

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



МАРИНИН ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИК И СРЕДСТВ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КРУПНО-  
ГАБАРИТНЫХ ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ**

Специальность 05.07.03 — Прочность и тепловые режимы летательных  
аппаратов

Диссертация  
на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
доцент Бернс Владимир Андреевич

Новосибирск — 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1 МЕТОДЫ И СРЕДСТВА МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ.....	10
1.1 Методы модальных испытаний.....	10
1.2 Средства модальных испытаний.....	18
ГЛАВА 2 МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ИХ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ....	24
2.1 Программа модальных испытаний составных частей крупногабаритных трансформируемых конструкций.....	25
2.2 Методика модальных испытаний составных частей крупногабаритных трансформируемых конструкций.....	26
2.2.1 Выделение собственных тонов колебаний.....	27
2.2.2 Определение обобщенных характеристик собственных тонов колебаний.....	32
2.2.3 Испытания ограниченным числом сил возбуждения колебаний.....	35
2.3 Идентификация диссипативных свойств составных частей крупногабаритных трансформируемых конструкций .....	40
2.4 Способ определения параметров собственных тонов колебаний составных частей крупногабаритных трансформируемых конструкций .....	49
2.5 Редуцирование, коррекция и стыковка расчетных моделей составных частей.....	55
ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ НАЗЕМНЫХ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ.....	65
3.1 Цели, задачи и методики исследований.....	65
3.2 Установка для исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики элементов крупногабаритных трансформируемых конструкций .....	67
3.3 Исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики макета панели солнечной батареи.....	71
3.4 Анализ возможности исследований влияния воздушной среды на масштабных моделях натуральных конструкций.....	74
3.5 Исследования влияния воздушной среды на масштабных моделях.....	79

ГЛАВА 4 РАЗРАБОТКА СРЕДСТВ ИСПЫТАНИЙ КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ.....	90
4.1 Практика модальных испытаний космических аппаратов.....	90
4.1.1 Классификация объектов испытаний.....	90
4.1.2 Испытания средне-размерных конструкций.....	91
4.1.3 Испытания крупногабаритных конструкций.....	93
4.1.4 Испытания протяжённых конструкций.....	95
4.2 Вывешивание объекта испытаний.....	97
4.2.1 Граничные условия при проведении модальных испытаний.....	97
4.2.2 Влияние упругой подвески на динамические характеристики объекта испытаний при его свободном вывешивании.....	98
4.2.3 Вывешивание объекта испытаний на жестком основании.....	108
4.3 Электромеханическая активная система компенсации веса объекта испытаний.....	110
4.4 Средства возбуждения колебаний.....	116
4.5 Средства измерения колебаний.....	120
4.6 Комплексная система модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых конструкций .....	122
4.7 Результаты модального анализа конструкций.....	125
4.7.1 Примеры определения модальных параметров.....	125
4.7.2 Расчетно-экспериментальный модальный анализ макета зонтичной антенны космического аппарата.....	132
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	140
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	142
ПРИЛОЖЕНИЕ А АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ В КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ НАУЧНОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК.....	155
ПРИЛОЖЕНИЕ Б АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ В АО «ВОЕННО-ПРОМЫШЛЕННАЯ КОРПОРАЦИЯ «НПО МАШИНОСТРОЕНИЯ».....	156

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы исследования

Одним из этапов создания крупногабаритных трансформируемых космических конструкций является разработка их расчетных динамических моделей. Первоначально модели строятся на основе технической документации, а затем корректируются по результатам экспериментального модального анализа изделий. Такие модели используются для обеспечения геометрической стабильности антенных систем, управляемости и заданного срока эксплуатации космических аппаратов, поэтому разработка методик и средств модальных испытаний крупногабаритных конструкций является актуальной задачей.

Наиболее достоверным методом экспериментального модального анализа является резонансный метод (метод фазового резонанса). Резонансные испытания производятся в режиме вынужденных колебаний. Целью испытаний является определение собственных частот, форм, обобщенных масс и коэффициентов демпфирования собственных тонов колебаний или, по-другому, модальная идентификация динамических систем.

Развитие методов модальных испытаний конструкций тесно связано с совершенствованием экспериментального оборудования и вычислительной техники. К пятидесятым годам прошлого столетия были разработаны первые способы определения параметров собственных тонов колебаний по результатам испытаний при одноточечном возбуждении. Поэтому постулировались такие свойства реальных систем, как незначительное демпфирование, отсутствие близких собственных частот, выполнимость гипотезы Базиля о возможности приведения матриц инерции, жесткости и демпфирования к диагональному виду одним преобразованием координат.

С появлением в пятидесятых годах экспериментального оборудования, реализующего многоточечное возбуждение колебаний, разрабатываются методики подбора сил для разделения тонов, имеющих близкие собственные частоты. Кроме того, возможность введения фазового сдвига в силы возбуждения позволила создать метод определения обобщенных масс, не требующий выполнения гипотезы Базиля.

Модальные испытания крупногабаритных трансформируемых конструкций (КТК) сопряжены с определенными трудностями. Отметим основные из них. Поскольку эти конструкции могут иметь большую протяженность (порядка 100 метров), то для их испытаний необходимо помещение соответствующих размеров. Кроме того, для выделе-

ния собственных тонов колебаний (реализация режима фазового резонанса) протяженной конструкции необходима система возбуждения колебаний с большим числом силовых возбудителей, управление которой является достаточно сложной задачей. КТК не рассчитаны на эксплуатацию под воздействием гравитации, поэтому при проведении испытаний необходима многоканальная система компенсации веса, которая не должна искажать динамические характеристики объекта испытаний. КТК имеют, как правило, низкие (до одной десятой доли герца) собственные частоты упругих колебаний, поэтому затруднительны измерения колебаний датчиками ускорений, обычно используемыми в модальных испытаниях. Измерения же перемещений требуют базу для отсчета, что усложняет процесс испытаний. И, наконец, на модальные характеристики тонов колебаний с низкими частотами повышенное влияние оказывает воздушная среда.

Отмеченные проблемы определяют актуальность темы диссертации, научную и практическую значимость решения задачи модальных испытаний крупногабаритных космических конструкций.

#### **Степень разработанности темы исследования**

Методы определения характеристик собственных тонов в модальных испытаниях разделяются на методы анализа и методы многоточечного возбуждения. Методы анализа предполагают использование достаточно простого возбуждения в совокупности с последующей обработкой (иногда довольно сложной) результатов испытаний. Основным допущением о свойствах конструкций здесь является гипотеза Базиля. Обзор методов анализа, разработанных до 70-х годов прошлого столетия, содержится в работе Г.Н. Микишева, Б.И. Рабиновича, а вопросы точности рассмотрены Г.Н. Микишевым, Н.Д. Прониным, Ю.Ю. Швейко, И.М. Колосковым. Дальнейшему развитию методов анализа посвящены работы Р.А. Шибанова, Б.Д. Брянцева, В.Ф. Ушкалова, *Wittmeyer H., Goyder, H.G.D., Ewins, D.J., Gleeson P.T., С.Р.Ибрахим* и др.

Определение характеристик собственных тонов методами многоточечного возбуждения предполагает экспериментальное выделение "чистых" собственных тонов конструкций и последующий расчет обобщенных масс и коэффициентов демпфирования достаточно простыми способами. Теоретическому обоснованию методов многоточечного возбуждения, разработке способов подбора сил и совершенствованию расчетов обобщенных характеристик по результатам испытаний посвящены, например, работы В.И. Смыслова, К.И. Васильева, В.И. Ульянова, В.А. Бернса, *Kennedy C. C., Pancu*

*C. D. P., Dat R., Clerc D., Heylen W., Lammens S., Sas P.* Анализ погрешностей измерений характеристик вынужденных колебаний проведен Л.С. Белоусовым и Б.А. Логуновым. Точность определения обобщенных масс при заданных ошибках в собственных частотах и перемещениях (скоростях, ускорениях) конструкций исследована В.И. Смысловым, К.И. Васильевым, Е.А. Жаровым, В.И. Ульяновым, В.А. Бернсом.

Учету влияния воздушной среды на колебания авиационных и космических конструкций при наземных модальных испытаниях посвящены работы В.А. Бужинского, В.Р. Аминова, В.С. Межина, Б.П. Притыковского, А.В. Авершьевой.

Под средствами проведения модальных испытаний понимается комбинация аппаратных и программных составляющих. Современный комплекс оборудования для экспериментального модального анализа включают в себя: многоканальную систему сбора данных и управления возбуждением колебаний, которая содержит измерительные усилители; аналого-цифровые преобразователи; генератор сигналов; цифро-аналоговые преобразователи; интерфейсы для передачи данных и объединения нескольких систем; пьезоэлектрические акселерометры стандарта *ICP (Integrated Circuit-Piezoelectric* — датчики с внутренним предусилителем заряда; пьезоэлектрические *ICP* датчики динамической силы; средства возбуждения колебаний: модальные электродинамические силовозбудители с усилителями мощности и молотки для анализа затухающих колебаний; специализированное программное обеспечение с функциями контроля параметров оборудования; управления процессом испытаний в режиме реального времени; интеграции с внешними программными модулями, расчётными комплексами и системами автоматизированного проектирования; окончательной обработки и представления результатов.

На сегодняшний день в данной области существуют готовые коммерческие решения, представленные ведущими производителями испытательного оборудования: *Bruel & Kjaer* (Дания), *Prodera* (Франция), *OROS* (Франция), *PCB Piezotronics* (США), *TMS* (США), *Siemens* (Бельгия), *Polytec* (Германия).

Таким образом, в настоящее время достаточно разработаны методы и средства модальных испытаний конструкций, однако в полной мере они не решают проблем испытаний КТК космического назначения. Это проявляется, например, в отсутствии систем компенсации веса объекта испытаний, частоты собственных колебаний которого могут составлять десятые доли герца. Кроме того, необходимо иметь многоканальные

системы возбуждения и измерения колебаний протяженных конструкций на столь низких частотах.

**Цель диссертационной работы:** разработка методик и средств модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых космических конструкций.

**Задачи исследования:**

1. Разработать расчетно-экспериментальную методику определения характеристик собственных тонов колебаний КТК по результатам испытаний их составных частей.

2. Разработать методику модальных испытаний и коррекции расчетных моделей составных частей КТК.

3. Создать установку для исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики составных частей КТК.

4. Изучить возможность оценки влияния воздушной среды на динамические характеристики КТК по результатам испытаний их масштабных моделей.

5. Создать активную систему компенсации веса и средства возбуждения колебаний, оказывающие малое влияние на динамические характеристики КТК.

6. Разработать комплексную систему модальных испытаний КТК.

**Научная новизна:**

1. Расчетно-экспериментальная методика определения параметров собственных тонов колебаний конструкций по результатам испытаний их составных частей.

2. Способ коррекции расчетных моделей по результатам испытаний.

3. Методика идентификации диссипативных свойств конструкций.

4. Использование результатов испытаний масштабных моделей для оценки влияния воздушной среды на демпфирование колебаний натуральных конструкций.

**Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическую значимость представляют:

- методика выявления диссипативных свойств динамических систем по соотношениям между вынужденными монофазными и собственными колебаниями;

- оценка влияния упругой подвески на динамические характеристики объекта испытаний при его свободном вывешивании.

