсолютная проницаемость была взята равной 8000 мД . Время моделирования – 6000 суток.

2) Дебит добывающей скважины изменялся по времени так, как показано на рисунке 4.4, а расход на нагнетательных скважинах был задан так, чтобы сохранялся баланс в системе: по $1/3$ отбора на каждую скважину. Абсолютная проницаемость – 800 мД . Время моделирования – 6000 суток.

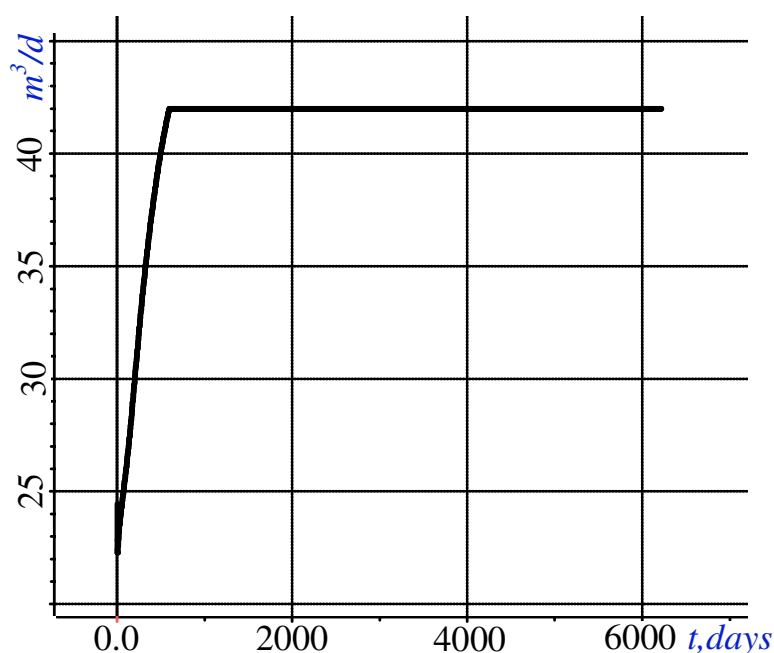


Рисунок 4.4 – Временная зависимость дебита на добывающей скважине для расчета 2

На рисунках 4.5–4.6 представлены графики суммарной добычи нефти и доли нефти в отборе для случая 1. Для случая 2 графики суммарного отбора нефти и доли нефти в отборе представлены на рисунке 4.7.

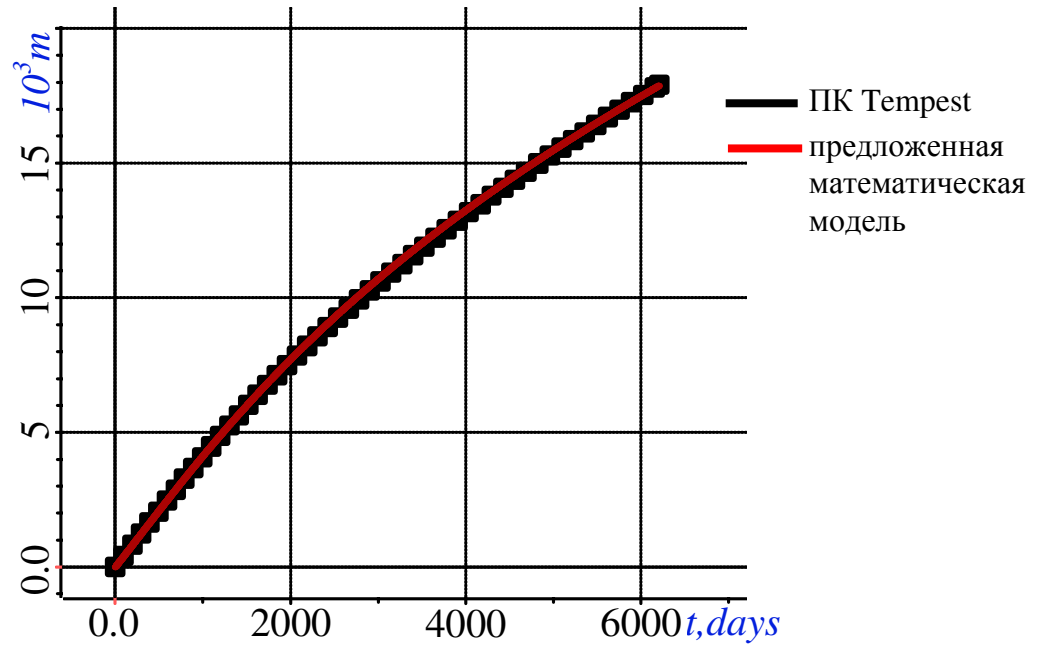


Рисунок 4.5 – Графики суммарной добычи нефти для расчета 1

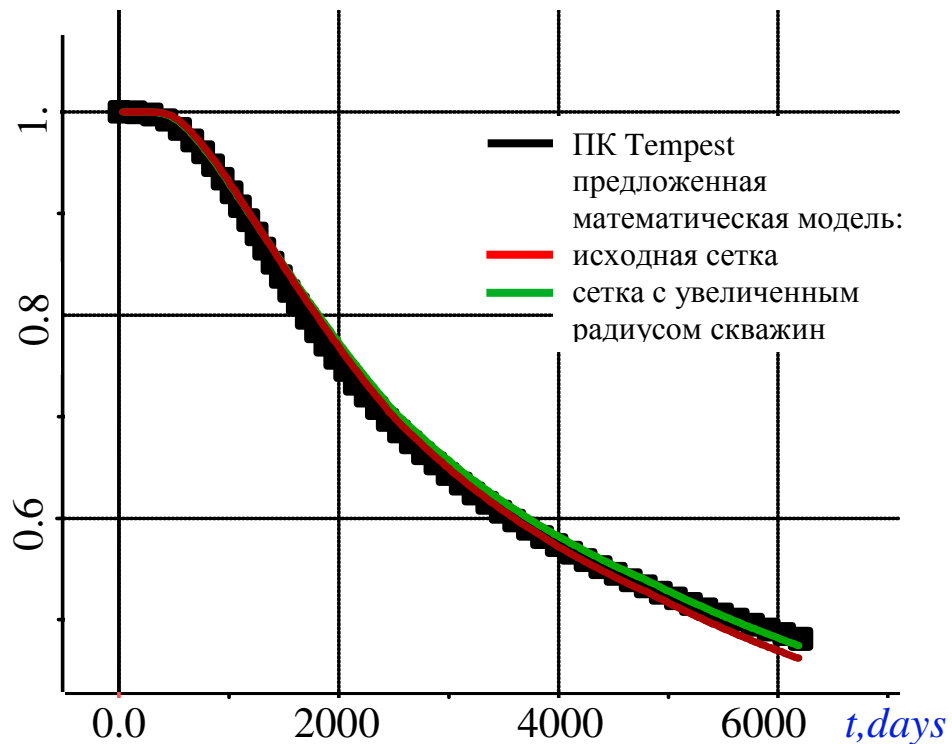


Рисунок 4.6 – Графики доли нефти в отборе для расчета 1

Из представленных результатов видно, что, в целом, результаты расчетов достаточно хорошо совпадают. Погрешность суммарного отбора не превышает 5%. Имеющиеся различия могут быть связаны с тем, что в проведенных расчетах скважины учитываются явно (при расчете полей давления и насыщенности) и в

результате сетка в их окрестности существенно дробится, а в Tempest – нет, ячейка в окрестности скважины остается большой (в рассматриваемой задаче она была задана 100м) и расчет на скважину выполняется по определенным формулам, которые не учитывают детально локальные изменения насыщенности воды и нефти непосредственно вблизи скважины. Для сравнения на рисунке 4.6 зеленым цветом показан график доли нефти в отборе, полученный в результате расчета со скважинами увеличенного радиуса. Как видно, решение приблизилось к результату, полученному с использованием ПК Tempest.

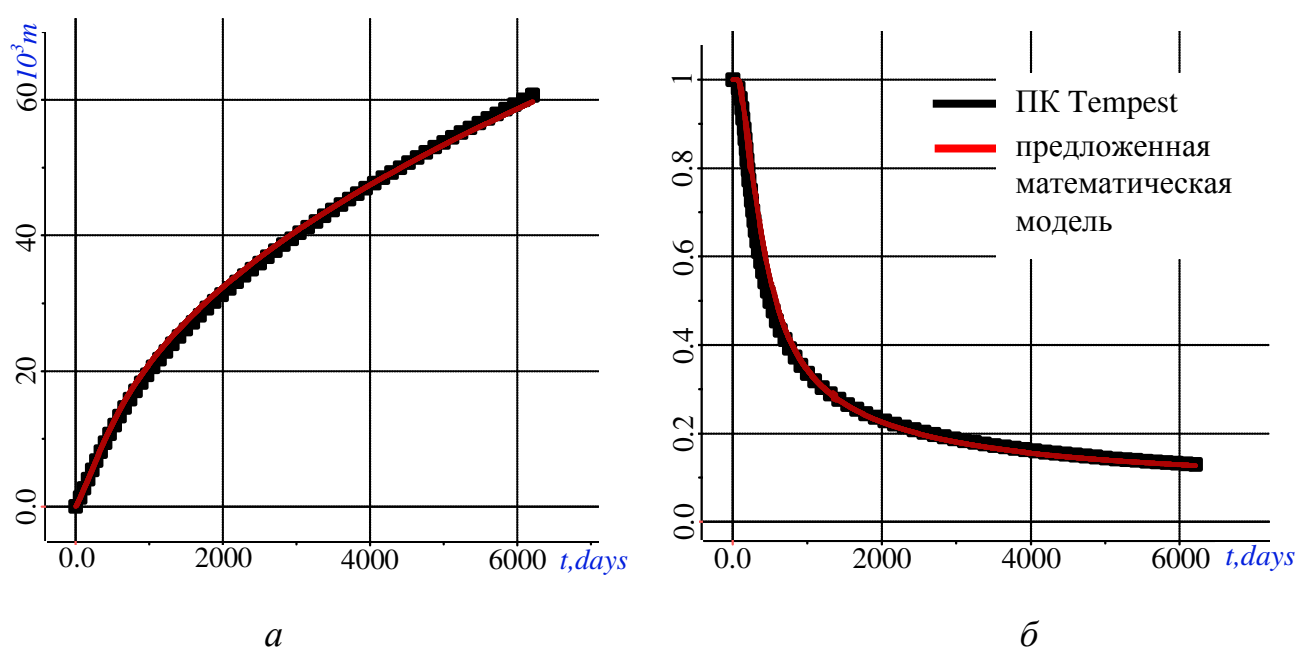


Рисунок 4.7 – Графики суммарного отбора нефти (а) и доли нефти в отборе (б) для расчета 2

4.3 Сравнение с решениями задач сравнительного проекта SPE

4.3.1 Первая задача сравнительного проекта SPE

Верификация рассмотренного подхода проведена на задаче из сравнительного проекта SPE-1 [107]. Модель представляет собой куб с размерностью 10000x10000x100 фут3 (3048x3048x30.48 м3). Модель состоит из трех слоев, отличающихся толщиной и абсолютной проницаемостью. Компоненты тензора абсолютной проницаемости K_x и K_y совпадают и равны

500, 50 и 200 мД в трех слоях, соответственно. Значения K_z в верхнем слое равно 50, и 25 в двух нижних слоях.

В углах модели расположены две скважины нагнетательная и добывающая. Зона перфорации нагнетательной скважины расположена в верхнем слое, а зона перфорации добывающей скважины – в нижнем.

Отметим также, что в отличие от участников сравнительного проекта SPE-1 в рассматриваемом подходе к моделированию процессов фильтрации скважины встраиваются в конечноэлементную сетку в явном виде с помощью шестигранных ячеек.

Через нагнетательную скважину закачивается газ в объеме 10^8 scf/d ($\text{фт}^3/\text{сут}$), что соответствует 2771972.88 кг в сутки. Для добывающей скважины задан отбор нефти 20000 stb/d (баррель/сут) с ограничением для минимального допустимого давления – 1000 пси (68 атм). Скважины работают в течение 10 лет.

Пластовое давление определено на глубине 8400 фут (2560.32 м) и составляет 4800 пси (326.6 атм). Стартовая насыщенность нефти в области 0.88, оставшаяся часть порового пространства заполнена водой. Нефть в области находится в недонасыщенном состоянии, концентрация газа в нефти составляет 21%, что соответствует значению $R_s = 1270$ scf/stb.

Коэффициент сжимаемости породы, а также зависимости плотности и вязкости фаз от давления и газового фактора (для фазы нефти) взяты из таблиц 1 и 2 работы [107].

Фаза воды неподвижна, коэффициенты относительной фазовой проницаемости нефти и газа заданы таблично (таблица 3 в [107]).

Для моделирования процесса шаг дискретизации по времени был взят $\Delta t = 1$ сутки. Количество итераций при решении нелинейного уравнения (1.1) на каждом временном шаге составляет 1–2 итерации. Количество итераций для подбора давления на добывающей скважины для отбора заданной массы нефти – от 1 до 3.

Продемонстрируем полученные результаты на примере графиков дебита нефти, газового фактора отбираемой нефти и насыщенности газа вблизи

добывающей скважины. Как видно из представленных на рисунках 4.8–4.9 результатов, графики, полученные с помощью предложенного подхода, лежат либо между графиками участников проекта SPE-1, либо достаточно близко к ним.

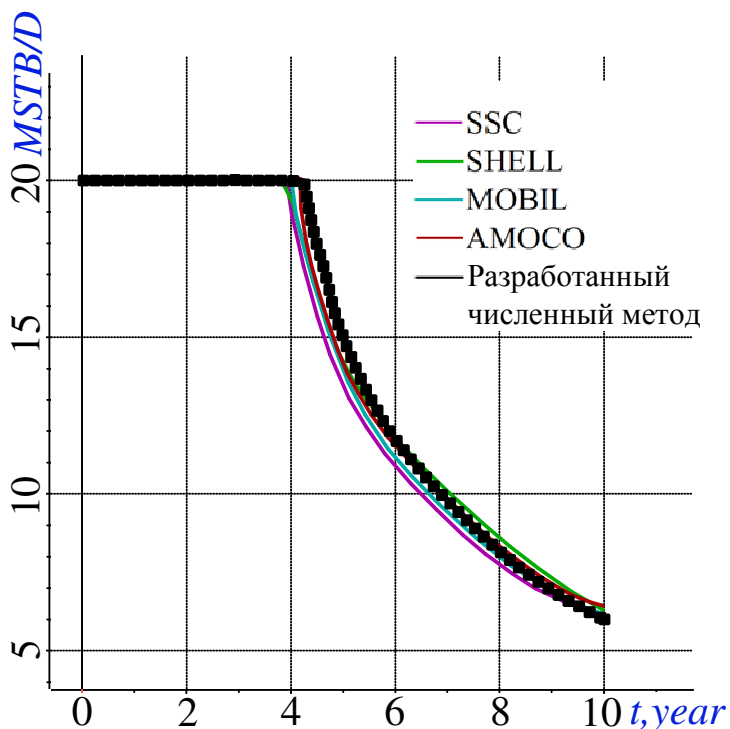


Рисунок 4.8 – Сравнение мгновенного отбора нефти, полученного с использованием предложенного численного метода, с результатами участников проекта SPE-1

На рисунке 4.10 представлены значения насыщенности газа в момент времени 8 лет, выданные вдоль линии, соединяющей нагнетательную и добывающую скважины, в среднем слое. Цветными кривыми показаны результаты, представленные участниками проекта SPE-1. Наиболее сильные отклонения полученных нами кривых от кривых, полученных участниками проекта, наблюдаются в первой и десятой ячейках, где в сетку с помощью шестигранных элементов были встроены скважины. Так как во всех программных реализациях, результаты которых представлены в [107], скважины в расчете не участвуют в явном виде, в представленных в статье кривых фактически нет никакой информации о поведении газа непосредственно вблизи скважины. В остальной области наблюдается достаточное совпадение результатов.

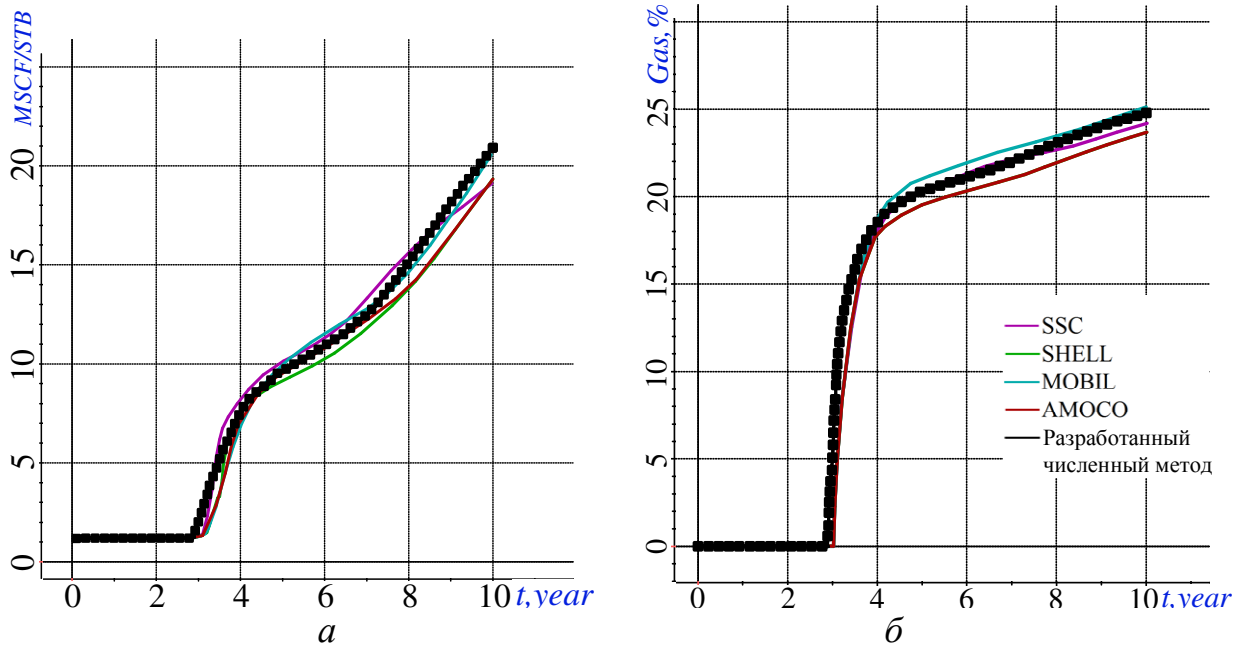


Рисунок 4.9 – Сравнение газового фактора отбираемой нефти (а) и насыщенности газа вблизи добывающей скважины (б), полученных с использованием предложенного численного метода, с результатами участников проекта SPE-1 (на рисунке б результаты Shell совпадают с результатами Amoco)

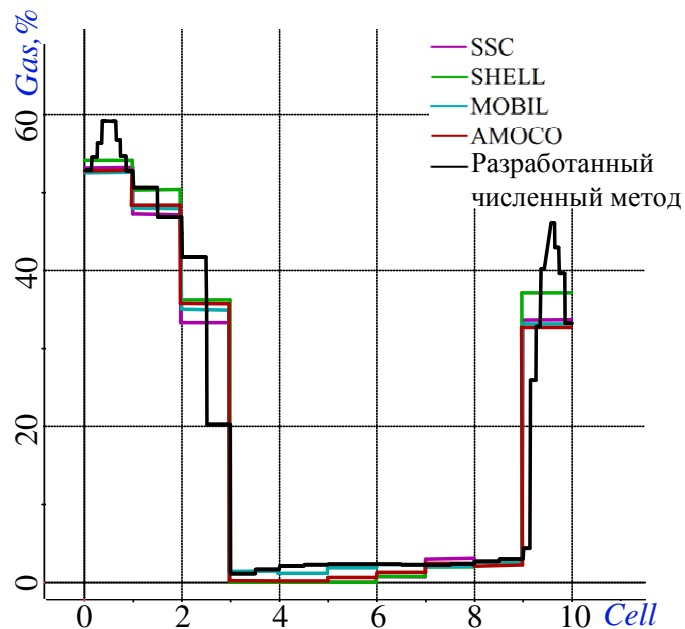


Рисунок 4.10 – Сравнение насыщенности газа вдоль линии между скважинами, расположенной в среднем слое, полученной с использованием предложенного численного метода, с результатами участников проекта SPE-1

4.3.2 Оценка коэффициента теплообмена между фильтрующей смесью и породой

Оценим коэффициент теплообмена, необходимый для моделирования теплового процесса, в соответствии с вычислительной схемой, представленной в разделе 1.3.1.