Практической значимостью работы является:

- снижение объема работ по наземной экспериментальной отработке космических аппаратов;

- обеспечение управляемости и нормального функционирования космической техники в течение заданного срока эксплуатации.

Результаты проведенных в диссертации исследований использованы при испытаниях трансформируемых антенн Ф 5 м и в разработках изделий КТИ НП СО РАН и АО «ВПК «НПО машиностроения». Научная новизна созданного комплексного стенда модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых конструкций и способа испытаний подтверждено двумя патентами Российской Федерации. Акты об использовании результатов диссертационной работы помещены в приложениях А и Б.

### **Методология и методы исследования**

В качестве основного метода исследований использовался метод экспериментального модального анализа. Исследования погрешностей результатов испытаний проводились методом статистического моделирования.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Расчетно-экспериментальный метод определения модальных параметров КТК космического назначения.

2. Методика оценки влияния воздушной среды на демпфирование колебаний солнечных батарей.

3. Активная система компенсации веса космических конструкций.

4. Комплексная система модальных испытаний КТК космического назначения.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность и обоснованность результатов работы определяется применением основных положений механики; анализом погрешностей измеряемых параметров; проведением специальных тестовых испытаний. Результаты экспериментальных исследований получены с использованием апробированных методик и современного прецизионного оборудования.

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на VII Чаплыгинских чтениях (г. Новосибирск, 2015); Всероссийской научно-технической конференции «Наука Промышленность Оборона» (г. Новосибирск, XVI (2015), XVIII (2017)); Международной научно-практической конференции «Решетнёвские чтения» (г. Железногорск, XIX (2015), XX (2016), XXI (2017), XXII (2018), XXIII (2019)); школе-



семинаре «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов» (г. Новосибирск, 2016, 2017); III Международной научно-технической конференции «Динамика и виброакустика машин» (г. Самара, 2016); Национальной выставке-форуме «ВУЗПРОМЭКСПО 2016» (г. Москва, 2016); Международной молодежной научной конференции «XIV Королёвские чтения» (г. Самара, 2017); V Международном форуме технологического развития «Технопром», V Международной выставке науки, технологий и инноваций «НТИ Экспо 2017» (г. Новосибирск, 2017); XXIV Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова (г. Москва, 2018); научно-технической конференции «Прочность конструкций летательных аппаратов» (г. Жуковский, 2018); Юбилейной Международной научно-технической конференции «Сибирское наследие ЦАГИ» (г. Новосибирск, 2018).

По материалам диссертации опубликовано 20 печатных работы, из них: 7 статей в изданиях, входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ (1 из них входит в реферативную базу *Web of Science*); 1 монография; 2 патента; 10 – в прочих изданиях и сборниках трудов международных и всероссийских научно-технических конференций.

#### **Соответствие паспорту заявленной специальности**

Тема и содержание диссертационной работы соответствуют пунктам 1, 3, 4 и 5 паспорта специальности 05.07.03. – Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов.

**Личный вклад автора** заключается в разработке методологии расчетно-экспериментального модального анализа КТК и оценки влияния воздушной среды на результаты модальных испытаний, участии в разработке комплексной системы модальных испытаний космических конструкций, проведении расчетных и экспериментальных исследований и анализе их результатов, формулировке выводов.

#### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, 4-х глав, заключения, списка литературы из 123 наименований, 2-х приложений. Общий объем работы составляет 156 страниц, включая 73 рисунка и 19 таблиц.

# ГЛАВА 1 МЕТОДЫ И СРЕДСТВА МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ

## 1.1 Методы модальных испытаний

Зарубежными основоположниками экспериментального модального анализа считаются *Pancu C. D. P.* и *Kennedy C. C.* [1]. Вплоть до 1960 годов – начала развития электроники – использовались опубликованные ими в 1947 году методы определения характеристик собственных тонов колебаний. С дальнейшим развитием техники измерения становились все более точными, развивались мощные приложения для проведения модального анализа. В 1963 году в публикации *Bishop R. E. D.* и *Gladwell G. M. L.* [2] описана теория резонансных испытаний, что значительно ускорило развитие модального анализа. В начале 1970-х, с появлением датчиков нового поколения и цифровых анализаторов спектра на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ), экспериментальный модальный анализ начал набирать популярность. Средства возбуждения до нашего времени не претерпели существенных изменений. Основным изменениям и совершенствованиям подверглись средства измерений, программы сбора, обработки, анализа данных и сама методика испытаний. За эти годы по теории и практике экспериментального модального анализа написано, по всему миру, большое количество работ [3-7].

Развитие отечественных методов экспериментального модального анализа неразрывно связано с ЦАГИ. Еще до начала второй мировой войны в СССР начали применять резонансный метод определения собственных частот и форм колебаний, а также коэффициентов демпфирования самолетов и их агрегатов [8; 9]. С довоенных лет по 1982 г. под руководством А.Л. Резника в ЦАГИ развивалась методика модальных испытаний [10]. Накопленный опыт был изложен в одном из первых руководств для конструкторов самолетов (РДК). Экспериментальный модальный анализ развивался не только применительно к испытаниям самолетов, но и по многим другим направлениям: испытания крылатых ракет, испытания топливных баков больших жидкостных ракет, испытания системы Энергия – Буран [11].

В работе Б.И. Рабиновича и Г.Н. Микишева [12] можно найти обзор и теоретическое обоснование всех основных методов модального анализа, разработанных до 70-х годов прошлого столетия: резонансный метод, метод максимальной квадратурной (мни-

мой) составляющей отклика, метод фазового резонанса, метод Кеннеди-Пэнку и метод свободных колебаний. Здесь описаны, например, все основные методы определения обобщенного декремента колебаний: по ширине резонансного пика квадратурной составляющей отклика, по наклону синфазной (действительной) составляющей в окрестности частоты фазового резонанса, по ширине резонансной кривой, по годографу вектора комплексной амплитуды отклика (метод Кеннеди-Пэнку), по свободным затухающим колебаниям. Рассмотрен метод определения обобщенных масс собственных тонов колебаний объектов испытаний – метод добавочных масс. Он основан на измерении изменения собственной частоты колебаний конструкции при установке на нее известных добавочных масс. Работа И. М. Колоскова, Г. Н. Микишева, Н. Д. Пронина, Ю. Ю. Швейко [13] посвящена экспериментальной оценке точности указанных выше методов для случая малого демпфирования и отсутствия близких собственных частот.

Энергетический метод определения обобщенной массы и обобщенного декремента колебаний, изложенный, например, в статьях *Clerc D.* [14] и К. И. Васильева, В. И. Смыслова, В. И. Ульянова [15] в перечисленных выше работах не рассматривался. Метод заключается в приравнивании работы сил неупругого сопротивления работе сил возбуждения за период колебаний. Следует отметить, что математическое описание работы сил демпфирования записывается для конкретной, принимаемой априори, модели рассеяния энергии и выражается через декремент колебаний и обобщенную массу. Если известна обобщенная масса, то энергетический метод служит для определения декремента колебаний, и наоборот, определив декремент известными методами, можно вычислить обобщенную массу.

Модальные испытания в виде методов, использующих несложное возбуждение колебаний, получили дальнейшее развитие в направлении уточнения способов определения обобщенных характеристик при близких собственных частотах и немалом демпфировании. Например, способ определения собственных частот колебаний динамической системы, имеющей две степени свободы, описан в работе *Traill-Nash R. W., Long G., Bailey C. M.* [16]. Способ основан на использовании матрицы частотных характеристик объекта испытаний.

Разработанный Р. А. Шибановым [17] метод уточнения собственных форм колебаний конструкций, полученных в предположении малости взаимного влияния нерезонансных тонов в окрестности собственных частот, основан на использовании свойства

ортогональности собственных форм в метрике кинетической энергии. Метод реализован в виде итерационной процедуры. Матрица инерции определялась расчетом, а обобщенная масса и декремент – из уравнения колебаний по данному собственному тону. По переходу через  $\pi/2$  характеристического фазового сдвига оценивалась собственная частота исследуемого тона колебаний.

В отличие от работы [17], в статьях *Wittmeyer H.* [18; 19] полагается, что собственная частота и форма колебаний конструкции достаточно точно определяются по фазовому резонансу. Обобщенная масса рассчитывается энергетическим методом. Для определения обобщенного коэффициента демпфирования используются условия ортогональности экспериментально найденных собственных векторов в метрике кинетической энергии. Но при этом матрица масс получена расчетным методом. В описании демпфирования принимается колебаний гистерезисная модель рассеяния энергии.

По матрице частотных характеристик, полученных экспериментально, В. Ф. Ушкаловым [20] разработан алгоритм выделения однокомпонентных вынужденных колебаний для систем, подчиняющихся гипотезе Базиля и не имеющих близких собственных частот. Считается, что форма однокомпонентных колебаний совпадает с собственной формой. Обобщенные динамические характеристики определяются методом наименьших квадратов для ряда частот по уравнениям однокомпонентных колебаний.

В работе В. А. Лазаряна, С. Ф. Редько, В. Ф. Ушкалова [21] допускается, что матрица демпфирования может быть недиагональной в главных координатах, но в некоторой окрестности собственных частот влияние недиагональных элементов мало. По отклику конструкции вблизи собственных частот определяются диагональные элементы матрицы, а по колебаниям системы в межрезонансных областях – недиагональные.

В работах *Goyder H. G. D.* [22] и *Gleeson P. T., Ewins D. J.* [23] принимается, что собственные векторы могут быть комплексными. Движение динамической системы представляются в виде разложения по собственным векторам.

Реальная динамическая система может не подчиняться гипотезе Базиля и не иметь малое демпфирование, а число сил возбуждения колебаний, как правило, меньше числа точек их регистрации. По мнению С. Р. Ибрахима [24], это является причиной возникновения комплексных собственных форм. Автор предлагает два способа определения нормальных собственных форм колебаний по комплексным формам и частотам. В развитие такого подхода предлагается корректировать расчетные модели конструкций

по найденным нормальным собственным векторам. При этом для построения линеаризованных моделей нелинейных систем рекомендуется представлять движение этих систем по комплексным собственным векторам [25].

Основным современным методом экспериментального модального анализа являются испытания с многоканальным возбуждением и измерением колебаний: экспериментальный модальный анализ с подбором сил возбуждения [6; 26].

В 1950 году *Wrisley D. L.* и *Lewis R. C.* первыми разработали метод многоточечного возбуждения [27]. Метод базировался на гистерезисной модели рассеяния энергии при колебаниях механических систем, а матрица демпфирования полагалась пропорциональной матрице жесткости.

Для разделения близко расположенных тонов, *Asher G. W.* в 1958 году предложил количественный метод подбора сил [3; 28]. В дальнейшем этот метод был развит в работах *Bishop R. E. D.* и *Gladwell G. M. L.* (1968 г.) [2]. Затем в 1974 году *Craig R. R.* и *Su Y. W. T.* использовали его в практике модальных испытаний [29]. В 1978 году *Hallauer W. L.*, *Stafford J. F.* исследовали метод Ашера на математических моделях [30].

Метод Ашера оказался достаточно эффективным и неоднократно использовался в испытаниях натуральных конструкций [3; 12].

Теоретическое обоснование методов многоточечного возбуждения, а также способы подбора сил рассмотрены в работах В. И. Смылова [4–6], Г. Н. Микишева и Б. И. Рабиновича [12], *R. Dat* [31; 32].

Достоверной оценке жесткостных характеристик и характеристик демпфирования конструкции препятствует сухое трение в его соединениях. Дополнительная высокочастотная составляющая в основной гармонике возбуждения колебаний позволит уменьшить влияние сухого трения (*Dat R.*, *Tretout R.*, *Lafont M.* [32]).

В работе *Clerc D.* [14] приведено теоретическое обоснование методов определения обобщенных масс и обобщенных декрементов колебаний. Особенности практического использования этих методов посвящены работы В.И. Смылова [4–6], К. И. Васильева, В. И. Смылова, В. И. Ульянова [15].

В.А. Бернсом разработан метод экспериментального модального анализа, основанный на основе анализа соотношений между свойствами вынужденных монофазных и собственных колебаний конструкций [33]. Метод позволяет определять упругие и массовые характеристики независимо от характеристик демпфирования и без использова-

ния априорного математического описания диссипативных свойств колебательных систем, а также выявлять диссипативные свойства объектов испытаний,

Несовершенство экспериментального оборудования и отсутствие доступа к ряду мест конструкций приводит к тому, что в рассматриваемом диапазоне частот число сил возбуждения, как правило, меньше числа собственных тонов конструкции и числа точек регистрации колебаний. Поэтому точные условия совпадения вынужденных колебаний с собственными заменяются приближенными. Распространенными критериями совпадения частот колебаний с собственными частотами являются минимум длины вектора синфазной (действительной) составляющей перемещений конструкции, и равенство нулю усредненного котангенса фазовых сдвигов между перемещениями и возбуждением колебаний. Способ подбора сил возбуждения, базирующийся на принципе независимости действия сил и результатах предварительных модальных испытаний при простом возбуждении предложен *Clerc D* [34; 14], при этом используется ограниченное число сил возбуждения совместно с описанными выше критериями совпадения частот колебаний с собственными частотами. Отмечается, что определяемых по данным критериям близость собственных частот, подтверждена расчетами. Позднее В.А. Бернсом было показано [33], что эти два критерия не независимы, а являются одним критерием.

В работах В. И. Смыслова [5; 6], К. И. Васильева, В. И. Смыслова, В. И. Ульянова [15], Е. А. Жарова, В. И. Смыслова [35], В. Ф. Ушкалова [36] проведены оценки точности определения обобщенных характеристик собственных тонов конструкций, отмечается, что наиболее чувствительными к случайным ошибкам в экспериментальных данных являются способы определения обобщенных масс. Метод введения квадратурной составляющей возбуждения по сравнению с энергетическим методом и методом механической догрузки, дает меньшие погрешности. Рекомендуется усреднять результаты расчетов методом наименьших квадратов для снижения влияния на точность определения обобщенных масс случайных ошибок в экспериментальных данных.

Работы В. А. Бернса, посвященные исследованиям точности результатов экспериментального модального анализа: в [37] изучено взаимное влияние тонов с близкими собственными частотами; в [38] сделаны оценки точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных. Так же, как и в работах других авторов отмечается, что повышенной чувствительностью к погрешностям эксперимента обладают способы определения обобщенных масс. Показа-

но, в частности, что при использовании метода введения квадратурной составляющей возбуждения математическое ожидание случайных величин обобщенной массы является смещенной оценкой ее точного значения. Для повышения точности определения обобщенных масс предлагается способ их определения по амплитудам колебаний [39] и алгоритм сглаживания результатов испытаний [40]. Влияние систем упругого вывешивания во время модальных испытаний на погрешности результатов испытаний исследовано в работе [41].

Одной из первых работ, в которой изложен современный подход к решению задачи использования результатов модальных испытаний для коррекции расчетных математических моделей конструкций, является статья *Baruch M.* [42]. Библиографию по этой проблеме можно найти, например, в [43].

В статье *Brillhart R., Morgan L., Napolitano K.* [44] описано, как совместно аэрокосмической корпорацией «Гольфстрим» и «Американской автотранспортной ассоциацией» за четыре дня были проведены испытания самолета G650. Оценить качество выделения интересующих мод, подбор точек возбуждения колебаний и измерений был проведён с использованием конечно - элементной модели самолета. Для визуализации форм колебаний использовалось 392 датчика *TEDS (Transducer Electronic Data Sheet* – интеллектуальные датчики с электронными таблицами). Испытания проводились в три этапа: первый – выделение мод планера с топливом и без топлива; второй – испытания отклоняемых поверхностей и системы управления; третий – испытания отдельных агрегатов самолета. Для повышения эффективности программы испытаний реализованы две новые технологии. Первая - мульти-синус (колебания конструкции возбуждаются в нескольких точках на нескольких синусоидальных частотах одновременно). Вторая связана с использованием нового инструмента анализа данных, который называется «*AFPoly*». Преимущество «*AFPoly*» в относительно небольшом количестве вычисляемых полюсов, не загромождающих стабилизационную диаграмму. Оценка линейности конструкции проводилась путем анализа и сопоставления данных при различных уровнях сил возбуждения.

Способ проведения модальных испытаний с использованием небольшого набора акселерометров (с заранее выбранным расположением датчиков для качественного выделения форм колебаний самолета) и определения наиболее важных тонов колебаний описан в работе [45].

В работе [46] *Pickrel C. R.* описывает современные модальные испытания транспортного самолета в авиационной компании «Боинг» с использованием случайного многоточечного возбуждения. Гармоническое возбуждение применялось только для уточнения параметров отдельных тонов колебаний конструкции. Для визуализации и выделения форм колебаний использовалось набор до 320 датчиков. Большое внимание было уделено выбору мест возбуждения колебаний, настройке системы вивешивания самолета и оценке ее влияния на упругие тона колебаний. По экспериментальным данным сделана оценка линейности испытываемой конструкции и коррекция расчетной математической модели, которая затем использовалась для расчета планера самолёта на флаттер и динамические нагрузки. Как минимум 20 тонов колебаний удалось достоверно определить.

На примере модальных испытаний канадского спутника *RADARSAT1* в работе [47] рассмотрена оценка модальных параметров крупногабаритных конструкций. Испытания спутника производились с помощью оборудования фирмы *LMS*. Возбуждение осуществлялось в пяти точках, для измерения колебаний использовалось 250 акселерометров. В частотном диапазоне 10–64 Гц было определено 25 основных мод колебаний. В статье широко описывается применение метода оценки модальных параметров – «*PolyMAX*» [48-51].

Приемы, используемые при проведении наземных вибрационных испытаний легкого самолета на солнечных батареях с большим размахом крыла обобщаются в работе *Böswald M., Govers Y., Vollan A.* и др. [52], рассмотрены проблемы модального анализа легковесных конструкций на низких частотах, по экспериментальным данным произведена коррекция расчетной модели и вычислена корреляция между расчетной и конечно-элементной моделью.

Основные принципы подбора средств и способов возбуждения для определения модальных параметров наилучшим образом без использования каких-либо математических соотношений рассмотрены в статье *Peres M. A., Brown D. L., Bono R. W.* [53].

Динамические характеристики раскрывающихся космических конструкций ферменного типа, элементы которых выполнены как из традиционных, так и композиционных материалов исследованы в диссертации В.Н. Зимина [54]. Для определения характеристик собственных тонов колебаний применялся метод фазового резонанса с использованием одноточечного и многоточечного гармонического возбуждения. Выявлены



диапазоны частот, соответствующие собственным колебаниям конструкции. Предложен комплексный подход к анализу динамики раскрывающихся крупногабаритных космических конструкций ферменного типа на основе совокупности разработанных моделей, каждая из которых нацелена на решение конкретных технических задач, связанных с исследованием параметров процесса раскрытия, определением динамических характеристик конструкции и оценкой прочности ее элементов.

А.Г. Нарижным, В.И. Смысловым, В.И. Сычевым в [55] описаны методика и средства модальных испытаний летательных аппаратов с целью корректирования расчетных моделей, экспериментального определения характеристик системы управления с электроприводом для оценки запасов устойчивости системы «упругий летательный аппарат – система автоматического управления».

В работе [56] приведено описание экспериментов на транспортном самолете Боинг 737-200 для исследования эффективности модальных испытаний самолетов. В ходе испытаний за 48 часов были успешно определены все тона колебаний планера в диапазоне частот до 10 Гц.

Экспериментальный модальный анализ космических конструкций имеет свои особенности. К ним относятся, например, низкие (десятые доли герца) частоты собственных тонов колебаний, что осложняет использование акселерометров в качестве датчиков колебаний. Малые погонные массы крупногабаритных трансформируемых конструкций накладывают ограничения на вес подвижной системы электродинамического силового возбудителя. Для имитации эксплуатационных условий необходимы системы компенсации веса. Поскольку экспериментальный модальный анализ крупногабаритных трансформируемых объектов производится в наземных условиях, то необходимо или исключить на время испытаний влияние факторов, присутствующих на Земле и отсутствующих в космосе, или иметь возможность оценивать это влияние. Здесь, в первую очередь, речь идет о наличии воздушной среды. Методы решения этой проблемы изложены, например, в работах [57-60]. Обзор современных подходов к модальным испытаниям, сделан, например, в работе *Heylen W., Lammens S., Sas P.* [43].

В статье *James L* [61] приведено описание динамических испытаний 20-метрового солнечного паруса с применением бесконтактных средств измерения в вакуумной камере NASA диаметром 30 м и высотой 60 м в исследовательском центре Гленна.

Влияние воздушной среды на собственные частоты, формы и декременты собственных колебаний конструкций зависит от большого числа факторов [62]. К ним относятся частота колебаний, амплитуда колебаний, габариты изделия (масштабный фактор), форма вида в плане и конфигурация торцевых частей, особенности конструкции изделия и качество его покрытия и т.д. Поэтому данную работу следует рассматривать как источник информации о влиянии воздуха на динамические характеристики одного из элементов крупногабаритных трансформируемых космических конструкций.

## 1.2 Средства модальных испытаний

Испытания на воздействие вибрационных нагрузок служат высокоэффективным инструментом проверки качества разработки и изготовления для широкого спектра техники, начиная от транспортных средств до атомных реакторов. Разработка технических средств для вибрационных испытаний выделилась в самостоятельную отрасль и по мере развития науки и техники постоянно совершенствуется.

Под средствами проведения динамического эксперимента понимается аппаратно-программные комплексы [43, 44, 47, 51, 52, 63], служащие для фиксации частотных спектров объектов испытаний при гармоническом и негармоническом возбуждении и поочередного выделения гармонических колебаний каждого собственного тона и измерений в окрестности собственных частот.