Для этого решается уравнение (1.63) для различных значений размеров канала, пористости, начальных температур и тепловых свойств породы и смеси флюидов в канале.

В результате проведенного исследования было получено, что наиболее сильное влияние на скорость теплообмена оказывает размер канала. С его ростом увеличивается и область породы (так как должно выполняться соотношение (1.62)) и, соответственно, время, требуемое для достижения равновесной температуры.

Во всех расчетах, результаты которых приведены в данном разделе, тепловые свойства фаз и породы взяты из четвертой задачи проекта SPE [108]. Начальные температуры среды и закачиваемой смеси выбраны близкими к заданным в [108]. Так, температура среды равна 50 °С, а температура закачиваемой смеси – 230 °С.

В таблице 4.1 показаны результаты для различных значений радиуса канала. Размеры каналов в пористой среде варьируются в диапазоне от 10 до 100 мкм [109].

Таблица 4.1 – Зависимость коэффициента теплообмена β от размера канала

Радиус канала, мкм	β , Дж/(м ³ ·с·°С)
1	$2.23 \cdot 10^{12}$
10	$2.21 \cdot 10^{10}$
100	$2.19 \cdot 10^8$
1000	$2.15 \cdot 10^6$

Как видно из значений, представленных в таблице, коэффициент β , вычисленный по формуле (1.64), уменьшается на два порядка с увеличением радиуса каналов на порядок. Также отметим, что полученные значения β

достаточно большие, что говорит о высокой скорости теплообмена между смесью флюидов в канале и породой.

На рисунке 4.11 показаны распределения температурного поля в расчетной области в различные моменты времени для канала радиусом 100 мкм. Фиолетовой линией показана граница между каналом, заполненным смесью флюидов, и породой.

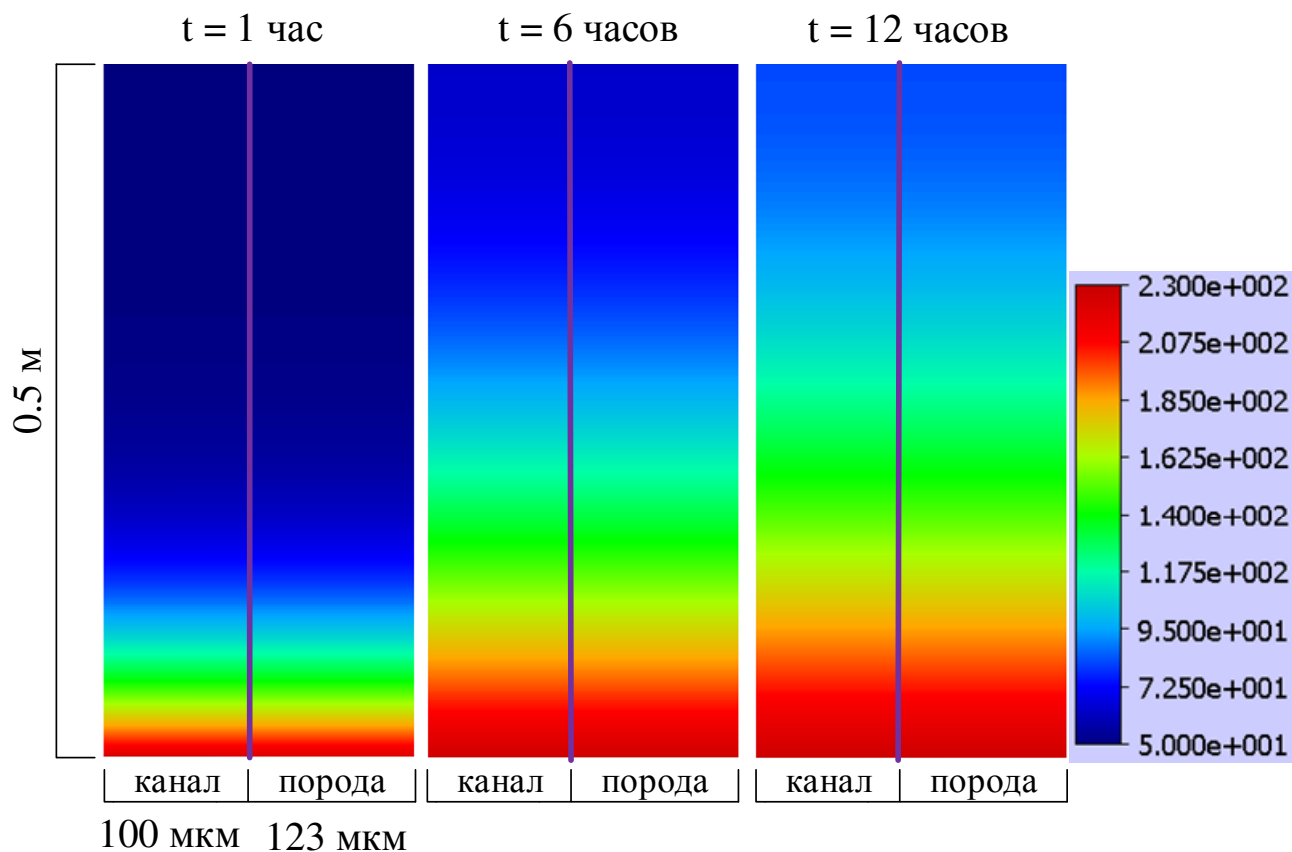


Рисунок 4.11 – Распределение температуры в расчетной области в различные моменты времени

Как видно из представленных распределений, значения температуры в канале и породе визуально совпадают. На рисунке 4.12 показаны графики температуры вблизи нижней границы расчетной области для каналов размером 10 и 100 мкм в начале моделируемого процесса (в моменты времени: 1 секунда, 10 секунда, 1 минута, 5 минут).

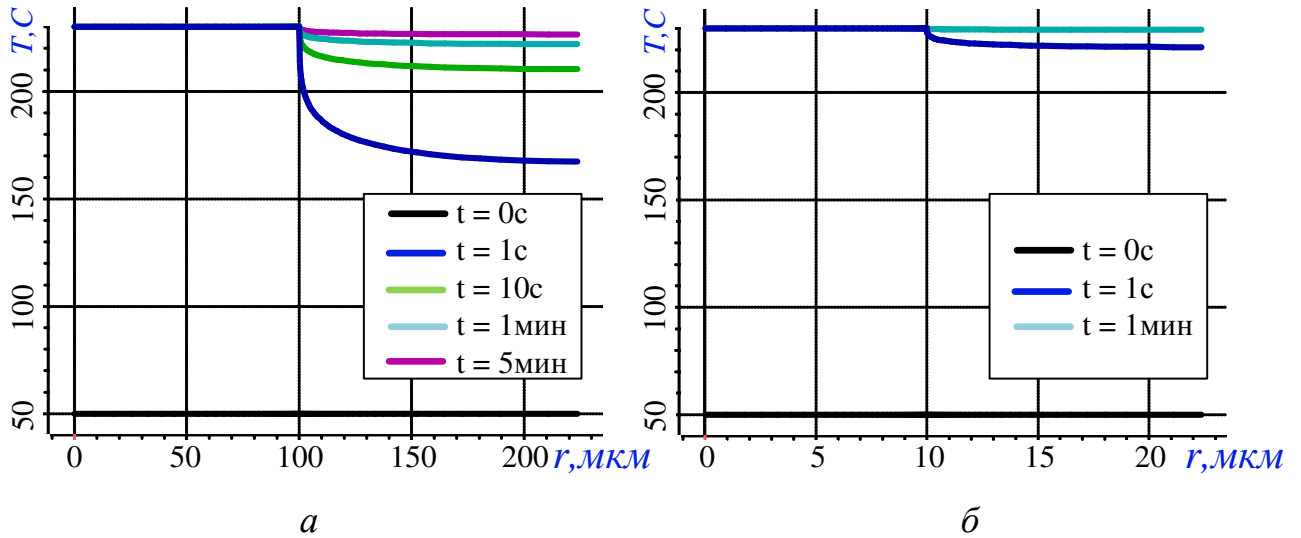


Рисунок 4.12 – Графики температуры вблизи нижней границы расчетной области в различные моменты времени для канала размером 100мкм (а) и 10 мкм (б)

Теперь покажем влияние значений пористости и теплопроводности породы на скорость теплообмена. Значения теплопроводности варьировались от 1 до 5 Вт/(м·°С) в соответствии с данными, представленными в работе [110]. В таблице 4.2 приведены полученные значения коэффициентов теплообмена для канала размером 100 мкм.

Таблица 4.2 – Значения коэффициента теплообмена для различных значений пористости и теплопроводности породы

Пористость	β , Дж/(м ³ ·с·°С)		
	$\lambda = 1$ Вт/(м·°С)	$\lambda = 3$ Вт/(м·°С)	$\lambda = 5$ Вт/(м·°С)
0.05	$1.4 \cdot 10^7$	$3.8 \cdot 10^7$	$6.6 \cdot 10^7$
0.2	$8.5 \cdot 10^7$	$2.2 \cdot 10^8$	$4.5 \cdot 10^8$
0.4	$2.1 \cdot 10^8$	$5.2 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^9$

Как видно из представленных значений, коэффициент β изменяется в 2-6 раз при изменении пористости и теплопроводности. Пористость более существенно влияет на полученные значения β . Тем не менее, даже при маленьких значениях пористости и теплопроводности значение β остается большим.

Изменение плотности, теплоемкости породы и флюидов, а также скорости течения в канале в меньшей степени влияет на скорость теплообмена и значения коэффициента теплообмена β (не более чем в 2 раза).

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что хотя коэффициент теплообмена может существенно изменяться при различных конфигурациях свойств среды и флюидов, порода нагревается очень быстро по сравнению с масштабами временных шагов, используемых при моделировании процессов нефтедобычи (сутки и месяцы). Таким образом, для моделирования тепловых процессов при решении задач нефтедобычи в большинстве случаев можно считать процесс теплообмена мгновенным и полагать температуры смеси и породы равными (т.е. отсутствие информации о микроструктуре среды мало повлияет на точность моделирования теплового процесса).

4.3.3 Четвертая задача сравнительного проекта SPE

Расчетная область [108] определена в цилиндрических координатах rz прямоугольником с координатами $r \in [0.3, 263]$ фут ($r \in [0.09, 80.2]$ м), $z \in [1500, 1580]$ фут ($z \in [457.2, 481.6]$ м). Левая граница расчетной области соответствует зоне перфорации скважины.

Расчетная область в декартовых координатах имеет вид, показанный на рисунке 4.13а, в центре расчетной области расположена скважина.

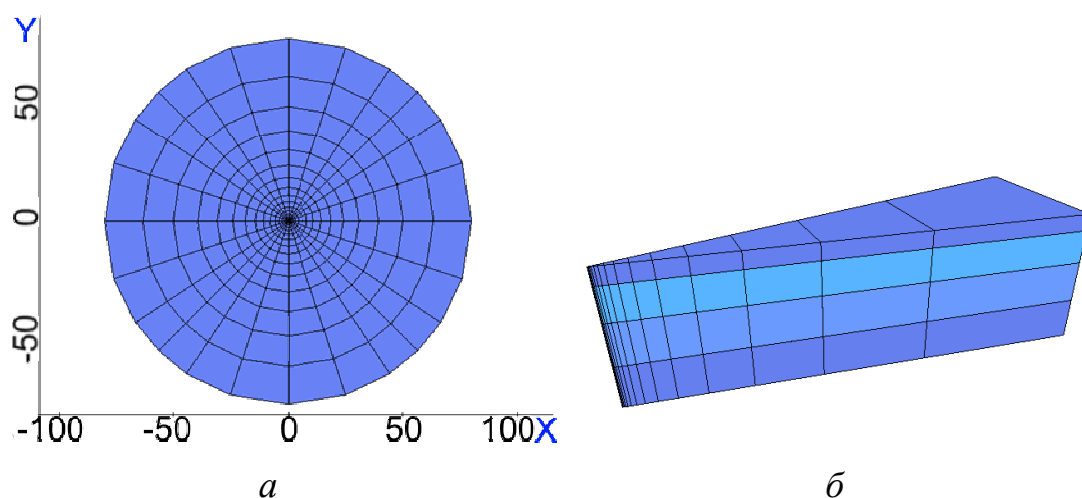


Рисунок 4.13 – Вид сверху полной расчетной области (а) и 3D вид расчетной области, в которой проводилось моделирование (сектор) (б)

Модель состоит из четырех слоев, отличающихся толщиной и значением тензора абсолютной проницаемости (рисунок 4.14). Проницаемость слоев (сверху вниз) по латерали – 2000, 500, 1000, 2000 мД. Проницаемость по вертикали – 50 % от проницаемости по латерали. Так как расчетная область обладает симметрией, расчеты проводились на одном секторе (рисунок 4.13б), полученные результаты были соответствующим образом масштабированы.

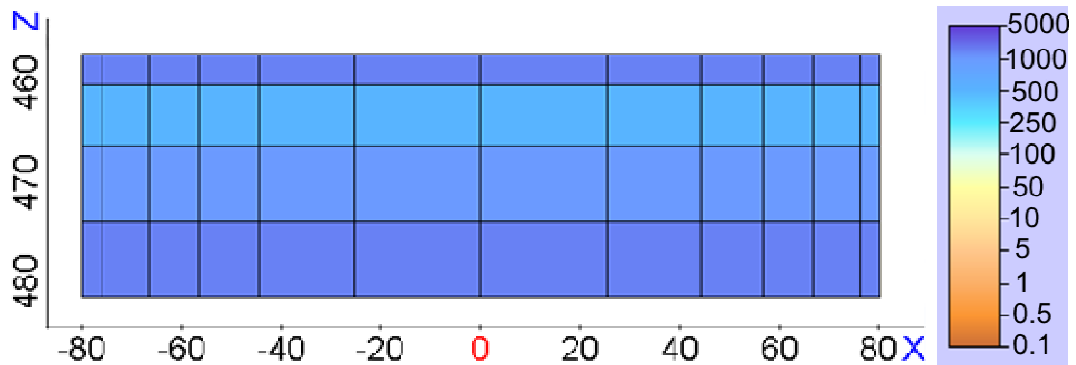


Рисунок 4.14 – Распределение проницаемости

Пластовое давление определено на глубине 1500 фут (457.2 м) и составляет 5.1 атм. Начальная температура пласта – 51.1 °С. Стартовая насыщенность нефти в области 0.55, оставшаяся часть порового пространства заполнена водой.

Моделируется процесс циклической закачки пара. В начале каждого цикла в течение 10 дней закачивается пар в объеме 1000 STB/D (159 м³/сут в ст. усл.) с температурой 232 °С. Затем в течение 7 дней скважина не работает, после чего начинается добыча 1000 STB/D (159 м³/сут в ст. усл.) нефти и продолжается 348 дней. Таким образом, каждый цикл составляет 365 дней. Моделируется три цикла закачки пара – 1095 дней. Ограничение на давление в скважине при закачке пара составляет 68 атм, при добыче – 1.2 атм.

Коэффициенты относительной фазовой проницаемости для двухфазной системы вода/нефть представлены в виде формул

$$k_{rw}(S_w) = k_w \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{orw} - S_{wr}} \right)^{2.5}, \quad k_{row}(S_w) = k_{ow} \left(\frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{orw} - S_{wr}} \right)^2,$$

для системы газ/нефть:

$$k_{rg}(S_g) = k_g \left(\frac{S_g - S_{gr}}{1 - S_{gr} - S_{wr}} \right)^{1.5}, \quad k_{rog}(S_g) = k_{og} \left(\frac{1 - S_g - S_{wr} - S_{org}}{1 - S_{org} - S_{wr}} \right)^2,$$

где $k_w = 0.1$, $S_{wr} = 0.45$ – остаточная насыщенность воды, $S_{orw} = 0.15$ – остаточная насыщенность нефти в системе вода/нефть, $k_{ow} = 0.4$, $k_g = 0.2$, $S_{gr} = 0.06$ – остаточная насыщенность газа, $S_{org} = 0.1$ – остаточная насыщенность нефти в системе газ/нефть.

Для определения коэффициента относительной фазовой проницаемости нефти в трехфазной системе используется вторая модель Стоуна:

$$k_{ro} = (k_{row} + k_{rw})(k_{rog} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg}).$$

Коэффициент сжимаемости породы – $7.35 \cdot 10^{-3} \text{ атм}^{-1}$. При давлении 5.1 атм значение пористости – 0.3. Теплоемкость породы составляет $2.347 \cdot 10^3 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{°C})$. Зависимость плотности фазы от температуры и давления описывается следующей формулой:

$$\rho(P, T) = \rho_o (1 + \alpha_p (P - P_0) - \alpha_T (T - T_0)),$$

где ρ_o – плотность фазы при давлении P_0 и температуре T_0 , α_p – коэффициент сжимаемости, α_T – коэффициент теплового расширения. Для нефти $\rho_o = 972 \text{ кг}/\text{м}^3$, $P_0 = 1 \text{ атм}$, $\alpha_p = 7.35 \cdot 10^{-5} \text{ атм}^{-1}$, $T_0 = 15.6 \text{ °C}$, $\alpha_T = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$. Зависимость вязкости нефти от температуры показана на рисунке 4.15.

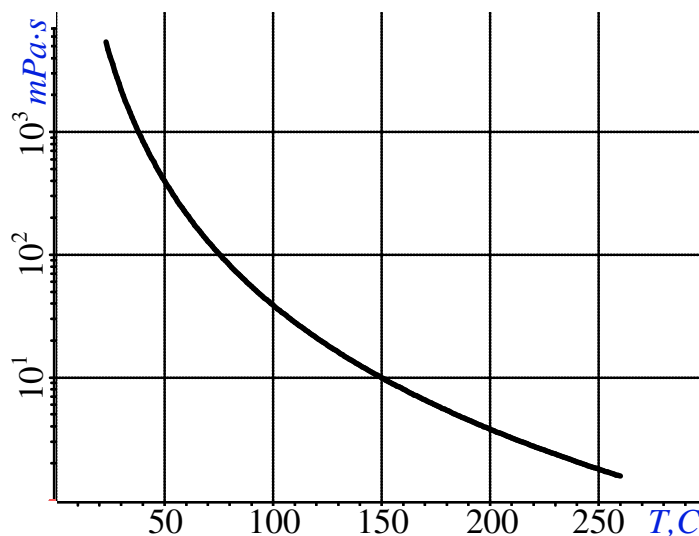


Рисунок 4.15 – Зависимость вязкости нефти от температуры

Теплоемкость фазы нефти – 2.1 кДж/(кг·°С). Свойства воды и пара взяты из [111]. Зависимости плотности пара и вода от давления и температуры заданы набором одномерных таблиц. Вязкости пара и воды слабо зависят от давления, поэтому пренебрежем этой зависимостью. Значения вязкости пара и воды при различных значениях температуры показаны на рисунке 4.16.

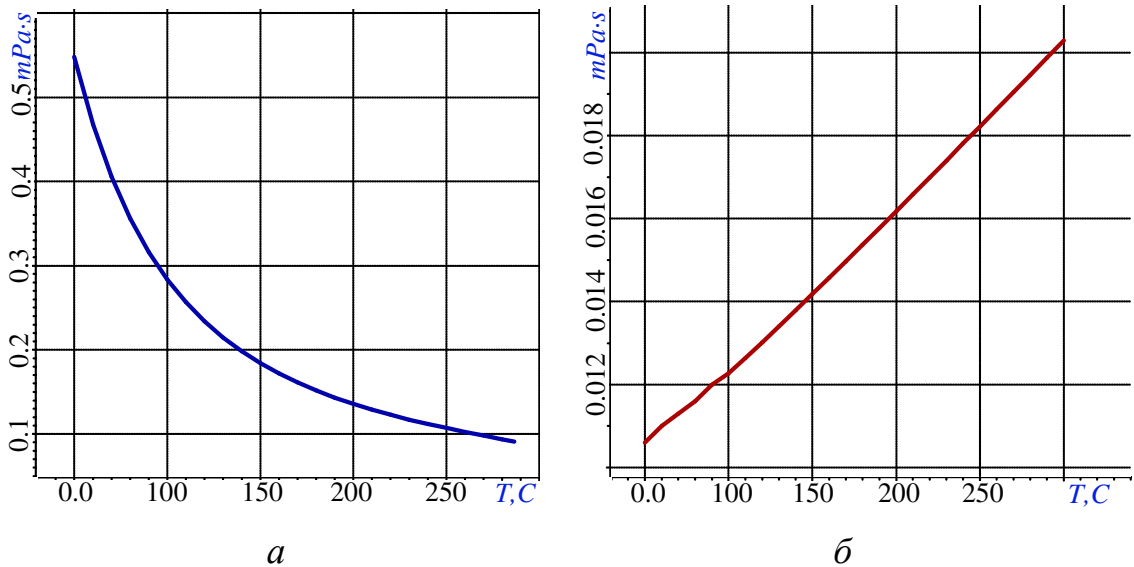


Рисунок 4.16 – Зависимость вязкости воды (*a*) и пара (*б*) от температуры

Теплоемкость фазы воды – 4.2 кДж/(кг·°С), фазы пара – 2.1 кДж/(кг·°С).