Современный испытательный комплекс для проведения экспериментального модального анализа включают в себя:

- пьезоэлектрические акселерометры (зарядовые или с внутренним предусилителем заряда) для измерений отклика на внешнее воздействие с большим числом каналов измерений;
- пьезоэлектрические датчики силы;
- управляемое возбуждение силовозбудителями или модальными молотками (в одной точке или несколькими молотками), при этом предусмотрена генерация сигналов возбуждения разных типов (плавная развёртка синуса, пошаговый синус, полигармоника или случайный шум);
- систему возбуждения колебаний, которая содержит источник гармонических напряжений; цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП); усилители мощности и тока; элек-

тродинамические возбудители (ЭДСВ) («модальные»), у которых сила, приложенная к подвижной системе, пропорциональна току и не зависит от частоты колебаний;

– средства сбора данных;

– средства оперативных расчетов мониторинга в процессе измерений;

– средства наблюдения за временными функциями сигналов, их фазовыми сдвигами по фигурам Лиссажу, векторным составляющим и анимированным формам колебаний.

Аппаратно-программные комплексы для модальных испытаний позволяют осуществлять управление возбуждением колебаний с установкой пределов изменения частоты, времени установления колебаний и числа периодов усреднения результатов измерений, как в ручном, так и в режиме автоматического поиска резонанса, по заданным ограничениям максимального фазового сдвига измеренных сигналов. Результаты испытаний могут быть представлены в графическом и табличном виде, пригодном для последующего анализа. Граничные условия для объекта испытаний реализуются либо жестким закреплением, либо упругим вывешиванием конструкции.

Специализированное программное обеспечение служит для подготовки испытаний, для проведения измерений и для оперативной обработки данных.

Пользовательский интерфейс для фиксации условий эксперимента (дата, время, объект, комплектация, канал измерения); типа измеряемой характеристики (резонансная зависимость, собственная форма и др.); координат точек измерения колебаний и возбуждения; данных о датчиках и силовозбудителях.

После подготовки к испытаниям заполняется страница программы измерений с набором границ частотных интервалов и вариантами их реализации (шаг по частоте, число периодов установления колебаний и т.д.) с индикацией времени измерения, номера интервала и коэффициента передачи, задаются общий и отдельные уровни возбуждения колебаний.

Вторая часть управляет проведением измерений с индикацией текущих результатов в табличном и графическом виде и позволяет корректировать уровень возбуждения, величину приращения частоты или амплитуды, число периодов усреднения измерений.

Третья часть – оперативное отображение результатов в виде таблиц и графиков.

Приведем краткий перечень современных систем модального анализа.

Платформа *PULSE* компании *Bruel & Kjaer*, Дания ([<http://www.bksv.ru/>]). Модальное приложение *PULSE Reflex* вместе с консультантом модальных испытаний

(*PULSE modal test consultant*) поддерживает классический, и операционный модальный анализ.

Консультант испытаний легко управляется, настраивается на измерения непосредственно на тестируемой геометрической форме, отображённой на экране, использует платформу мульти анализатора *PULSE*. Результаты анализа форм колебаний (*ODS*) могут быть анимированы непосредственно в консультанте получения форм колебаний (*ODSTC*), а амплитудно-частотные характеристики – непосредственно в консультанте модальных испытаний (*MTC*). Полученные общие данные (временные, спектральные, геометрические и т.д.) могут использоваться непосредственно в пакетах программ пост-обработки данных, таких как *PULSE Reflex* модального анализа, *PULSE Reflex* корреляционного анализа.

Компания *SIEMENS (LMS)*, Бельгия предлагает пакет программ *Test.Lab*, который представляет собой полный набор для проведения модальных испытаний, включая испытания на воздействие окружающей среды. *LMS Test.Lab* интегрирован с семейством оборудования *LMS SCADAS Lab*. *LMS Test.Lab* предлагает следующие специализированные программы: классический и операционный модальный анализ; испытания с одно и много точечным возбуждением и др.

Наиболее значимое место в рейтинге комплексов для модальных испытаний занимает фирма *Prodera*, Франция. Французская фирма *Prodera* была создана с начале 50-х годов. Фирма занималась разработкой и изготовлением электронной аппаратуры, а в 60-х годов ее специализацией и основной сферой деятельности стало производство оборудования для вибрационных испытаний. Через несколько лет фирма *Prodera* стала одним из крупнейших в мире поставщиков систем модального анализа. *Prodera* стала первой в мире фирмой, которая оснастила свои системы модального анализа микропроцессором, обеспечивающим работу в ручном и автоматическом режимах, тем самым предоставляя высокоэффективный и гибкий инструмент испытателю. Фирма *Prodera* следуя принципу модульности предлагает программное обеспечение *P-SYS-MODAL*. Управление оборудованием осуществляется с помощью программного обеспечения *P-WIN-MODAL*. Базовая версия системы позволяет осуществлять управление 16 силовозбудителями и производить сбор информации с 256 каналов измерений.

Фирмой *Prodera* была разработана электронная модель конструкции планера самолёта – *STRUCSIM-3-D*, представляющая собой электронное аналоговое устройство с 8

входами и 64 выходами, обеспечивающая имитацию собственных мод колебаний. Модель принимает сигналы, имитирующие приложенные силы и генерирует отклики, имитирующие перемещения. Переходную функцию между входными и выходными сигналами электронной модели можно сравнить с переходной функцией между системой возбуждения и системой измерения для модальных испытаний, оборудования размещенного на некой конструкции. С помощью электронной модели *STRUCSIM-3-D* можно проводить настройку программного обеспечения для проведения модальных испытаний. Оборудование фирмы *Prodera* до сих пор эксплуатируется с ведущих лабораториях Российской Федерации.

Измерительный комплекс фирмы НПП «Мера» МИК300М, Россия обеспечивает измерения частотных характеристик (ЧХ) при моногармоническом, случайном, импульсном и полигармоническом возбуждении;

В ходе экспериментов результаты измерений сохраняются в базе данных в виде записей сигналов датчиков колебаний испытываемого объекта во временной области. Затем с помощью специально разработанных процедур (WinПОСа) экспериментальные данные преобразуются в собственные форматы системы - Идентификации Расчетных Динамических Моделей (ИРДМ) применяемой для прогнозирования флаттера и анализа результатов динамических испытаний.

Примеры бесконтактных средств испытаний.

Лазерный сканирующий виброметр фирмы *Polytec* (Германия) *PSV-400-3D* (<https://www.polytec.com/us/vibrometry/products>) позволяет проводить бесконтактные измерения поля виброскоростей на любом множества точек объекта, в том числе и тех, на которых по техническим (например, тонкостенные волноводы), или физическим (например, сетеполотно раскрываемой антенны) невозможно установить обыкновенные пьезо или тензодатчики.

Виброметр работает на принципе доплеровского измерителя скорости, то есть измеряет скорость выбранной точки на объекте по разности длин волн прямого и отраженного лазерного луча. В состав виброметра входят три лазерные головки, каждая из которых может динамически изменять направление своего луча и фокусировать его в точку. Фокусируя все три луча в заданной точке и измеряя проекции скорости на направления этих лучей, виброметр позволяет измерять как модуль, так и направление вектора скорости в общей для трех головок системе координат, а производя последова-

тельные измерения через заданные интервалы, получить вектор-функцию зависимости его от времени.

Особенностью работы виброметра является то, что он получает зависимости скоростей от времени для всего множества сканируемых точек последовательно, то есть, сначала на заданном периоде регистрируется зависимость скорости от времени для одной точки, потом лучи фокусируются в другую точку, производятся измерения в ней, и т.д. Вследствие этого, измерение поля виброскоростей возможно только в том случае, если объект колеблется стационарно с определенным периодом. В этом случае, если начала всех измерений привязаны к определенной фазе периодов, можно принять, что результаты измерений для всех точек такие же, как если бы они измерялись на одном периоде для всех точек одновременно.

На специальный вход синхронизации виброметра должен подаваться какой-либо сигнал сфазированный с процессом колебаний (например, сигнал нагружения или сигнал с какого-либо датчика, установленного на объекте), анализируя который сканер по заданному критерию определяет момент начала регистрации данных (например, при проходе определенного уровня снизу вверх, и т.п.) для очередной точки.

Сканер имеет весьма развитое программное обеспечение, позволяющее выполнять, помимо функции регистрации, также функцию пассивного нагружения по 4-м каналам разными видами периодических сигналов, а также функцию обработки записанных данных, результатом которых являются собственные частоты, и демпфирования. Программное обеспечение позволяет также визуализировать трехмерные изображения выбранных мод, и анимирует колебания объекта на выбранной моде.

Особенностью сканера является то, что он определяет не скорость какой-то определенной точки объекта, а скорость точки объекта, оказавшейся на пути луча в момент измерения. В определенных ситуациях это может иметь значение.

Система измерения перемещений и деформаций фирмы *Correlated Solutions* (США) *VIC-3D* (<https://correlatedsolutions.eu/vic-3d-2/>) предназначена для скоростной съемки ответственных узлов конструкции при разворачивании объекта, а также для съёмки этих узлов либо всего объекта при установившихся колебаниях объекта на частоте изолированного тона колебаний. В состав системы входит пара высокоскоростных камер на ПЗС матрицах, позволяющих осуществлять съемку со скоростями от 25 до 200 кадров в секунду. Для работы камеры укрепляются на специальной подставке, разне-

сенными на некоторое расстояние, образуя, тем самым бинокулярную пару. Съемка объекта ведется одновременно с высокой степенью синхронизации. Таким образом, через равные промежутки времени последовательно фиксируются и запоминаются стереопары изображений объекта.

Фотограмметрия или видеограмметрия, с помощью одновременно двух и более видеокамер выполняет измерения перемещений точек конструкции для получения пространственных движений [64-66].

Видеопроектор, выборочно освещая целевые точки конструкции при помощи видеограмметрии измеряются движения только со стороны источника света [67].

Основанная на корреляции рисунков двух и более камер фотограмметрия, измеряет движения дискретных точек конструкции [68-70].

Доплеровский лазерный, как и показанный выше виброметр фирмы *Polytec* с непрерывным сканированием применяется для измерения форм колебаний вдоль линии, эллипса или схемы его перемещений [51; 71; 72].

В работах [46; 56] изложен опыт использования для модального анализа пространственно-оптической аппаратуры и акселерометров. Применению бесконтактных датчиков в модальных испытаниях самолетов посвящена статья *Harris C., Allen B., Lange D.* [63]. В статье описано успешное применение в испытаниях военного самолета датчика бесконтактного инерционного контроля скорости (*NIRV*).

## ГЛАВА 2 МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ИХ СОСТАВНЫХ ЧАСТЕЙ

Результаты экспериментального модального анализа (модальных испытаний): собственные частоты и формы, обобщенные массы и декременты собственных тонов колебаний являются исходными данными при верификации математических моделей космических конструкций [73]. Эти модели необходимы для обеспечения управляемости КА и геометрической стабильности антенных систем, а также для оценки реакции КА на динамические воздействия. Модальные испытания КТК сопряжены с определенными трудностями [74]. Отметим основные из них. Поскольку эти конструкции могут иметь большую протяженность (более 100 м), то для их испытаний необходимо помещение соответствующих размеров. Кроме того, для выделения собственных тонов колебаний протяженной конструкции (например, реализации режима фазового резонанса) необходима система возбуждения колебаний с большим числом силовозбудителей, управление которой является достаточно сложной задачей [75]. КТК не рассчитаны на эксплуатацию под воздействием гравитации, поэтому при проведении испытаний необходима многоканальная система компенсации веса, которая не должна искажать динамические характеристики объекта испытаний. Поскольку КТК имеют, как правило, низкие (до одной десятой доли герца) собственные частоты упругих колебаний, то к испытательному оборудованию предъявляются специальные требования. Так, например, затруднительны измерения колебаний датчиками ускорений, обычно используемыми в модальных испытаниях. Измерения же перемещений требуют базу для отсчета, что усложняет процесс испытаний. И, наконец, на модальные характеристики тонов колебаний с низкими частотами повышенное влияние оказывает воздушная среда [76].