Зависимости температуры и удельной теплоты парообразования от давления показаны на рисунке 4.17.

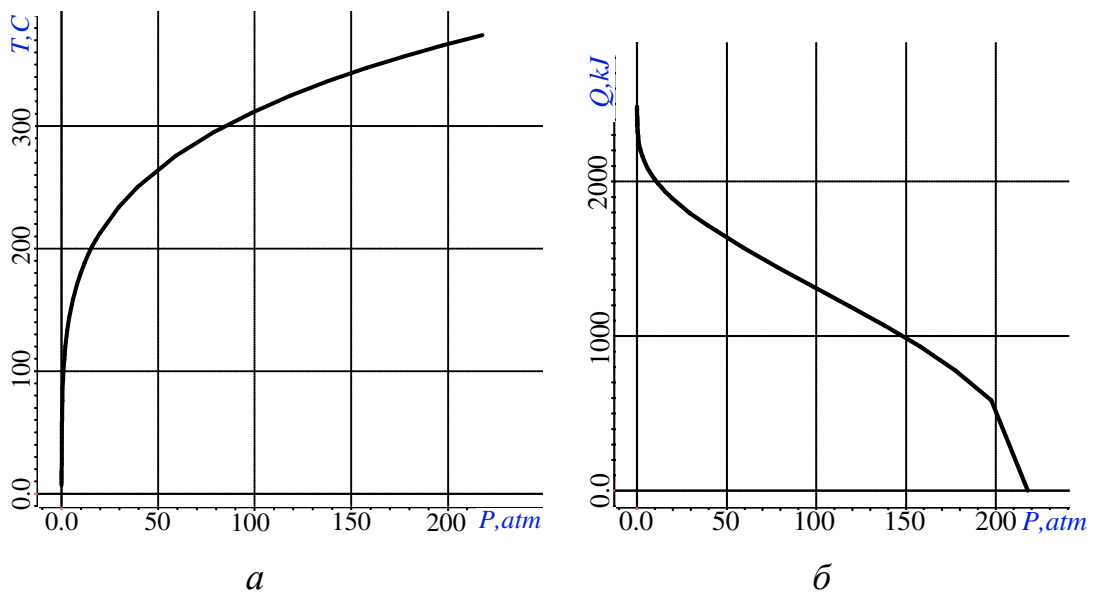


Рисунок 4.17 – Зависимость температуры (*a*) и удельной теплоты (*б*) парообразования от давления

Расчеты проводились на нескольких сетках. Количество и размеры шагов в радиальном и вертикальном направлениях в первой сетке были взяты примерно такими же, как и в работе [108] (эта сетка была показана на рисунке 4.13а). На рисунке 4.18 приведены графики накопленной нефти и воды, полученные с использованием предложенной нами вычислительной схемы и результаты двух участников проекта SPE-4. Из представленных результатов видно, что расчетные характеристики, полученные с использованием предложенного подхода отклоняются от результатов участников проекта не более, чем они отклоняются друг от друга. Таким образом, можно сделать вывод, что предложенная математическая модель неізотермической многофазной фильтрации является корректной.

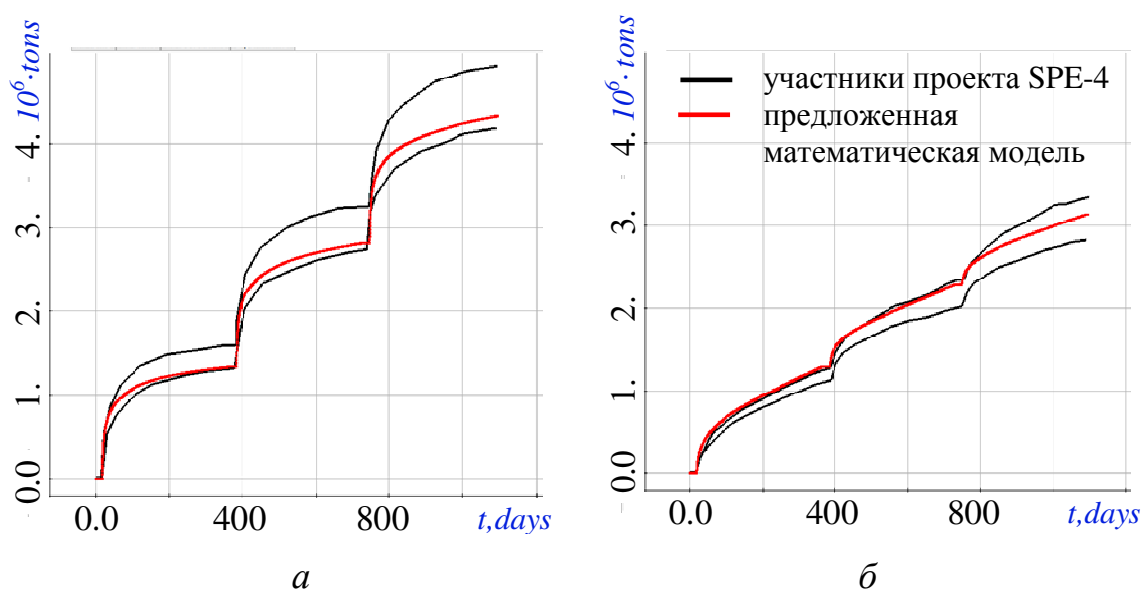


Рисунок 4.18 – Сравнение графиков накопленной воды (а) и нефти (б), полученных с помощью предложенной схемы, с результатами участников проекта SPE-4

Однако, используемая в работе [108] пространственная сетка является достаточно грубой, даже несмотря на то, что участниками проекта задача решалась в двумерной области. Поэтому были проведены дополнительные расчеты на подробных сетках и изучена сходимость получаемых решений. Результаты расчетов на различных сетках по пространству и времени представлены на рисунке 4.19.

Из представленных результатов видно, что предложенный численный метод устойчиво сходится и по пространству и по времени. При этом сетка, используемая участниками проекта SPE-4, была слишком грубой, что привело к завышению уровня накопленной нефти. Отметим, что некоторая нелинейность в сходимости наблюдается из-за того, что через некоторое время после закачки срабатывают ограничения по давлению и отбор продолжается при фиксированном давлении.

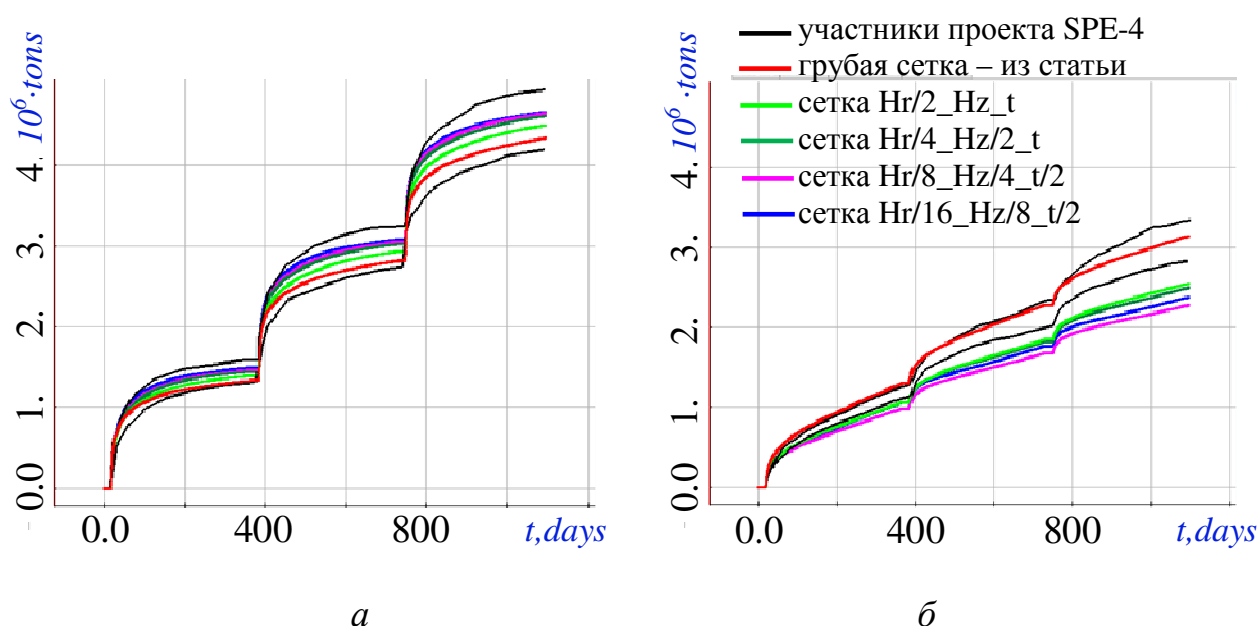


Рисунок 4.19 – Графики накопленной воды (а) и нефти (б), полученные разными участниками проекта SPE-4 и с помощью предложенной схемы на различных сетках по пространству и времени

4.3.4 Десятая задача сравнительного проекта SPE

Также для верификации разработанной программы проводилось сравнение с результатами 10-го «SPE» теста [112]. На основе представленных в статье данных, была построена модель, которая представляет собой куб с размерностью $1200 \times 2200 \times 170$ фут³ ($365.76 \times 670.56 \times 51.816$ м³). Были использованы предоставленные распределения пористости и тензора абсолютной проницаемости для сетки, содержащей 1122000 ячеек ($60 \times 220 \times 85$ ячеек). На рисунках 4.20–4.21 продемонстрированы распределения пористости и компонент тензора абсолютной проницаемости.

Модель включает в себя нагнетательную скважину (скважина I_1 на рисунке 4.20), расположенную в центре модели и закачивающую 5000 баррелей воды в сутки (794.9 куб. м в сутки), а также четыре добывающие скважины в углах модели (скважины $P_1 - P_4$ на рисунке 4.20). Добывающие скважины ведут добычу при фиксированном давлении 272 атм.

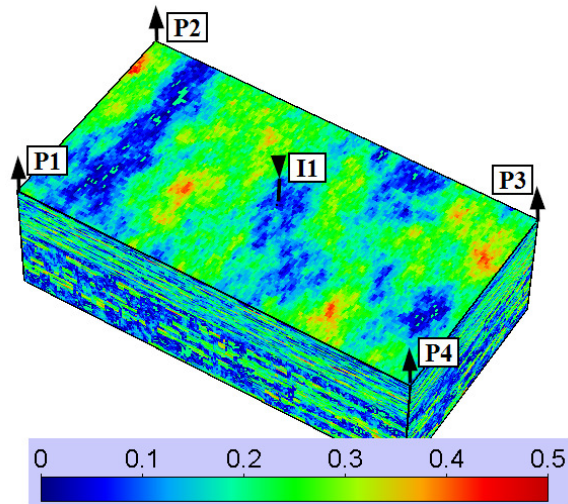


Рисунок 4.20 – Распределение пористости

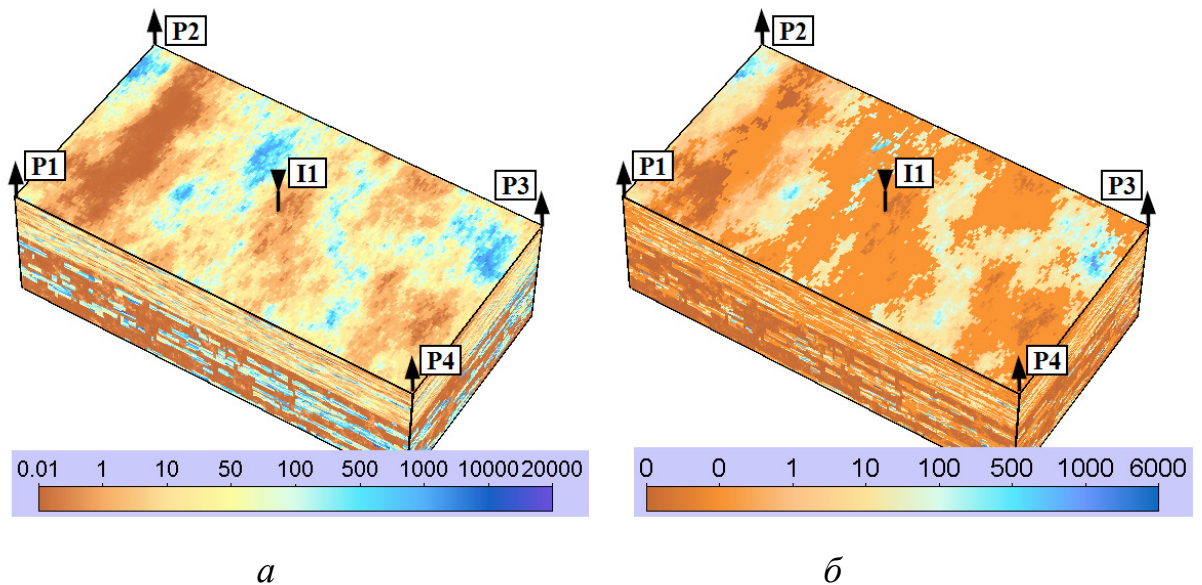


Рисунок 4.21 – Распределение K_x, K_y (а) и K_z (б) компоненты тензора абсолютной проницаемости

Модель включает в себя две фазы: вода и нефть. Относительная фазовая проницаемость определяется формулами

$$\kappa_w(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^2, \quad \kappa_o(S_o) = \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^2,$$

где S_w – насыщенность фазы воды, $S_{wr} = 0.2$ – остаточная насыщенность воды, S_o – насыщенность фазы нефти, $S_{or} = 0.2$ – остаточная насыщенность нефти.

Зависимости плотности воды, а также плотности и вязкости нефти от давления показаны в таблице 4.3. Вязкость воды – постоянная величина равная 0.3 мПа·с. Коэффициент сжимаемости породы при изменении давления составляет $4.4 \cdot 10^{-5} \text{ атм}^{-1}$.

Таблица 4.3 – Зависимость свойства фаз от давления

P , атм	ρ_o , кг/м ³	η_o , мПа·с	ρ_w , кг/м ³
20.4	808.55	2.85	997.73
54.4	832.33	2.99	999.25
544	840.57	3	1021.18

На рисунке 4.22 показаны результаты расчета, полученные с помощью разработанной программы, и результаты, представленные в статье [112] участниками проекта.

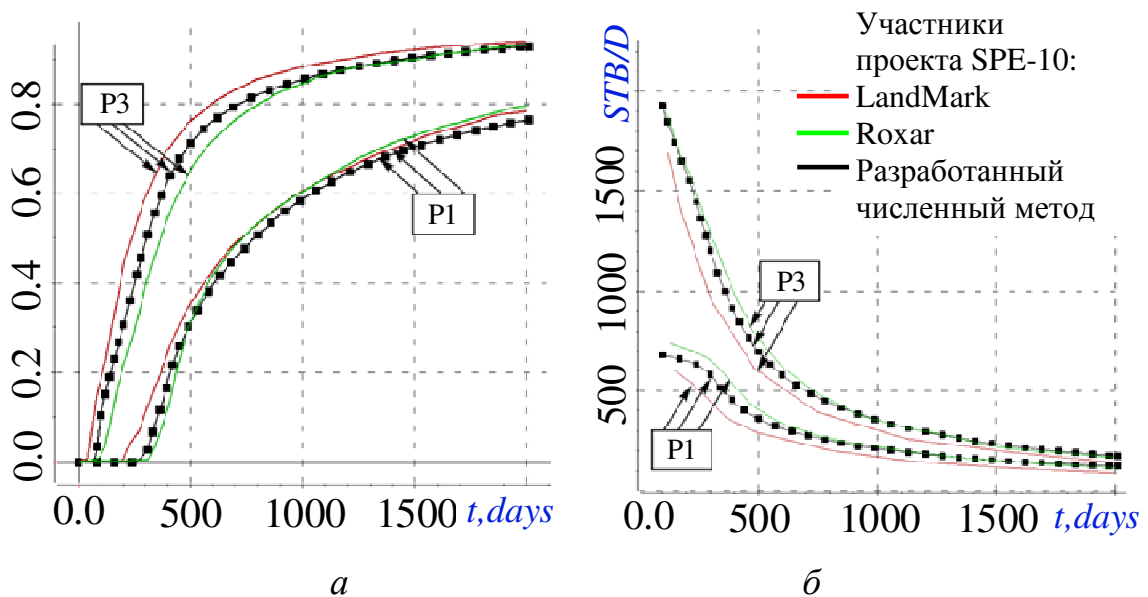


Рисунок 4.22 – Сравнение графиков обводненности (а) и дебита нефти (б), полученных с использованием разработанного численного метода, с результатами участников проекта SPE-10

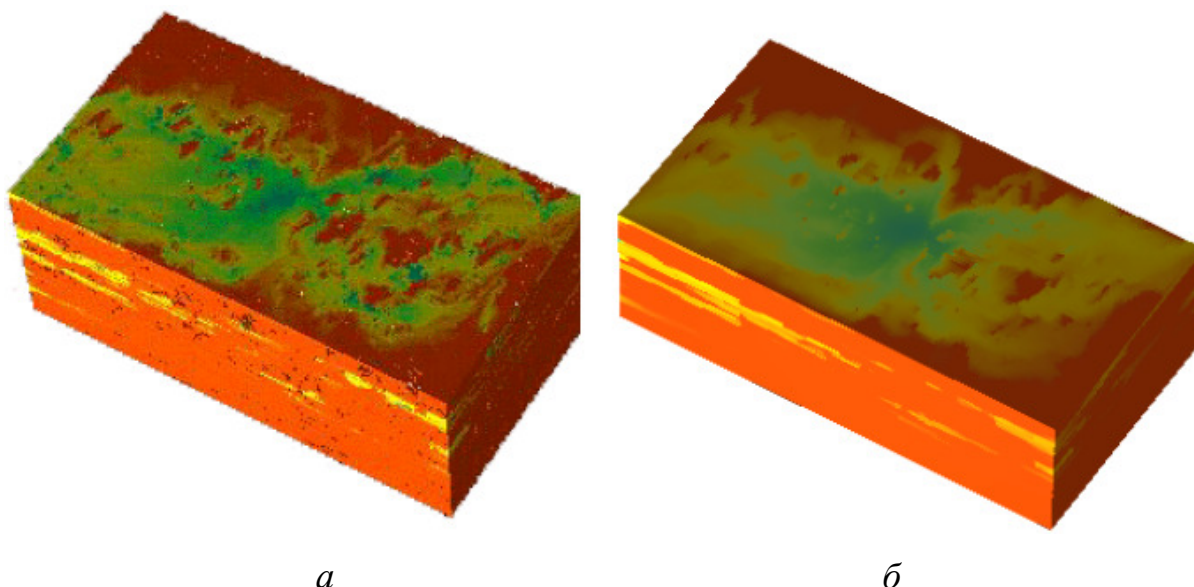


Рисунок 4.23 – Распределения насыщенности воды в момент времени 800 суток, представленные в статье (*a*) и полученные в результате расчета с использованием разработанного численного метода (*б*)

Как видно из представленных результатов, графики, полученные с помощью разработанного ПО, либо лежат между графиками, полученными с использованием других пакетов, либо лежат достаточно близко к ним. Полученные результаты свидетельствуют о высокой точности результатов, получаемых с использованием созданной программы.

Стоит отметить, что для данного расчета особенно актуальны специальные краевые условия для корректного распределения давления вдоль ствола скважины, описанные в разделе 1.1.2. В построенной модели зона перфорации нагнетательной скважины расположена на протяжении всех слоев, т.е. занимает 51.8м по высоте, при этом распределение компонент тензора абсолютной проницаемости также обладает сильной неоднородностью как по горизонтали, так и по вертикали.

Чтобы продемонстрировать влияние разработанной процедуры на расчет, построим сокращенную модель, состоящую из 26 слоев (вместо 85 слоев) и сравним результаты с использованием данной схемы и без нее. Для сокращения количества слоев необходимо пересчитать пористость и эффективный

коэффициент проницаемости. Столбец, состоящий из N_z ячеек исходной сетки, объединяется в одну ячейку со значениями пористости и проницаемости

$$\Phi = \frac{\sum_{i=1}^{N_z} \Phi_{\Omega_i} V_{\Omega_i}}{\sum_{i=1}^{N_z} V_{\Omega_i}}, \quad K_x = \frac{1}{N_z} \cdot \sum_{i=1}^{N_z} K_{x,i}, \quad K_y = \frac{1}{N_z} \cdot \sum_{i=1}^{N_z} K_{y,i}, \quad K_z = \sum_{i=1}^{N_z} \Delta z_i / \sum_{i=1}^{N_z} \frac{\Delta z_i}{K_{z,i}}.$$

На рисунке 4.24 показаны распределения давления вдоль скважины, полученные в результате расчетов с использованием краевых условий (1.15)-(1.16) и различными значениями α , равными 0, 10^{-12} , 10^{-11} , 10^{-10} , 10^{-9} и 10^{-8} . Красным цветом показан график, полученный при $\alpha=0$, т.е. фактически без применения процедуры выравнивания давления. Как видно, без применения процедуры выравнивания полученное распределение нелинейно изменяется вдоль столба скважины. Наиболее резкий скачок давления происходит на глубине с -1040 до -1020 м. Этот участок скважины расположен в части расчетной области, содержащей большое количество слабопроницаемых или непроницаемых зон. В этом случае соответствующие значения $\theta_{i,j}$, полученные по формуле (1.17), значительно меньше значений $\theta_{i,j}$ для граней, расположенных в проницаемых зонах.

Увеличение α приближает полученное распределение к линейной функции, соответствующей изменению гидростатического давления. Так, давление, полученное при значении $\alpha=10^{-8}$ (черный цвет), соответствуют линейной функции $\rho^{mix} g \Delta z$. Дальнейшее увеличение α не влияет на распределение давления вдоль столба скважины и на результаты расчета в целом.

На рисунке 4.25 показано распределение по глубине объема воды, закачиваемого скважиной I_1 за 1 сутки на 1 м длины скважины. Как видно из представленных графиков, применение процедуры выравнивания давления привело к повышению объемов воды, закачиваемых скважиной в слабопроницаемую зону, за счет снижения объемов в других областях.

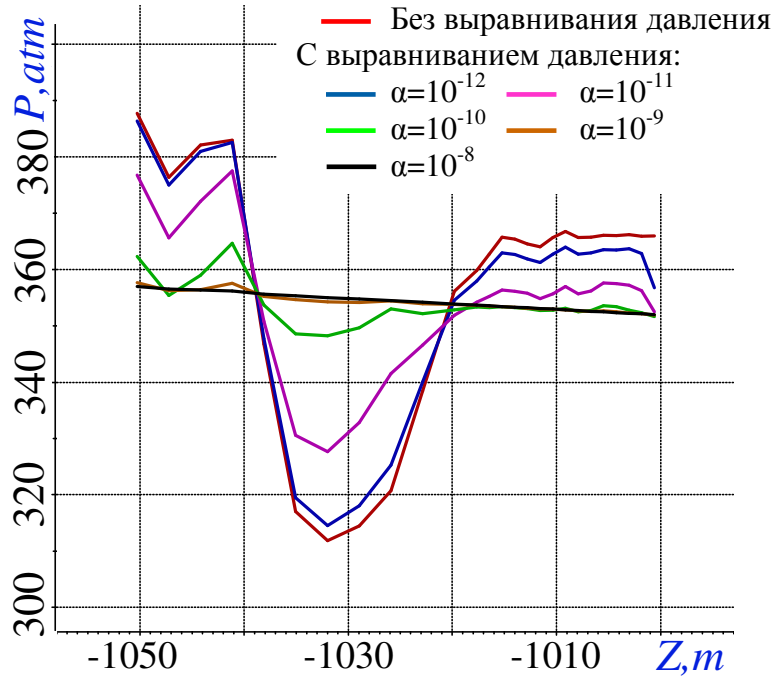


Рисунок 4.24 – Сравнение графиков давления вдоль скважины I_1 , полученных без выравнивания давления и с выравниванием

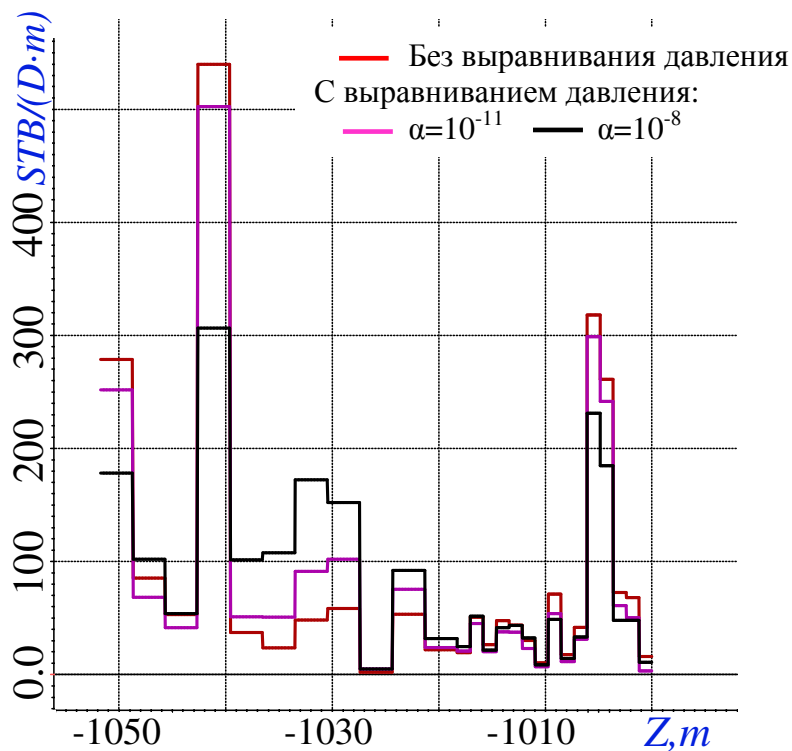


Рисунок 4.25 – Сравнение распределений по глубине объема, закачиваемого через 1 м длины скважины I_1 , полученных без выравнивания давления и с выравниванием

На рисунках 4.26 представлено сравнение графиков дебита нефти и обводненности с использованием процедуры выравнивания давления и без нее с результатами участников сравнительного проекта SPE-10.

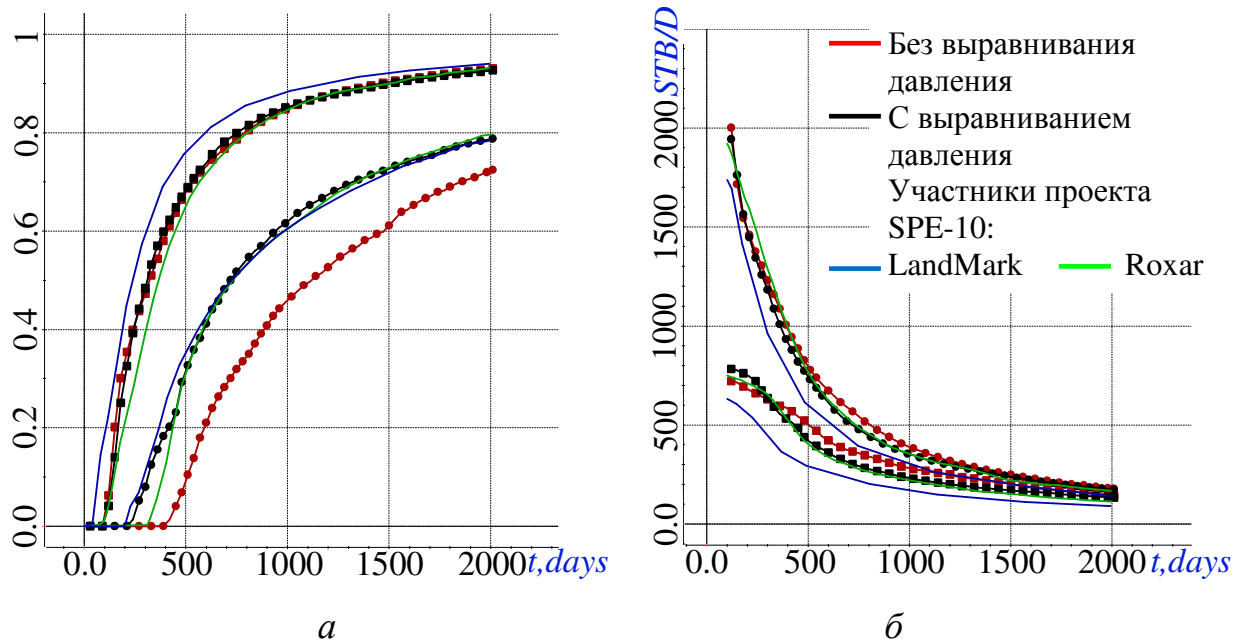


Рисунок 4.26 –Сравнение графиков обводненности (а) и дебита нефти (б) полученных с выравниванием давления и без него, с результатами участников проекта SPE-10

Выводы по главе 4

1. Проведена верификация разработанной математической модели и реализации предложенного численного метода на двух задачах, имеющих аналитическое решение: на одномерной задаче для давления в цилиндрических координатах в однородной области и на задаче оценки среднего давления в расчетной области при разработке «месторождения» на истощение (работает только добывающая скважина в закрытом резервуаре).
2. Проведено сравнение решения ряда модельных задач с результатами ПК Tempest.
3. Проведено сравнение решения, полученного с использованием разработанного метода, с решениями первой задачи из сравнительного проекта SPE, полученных с использованием известных зарубежных пакетов. Данная задача включает в себя моделирование трехфазного сжимаемого течения в

пористой среде, процессов закачки массы газа в нефтяной коллектор, процессов выделения и поглощения газа нефтью при изменении давления.

4. Проведена верификация математической модели неизотермической фильтрации и разработанной на ее основе вычислительной схемы путем сравнения с решениями четвертой тестовой задачи из сравнительного проекта SPE. В данной задаче выполнялось моделирование процессов, возникающих вблизи скважины при использовании теплового метода увеличения нефтеотдачи – циклической закачки горячего пара. Сравнение с результатами решения четвертой тестовой задачи из проекта SPE подтвердило адекватность разработанных методов моделирования при решении такого типа задач.

5. При решении десятой тестовой задачи из сравнительного проекта SPE была проведена верификация специальных краевых условий, обеспечивающих корректное распределение давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического давления столба жидкости. Рассмотренная модель характеризуется высокой неоднородностью и большой протяженностью зон перфорации скважин по глубине.

ГЛАВА 5 ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

5.1 Использование разработанного численного метода при решении обратных задач для реального месторождения высоковязкой нефти

Разработанная вычислительная схема была применена в процедуре решения обратной задачи (автоматической адаптации) для данных, полученных из скважин на одном из месторождений высоковязкой нефти в Республике Татарстан. В результате была построена модель месторождения, для которой расчетные данные добычи были хорошо согласованы с данными, которые наблюдались не только в период адаптации, но и в прогнозный период. Подход к решению обратной задачи и результаты подробно описаны в [86,87,113].

Рассматриваемая модель нефтяного коллектора представляет собой несколько проницаемых слоев с переменной толщиной, которые частично разделены множеством слабопроницаемых и почти непроницаемых пропластков.

На рисунке 5.1а показан детальный план расположения скважин. Скважины, которые в течение всего периода жизни месторождения были нагнетательными (их номера 33, 50, 53), показаны на плане квадратами. Добывающие скважины, которые были переведены в нагнетательные (их количество равно 15), показаны на плане кругами внутри квадратов. Скважины, которые в течение всего периода времени были добывающими, показаны кругами. На рисунке 5.1б-г показана рассеченная модель в послойном виде: слои отдалены друг от друга на некоторое расстояние по z , чтобы были видны характеристики среды и флюида не только в сечениях, но и на поверхности слоев. Также для большей наглядности размеры по вертикали увеличены в 10 раз по сравнению с латеральными размерами. Линия рассечения показана на рисунке 5.1а красной пунктирной линией. На рисунке 5.1б показано распределение доли нефти в объеме среды. Доля нефти рассчитывается как произведение нефтенасыщенности на пористость. На рисунке 5.1в,г показаны распределения абсолютной проницаемости и пористости. Черными вертикальными отрезками на рисунке 5.1в-г показаны зоны перфорации.

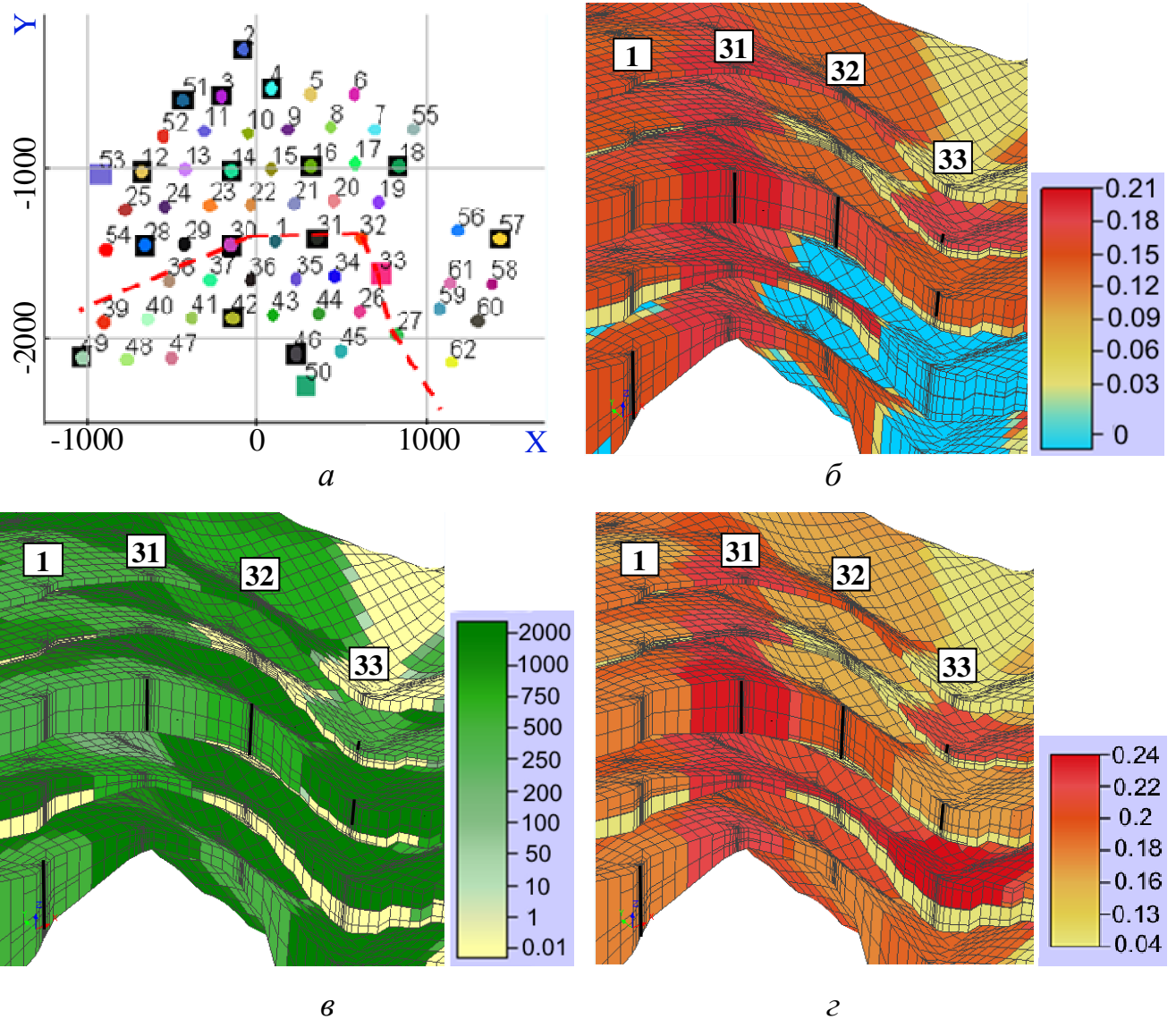


Рисунок 5.1 – План расположения скважин (а) и рассеченная модель в послойном виде: (б) распределение доли нефти в объеме среды, (в) проницаемость (мД), (г) пористость

На рисунке 5.2 показаны расчетные и практические кривые суммарной добычи нефти. Расчетные кривые показаны сплошными линиями, практические кривые показаны точками. На рисунке 5.2а показана общая суммарная добыча нефти, рассчитанная как сумма суммарной добычи нефти из всех добывающих скважин, а на рисунке 5.2б показана суммарная добыча нефти для нескольких скважин отдельно (обозначения кривых соответствуют номерам скважин на рисунке 5.1а).

Модель коллектора была получена в результате адаптации модели, которая проводилась с использованием данных добычи, полученных до 2009 г (8,200 суток) [113]. Это время показано на рисунке 5.2 вертикальными черными линиями. Расчетные кривые после этого времени получены как прогноз. Полученные результаты показывают, что расчетные и практические (исторические) данные достаточно хорошо совпадают как в период адаптации, так и в прогнозный период (от 8,200 суток до 11,700 суток). Это подтверждает не только адекватность построенной модели резервуара, но и подтверждает валидность предложенного численного метода и разработанной программы для решения прямой задачи.

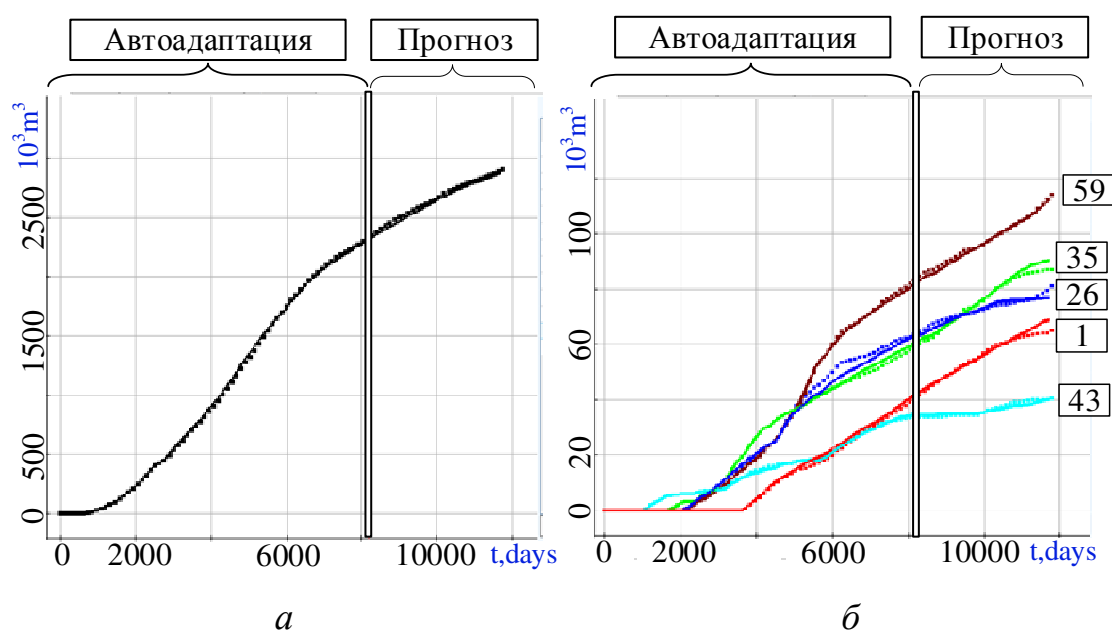


Рисунок 5.2 Расчетные и практические (исторические) кривые суммарной добычи нефти: общая добыча нефти (*a*); отдельно для нескольких скважин (*б*) (расчетные кривые показаны сплошными линиями, практические кривые показаны точками)

Для этой модели также были проведены расчеты на неконформной и соответствующей ей конформной (регулярной по z) сетке (которая содержит те же неоднородности и зоны перфорации). На рисунке 5.3 представлены их сечения с распределением доли нефти в момент времени 9000 суток.