Настоящая глава диссертации посвящена разработке расчетно-экспериментальной методики определения характеристик собственных тонов колебаний КТК, представляющих собой совокупность отдельных составных частей, по результатам модальных испытаний этих составных частей [77-81]. В соответствии с этой методикой исходная конструкция делится на ряд составных частей, проводятся испытания этих частей, по результатам испытаний корректируются математические модели составных частей, синте-



зированием моделей составных частей создается глобальная модель всей конструкции, динамические характеристики всей конструкции определяются по глобальной математической модели. Расчетные математические модели составных частей КТК всегда разрабатываются на этапе проектирования КА. Поэтому достоинствами такого подхода к решению задачи модального анализа являются то, что для модальных испытаний составных частей не требуются большие помещения, сложные многоканальные системы возбуждения и измерения колебаний, а также системы компенсации веса объектов испытаний с большим числом исполнительных модулей. В испытаниях нет необходимости моделировать условия закрепления составных частей в испытательном стенде: любые граничные условия можно воспроизвести в математических моделях этих частей. Кроме того, частоты собственных колебаний составных частей, как правило, достаточно высоки по сравнению с частотами полной конструкции, что снижает влияние воздушной среды и позволяет использовать в испытаниях датчики ускорений.

## **2.1 Программа модальных испытаний составных частей КТК**

Программа модальных испытаний для целей верификации расчетных моделей составных частей КТК может отличаться от программы модальных испытаний конструкции в целом по следующим позициям:

- поскольку по результатам испытаний производится коррекция расчетных моделей конструкций, а то есть возможна и коррекция матрицы инерции, то программы таких испытаний могут содержать требования к точности определения обобщенных масс собственных тонов колебаний;
- программа испытаний составных частей может содержать требование исследовать более высокие тона одного и того же вида деформирования (например, изгиб, кручение и т.д.), чем это требуется в испытаниях полной конструкции;
- в программе модальных испытаниях составных частей не предъявляются, как правило, требования к системе вешивания объекта испытаний, так как характеристики этой системы могут быть учтены в расчетной модели агрегата.

Ниже представлены некоторые основные требования программы модальных испытаний составных частей КТК.

Определить собственные частоты и формы следующих тонов колебаний:

- I и II тонов вертикальных изгибных колебаний;
- I и II тонов крутильных колебаний;
- I и II тонов горизонтальных изгибных колебаний;
- III и IV тонов вертикальных изгибных колебаний;\*
- III тонов крутильных колебаний.\*

«\*» — решение о необходимости исследований отмеченных собственных тонов колебаний принимается по результатам исследований I и II тонов.

Представить частотные зависимости синфазной (действительной) и квадратурной (мнимой) составляющих перегрузок в контрольных точках объекта испытаний в окрестности резонансных частот каждого из указанных выше собственных тонов колебаний.

Для объектов с нелинейными динамическими характеристиками определить зависимость резонансной частоты от амплитуды колебаний (от амплитуды возбуждающей силы) для 5–7 уровней амплитуд.

Регистрация форм колебаний проводится с использованием датчиков ускорений (акселерометров). Количество акселерометров и места их установки определяются из условия однозначной идентификации форм колебаний исследуемых тонов и стыковки агрегатов.

Амплитуды сил возбуждения колебаний должны устанавливаться из условия, что в процессе модальных испытаний в объекте не возникают усталостные повреждения.

## **2.2 Методика модальных испытаний составных частей КТК**

Предметом исследований настоящего раздела диссертации является развитие резонансного метода модальных испытаний динамических систем. Предлагаемая методика испытаний, основанная на анализе вынужденных монофазных колебаний конструкций, отличается тем, что для ее реализации не принимается априори закон рассеяния энергии при колебаниях объекта испытаний. Это исключает возможность придания динамическим системам неприсущих им свойств [82-85]. Данное обстоятельство имеет, на наш взгляд, важное значение при формировании глобальной расчетной модели КТК: синтез расчетных моделей составных частей КТК, построенных с использованием некорректных описаний динамических свойств этих конструкций, может привести к непредсказуемым результатам.

### 2.2.1 Выделение собственных тонов колебаний

Уравнения вынужденных колебаний конструкций в процессе испытаний запишем в виде:

$$A\ddot{Y} + R + CY = Q. \quad (2.1)$$

Здесь  $\ddot{Y}(N)$  и  $Y(N)$  – векторы ускорений и перемещений точек конструкции;  $A(N \times N)$  и  $C(N \times N)$  – матрицы инерции и жесткости;  $R(N)$  – силы демпфирования колебаний;  $Q(N)$  – силы возбуждения колебаний;  $N$  – число исследуемых собственных тонов колебаний конструкции.

Отметим, что матрицы инерции и жесткости являются симметричными и положительно определенными. Относительно свойств сил демпфирования принимается, что они изменяются в фазе со скоростью колебаний конструкции, а их работа положительна.

Методика испытаний предполагает использование гармонического возбуждения колебаний

$$Q = E \sin \omega t + F \cos \omega t.$$

При этом установившийся отклик линейной динамической системы является также гармоническим:

$$Y = U \sin \omega t - V \cos \omega t. \quad (2.2)$$

Здесь  $\omega$  – частота колебаний;  $E(N)$  – синфазная, а  $F(N)$  – квадратурная составляющая возбуждения;  $U(N)$  и  $V(N)$  – синфазная и квадратурная составляющие перемещений точек конструкции. При комплексном представлении колебаний:

$$Y = U - iV,$$

$U$  – действительная составляющая, а  $V$  – мнимая составляющая перемещений. Аналогично  $E$  – действительная, а  $F$  – мнимая составляющая сил возбуждения колебаний.

Представим силы демпфирования в виде

$$R = H(U \cos \omega t + V \sin \omega t).$$

Здесь  $H(N \times N)$  — положительно определенная матрица демпфирования. Такое представление не означает принятие конкретной модели демпфирования, поскольку зависимость элементов матрицы  $H$  от механических характеристик и параметров движения конструкции не оговаривается. Отметим, что правомерность описания сил инерции и упругости, основанного на известных понятиях о кинетической и потенциальной энергии, подтверждена опытом успешного решения задач о собственных колебаниях конструкций прак-

тически любой сложности. При этом для конкретизации диссипативных свойств реальных механических систем не всегда имеются основания.

Гармоническому решению (2.2) уравнений (2.1) соответствует система алгебраических уравнений

$$-\omega^2 AU + HV + CU = E, \quad (2.3)$$

$$\omega^2 AV + HU + CV = F. \quad (2.4)$$

Уравнения (2.3) и (2.4) используются для решения задачи идентификации динамических систем: определение коэффициентов уравнений по измеренному в испытаниях отклику конструкции на заданное внешнее воздействие (величинам  $\omega$ ,  $U$ ,  $V$ ,  $E$  и  $F$ ). Решение этой задачи можно существенно упростить, если назначить некоторые свойства матрицы демпфирования, Как правило, к ним относится симметрия матрицы и вид зависимости ее элементов от частоты колебаний. Обычно принимается также гипотеза Базилля: возможность приведения матриц демпфирования, инерции и жесткости к диагональному виду одним преобразованием координат.

Уравнения вида (2.1) и, как следствие, уравнения (2.3) и (2.4) являются также расчетными моделями динамических систем. Применительно к летательным аппаратам они необходимы для решения широкого круга задач: оценка реакции на внешнее вибрационное воздействие, обеспечение устойчивости и управляемости полетом и т.д. При этом к достоверности исходных данных – упруго-массовых характеристик и характеристик демпфирования конструкций – предъявляются разные требования. Так, если погрешности определения собственных частот не должны превышать нескольких процентов, то оценки декрементов колебаний могут производиться со значительно меньшей точностью. Поэтому в диссертационной работе разработана методика модальных испытаний, позволяющая определять упруго-массовые характеристики собственных тонов колебаний отдельно от характеристик демпфирования. Для этой цели, а также для выявления свойств сил демпфирования, в данной работе предлагается использовать свойства вынужденных монофазных колебаний.

Вынужденные колебания динамических систем называются монофазными, если различия в фазах колеблющихся точек равны 0 или  $\pi$  [12]. Это означает, что действительные и мнимые составляющие колебаний удовлетворяют условию

$$U = \lambda V. \quad (2.5)$$

Здесь  $\lambda$  — действительное число, равное котангенсу фазового сдвига между откликом системы и действительной составляющей возбуждения.

Применительно к силам возбуждения колебаний используется та же терминология: условие  $F = 0$  означает, что внешнее воздействие является монофазным.

Из (2.4) следует, что при монофазном возбуждении колебаний параметр  $\lambda$  определяется из решения задачи о собственных значениях

$$[(\omega^2 A - C) + \lambda H] V = 0, \quad (2.6)$$

а вектор сил  $E$ , обуславливающий монофазные колебания, — из уравнения (2.3):

$$E_i = [\lambda_i(-\omega^2 A + C) + H] V_i. \quad (2.7)$$

Отметим, что если матрицы  $A$ ,  $C$ ,  $H$  симметричные и положительно определенные, то все собственные значения в (2.6) вещественные. Это означает, что на частоте  $\omega$  можно вызвать  $N$  монофазных колебаний  $V_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , причем векторы  $V_i$  обладают свойством ортогональности

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_j = V_i^T H V_j = 0, \quad i \neq j. \quad (2.8)$$

Для  $i = j$  получаем

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_i = \omega^2 a_i - c_i, \quad V_i^T H V_i = h_i, \quad (2.9)$$

где  $a_i$ ,  $c_i$ ,  $h_i$  — положительные числа.

Поскольку в (2.6) – (2.9) в качестве параметра входит частота вынужденных колебаний, то с изменением частоты изменяются и величины, определяемые этими соотношениями.

Из (2.7) с учетом (2.8) следует, что

$$V_j^T E_i = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j, \quad (2.10)$$

то есть монофазное возбуждение, реализующее данный монофазный отклик, не производит работы на перемещениях других монофазных колебаний.

Итак, если на некоторых частотах вынужденных колебаний подбором монофазного возбуждения удастся установить режим монофазных колебаний с нулевой действительной составляющей перемещений, то есть  $\lambda = 0$ , то из (2.6) следует, что этими частотами являются собственные частоты системы без демпфирования. При этом монофазные колебания совпадают с собственными колебаниями объекта испытаний. Это означает, что в системе с  $N$  степенями свободы с помощью монофазного возбуждения можно реализовать  $N$  монофазных колебаний, совпадающих с собственными колебаниями системы

без демпфирования. На этом основании можно утверждать, что собственные колебания динамических систем можно считать частным случаем вынужденных монофазных колебаний.