Для расчета использовался ПК с процессором Intel i7-3770К, 3.5 ГГц. Вычисления проводились с распараллеливанием на 3 потока. В таблице 5.1 приведены размеры конечноэлементных сеток и вычислительных затраты.

Таблица 5.1 – Размеры конечноэлементных сеток и время расчетов

Сетка	Количество элементов	Количество узлов	Общее время расчета
Неконформная	140765	164215	20 мин
Конформная	478842	508400	3.5 ч

Отличия в характеристиках, рассчитанных на конформной и неконформной сетках, в среднем составляют около 1 %. Таким образом, использование неконформных сеток позволяет уменьшить вычислительные затраты почти на порядок с сохранением точности решения.

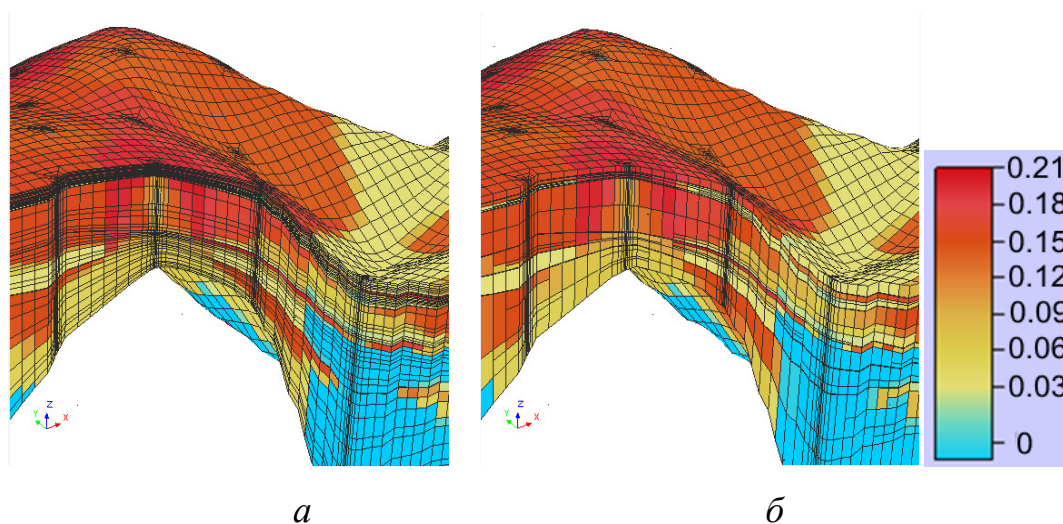


Рисунок 5.3 – Конформные (а) и неконформные (б) сетки в рассеченном виде с распределением нефти после 9,000 дней

5.2 Моделирование ПАВ-полимерного заводнения на месторождении высоковязкой нефти

Исследование по применению технологии ПАВ-полимерного заводнения проводилось на модели месторождения высоковязкой нефти, показанной на рисунке 5.4. Модель состоит из трех слоев. Каждый слой содержит несколько подслоев (от 3 до 8). Модель включает в себя 20 скважин, 14 из которых в течение

всего периода жизни месторождения были добывающими, 3 скважины – нагнетательными, еще три скважины – сначала добывающими, а затем были переведены в нагнетательные на более поздних этапах разработки.

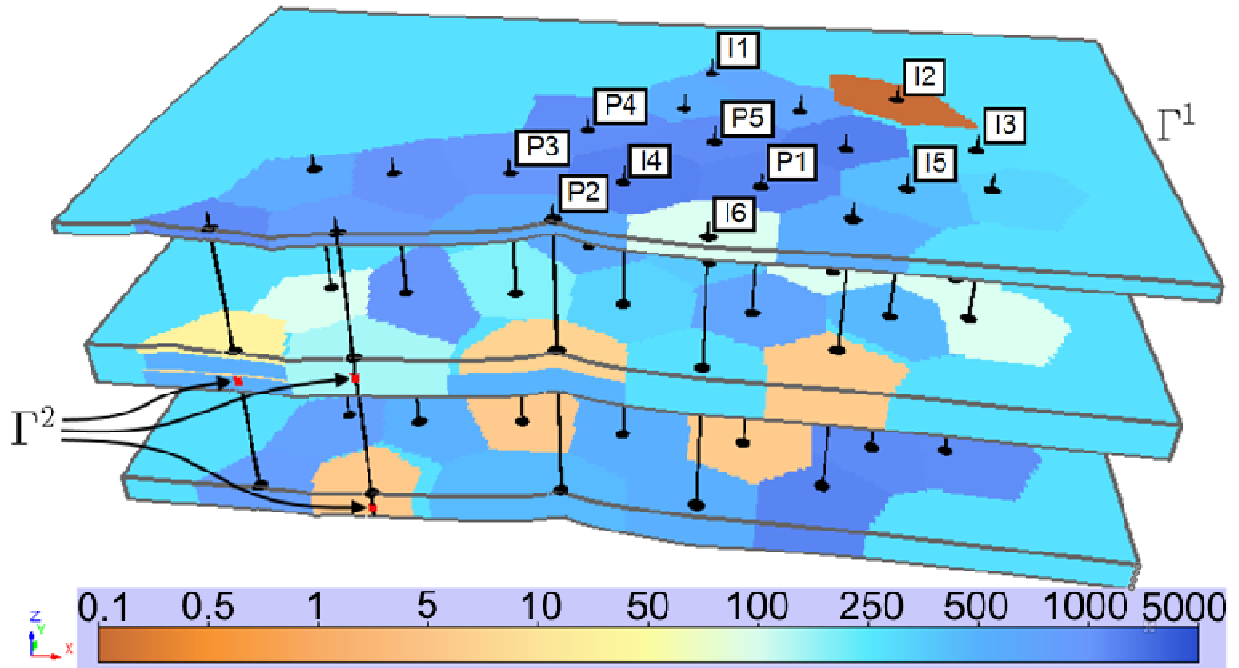


Рисунок 5.4 – Распределение абсолютной проницаемости и расположение скважин

Время жизни месторождения – 15000 суток (около 41 года). На рисунке 5.4 показано распределение абсолютной проницаемости, вертикальными линиями отмечены скважины. Для большей наглядности модель показана в разрезе с увеличением размеров по вертикали в 20 раз по сравнению с латеральными размерами. Также слои отделены друг от друга, в разрезе видны изменения проницаемости в подслоях.

Относительные фазовые проницаемости воды и нефти заданы в виде следующих соотношений:

$$\kappa_w(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^{1.45}, \quad \kappa_o(S_o) = 0.245 \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^{3.45},$$

где S_w – насыщенность фазы воды, $S_{wr} = 0.12$ – остаточная насыщенность воды, S_o – насыщенность фазы нефти, $S_{or} = 0.288$ – остаточная насыщенность нефти.

Сравним три способа разработки месторождения: с закачкой только воды, с полимерным заводнением и с закачкой раствора ПАВ-полимера. Воздействие на пласт производится через скважины II–I6 (рисунок 5.4), при этом закачка растворов полимера и ПАВ-полимера происходит только в скважины I4 и I5. Закачка агентов производится в течение 330 суток, начиная с 8490 суток. После этого в скважины закачивается вода. Концентрация полимера в водном растворе составляет 0.15%, концентрация ПАВ – 0.4%.

Наличие полимера в водном растворе увеличивает его вязкость в зависимости от концентрации полимера. Зависимость вязкости воды от концентрации полимера показана на рисунке 5.5. Так вязкость воды без полимера составляет 1.75 мПа·с, а при 0.15% – 161.4 мПа·с.

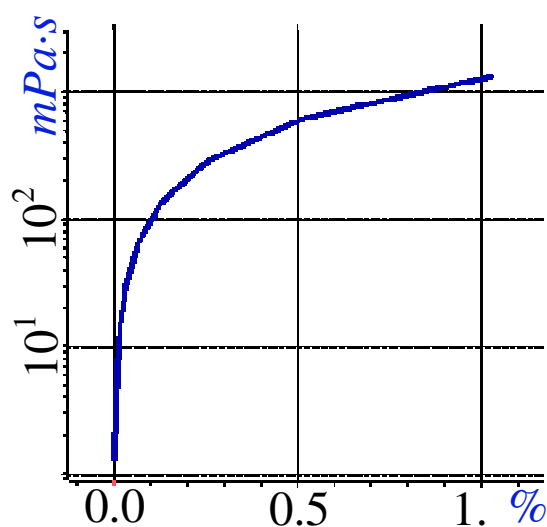


Рисунок 5.5 – Зависимость вязкости воды от концентрации полимера

При моделировании использовался механизм учета действия ПАВ, рассмотренный в статьях [114,115]. В данном исследовании остаточная насыщенность нефти снижается от 0.288 до 0.05 в зависимости от капиллярного числа, вычисляемого по формуле

$$N_c = \frac{\eta^w \cdot v \cdot \Phi}{\sigma},$$

где η^w – вязкость вытесняющей фазы (воды) в мПа·с, v – линейная скорость фильтрации, σ – межфазное натяжение.

Скорость фильтрации V вычисляется как

$$v = \left\| \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\text{grad}P + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \right\| / \Phi,$$

а межфазное натяжение σ является функцией, зависящей от концентрации ПАВ в растворе. Для проведения исследования использовались значения, представленные в работе [115].

Остаточная насыщенность вычисляется по формуле

$$\tilde{S}_{or} = S_{or}^{\min} + \frac{S_{or} - S_{or}^{\min}}{1 + T \cdot N_c},$$

где S_{or} – исходное значение остаточной насыщенности нефти ($S_{or} = 0.288$), S_{or}^{\min} – минимальное значение остаточной нефтенасыщенности при закачке раствора ПАВ-полимера ($S_{or}^{\min} = 0.05$), T – параметр, определяющий форму кривой.

Отметим, что разработанная математическая модель позволяет моделировать и другие механизмы воздействия ПАВ, например, образование эмульсии (связывание компонент нефти и воды). Результаты численных исследований ПАВ-полимерного заводнения с использованием других механизмов были опубликованы в работах [84,85]. Результаты исследований эффективности полимерного заводнения как для модельных, так и для реальных задач публиковались в работах [83,90].

Для оценки точности моделирования закачки в пласт раствора ПАВ-полимера проведем расчеты на четырех последовательно вложенных сетках. Шаг будем уменьшать вдвое только по латерали (т.е. по осям x и y). Шаг самой грубой сетки – 60 м. Для краткости далее будем называть эти сетки H , $H/2$, $H/4$ и $H/8$.

На рисунке 5.6 представлены графики суммарного объема добытой нефти, полученные в результате моделирования процесса фильтрации на различных сетках, а также графики их отклонений от суммарного объема добытой нефти, рассчитанного на сетке $H/8$.

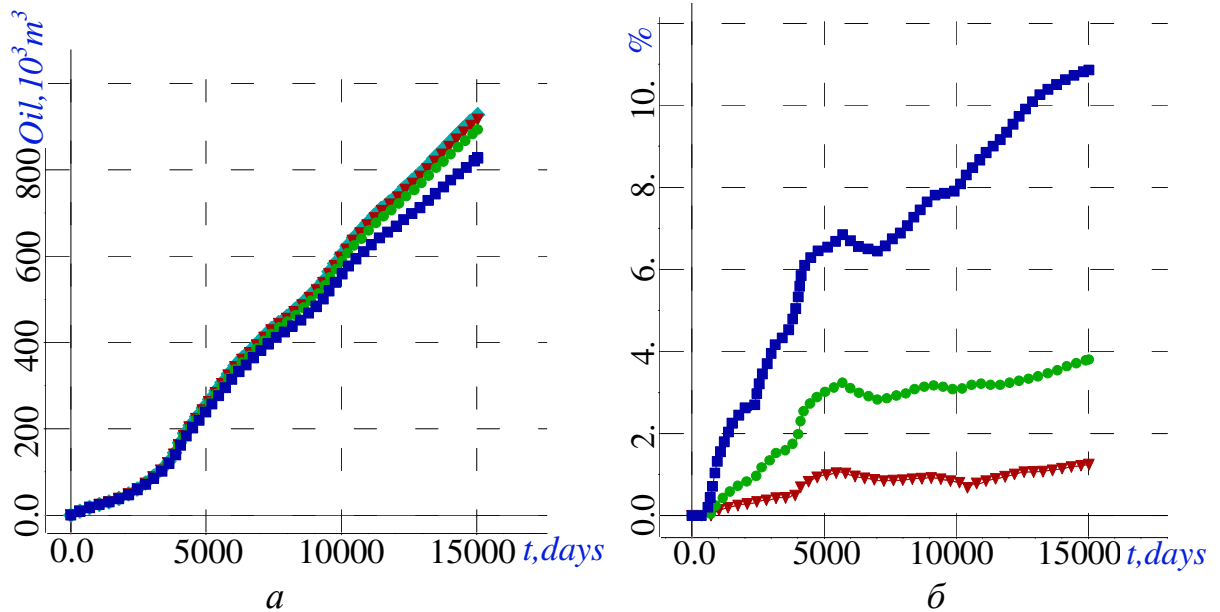


Рисунок 5.6 – Суммарный объем добытой нефти (а): сетка Н (синий), Н/2 (зеленый), Н/4 (красный), Н/8 (голубой); погрешность относительно расчета на сетке Н/8 (б)

Очевидно, с дроблением шага сетки наблюдается сходимость. Значения суммарного объема добытой нефти для сетки Н/4 на конец расчета отличаются от значений, полученных на сетке Н/8, на 1.2%. На рисунке 5.7 показаны распределения насыщенности нефти на конец расчета вблизи скважины I4 на сетках Н, Н/2, Н/4 и Н/8.

В таблице 5.2 приведено время расчетов на различных сетках. Для расчетов был использован ПК с 4-х ядерным процессором Intel Core i7, 3.5 ГГц. Как видно, время расчета для сетки Н составило 9 минут, для сетки Н/2 – 13 минут, Н/4 – 43 минуты, Н/8 – 2 часа 20 минут. Наиболее затратной процедурой является обновление состояния ячеек, временные затраты резко увеличиваются с дроблением сеток. Это связано с появлением «маленьких» по размеру ячеек вблизи скважин, которые согласно формуле (1.80) требуют существенно меньший шаг Δt .

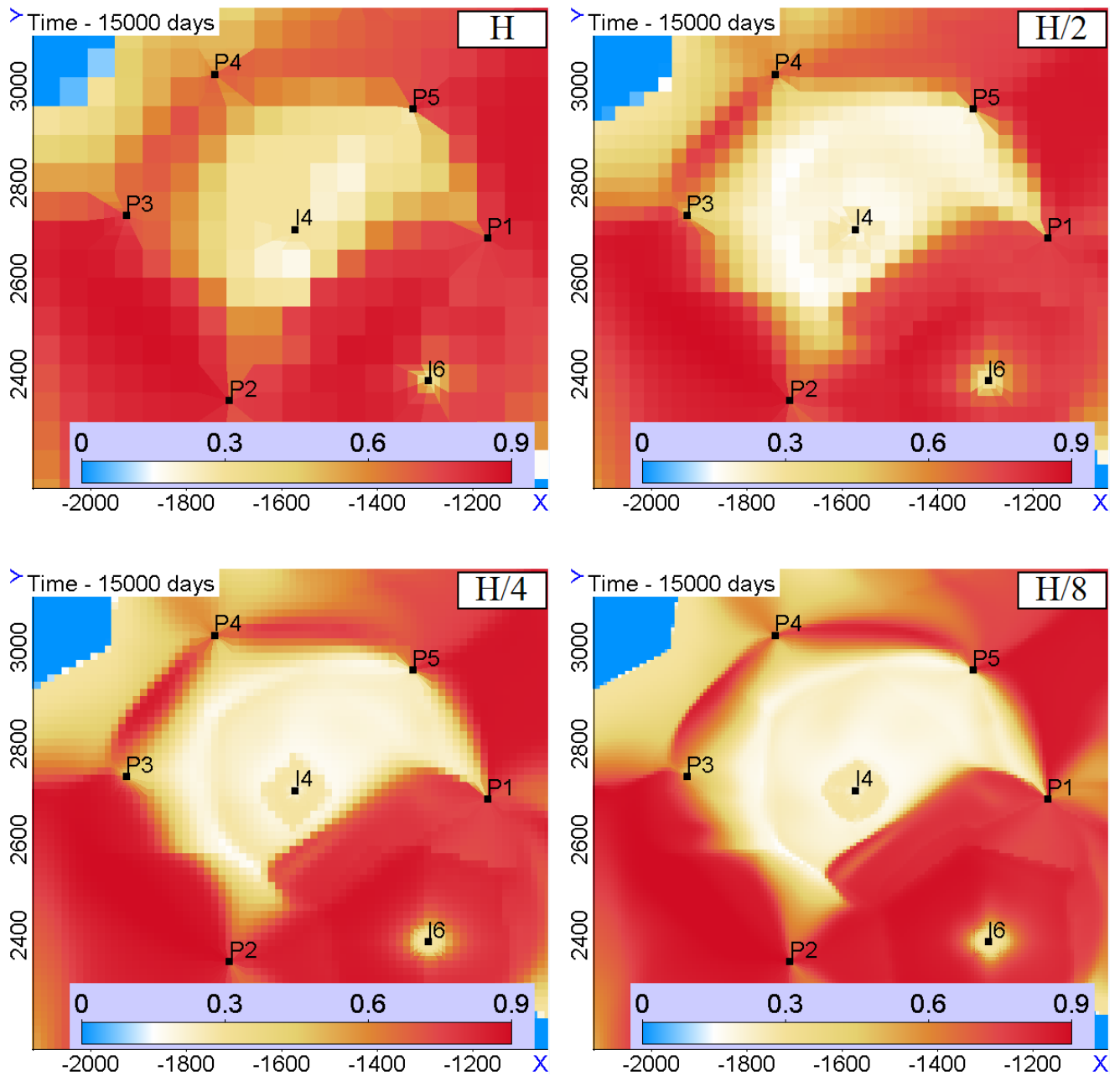


Рисунок 5.7 – Насыщенность нефти на вложенных сетках

Таблица 5.2 – Временные затраты расчетов на различных сетках (в секундах)

	Хим. реакции	Расчет давления	Вычисление числ. потоков смеси	Балансировка потоков	Обн-е состояния ячеек	Общее время
H	13	41	116	25	25	516
H/2	25	70	184	41	405	781
H/4	83	289	433	156	1305	2584
H/8	269	1467	1242	591	3716	8391

Расчеты на разных пространственных сетках были проведены с шагом по времени 30 суток. Для оценки погрешности аппроксимации по времени были дополнительно проведены расчеты на сетке $H/4$ с шагами по времени 15 и 7.5 суток. Из представленных на рисунке 5.8 графиков относительной погрешности видно, что влияние шага по времени на результаты расчетов значительно ниже, чем величина шага по пространственным координатам. Погрешность в суммарной добыче нефти для расчета с шагом по времени 30 суток относительно расчета с шагом по времени 7.5 суток не превышает 0.4%.

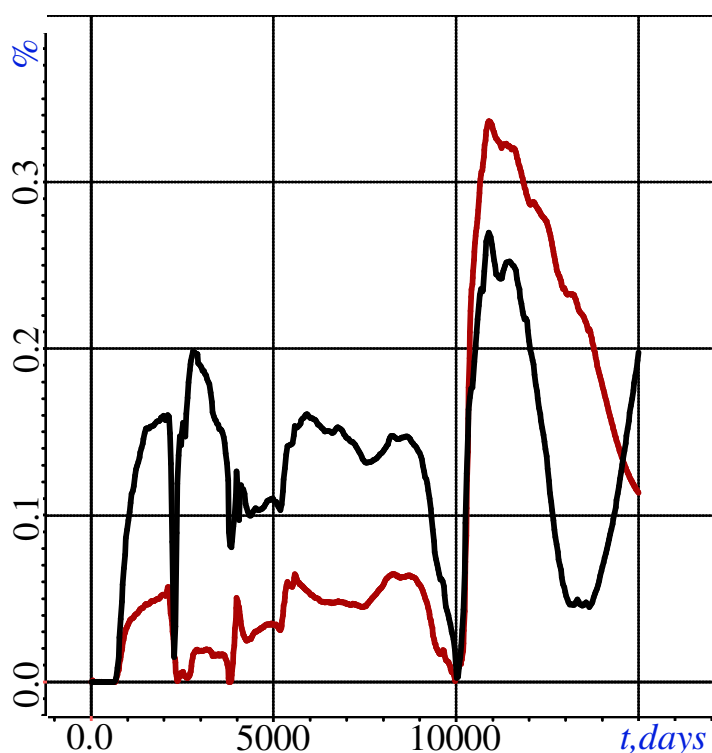


Рисунок 5.8 – Погрешность суммарной добычи нефти относительно расчета с шагом по времени 7.5 суток: 30 суток (черный), 15 суток (красный)

При этом время расчетов с шагом 30 суток составляет 43 минуты, 15 суток – 1 час 27 минут, 7.5 суток – 2 часа 25 минут.

На рисунке 5.9 показано распределение насыщенности фазы нефти к концу разработки при использовании трех технологий добычи: вытеснение водой (рисунок 5.9а), полимерное заводнение (рисунок 5.9б) и ПАВ-полимерное заводнение (рисунок 5.9в). Отличия в представленных распределениях при

полимерном заводнении особенно заметны в окрестностях нагнетательных скважин I4 и I5 во втором и третьем слоях модели. При моделировании закачки раствора ПАВ-полимера отличия выражены в первом и втором слоях модели. Остаточная нефть «вымыта» в области вблизи скважин I4 и I5 (соответствующие зоны вокруг скважин значительно светлее по сравнению с полученной насыщенностью нефти при закачке раствора полимера).

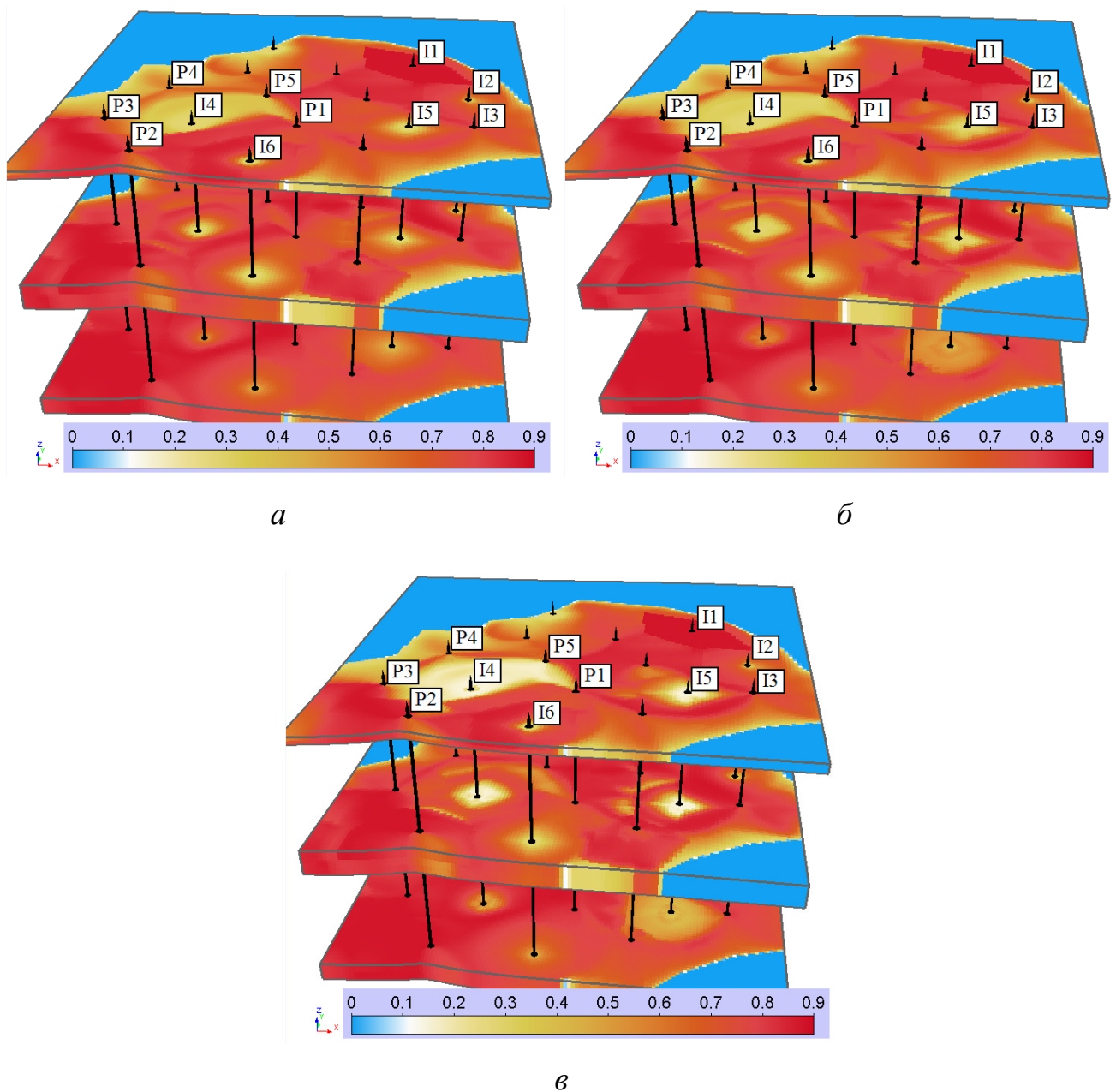


Рисунок 5.9 – Насыщенность фазы нефти на конец расчета при использовании технологий: вытеснение водой (*a*), полимерное заводнение (*б*), ПАВ-полимерное заводнение (*в*)

На рисунке 5.10 показан объем нефти, дополнительно (по сравнению со случаем закачки воды) добытый в результате закачки растворов полимера (кривая красного цвета) и ПАВ-полимера (кривая зеленого цвета). Как видно из представленных результатов, эффект от использования полимера и ПАВ появился после 9000 суток (полгода после окончания закачки растворов). При этом на конец расчета при использовании полимера было дополнительно добыто 33.9 тыс. м³ нефти, а использование ПАВ позволило увеличить добычу еще на 25 тыс. м³.

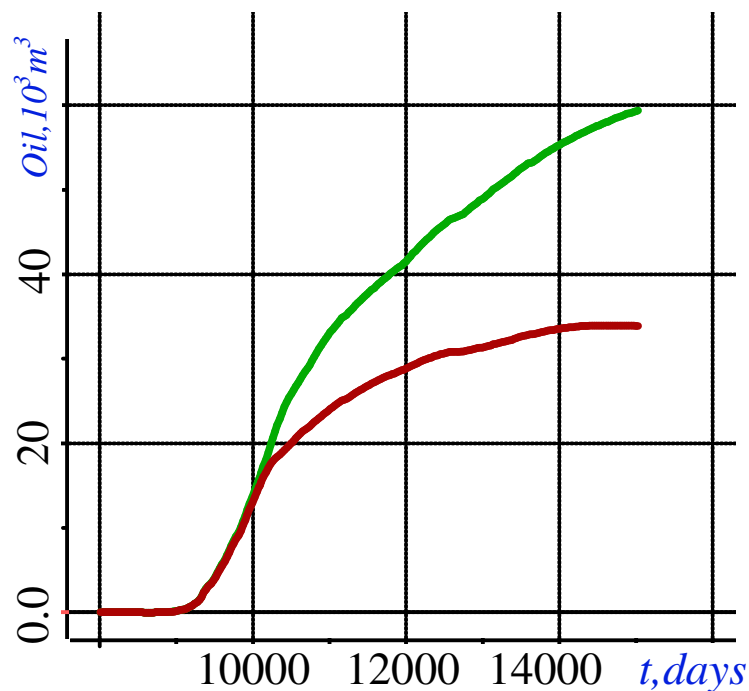


Рисунок 5.10 – Дополнительно добытый суммарный объем нефти для случая закачки раствора полимера (красный) и ПАВ-полимера (зеленый)

Проведенное исследование показывает, что представленные методы моделирования позволяют изучить возможности применения различных вытесняющих агентов и их композиций с целью увеличения нефтеотдачи высоковязкой нефти и спроектировать эффективную разработку нефтяного месторождения на основе его цифровой гидродинамической модели. Безусловно, специфика механизмов воздействия используемых агентов на среду должна быть предварительно изучена в лабораторных условиях.

5.3 Моделирование закачки горячей воды при разработке месторождения сверхвязкой нефти

Одними из тепловых методов увеличения нефтеотдачи являются закачка горячей водой или пара. Наиболее часто при разработке нефтяных месторождений используется закачка нагретого пара, так как считается, что использование горячей воды менее эффективно из-за низкого по сравнению с паром содержания тепловой энергии [13]. С другой стороны, вода обладает более высокой вязкостью, поэтому она способна эффективно вытеснять нефть, «направляя» ее к добывающим скважинам. При этом затраты, связанные с использованием горячей воды меньше, чем при использовании пара [15,116].

Проведем исследование эффективности закачки горячей воды для модели месторождения сверхвязкой нефти, близкой к той, которая была получена в результате автоматической адаптации одного из месторождений в Республике Татарстан.

На рисунке 5.11 представлены распределения абсолютной проницаемости и доли нефти в объеме пористой среды, также показано расположение скважин. Данное месторождение характеризуется существенной неоднородностью пористой среды. Модель показана в разрезе с увеличением размеров по вертикали в 8 раз по сравнению с латеральными размерами, слои отделены друг от друга.

Для исследования технологии закачки горячей воды предлагается использовать группу из семи скважин, показанных на рисунке 5.11. Выбранные скважины будут использованы для циклической закачки горячей воды, то есть в каждую скважину в течение 30 суток закачивается горячая вода, после этого 10 суток скважина не работает, затем 360 дней введется добыча нефти. По окончании добычи снова начинается закачка горячей воды и т.д.

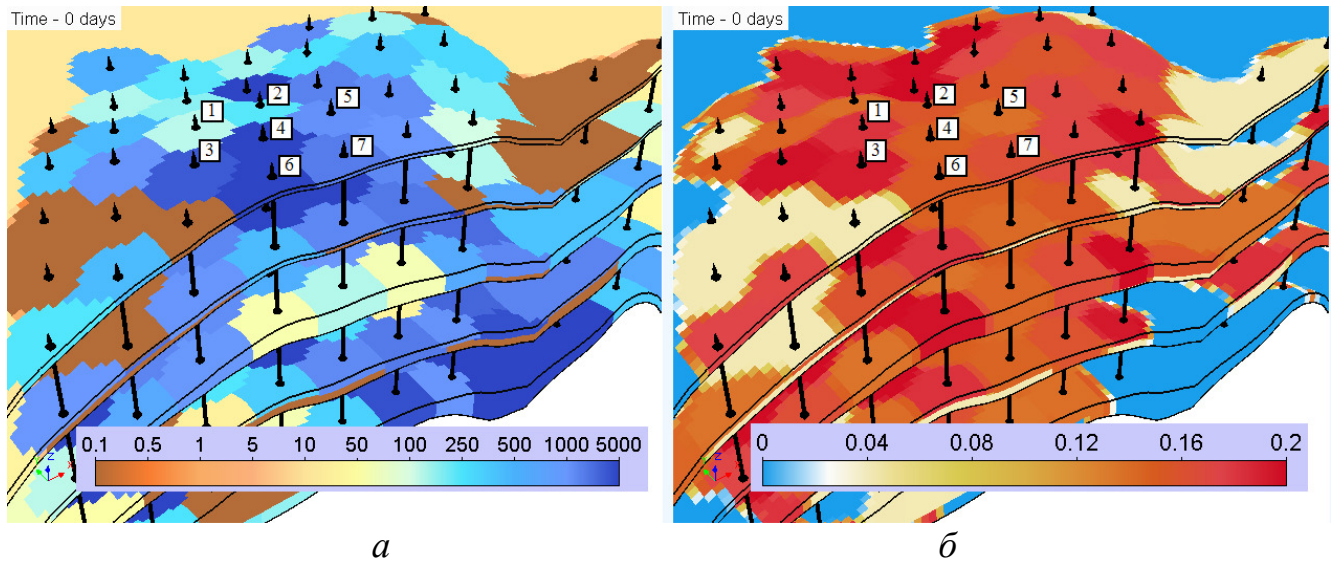


Рисунок 5.11 – Распределения абсолютной проницаемости и доли нефти в объеме пористой среды

Результаты численных исследований по использованию горячей воды для вытеснения нефти (т.е. постоянная закачка горячей воды в нагнетательные скважины) опубликованы в работах [117,118].

С увеличением температуры существенно уменьшается вязкость нефти. Для моделирования была использована зависимость вязкости нефти от температуры (рисунок 5.12) из работы [119].

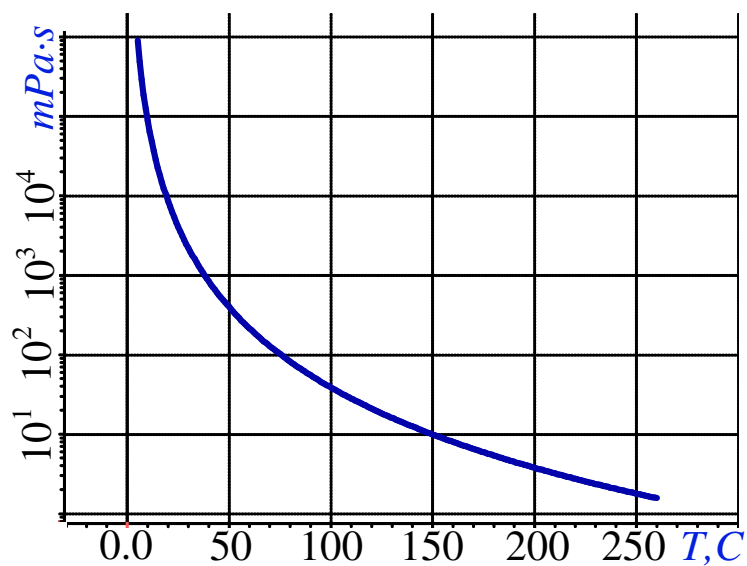


Рисунок 5.12 – Зависимость вязкости нефти от температуры

Таким образом, вязкость нефти в начальный момент времени соответствует значению температуры 25 °С (начальная температура пластов) и составляет 4082 мПа·с. Зависимость вязкости воды от температуры показана на рисунке 4.16а. При начальной температуре вязкость воды – 0.9 мПа·с. Пластовое давление – 130 атм.

Плотность фазы воды – 1170 кг/м³, нефти – 950 кг/м³, породы – 4600 кг/м³. Теплоемкость воды – 4200 Дж/(кг·°С), нефти – 1850 Дж/(кг·°С), породы – 500 Дж/(кг·°С).

В скважины 1-7 в течение 30 суток закачивается 20 м³ горячей воды в сутки. После отключения на 10 дней скважина начинает добычу в объеме 20 м³ смеси в сутки. Ограничение для давления при добыче – 5 атм.

Время моделирования – 5000 суток, за это время будет проведено 10 циклов по закачке горячей воды и последующей добычи. 10-й цикл закончится в момент времени 4000 суток, оставшиеся 1000 суток скважины работают в качестве добывающих с отбором 20 м³ смеси в сутки.

Для анализа эффективности рассмотренного подхода проведем расчеты с различной температурой закачиваемой воды: 25, 50, 75, 100, 150 и 200 °С.

Расчеты будем проводить на сетке с шагом 30 м по латерали, что соответствует сетке Н/2 из предыдущего исследования, при этом вблизи скважин (в окрестности 40-50м) построим более подробную сетку, так как именно в этих областях будут происходить процессы нагревания нефти. Временной шаг выберем равным 10 суткам.

На рисунке 5.13 показаны графики накопленного объема добытой нефти для скважин 1-7 для нескольких значений температуры закачиваемой воды. Как видно из рисунка, на всех рассмотренных скважинах наблюдается существенное увеличение объемов добычи нефти.

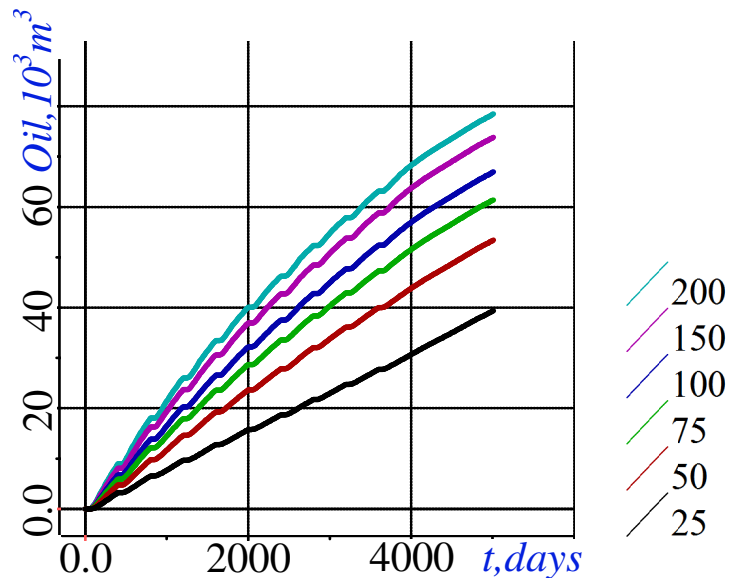


Рисунок 5.13 – Суммарный по скважинам 1-7 накопленный объем добытой нефти при закачке воды различной температуры

На рисунке 5.14 показан суммарный по скважинам объем добытой нефти в зависимости от температуры закачиваемой воды. Как видно из представленного графика при температуре до 75 °C зависимость почти линейная, но при дальнейшем увеличении температуры воды, прирост в добыче нефти становится меньше. Это связано с тем, что при увеличении температуры выше 70 °C вязкость нефти уменьшается не так сильно, как при увеличении температуры от 25 до 70 °C.

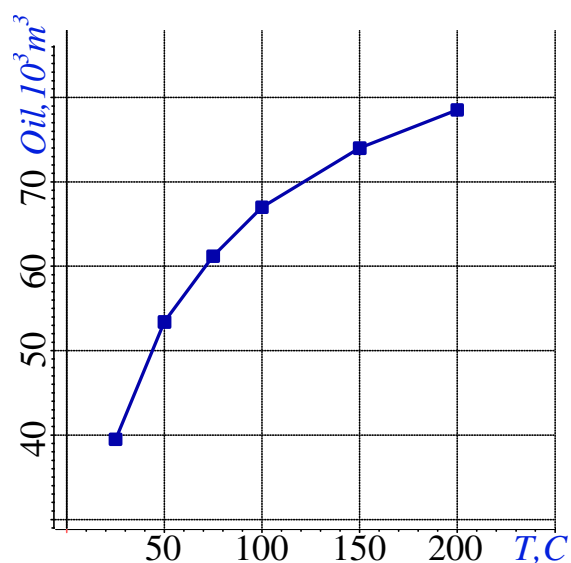


Рисунок 5.14 – Суммарный по скважинам объем добытой нефти при закачке горячей воды различной температуры

Значения добытого объема нефти каждой из скважин 1–7 при закачке горячей воды с различной температурой приведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Объем добытой нефти при закачке воды различной температуры

Температура закачиваемой воды, °С	Скважины							Объем добытой нефти, тыс. куб. м
	1	2	3	4	5	6	7	
25	3.1	10	8	5	6.4	3	4	39.5
50	4.8	10.9	11.1	6.8	8.5	5.9	5.4	53.4
75	5.9	11.2	12.6	7.8	9.5	8.1	6.1	61.2
100	6.7	11.5	13.5	8.6	10.2	9.9	6.6	67
150	7.9	11.6	14.4	9.6	11.1	12.2	7.2	74
200	9	11.7	14.9	10.2	11.6	13.6	7.5	78.5

Прирост добычи нефти по сравнению со случаем закачки воды с температурой 25 °С приведены в таблице 5.4. Как видно из представленных значений суммарный прирост добычи нефти достигает 70% при закачке горячей воды с температурой 100 °С и 99% для температуры 200 °С .

Таблица 5.4 – Объем дополнительно добытой нефти и процент прироста при закачке воды с различной температурой

Температура закачиваемой воды, °С	Скважины							Объем дополнительно добытой нефти, тыс. куб. м
	1	2	3	4	5	6	7	
50	1.7	0.9	3.1	1.8	2.1	2.9	1.4	14.1
75	2.8	1.2	4.6	2.8	3.1	5.1	2.1	21.9
100	3.6	1.5	5.5	3.6	3.8	6.9	2.6	27.7
150	4.8	1.6	6.4	4.6	4.7	9.2	3.2	34.7
200	5.9	1.7	6.9	5.2	5.2	10.6	3.5	39.2

Подробнее рассмотрим процесс добычи нефти для скважин 1 и 3. На рисунках 5.15–5.16 показаны мгновенный и накопленный объем добытой нефти, обводненность и дебит смеси скважин. Как видно из представленных графиков обе скважины в периоды добычи практически все время работают при фиксированном давлении 5 атм, так как дебит смеси (график снизу справа) меньше $20 \text{ м}^3/\text{сут}$. С ростом температуры закачиваемой воды дебит смеси увеличивается, так как вязкость смеси вблизи скважины снижается. В тоже время увеличивается и обводненность скважин (график снизу слева), так как закачиваемая воды с каждым следующим циклом закачки вытесняет менее вязкую (из-за роста температуры) нефть. Тем не менее, на графике мгновенного отбора нефти (слева сверху) с ростом температуры воды наблюдается увеличение уровня добычи нефти.