Векторы сил  $E$  и  $F$  немонофазного возбуждения, осуществляющего вынужденные монофазные колебания, определяются из выражений (2.3) и (2.4) с учетом (2.5):

$$[\lambda(-\omega^2 A + C) + H] V = E, \quad (2.11)$$

$$(\omega^2 A - C + \lambda H) V = F. \quad (2.12)$$

Из (2.11) и (2.12) следует, что немонофазное возбуждение колебаний может реализовать монофазный отклик любой конфигурации. При этом параметр  $\lambda$  определяет семейство векторов составляющих возбуждения, которые реализуют на частоте  $\omega$  монофазные колебания одной конфигурации. Отсюда следует важный вывод, немонофазным возбуждением можно на любой частоте осуществить монофазные колебания, совпадающие по форме с собственными колебаниями конструкции.

Для монофазных колебаний уравнения (2.3) и (2.4) имеют вид:

$$(1 + \lambda^2)(C - \omega^2 A) V = \lambda E - F, \quad (2.13)$$

$$(1 + \lambda^2) H V = E + \lambda F. \quad (2.14)$$

То есть уравнения (2.13) не содержат сил демпфирования и могут быть использованы для определения упруго-массовых характеристик динамической системы. При этом в уравнениях (2.14) присутствуют только характеристики демпфирования.

Для подбора распределения сил, обуславливающего монофазную реакцию линейной системы на монофазное возбуждение, на частоте  $\omega$  проведем серию из  $N$  предварительных испытаний. Векторы сил  $E_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, N$ , в этих испытаниях должны быть линейно независимы. В каждом испытании измерим действительные и мнимые составляющие вынужденных колебаний. Подбор сил основывается на том, что если монофазный отклик (2.5) существует, то он является линейной комбинацией векторов  $U_l$  и  $V_l$ :

$$U + iV = (\tilde{U} + i\tilde{V})\xi, \quad (2.15)$$

Здесь  $U$  и  $V$  – векторы действительных и мнимых составляющих монофазных колебаний на частоте  $\omega$ ; столбцами матриц  $\tilde{U} (N \times N)$ ,  $\tilde{V} (N \times N)$  являются, соответственно, векторы  $U_l$  и  $V_l$ ;  $\xi(N)$  — вектор, подлежащий определению.

Поскольку рассматриваемая система линейна, отклик (2.15) вызывается силами

$$E = \tilde{E} \xi.$$

Столбцами матрицы  $\tilde{E} (N \times N)$  являются векторы  $E_l$ .

Из условия (2.4), с учетом выражения (2.15), приходим к соотношению для определения параметра  $\lambda$  и вектора  $\xi$ :

$$(\tilde{U} - \lambda \tilde{V}) \xi = 0. \quad (2.16)$$

Итак, монофазным возбуждением можно на частоте  $\omega$  создать режим вынужденных монофазных колебаний, если существуют действительные решения задачи о собственных значениях (2.16). При этом векторы сил, обуславливающих эти монофазные отклики, определяются как

$$E_j = \tilde{E} \xi_j,$$

а составляющие монофазных колебаний есть

$$U_j = \tilde{U} \xi_j, \quad V_j = \tilde{V} \xi_j, \quad U_j = \lambda_j V_j, \quad j = 1, 2, \dots, S.$$

Здесь  $S \leq N$  – число действительных собственных значений  $\lambda_j$ , то есть число монофазных колебаний, реализуемых на частоте  $\omega$ . Случай  $\lambda_j = 0$ , как отмечалось выше, означает, что  $V_j$  совпадает с собственным вектором системы.

При немонофазном возбуждении можно реализовать монофазные колебания любой конфигурации на любой частоте возбуждения.

Запишем условия, которым должны удовлетворять векторы действительной  $\xi$  и мнимой  $\eta$  составляющих внешних сил

$$E + iF = \tilde{E} (\xi + i\eta) \quad (2.17)$$

для возбуждения монофазных колебаний, совпадающих с собственными колебаниями объекта испытаний.

Отклик объекта испытаний как линейной колебательной системы на воздействие (2.17) на частоте  $\omega$  определяется из выражения

$$U - iV = (\tilde{U}\xi + \tilde{V}\eta) - i(\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta).$$

На действительную и мнимую составляющие колебаний наложим условия

$$U = \lambda V, \quad V = \alpha W_i,$$

то есть

$$\tilde{U}\xi + \tilde{V}\eta = \lambda(\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta), \quad (2.18)$$

$$\tilde{V}\xi - \tilde{U}\eta = \alpha W_i, \quad (2.19)$$

Здесь  $W_i$  —  $i$ -й собственный вектор объекта испытаний;  $\alpha$  — некоторый постоянный коэффициент.

Необходимо отметить, что величина параметра  $\lambda$  при этом остается произвольной. Из (2.18) и (2.19) следует

$$\begin{aligned}\xi &= \lambda[\tilde{V} + \tilde{U}(\tilde{V} + \lambda\tilde{U})^{-1}(\tilde{U} - \lambda\tilde{V})]^{-1} W_i, \\ \eta &= -\alpha(\tilde{V} + \lambda\tilde{U})^{-1}(\tilde{U} - \lambda\tilde{V})\xi.\end{aligned}\quad (2.20)$$

Для реализации «фиктивного» фазового резонанса на частоте  $\omega$ , используемого для определения обобщенных масс, необходимо считать  $\lambda = 0$  [4–6]:

$$\xi = \alpha(\tilde{V} + \tilde{U}\tilde{V}^{-1}\tilde{U})^{-1} W_i, \quad (2.21)$$

$$\eta = -\tilde{V}^{-1}\tilde{U}\xi. \quad (2.22)$$

Одним из положений ряда методик модальных испытаний является отсутствие у объекта испытаний близких собственных частот. При выводе полученных выше формул не использовались допущения о соотношениях между собственными частотами исследуемой конструкции.

В подборе немонифазного возбуждения для осуществления режима «фиктивного» фазового резонанса обычно принимается, что вектор  $\xi$  не меняется с изменением частоты вынужденных колебаний. Он совпадает с вектором монифазного возбуждения  $\xi^*$ , реализующего фазовый резонанс. В этом случае выражение (2.21) не используется, а формула (2.22) имеет вид

$$\eta = -\tilde{V}^{-1}\tilde{U}\xi^*. \quad (2.23)$$

Это допущение справедливо, как следует из (2.14), в том случае, если в интервале частот  $[p_i, \omega]$  элементы матрицы демпфирования изменяются так, что вектор  $HW_i$  остается неизменным. Кроме того, при наличии близких собственных частот вектор  $\xi$  может существенно отличаться от вектора  $\xi^*$ , определяемого по формуле (2.23). В этих случаях необходимо выполнение условия совпадения монифазных колебаний с собственными колебаниями. При этом условие  $\lambda = 0$ , то есть  $U = 0$ , в случае немонифазного возбуждения не всегда имеет отношение к фазовому резонансу.

### 2.2.2 Определение обобщенных характеристик собственных тонов колебаний

Параметрами расчетной модели динамической системы являются  $3N^2$  элементов матриц инерции, жесткости и демпфирования. Исходя из априорной информации о свойствах системы и требований, предъявляемых областью применения модели, запишем условия определения этих параметров по результатам испытаний. При этом расчетная модель не описывает диссипативные свойства объекта исследований.

Учитывая симметрию матриц инерции и жесткости



$$a_{ij} = a_{ji}, c_{ij} = c_{ji}, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j,$$

число неизвестных элементов в каждой из матриц можно уменьшить до  $N(N + 1)/2$ . Использование свойств ортогональности экспериментально найденных собственных векторов системы в метриках кинетической и потенциальной энергий

$$W_i^T A W_j = 0, W_i^T C W_j = 0, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j, \quad (2.24)$$

дает еще  $N(N - 1)$  соотношений между элементами матриц  $A$  и  $C$ .

Для вычисления матриц инерции и жесткости необходимы еще  $2N$  условий, которыми должны быть условия сохранения в модели собственных частот и обобщенных масс собственных тонов реальной системы, то есть

$$W_i^T A W_i = a_i, W_i^T C W_i = a_i p_i^2, i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.25)$$

Величины обобщенных масс  $a_i$ , собственных частот  $p_i$  и собственные векторы  $W_i$  системы подлежат определению независимости от свойства матрицы демпфирования.

Отметим, что при таком алгоритме идентификации динамических систем не появляется особенных или плохо обусловленных матриц обратной задачи динамики. Это происходит потому, что число степеней свободы модели определяется числом найденных в результате резонансных испытаний собственных тонов объекта испытаний в исследуемом диапазоне частот и ортогональностью собственных векторов (2.24). Если какой-нибудь тон этого диапазона частот будет пропущен в испытаниях, то построенная таким образом математическая модель просто не будет содержать этого тона колебаний. Характеристики остальных тонов останутся неизменными. Кроме того, это позволяет отследить влияние отдельных тонов колебаний на исследуемое явление построением моделей с разным числом степеней свободы.

Для определения собственных частот и векторов, обобщенных масс, для конкретизации диссипативных свойств объекта испытаний используем свойства вынужденных монофазных колебаний.

В зависимости от того, какие значения принимает параметр  $\lambda$  монофазных колебаний при монофазном возбуждении, будем различать следующие случаи:

– на ряде частот  $\omega$  в исследуемом диапазоне, по крайней мере, один из параметров  $\lambda$  равен нулю. Такими частотами являются частоты фазовых резонансов, а значит собственные частоты объекта испытаний. При этом векторы мнимых составляющих монофазных колебаний совпадают, по крайней мере, с одним из собственных векторов  $W_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

– если  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , но при этом существуют действительные значения  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, S$ ,  $S \leq N$ , и  $L$  из  $S$  монофазных колебаний совпадают с  $L$  собственными колебаниями объекта испытаний, то обобщенные массы этих тонов определяются из (2.13) с учетом (2.25) как

$$a_l = \frac{\lambda_l V_l^T E_l}{(1 + \lambda_l^2)(p_l^2 - \omega^2) V_l^{*2}}, \quad l = 1, 2, \dots, L, \quad (2.26)$$

где  $V_l^*$  – мнимая составляющая вынужденных колебаний в точке нормирования  $l$ -го тона. Умножив выражения (2.13) и (2.14) для  $\lambda = \lambda_l$ ,  $V = V_l$ ,  $E = E_l$  слева на  $W_m^0$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$ ,  $m \neq l$ , с учетом ортогональности собственных векторов (2.24) получим

$$W_m^T H V_l = 0. \quad (2.27)$$

Это означает, что  $L$  собственных тонов колебаний не имеют связей с другими тонами объекта испытаний посредством демпфирования: в каждой из  $L$  строк и в каждом из  $L$  столбцов матрицы демпфирования в нормальных координатах имеется только по одному ненулевому диагональному элементу. Для этих тонов обобщенные силы демпфирования тонов определяются выражением

$$R_l = h_l \dot{g}_l / \omega. \quad (2.28)$$

Здесь  $g_l$  – обобщенная координата  $l$ -го тона, а для  $h_l$  из (2.14) следует

$$h_l = \frac{V_l^T E_l}{(1 + \lambda_l^2) V_l^{*2}}; \quad (2.29)$$

– при  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  имеются действительные значения  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, S$ ,  $S \leq N$ , но монофазные колебания не совпадают с собственными колебаниями. В этом случае для определения обобщенных масс собственных тонов колебаний необходимо использовать немонофазное возбуждение.