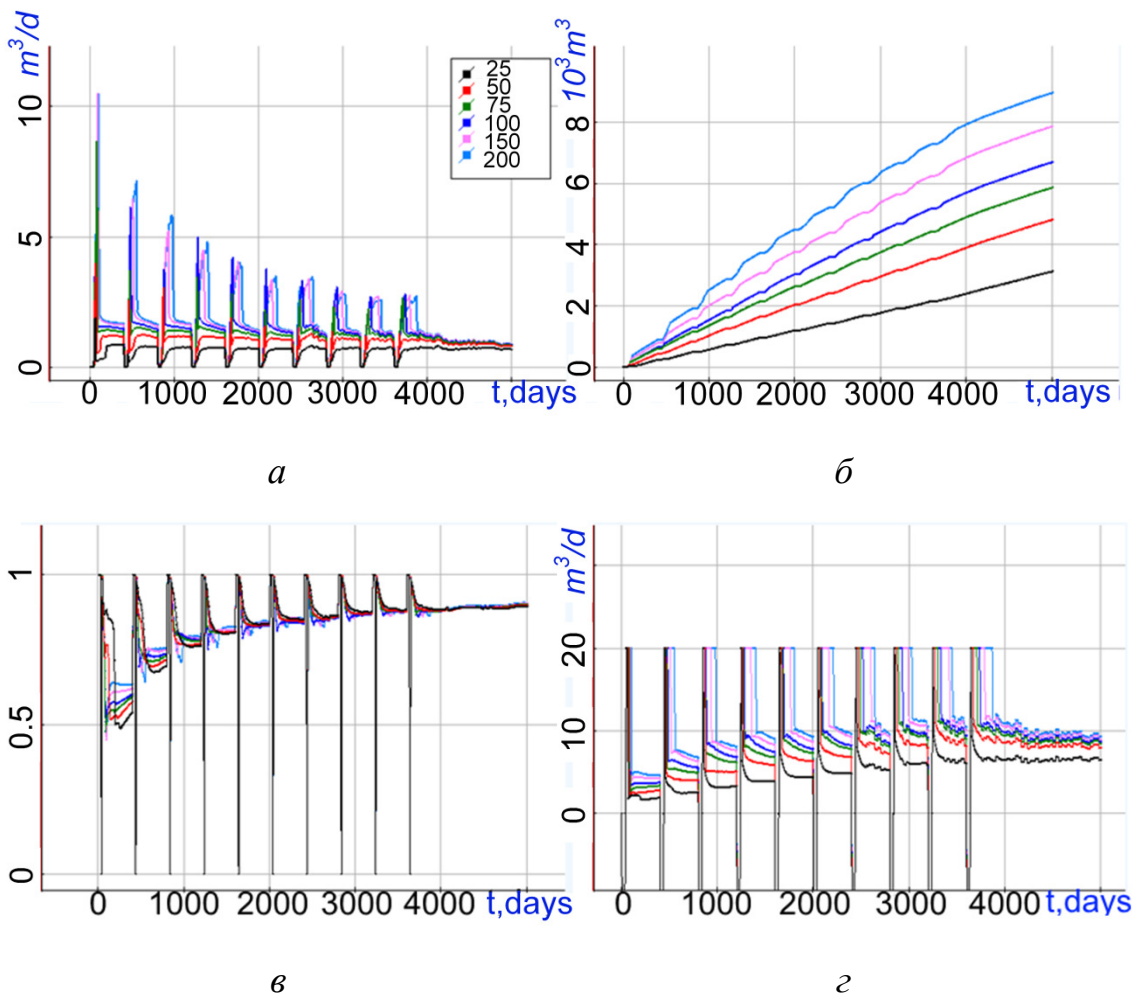


Рисунок 5.15 – Графики мгновенного (*a*) и накопленного (*б*) объема нефти, обводненности (*в*) и дебита смеси (*г*) для скважины 1

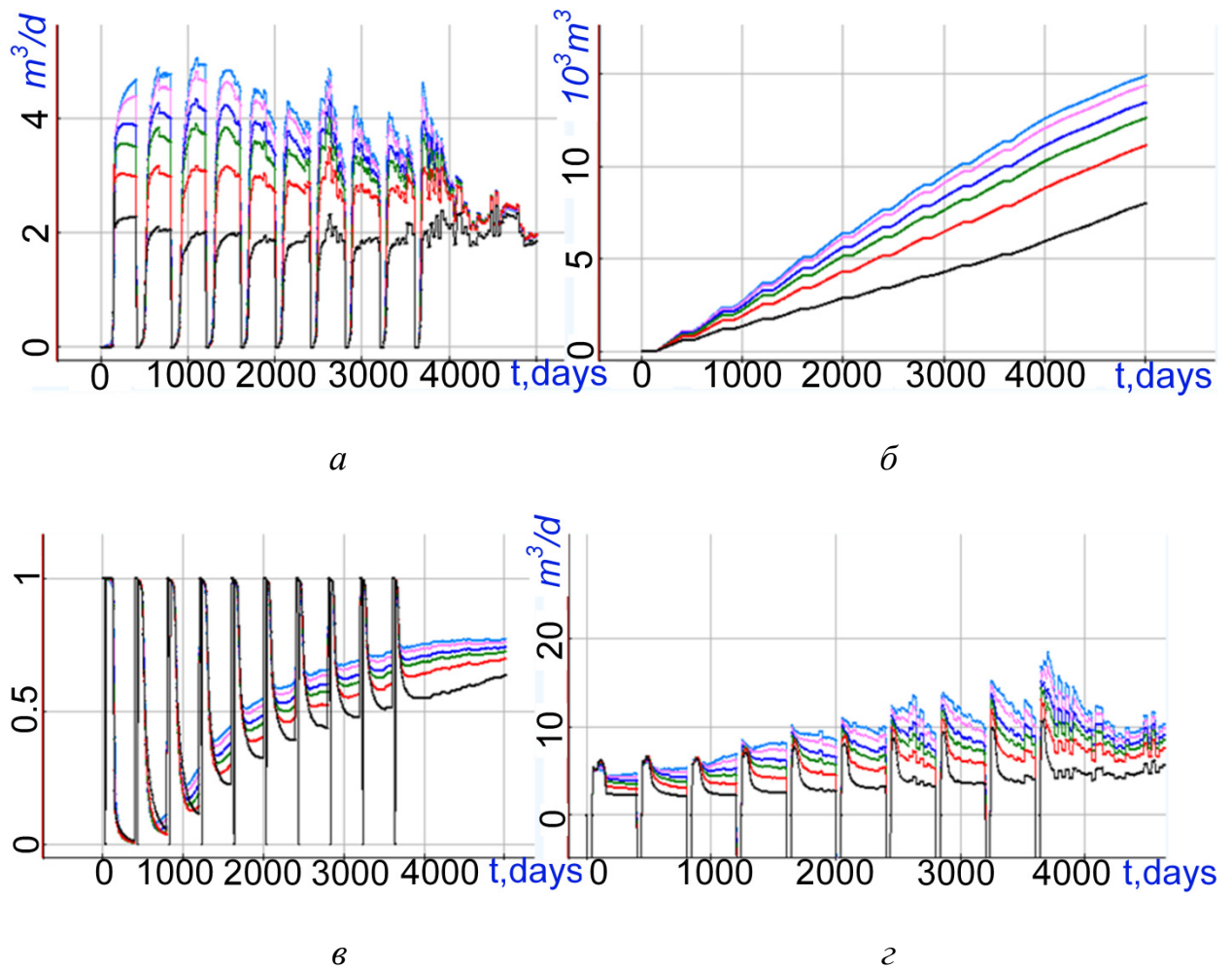


Рисунок 5.16 – Графики мгновенного (а) и накопленного (б) объема нефти, обводненности (в) и дебита смеси (г) для скважины 3

Для расчета использовался ПК с процессором Intel i7-3770K, 3.5 ГГц и с объемом оперативной памяти 32 Гб. Вычисления проводились с распараллеливанием на 6 потоков. Среднее общее время расчетов составляет 1 час 35 минут. Детализация вычислительных затрат для одного из расчетов представлена в таблице 5.5.

Таблица 5.5 – Вычислительные затраты для расчета с температурой закачиваемой воды 100 °С (в секундах)

Расчет давления	Расчет потока	Балансировка потока	Перенос фаз и обновление состояния	Расчет температурного поля	Общее время
2930	750	415	1620	250	6090

Из таблицы видно, что время, затрачиваемое на расчет температурного поля, не превышает 5% от общего времени расчета.

Для подтверждения достаточной точности найденного решения были проведены расчеты на сетке, дробленной по латерали во всей расчетной области, с уменьшенным вдвое шагом по времени. Отклонение накопленного объема добытой нефти на конец расчета не превысило 1%.

Выводы по главе 5

1. Проведено исследование по применению разработанной математической модели и численного метода для решения задач автоадаптации цифровых моделей реальных месторождений высоковязкой нефти. Показано, что расчетные и практические данные достаточно хорошо совпадают как в период адаптации (две трети от общего времени моделирования), так и в прогнозный период. Это подтверждает работоспособность разработанного численного метода для решения прямых и обратных задач.

2. Проведены численные эксперименты, позволяющие оценить возможности увеличения нефтеотдачи при закачке растворов полимера и ПАВ-полимера. Показана сходимость численной схемы при дроблении шагов по пространству и времени. Проведенное исследование показывает, что представленные методы моделирования позволяют изучать возможности применения различных вытесняющих агентов и их композиций и могут быть использованы для проектирования эффективного плана разработки нефтяного месторождения на основе его цифровой гидродинамической модели.

3. На модели реального месторождения проведены исследования по применению теплового метода увеличения нефтеотдачи. Показана эффективность технологии закачки горячей воды при разработке месторождений сверхвязкой нефти.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена математическая модель неизотермической многофазной фильтрации сжимаемых фаз с учетом их различного взаимодействия. Она учитывает многокомпонентность фаз, различные способы задания зависимостей свойств фаз от давления, температуры и массовых долей их компонент (с использованием, как аналитических формул, так и таблиц), переход компонент из одной фазы в другую (включая растворение газа и дегазацию), химические реакции и фазовые переходы, сопровождающиеся выделением или поглощением тепла.

2. Предложен численный метод моделирования, основанный на неявном методе расчета давления и явном переносе фаз и компонент с пересчетом насыщенностей, массовых долей компонент и температуры на конечных элементах. В предложенном подходе обновление состояния каждой ячейки конечноэлементной сетки моделируется явно в зависимости от объема и состава фаз, втекающих, вытекающих и оставшихся в ячейке. Это обеспечивает простую реализацию переходов компонент из одной фазы в другую, обновление всех свойств фаз и моделирование химических реакций с появлением/исчезновением компонент или фаз.

3. Разработаны алгоритмы решения краевой задачи для давления методом конечных элементов, алгоритмы вычисления по полю давления потоков фаз, перетекающих через грани элементов, алгоритмы пересчета насыщенностей, массовых долей компонент и температуры фаз на конечных элементах. Было показано, что использование неконформных конечноэлементных сеток позволяет уменьшить вычислительные затраты почти на порядок.

4. Разработана вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и смеси флюидов в коллекторе, в которой используется коэффициент, характеризующий скорость теплообмена между смесью флюидов и породой. Предложен способ оценки данного коэффициента.

5. Для повышения вычислительной эффективности разработанного метода моделирования разработаны специальные подходы к учету различного типа нелинейностей. Это метод линеаризации правых частей уравнения для давления и краевых условий, который позволяет ускорить сходимость итерационного процесса для решения уравнения давления; использование специальных краевых условий, позволяющих исключить итерационный процесс для получения корректного давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости; использование специальных краевых условий, позволяющих заменять скважины реального радиуса на скважины с большим радиусом без существенного влияния на результат решения.

6. Разработана подсистема программного комплекса, позволяющая моделировать неизотермический многофазный многокомпонентный поток в трехмерных пористых средах со сложной структурой и большим числом действующих скважин. Она предоставляет широкие возможности для проведения численного моделирования различными методами увеличения нефтеотдачи как при решении модельных задач, так и для реальных месторождений. Разработанная подсистема в составе программного комплекса позволяет также решать задачи автоадаптации цифровых моделей нефтяных месторождений и дальнейшей оптимизации процессов нефтедобычи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М: Недра, 1982. 408с.
2. Aitokhuehi I., Durlofsky L.J. Optimizing the performance of smart wells in complex reservoirs using continuously updated geological models // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2005. Vol. 48, № 3. P. 254–264.
3. Dang C., Nghiem L., Nguyen N., et al. Modeling and optimization of alkaline-surfactant-polymer flooding and hybrid enhanced oil recovery processes // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2018. Vol. 169. P. 578–601.
4. Zhao H., Xu L., Guo Z., et al. A new and fast waterflooding optimization workflow based on INSIM-derived injection efficiency with a field application // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2019. Vol. 179. P. 1186–1200.
5. Bukshynov V., Volkov O., Durlofsky L.J., et al. Comprehensive framework for gradient-based optimization in closed-loop reservoir management // Computational Geosciences. 2015. Vol. 19, № 4. P. 877–897.
6. Shirangi M.G., Durlofsky L.J. Closed-loop field development under uncertainty by use of optimization with sample validation // SPE Journal. Society of Petroleum Engineers, 2015. Vol. 20, № 5. P. 908–922.
7. Ni H. mei, Liu Y. jian, Fan Y. cai. Optimization of injection scheme to maximizing cumulative oil steam ratio based on improved artificial bee colony algorithm // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2019. Vol. 173, № May 2018. P. 371–380.
8. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D. V, et al. Oil production optimization based on the finite-element simulation of the multi-phase flow in porous media and inverse problem solution // GeoBaikal 2020. European Association of Geoscientists and Engineers, EAGE, 2020. Vol. 2020, № 1. P. 1–6.
9. Kumar A., Oballa V., Card C.C. Fully-coupled wellbore design and optimization for thermal operations // Canadian Unconventional Resources and International Petroleum Conference. OnePetro, 2010. Vol. 2.

10. Siavashi M., Garusi H., Derakhshan S. Numerical simulation and optimization of steam-assisted gravity drainage with temperature, rate, and well distance control using an efficient hybrid optimization technique // Numerical Heat Transfer; Part A: Applications. 2017. Vol. 72, № 9. P. 721–744.
11. Kokal S., Al-Kaabi A. Enhanced oil recovery: challenges and opportunities // Global Energy Solutions. 2010. P. 64–69.
12. Fink J. Enhanced oil recovery // Petroleum Engineer's Guide to Oil Field Chemicals and Fluids. Elsevier, 2015. P. 477–565.
13. Mokheimer E.M.A., Hamdy M., Abubakar Z., et al. A comprehensive review of thermal enhanced oil recovery: Techniques evaluation // Journal of Energy Resources Technology. 2019. Vol. 141, № 3.
14. Massarweh O., Abushaikha A.S. The use of surfactants in enhanced oil recovery: A review of recent advances // Energy Reports. Elsevier Ltd, 2020. Vol. 6. P. 3150–3178.
15. Chaar M., Venetos M., Dargin J., et al. Economics Of Steam Generation For Thermal Enhanced Oil Recovery // Oil and Gas Facilities. 2015. Vol. 4, № 6. P. 42–50.
16. Lake L.W. Enhanced oil recovery. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall, 1989.
17. Bahadori A. Fundamentals of Enhanced Oil and Gas Recovery from Conventional and Unconventional Reservoirs // Fundamentals of Enhanced Oil and Gas Recovery from Conventional and Unconventional Reservoirs. 2018.
18. Гуськова И.А., Маннанов И.И., Храмушина И.М., Шайхразиева Л.Р. Экспериментальные исследования по обоснованию применения ПАВ для повышения эффективности добычи высоковязкой нефти в условиях высокой неоднородности коллектора // Газовая промышленность, 2019. №10. С. 88-91.
19. Guskova I., Sayakhov V. Determining optimum composition of agents and estimation of reservoir performance // International multidisciplinary scientific geoconference SGEM. 2017. Vol. 17. P. 593–600.
20. Green D.W., Willhite G.P. Enhanced Oil Recovery. Richardson, Texas: Society of

- Petroleum Engineers, 1998. 545 p.
21. Ленченкова Л. Е. Повышение нефтеотдачи пластов физико-химическими методами // М:Недра,1998. 394с.
 22. Blunt M., Fayers F.J., Orr F.M. Carbon dioxide in enhanced oil recovery // *Energy Conversion and Management*. 1993. Vol. 34, № 9–11. P. 1197–1204.
 23. Zhu G., Yao J., Li A., et al. Pore-Scale Investigation of Carbon Dioxide-Enhanced Oil Recovery // *Energy and Fuels*. 2017. Vol. 31, № 5. P. 5324–5332.
 24. Abalkhail N., Liyanage P.J., Upamali K.A.N., et al. Alkaline-surfactant-polymer formulation development for a HTHS carbonate reservoir // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2020. Vol. 191.
 25. Agi A., Junin R., Gbonhinbor J., et al. Natural polymer flow behaviour in porous media for enhanced oil recovery applications: a review // *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. 2018. Vol. 8, № 4. P. 1349–1362.
 26. Сургучев М.П., Горбунов А.Т., Забродин Д.И. Методы извлечения остаточной нефти. Москва: Недра, 1991. 347 с.
 27. Алтунина Л. К., Стасьева Л. А., Кувшинов В. А. и др. Низкотемпературная композиция с двумя гелеобразующими компонентами для ограничения водопритока и увеличения нефтеотдачи // *Химия в интересах устойчивого развития*. – 2021. Т. 29. №. 1. С. 1-9.
 28. Altunina L.K., Kuvshinov V.A., Kuvshinov I. V., et al. Surfactant-Based Compositions for Enhanced Oil Recovery in Arctic High-Viscosity Oil Fields // *Petroleum Chemistry*. 2022. Vol. 62, № 2. P. 169–182.
 29. Askarova A., Turakhanov A., Markovic S., et al. Thermal enhanced oil recovery in deep heavy oil carbonates: Experimental and numerical study on a hot water injection performance // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2020. Vol. 194.
 30. Huber R., Helmig R. Node-centered finite volume discretizations for the numerical simulation of multiphase flow in heterogeneous porous media // *Computational Geosciences*. 2000. Vol. 4, № 2. P. 141–164.
 31. Кац Р.М., Волгин Е.Р., Афанаскин И.В. Численное моделирование

- двухфазной фильтрации нефти и воды // Математическое и компьютерное моделирование сложных систем: теоретические и прикладные аспекты. 2014. Т.4. №2. С. 141-148.
32. Поташев К. А. Пространственно-временные масштабы и математические модели разработки нефтяных месторождений // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Казань. 2017. 276 с.
 33. Хисамов Р.С., Назимов Н.А., Хайруллин М.Х., и др. Оценка профиля притока к стволу горизонтальной скважины по результатам термогидродинамических исследований // Нефтяное хозяйство, 2021. №12. С. 114–116.
 34. Четверушкин Б. Н., Люпа А.А., Трапезникова М.А., и др. Моделирование многофазных течений в подземном пространстве на суперкомпьютерах с применением явных разностных схем // Актуальные проблемы нефти и газа. 2018. Т.2. С.14.
 35. Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И. Суперэлементный метод численного моделирования разработки залежей нефти // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. 2013. Т.1. С.237-243.
 36. Хисамов Р. С., Насыбуллин А. В. Моделирование разработки нефтяных месторождений. М: ВНИИОЭНГ, 2008. 255с.
 37. Никифоров А. И., Садовников Р. В., Решение задач заводнения нефтяных пластов с применением полимердисперсных систем на многопроцессорной вычислительной системе // Математическое моделирование, 2016. Т. 28, №8. С.112–126.
 38. Никифоров А. И., Садовников Р. В. Параллельные вычисления на гибридной вычислительной системе в задачах двухфазной фильтрации // Вычислительные методы и программирование, 2018. Т. 19. С. 9-16.
 39. Jackson M.D., Gomes J.L.M.A., Mostaghimi P., et al. Reservoir modeling for flow simulation using surfaces, adaptive unstructured meshes and control-volume-finite-element methods // SPE Reservoir Simulation Symposium. 2013. Vol. 2. P. 774–792.