Подбором немонофазного возбуждения колебаний, определяемого по (2.20) и (2.21), создадим режим вынужденных монофазных колебаний, совпадающих с собственными колебаниями. Обобщенные массы этих тонов определяются аналогично (2.26):

$$a_i = \frac{V_i^T (\lambda_i E_i - F_i)}{(1 + \lambda_i^2)(p_i^2 - \omega^2) V_i^{*2}}, \quad i = L + 1, L + 2, \dots, N. \quad (2.30)$$

Если в (2.30) положить  $\lambda = 0$ , то приходим к известной формуле определения обобщенных масс введением мнимой (квадратурной) составляющей возбуждения:

$$a_i = \frac{V_i^T F_i}{(\omega^2 - p_i^2) V_i^{*2}}.$$

Итак, при монофазном возбуждении колебаний можно определить собственные частоты и формы, установить наличие связей между тонами посредством демпфирования и выявить диссипативные свойства объекта испытаний. Для тонов, не имеющих связей, вычисляются обобщенные массы и обобщенные коэффициенты демпфирования. Используя немнонофазное возбуждение можно реализовать монофазные колебания, совпадающие с собственными колебаниями, на любой частоте в окрестностях фазовых резонансов и определить обобщенные массы неизолированных тонов.

### 2.2.3 Испытания ограниченным числом сил возбуждения колебаний

При выводе формул в п. 2.2.1 и 2.2.2 размерность вектора сил возбуждения колебаний полагалась равной размерности вектора перемещений точек испытываемой конструкции. Но в модальных испытаниях всегда количество исследуемых собственных тонов колебаний и число точек регистрации колебаний объекта испытаний значительно превышает число сил возбуждения. Объясняется это двумя основными причинами. Во-первых, это ограниченность возможности испытательного оборудования управлять большим числом источников вибраций. Во-вторых, подбор сил возбуждения для настройки на фазовый резонанс или выделение монофазных колебаний производится обычно несколькими итерациями по результатам измерений отклика объекта испытаний. Поскольку в этих измерениях всегда присутствуют погрешности, то наступает момент, когда увеличение числа сил не приводит к повышению точности результатов эксперимента [38]. Практика испытаний показала, что число каналов управления возбуждением колебаний редко превышает четырех.

При ограниченном числе сил возбуждения не удастся создать одновременно во всех контрольных точках объекта испытаний режим фазового резонанса. Поэтому для определения собственных частот используются специальные критерии, по которым производится подбор сил возбуждения. Наиболее распространенными являются два критерия: на частоте фазового резонанса или минимальна длина вектора действительной составляющей перемещений, или равен нулю котангенс усредненного фазового сдвига. Расчет производится по всем точкам регистрации колебаний.

Введем критерий того, что при возбуждении колебаний в  $L$  точках вынужденные колебания являются монофазными в  $N$  точках ( $L < N$ ) объекта испытаний:

$$\min R = \frac{\Gamma^T \Gamma}{V^T V}, \quad (2.31)$$

где

$$\Gamma = U - \lambda V. \quad (2.32)$$

Вектор  $\Gamma(N)$  характеризует отклонение вынужденных колебаний от монофазных (2.5).

Подбор сил возбуждения на некоторой частоте  $\omega$  по критерию (2.31) проведем так же, как и в случае  $L=N$  (см. п. 2.2.1): проведем на этой частоте  $L$  независимых испытаний. Из зафиксированных в этих испытаниях действительных и мнимых составляющих перемещений составим матрицы, соответственно,  $\tilde{U}$  и  $\tilde{V}$ , которые имеют размерность  $(N \times L)$ . Из векторов сил предварительных испытаний составим матрицу  $\tilde{E}$ . Матрица  $\tilde{E}$  также имеет размерность  $(N \times L)$ , но в каждом ее столбце по крайней мере  $(N - L)$  элементов равны нулю.

Поскольку объект испытаний является линейной динамической системой, то реакцией на внешнее воздействие

$$E = \tilde{E} \xi \quad (2.33)$$

является отклик

$$U = \tilde{U} \xi, \quad V = \tilde{V} \xi. \quad (2.34)$$

Параметр монофазных колебаний  $\lambda$  и вектор  $\xi$  определим из условия (2.31), преобразовав его с учетом (2.32)–(2.34)

$$\min R(\xi, \lambda) = \frac{\xi^T (\tilde{U}^T - \lambda \tilde{V}^T) (\tilde{U} - \lambda \tilde{V}) \xi}{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{V} \xi}.$$

Условия экстремума  $R(\xi, \lambda)$

$$\frac{\partial R}{\partial \xi} = 0, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda} = 0. \quad (2.36)$$

Экстремальные значения функции  $R(\xi, \lambda)$  обозначим как  $\alpha$ .

Условие (2.35) является задачей о собственных значениях:

$$(D - \alpha B)\xi = 0, \quad (2.37)$$

а искомый вектор  $\xi$  соответствует наименьшему собственному значению  $\alpha$ .

Из условия (2.36) следует выражение, определяющее параметр  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{U} \xi}{\xi^T \tilde{V}^T \tilde{V} \xi}. \quad (2.38)$$

В этих формулах

$$D(L \times L) = \tilde{U}^T \tilde{U} - 2\lambda \tilde{V}^T \tilde{U} + \lambda^2 \tilde{V}^T \tilde{V}, \quad (2.39)$$

$$B(L \times L) = \tilde{V}^T \tilde{V}. \quad (2.40)$$

Необходимо отметить, что в формулу (2.38) входит вектор  $\xi$ , соответствующий наименьшему значению  $\lambda$ , которое, также зависит от величины параметра  $\lambda$ . Поэтому параметр  $\lambda$  определим из (2.38) как величину, при которой достигается минимум наименьшего собственного значения. Для этого используем итерационный процесс. В качестве начального приближения используем величину  $\lambda$ , являющейся наименьшим собственным значением матрицы  $\tilde{V}_L^{-1} \tilde{U}_L$ . Элементами матриц  $\tilde{U}_L$  и  $\tilde{V}_L$  являются, соответственно, действительные и мнимые составляющие перемещений точек приложения сил возбуждения. Очевидно, что при  $L = N$  начальное приближение  $\lambda$  совпадает с точным значением.

Перепишем выражение (2.38) с учетом (2.34):

$$\lambda = \frac{V^T U}{V^T V}. \quad (2.41)$$

То есть

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2 \operatorname{ctg} \varphi_i}{\sum_{i=1}^N v_i^2}$$

где  $\varphi_i$  — сдвиг фазы перемещений  $i$ -й точки конструкции относительно фазы возбуждающей силы.

Поэтому параметр  $\lambda$ , определяемый из условия (2.36), является усредненным котангенсом фазовых сдвигов перемещений  $N$  точек объекта испытаний. Это усреднение являет-

ся взвешенным, а весом каждой точки регистрации колебаний является квадрат мнимой составляющей перемещения.

Важно отметить, что выражение (2.41) получено как необходимое условие минимума отклонений вынужденных колебаний от монофазных, а в ряде работ (например, [15; 16]) параметр  $\lambda$  в виде (2.41) априори принимается в качестве усредненной характеристики сдвигов фазы колебаний в точках конструкции.

Определим параметр  $\lambda$  непосредственно из (2.32), подставив в это выражение векторы  $U$  и  $V$ , полученные из (2.38) и (2.34):

$$\lambda = \frac{V^T U - V^T \Gamma}{V^T V}. \quad (2.42)$$

Сравнивая выражение (2.42) с (2.41), получаем

$$V^T \Gamma = 0.$$

Это означает, что вектор мнимых составляющих монофазных колебаний ортогонален вектору отклонений вынужденных колебаний от монофазных.

Частоты собственных колебаний объекта испытаний определим (в соответствии с методом фазового резонанса) по переходу параметра  $\lambda$  через нуль.

Для случая, когда сила возбуждения колебаний может быть приложена к каждой контрольной точке объекта испытаний ( $L = N$  и  $\alpha = 0$ ), из (2.37) для  $\lambda = 0$  следует условие

$$\det D = 0. \quad (2.43)$$

Выражение для  $D$  получим из (2.39) и (2.4):

$$D = \tilde{V}^T (-\omega^2 A + C) (H^{-1})^T H^{-1} (-\omega^2 A + C) \tilde{V}.$$

В том случае, когда матрица демпфирования является неособенной матрицей, а столбцы  $\tilde{V}$  линейно независимы

$$\det \tilde{V} \neq 0, \det H \neq 0$$

условие (2.43) определяет собственные частоты объекта испытаний

$$\det (-\omega^2 A + C) = 0.$$

И это справедливо независимо от диссипативных свойств испытываемой динамической системы.

Итак, собственные частоты и формы колебаний объекта найдены. Далее определяются обобщенные массы и, при соответствующих диссипативных свойствах объекта испытаний, обобщенные коэффициенты демпфирования собственных тонов колебаний по тем же формулам, что и в случае  $L = N$ , то есть (2.26) и (2.29).

Векторы сил  $E(L)$  и  $F(L)$  немонафазного возбуждения колебаний, реализующие режим монофазных колебаний, определяются из условий, что вынужденные колебания должны быть монофазными, а вектор мнимых составляющих монофазных колебаний  $V$  должен совпадать с собственным вектором объекта испытаний на любой частоте в окрестности фазового резонанса.

В случае ограниченного числа сил возбуждении колебаний приближенное выполнение каждого из двух условий – минимум отличия вынужденных колебаний как от монофазных, так и от собственных – приводит к  $2L$  уравнениям для нахождения векторов  $E$  и  $F$ . То есть  $4L$  уравнений для определения  $2L$  неизвестных. Для приведения в соответствие числа уравнений числу неизвестных, воспользуемся допущением о том, что для возбуждения колебаний на частоте  $\omega$  можно сохранить вектор действительных составляющих возбуждения, реализующего фазовый резонанс [14].

Из условия минимума отличия вектора квадратурной составляющей монофазных колебаний от такого вектора на частоте фазового резонанса (ниже в формулах отмечен звездочкой)

$$\min G(\eta) = \frac{(V - V^*)^T (V - V^*)}{V^{*T} V^*}$$

определим вектор мнимых составляющих сил возбуждения колебаний. Этот вектор представим в виде

$$F = \tilde{E}\eta$$

и преобразуем выражение для  $G(\eta)$  с учетом (2.18). Получим

$$\min G(\eta) = \frac{(\tilde{U}\eta - \tilde{V}\xi^* - V^*)^T (\tilde{U}\eta - \tilde{V}\xi^* - V^*)}{V^{*T} V^*}. \quad (2.44)$$

Условие экстремума функции  $G(\eta)$

$$\frac{\partial G}{\partial \eta} = 0$$

приводит к системе  $L$  уравнений относительно  $L$  компонентов вектора  $\eta$ :

$$\tilde{U}^T \tilde{U} \eta - \tilde{U}^T \tilde{V} \xi^* - \tilde{U}^T V^* = 0.$$

Решение этого уравнения

$$\eta = (\tilde{U}^T \tilde{U})^{-1} \tilde{U}^T (\tilde{V} - \tilde{V}^*) \xi^*.$$

Обобщенные массы собственных тонов колебаний вычисляются по формуле (2.30), а параметр  $\lambda$  определяется выражением (2.41).