40. Doyle B., Riviere B., Sekachev M. A multinumerics scheme for incompressible two-phase flow // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 370.
41. Abd A.S., Abushaikha A. Velocity dependent up-winding scheme for node control volume finite element method for fluid flow in porous media // *Scientific Reports*. Nature Research, 2020. Vol. 10, № 1. P. 1–13.
42. Jo G., Kwak D.Y. An IMPES scheme for a two-phase flow in heterogeneous porous media using a structured grid // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 317. P. 684–701.
43. Schmid K.S., Geiger S., Sorbie K.S. Higher order FE-FV method on unstructured grids for transport and two-phase flow with variable viscosity in heterogeneous porous media // *Journal of Computational Physics*. 2013. Vol. 241. P. 416–444.
44. Zhang R. han, Zhang L. hui, Luo J. xin, et al. Numerical simulation of water flooding in natural fractured reservoirs based on control volume finite element method // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2016. Vol. 146. P. 1211–1225.
45. Juanes R. A variational multiscale finite element method for multiphase flow in porous media // *Finite Elements in Analysis and Design*. 2005. Vol. 41, № 7–8. P. 763–777.
46. Nick H.M., Matthäi S.K. Comparison of Three FE-FV Numerical Schemes for Single- and Two-Phase Flow Simulation of Fractured Porous Media // *Transport in Porous Media*. 2011. Vol. 90, № 2. P. 421–444.
47. Nick H.M., Matthäi S.K. A Hybrid Finite-Element Finite-Volume Method with Embedded Discontinuities for Solute Transport in Heterogeneous Media // *Vadose Zone Journal*. 2011. Vol. 10, № 1. P. 299–312.
48. Abushaikha A.S., Blunt M.J., Gosselin O.R., et al. Interface control volume finite element method for modelling multi-phase fluid flow in highly heterogeneous and fractured reservoirs // *Journal of Computational Physics*. 2015. Vol. 298. P. 41–61.
49. Bochev P.B., Dohrmann C.R. A computational study of stabilized, low-order C-0

- finite element approximations of Darcy equations // *Computational Mechanics*. 2006. Vol. 38, № 4. P. 323–333.
50. Jha B., Juanes R. A locally conservative finite element framework for the simulation of coupled flow and reservoir geomechanics // *Acta Geotechnica*. 2007. Vol. 2, № 3. P. 139–153.
 51. Zhang N., Yan B., Sun Q., et al. Improving multiscale mixed finite element method for flow simulation in highly heterogeneous reservoir using adaptivity // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2017. Vol. 154. P. 382–388.
 52. Moortgat J., Firoozabadi A. Higher-order compositional modeling of three-phase flow in 3D fractured porous media based on cross-flow equilibrium // *Journal of Computational Physics*. 2013. Vol. 250. P. 425–445.
 53. Moortgat J., Sun S., Firoozabadi A. Compositional modeling of three-phase flow with gravity using higher-order finite element methods // *Water Resources Research*. 2011. Vol. 47, № 5.
 54. Amooie M.A., Moortgat J. Higher-order black-oil and compositional modeling of multiphase compressible flow in porous media // *International Journal of Multiphase Flow*. 2018. Vol. 105. P. 45–59.
 55. Wheeler M.F., Yotov I. A multipoint flux mixed finite element method // *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 2006. Vol. 44, № 5. P. 2082–2106.
 56. Lee S., Lee Y.J., Wheeler M.F. A locally conservative enriched Galerkin approximation and efficient solver for elliptic and parabolic problems // *SIAM Journal on Scientific Computing*. 2016. Vol. 38, № 3. P. A1404–A1429.
 57. Odsæter L.H., Wheeler M.F., Kvamsdal T., et al. Postprocessing of non-conservative flux for compatibility with transport in heterogeneous media // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. North-Holland, 2017. Vol. 315. P. 799–830.
 58. Sun S., Wheeler M.F. Projections of velocity data for the compatibility with transport // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. Vol. 195, № 7–8. P. 653–673.
 59. Deng Q., Ginting V., McCaskill B. Construction of locally conservative fluxes for

- high order continuous Galerkin finite element methods // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2019. Vol. 359. P. 166–181.
60. Yang H., Li Y., Sun S. Nonlinearly preconditioned constraint-preserving algorithms for subsurface three-phase flow with capillarity // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 367.
61. Jiang J., Tchelepi H.A. Nonlinear acceleration of sequential fully implicit (SFI) method for coupled flow and transport in porous media // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2019. Vol. 352. P. 246–275.
62. Hamon F.P., Mallison B.T. Fully Implicit multidimensional Hybrid Upwind scheme for coupled flow and transport // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 358.
63. Brantferger K.M., Pope G.A., Sepehrnoori K. Development of a Thermodynamically Consistent, Fully Implicit, Equation-of-State, Compositional Steamflood Simulator // *SPE Symposium on Reservoir Simulation*. OnePetro, 1991.
64. Xing F., Masson R., Lopez S. Parallel numerical modeling of hybrid-dimensional compositional non-isothermal Darcy flows in fractured porous media // *Journal of Computational Physics*. 2017. Vol. 345. P. 637–664.
65. Class H., Helmig R., Bastian P. Numerical simulation of non-isothermal multiphase multicomponent processes in porous media. 1. An efficient solution technique // *Advances in Water Resources*. 2002. Vol. 25, № 5. P. 533–550.
66. Khoei A.R., Amini D., Mortazavi S.M.S. Modeling non-isothermal two-phase fluid flow with phase change in deformable fractured porous media using extended finite element method // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2021. Vol. 122, № 16. P. 4378–4426.
67. Patacchini L., De Loubens R., Moncorgé A., et al. Four-fluid-phase, fully implicit simulation of surfactant flooding // *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*. 2014. Vol. 17, № 2. P. 271–285.
68. Nghiem L., Skoreyko F., Gorucu S.E., et al. A framework for mechanistic modeling of alkali-surfactant-polymer process in an equation-of-state

- compositional simulator // SPE Reservoir Simulation Conference. OnePetro, 2017.
69. TEMPEST: [сайт]. URL: <https://rozar.ru/portfolio/tempest/>.
 70. Lichtner P.C. Continuum formulation of multicomponent-multiphase reactive transport // *Reactive Transport in Porous Media*. 2019. Vol. 34. P. 1–82.
 71. Steefel C.I., Lasaga A.C. A coupled model for transport of multiple chemical species and kinetic precipitation/dissolution reactions with application to reactive flow in single phase hydrothermal systems // *American Journal of Science*. 1994. Vol. 294. P. 529–592.
 72. Li L., Steefel C.I., Williams K.H., et al. Mineral transformation and biomass accumulation associated with uranium bioremediation at Rifle, Colorado // *Environmental Science and Technology*. 2009. Vol. 43, № 14. P. 5429–5435.
 73. Delshad M., Thomas S.G., Wheeler M.F. Parallel numerical reservoir simulations of nonisothermal compositional flow and chemistry // *SPE Journal*. 2011. Vol. 16, № 2. P. 239–248.
 74. Fan Y., Durlofsky L.J., Tchelepi H.A. A fully-coupled flow-reactive-transport formulation based on element conservation, with application to CO₂ storage simulations // *Advances in Water Resources*. 2012. Vol. 42. P. 47–61.
 75. Nghiem L., Shrivastava V., Kohse B. Modeling aqueous phase behavior and chemical reactions in compositional simulation // *SPE reservoir simulation symposium*. OnePetro, 2011.
 76. Wei L. Sequential coupling of geochemical reactions with reservoir simulations for waterflood and EOR studies // *SPE Journal*. 2012. Vol. 17, № 2. P. 469–484.
 77. Qiao C., Khorsandi S., Johns R.T. A general purpose reservoir simulation framework for multiphase multicomponent reactive fluids // *SPE Reservoir Simulation Conference*. OnePetro, 2017.
 78. Luo H., Al-Shalabi E.W., Delshad M., et al. A robust geochemical simulator to model improved oil recovery methods // *SPE Journal*. 2016. Vol. 21, № 1. P. 55–73.
 79. Овчинникова А.С., Патрушев И.И., Гриф А.М., и др. Конечноэлементное моделирование многофазных потоков с их балансировкой при фиксировании

- рабочего давления на скважинах в процессе нефтедобычи // Вычислительные методы и программирование. 2022. Т. 23. С. 60–74.
80. Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Патрушев И.И., и др. Применение процедуры группирования конечных элементов для повышения эффективности моделирования нестационарного многофазного потока в высоконеоднородных трехмерных пористых средах // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. Т. 57. №4. С. 34-44.
81. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Grif A.M., et al. A method of FE modeling multiphase compressible flow in hydrocarbon reservoirs // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2022. Vol. 390.
82. Ovchinnikova A.S., Patrushev I.I., Grif A.M. Modeling of Gas-liquid Mixture Flow Considering the Processes of Gas Liberation and Dissolution // 2021 XV International Scientific-Technical Conference on Actual Problems Of Electronic Instrument Engineering (APEIE). 2021. P. 568–572.
83. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Ovchinnikova A.S., et al. Analysis of the polymer flooding efficiency in one of the high-viscosity oil fields based on mathematical modeling // Geomodel 2021 - 23th Conference on Oil and Gas Geological Exploration and Development / ed. EAGE. 2021.
84. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Ovchinnikova A.S., et al. Numerical 3D simulation of enhanced oil recovery methods for high-viscosity oil field // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1019, № 1.
85. Персова М. Г., Соловейчик Ю. Г., Патрушев И. И. и др. Численное моделирование нефтедобычи с применением ПАВ-полимерного заводнения // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21. № 4. С. 544–558.
86. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D. V., et al. Uncertainty and Approximation of a Highly Heterogeneous Oil Reservoirs when Solving Problems of Automatic History Matching // Geomodel 2021 - 23th Conference on Oil and Gas Geological Exploration and Development. EAGE, 2021.

87. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D. V, et al. The approach to the automatic adaptation of a high-viscosity oil field hydrodynamic model based on the multidimensional inverse problem of multi-phase filtration // Geomodel 2019 - 21st Conference on Oil and Gas Geological Exploration and Development. EAGE, 2019.
88. Алтынбекова Г.Ж., Овчинникова А.С., Персова М.Г. Исследование вычислительной эффективности и точности моделирования процесса фильтрации в зависимости от выбора порогового значения шага по времени // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 10 ч., Новосибирск, 6 -10 декабря 2021 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. Ч.2. С. 101-105.
89. Овчинникова А.С., Персова М.Г. Краевые условия на зонах перфорации при расчете поля давления в задачах многофазной фильтрации // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 9 ч., Новосибирск, 30 ноября–4 декабря 2020 г. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. Ч.2. С. 139-143.
90. Карасенко И.И., Овчинникова А.С., Патрушев И.И. Моделирование полимерного заводнения нефтяного месторождения с учетом влияния скорости сдвига на вязкость полимера // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 9 ч., Новосибирск, 30 ноября–4 декабря 2020 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. Ч.2. С. 144–147.
91. Овчинникова А.С., Соловейчик Ю.Г. Расчет температурного поля при моделировании процессов многофазной фильтрации // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 9 ч., Новосибирск, 2–6 дек. 2019 г. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2019. Ч. 2. С. 141–145.
92. Овчинникова А.С. Расчет поля давления в задачах многофазной фильтрации сжимаемых фаз // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 10 ч., Новосибирск, 6 -10 декабря 2021 г. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. Ч.2. С. 130-134.
93. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Belov V.K., et al. Modeling of aerodynamic heat flux and thermoelastic behavior of nose caps of hypersonic vehicles // Acta Astronautica. 2017. Vol. 136. P. 312–331.

94. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Vagin D. V, et al. 3D modeling of thermo-mechanical behavior of composite-made nose caps of hypersonic vehicles // *Applied Thermal Engineering*. 2016. Vol. 99. P. 1152–1164.
95. Peaceman D.W. Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation With Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability. // *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1983. Vol. 23, № 3. P. 531–543.
96. Ribeiro G.G., Maliska C.R. Extension of Peaceman's and Ding's Well Indexes for Application in 3D Reservoir Simulation With Horizontal Wells // *15th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, At Belém, Pará, Brazil*. 2014.
97. Ding Y., Renard G., Weill L. Representation of Wells in Numerical Reservoir Simulation // *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*. 1998. Vol. 1, № 1. P. 18–23.
98. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Grif A.M., et al. Flow Balancing in FEM Modelling of Multi-Phase Flow in Porous Media // *2018 XIV International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE)*. IEEE, 2018. P. 205–211.
99. Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Гриф А.М. Балансировка потоков на неконформных конечноэлементных сетках при моделировании многофазной фильтрации // *Программная инженерия*. 2021. Vol. 12, № 9. P. 50–458.
100. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D. V, et al. Finite element solution to 3-D airborne time-domain electromagnetic problems in complex geological media using non-conforming hexahedral meshes // *Journal of Applied Geophysics*. 2020. Vol. 172.
101. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Domnikov P.A., et al. Finite-element solution to multidimensional multisource electromagnetic problems in the frequency domain using non-conforming meshes // *Geophysical Journal International*. 2018. Vol. 212, № 3. P. 2159–2193.
102. Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач // *Новосибирск: НГТУ*, 2007. 896 с.

103. Schenk O., Gärtner K. Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with PARDISO // *Future Generation Computer Systems*. North-Holland, 2004. Vol. 20, № 3. P. 475–487.
104. HDPoM (HydroDynamic in Porous Media) / Персова М. Г., Соловейчик Ю. Г., Вагин Д. В., Гриф А. М. и др. // Свидетельство о государственной регистрации №2018665401 от 04.12.2018 М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). 2018.
105. HDPoM 2.0 (HydroDynamic in Porous Media) / Персова М. Г., Соловейчик Ю. Г., Овчинникова А. С. и др. // Свидетельство о государственной регистрации №2021661751 от 15.07.2021 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2021.
106. Программный комплекс для гидродинамического моделирования FlowER / Персова М. Г., Соловейчик Ю. Г., Овчинникова А. С. и др. // Свидетельство о государственной регистрации № 2019665615 от 26.11.2019 М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). 2019.
107. Odeh A. Comparison of Solutions to a Three-Dimensional Black-Oil Reservoir Simulation Problem (includes associated paper 9741) // *Journal of Petroleum Technology*. 1981. Vol. 33, № 1. P. 13–25.
108. Aziz K., Ramesh B., Woo P. Fourth SPE Comparative Solution Project: Comparison of Steam Injection Simulators // *Journal of Petroleum Technology*. 1987. Vol. 39, № 12. P. 1576–1584.
109. Иванов В. А., Храмова В. Г., Дияров Д. О. Структура порового пространства коллекторов нефти и газа // *Недра*. – 1974.
110. Новиков С.В. Тепловые свойства терригенных коллекторов и насыщающих флюидов // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Москва. 2009. 115 с.
111. NIST Chemistry WebBook:[сайт].URL:<https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>.
112. Christie M.A., Blunt M.J. Tenth SPE comparative solution project: A comparison of upscaling techniques // *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*. Society of Petroleum Engineers, 2001. Vol. 4, № 4. P. 308–317.

113. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D. V, et al. The design of high-viscosity oil reservoir model based on the inverse problem solution // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2021. Vol. 199.
114. Wang Y., Zhao F., Bai B., et al. Optimized surfactant IFT and polymer viscosity for surfactant-polymer flooding in heterogeneous formations // *SPE improved oil recovery symposium*. OnePetro, 2010.
115. Скрипкин А.Г., Кольцов И.Н., Мильчаков С.В. Экспериментальные исследования кривой капиллярного осушения при закачке ПАВ-полимерной композиции // *ПРОнефть. Профессионально о нефти: периодический научно-технический журнал “Газпром нефти”*. 2021. Т. 6, № 1. С. 40–46.
116. Wei Z., Xianhong T., Taichao W., et al. Evaluation of Economic Development Model of Offshore Heavy Oil Thermal Recovery // *International Field Exploration and Development Conference*. Springer, 2020. Vol. 2. P. 575–586.
117. Овчинникова А.С. Вычислительная схема для расчета температурного поля при решении задач нефтедобычи // *Системы анализа и обработки данных*. 2021. Т. 84. № 4. С. 37–48.
118. Ovchinnikova A.S. Computational Scheme of Temperature Field Calculation During Modeling Multiphase Flow in Porous Media // *2021 XV International Scientific-Technical Conference on Actual Problems Of Electronic Instrument Engineering (APEIE)*. 2021. P. 564–567.
119. Arguelles-Vivas F.J., Babadagli T. Experimental and Analytical Modeling of Gravity Drainage Dominated Heavy-Oil Recovery Under Non-Isothermal Conditions: A Microscale Approach // *Canadian Unconventional Resources Conference*. OnePetro, 2011.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А СВИДЕТЕЛЬСТВА О ГОСУДАРСТВЕННОЙ
РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021661751

HDPoM 2.0 (HydroDynamic in Porous Media)

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (RU)**

Авторы: **Персова Марина Геннадьевна (RU), Соловейчик Юрий
Григорьевич (RU), Овчинникова Анастасия Сергеевна (RU), Вагин
Денис Владимирович (RU), Патрушев Илья Игоревич (RU), Гриф
Александр Михайлович (RU), Карасенко Иван Игоревич (RU),
Гумалевский Роман Викторович (RU)**

Заявка № **2021660999**

Дата поступления **15 июля 2021 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **15 июля 2021 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 0x02A5CF8C00B1ACF59A40A2F08092E9A118
Владелец **Ивлиев Григорий Петрович**
Действителен с 15.01.2021 по 15.01.2035

Г.П. Ивлиев



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2019665615

Программный комплекс для гидродинамического
моделирования FlowER

Правообладатель: *Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Альметьевский государственный нефтяной институт» (RU)*

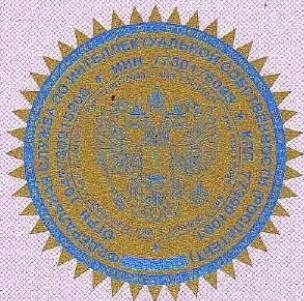
Авторы: *Персова Марина Геннадьевна (RU), Соловейчик Юрий Григорьевич (RU), Овчинникова Анастасия Сергеевна (RU), Патрушев Илья Игоревич (RU), Вагин Денис Владимирович (RU), Гумалевский Роман Викторович (RU), Орехов Евгений Валерьевич (RU), Карасенко Иван Игоревич (RU), Насыбуллин Арслан Валерьевич (RU), Гриф Александр Михайлович (RU), Кисилев Дмитрий Сергеевич (RU)*

Заявка № 2019664509

Дата поступления 15 ноября 2019 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 26 ноября 2019 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018665401

НДРoM (HydroDynamic in Porous Media)

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
(НГТУ) (RU)**

Авторы: **Соловейчик Юрий Григорьевич (RU), Персова Марина
Геннадьевна (RU), Вагин Денис Владимирович (RU), Гриф Александр
Михайлович (RU), Патрушев Илья Игоревич (RU), Овчинникова
Анастасия Сергеевна (RU)**

Заявка № 2018663276


Дата поступления 23 ноября 2018 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 04 декабря 2018 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Иблиев

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ
ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
ГБОУ ВО "Альметьевский
государственный нефтяной
институт"

д.т.н., профессор

Д.С. Реченко



АКТ

об использовании результатов научных исследований, выполненных соискателем Овчинниковой А.С. в диссертационной работе "Численное моделирование процессов неизотермической многофазной фильтрации в задачах нефтедобычи с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов"

Представленная в диссертационной работе программная подсистема, реализующая численный метод моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации, применялась при моделировании различных технологий нефтедобычи: технологий полимерного и ПАВ-полимерного заводнения, технологий закачки горячей воды. Кроме того, эта подсистема является важной составляющей при решении задач автоматической адаптации моделей месторождений и оптимизации их разработки. Работы по моделированию, автоматической адаптации и оптимизации для месторождений Республики Татарстан выполнялись сотрудниками Альметьевского государственного нефтяного института по заказу ПАО «Татнефть».

Зав. кафедрой разработки и эксплуатации
нефтяных и газовых месторождений,
д.т.н., проф.

Насыбуллин А.В.

22.02.2022