Таким образом, разработанная методика модальных испытаний позволяет определить собственные частоты и формы, а также обобщенные массы собственных тонов колебаний составных частей КТК независимо от способа математического описания сил демпфирования.

### 2.3 Идентификация диссипативных свойств составных частей КТК

Достаточно большое число теоретических описаний рассеяния энергии при колебаниях механических систем говорит, на наш взгляд, о том, что предлагаемые модели демпфирования не обладают универсальностью и не всегда адекватно описывают динамические свойства реальных конструкций. Несмотря на это обстоятельство, в расчетных исследованиях широко практикуется использование, например, гипотезы Базиля или, еще более конкретных, гипотез Фойгта и Е.С. Сорокина. Такие «вольности» оправдываются, как правило, отсутствием результатов экспериментального тестирования принимаемых гипотез и более низкими требованиями к точности расчета амплитуд колебаний по сравнению с требованиями к точности расчета частот собственных колебаний.

Как отмечалось выше, придание составным частям КТК неприсущих им свойств может привести к непредсказуемым результатам синтеза их расчетных моделей в глобальную расчетную модель КТК. В диссертации разработана методика построения матриц демпфирования конструкций по результатам экспериментального модального анализа. Для идентификации диссипативных свойств составных частей КТК использованы соотношения между их вынужденными монофазными и собственными колебаниями. Эта методика позволяет установить диссипативные свойства динамической системы и оценить уровни демпфирования колебаний без предварительного математического описания процесса рассеяния энергии. Конечной целью здесь является идентификация матриц демпфирования составных частей КТК.



Методика идентификации матрицы демпфирования составных частей КТК по результатам испытаний основана на следующих основных положениях:

- математическая модель динамической системы принимается в виде уравнений вынужденных колебаний (2.1);
- к силам демпфирования отнесены все силы, независимо от их природы, изменяющиеся в фазе со скоростью перемещений конструкции;
- в динамической системе нет внутренних источников энергии, идущих на поддержание колебаний, поэтому матрица демпфирования положительно определенная.

Для идентификации матрицы демпфирования по результатам испытаний используются режимы вынужденных монофазных колебаний, поэтому ниже изложены основные свойства таких колебаний.

При монофазном возбуждении ( $f_i = 0, i = 1, 2, \dots, N$ ) параметр  $\lambda$  определяется из решения задачи о собственных значениях

$$[(\omega^2 A - C) + \lambda H] V = 0, \quad (2.45)$$

а вектор сил  $E$ , обуславливающий монофазные колебания:

$$E_i = [\lambda_i(-\omega^2 A + C) + H] V_i. \quad (2.46)$$

Если матрицы  $A$ ,  $C$  и  $H$  симметричные и положительно определенные, то все корни  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, N$  вещественные, то есть на частоте  $\omega$  можно возбудить  $N$  монофазных колебаний  $V_i, i = 1, 2, \dots, N$ , причем эти векторы обладают свойством ортогональности

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_j = V_i^T H V_j = 0, \quad i \neq j. \quad (2.47)$$

Для  $i = j$  получаем

$$V_i^T (\omega^2 A - C) V_i = \omega^2 a_i - c_i, \quad V_i^T H V_i = h_i, \quad (2.48)$$

где  $a_i, c_i, h_i$  – положительные числа.

Так как в соотношения (2.45) – (2.48) в качестве параметра входит частота вынужденных колебаний, то с изменением частоты, вообще говоря, меняются и величины, определяемые этими соотношениями.

Из (2.46) с учетом (2.47) следует, что

$$V_j^T E_i = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j, \quad (2.49)$$

то есть, монофазное возбуждение, обуславливающее данный монофазный отклик, не производит работы на перемещениях других монофазных колебаний.

В тех случаях, когда матрица демпфирования является линейной комбинацией матриц инерции и жесткости (гипотеза Е.С. Сорокина)

$$H = \alpha A + \beta C, \quad (2.50)$$

то есть система подчиняется гипотезе Базиля об одновременной диагонализации матриц инерции, жесткости и демпфирования, соотношение (2.45) принимает вид

$$(\Omega^2 A - C)V = 0, \quad (2.51)$$

где

$$\Omega^2 = \frac{\lambda\alpha + \omega^2}{1 - \lambda\beta}.$$

Как следует из (2.51), в таких случаях монофазные колебания совпадают с собственными на любой частоте вынужденных колебаний, а параметры  $\lambda_i$  определяются выражением

$$\lambda_i = \frac{p_i^2 - \omega^2}{\alpha + \beta p_i^2},$$

где  $p_i$  – собственные частоты колебаний объекта. Соответствующие векторы монофазного возбуждения найдутся из (2.46) с учетом (2.50) и (2.51)

$$E_i = \gamma_i A V_i. \quad (2.52)$$

Здесь  $\gamma_i = \lambda - \omega^2 \lambda_i + p_i^2 (\lambda_i + \beta)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Из (2.52) следует, что если динамическая система обладает свойствами (2.50), то ее монофазные колебания совпадают с собственными на любой частоте колебаний. Возбуждаются такие колебания вектором сил, пропорциональным произведению инерционной матрицы на соответствующий собственный вектор.

В соотношениях между вынужденными монофазными и собственными колебаниями динамической системы будем различать следующие случаи (п. 2.2.2):

а) при некоторых значениях  $\omega$  по крайней мере один из параметров  $\lambda$  равен нулю. Такими частотами являются собственные частоты системы, а конфигурации монофазных колебаний совпадают с собственными векторами  $W_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

б) при  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  существуют действительные значения  $\lambda_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, S$ ,  $S \leq N$ , причем  $L$  из  $S$  монофазных колебаний совпадают, соответственно, с  $L$  собственными колебаниями системы. В этом случае из уравнений движения следует, что  $W_m^T H V_l = 0$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$ ,  $m \neq l$ . То есть такие  $L$  собственных тонов колебаний не имеют связей с другими тонами системы посредством демпфирования. В каждой из  $L$  строк и в каждом из  $L$  столбцов матрицы демпфирования в нормальных координатах

имеется только по одному ненулевому диагональному элементу – обобщенному коэффициенту демпфирования  $h_i$  (2.29);

в) при  $\omega \neq p_i, i = 1, 2, \dots, N$  существуют действительные значения  $\lambda_j, j = 1, 2, \dots, S, S \leq N$ , но монофазные колебания не совпадают с собственными колебаниями. В этом случае относительно диссипативных свойств объекта испытаний отметим существование связи между матрицами  $A, C$  и  $H$

$$(-\omega^2 A + C)V_j = \lambda_j H V_j, j = 1, 2, \dots, S.$$

Кроме того, при  $S = N$  следует

$$V^T H V = V^T E [1/(1 + \lambda^2)], \quad (2.54)$$

а в случае симметрии матрицы  $V^T E [1/(1 + \lambda^2)]$  матрица демпфирования симметрична (здесь  $V$  — матрица, столбцами которой являются векторы  $V_j$ , столбцы матрицы  $E$  есть векторы  $E_j, [1/(1 + \lambda^2)]$  — диагональная матрица). Но из симметрии матрицы  $H$  следует условие ортогональности векторов  $V_j$ , то есть матрицы левой и правой частей равенства (2.54) диагональные. Таким образом, из диагональности матрицы в правой части (2.54) следует симметрия матрицы демпфирования. А это означает, что справедливо условие

$$V_j^T H V_i = 0, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j.$$

Покажем, что если на частоте  $\omega \neq p_i, i = 1, 2, \dots, N$  монофазные колебания не совпадают с собственными, то матрица демпфирования в нормальных координатах не может быть диагональной.

Допустим противоположное – монофазные колебания не совпадают с собственными, а матрицы демпфирования, инерции и жесткости приводятся к диагональным одним преобразованием координат. Представим вектор мнимых составляющих монофазных колебаний в виде разложения по собственным векторам и умножим слева на  $W^T$ :

$$W^T (\omega^2 A - C + H) W g = 0,$$

или

$$(\omega^2 [a] - [p^2 a] + \lambda [h]) g = 0.$$

Здесь  $[h]$  – согласно допущению – диагональная матрица. Но тогда собственное значение  $\lambda_j$  определяется только обобщенными динамическими характеристиками (массой,

собственной частотой, коэффициентом демпфирования)  $i$ -го тона, а вектор  $g_j$  разложения  $V_j$  по собственным векторам имеет только  $i$ -й ненулевой элемент, то есть монофазные колебания совпадают с собственными колебаниями, что противоречит принятому допущению.

При немнонофазном возбуждении вынужденные монофазные колебания, совпадающие с собственными, реализуются на любой частоте. Элементы матрицы демпфирования определяются из уравнений

$$HV_j = \frac{E_j + \lambda_j F_j}{1 + \lambda_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.55)$$

а если исследуемый тон не связан с другими тонами, то обобщенный коэффициент демпфирования можно вычислить по формуле

$$h_i = \frac{V_i^T (E_j + \lambda_i F_i)}{(1 + \lambda_i^2) V_i^{*2}}.$$

г) при  $\omega \neq p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  не существуют действительные значения параметра  $\lambda$ . В этом случае для определения матрицы демпфирования используются уравнения (2.55).

Итак, по соотношениям между вынужденными монофазными и собственными колебаниями можно установить свойства и вычислить матрицы демпфирования составных частей КТК.

Практика испытаний показала, что в окрестностях фазовых резонансов обычно удается выделить диапазоны частот колебаний, демпфирование которых определяются обобщенными коэффициентами соответствующих тонов колебаний. Эти коэффициенты демпфирования образуют диагональную матрицу демпфирования конструкции  $[h]$  в главной (обобщенной) системе координат. Для перехода в физическую систему координат необходимо произвести обратное преобразование

$$H = W^{T-1} [h] W^1.$$

Отметим, что для обратных матриц  $W^1$  и  $W^{T-1}$  удобно использовать следующие выражения:

$$W^1 = [1/(p^2 a)] W^T C, \quad W^{T-1} = C W [1/(p^2 a)], \quad W^1 = [1/a] W^T A, \quad W^{T-1} = A W [1/a].$$

Наряду с размерными коэффициентами демпфирования собственных тонов колебаний обычно возникает необходимость в безразмерной характеристике рассеяния энергии. Такой характеристикой является обобщенный декремент колебаний. Формулу для определения обобщенного декремента колебаний  $l$ -го тона можно получить из решения

задачи о свободных затухающих колебаниях, положив равной нулю правую часть уравнения вынужденных колебаний в нормальных координатах:

$$\delta_i = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2p_i^2 a_i}{h_i}\right)^2 - 1}}. \quad (2.56)$$

Отметим, что при выводе формулы (2.56) использовалось только допущение о такой малости демпфирования, при которой частоты свободных затухающих колебаний совпадают с собственными частотами конструкции без демпфирования.

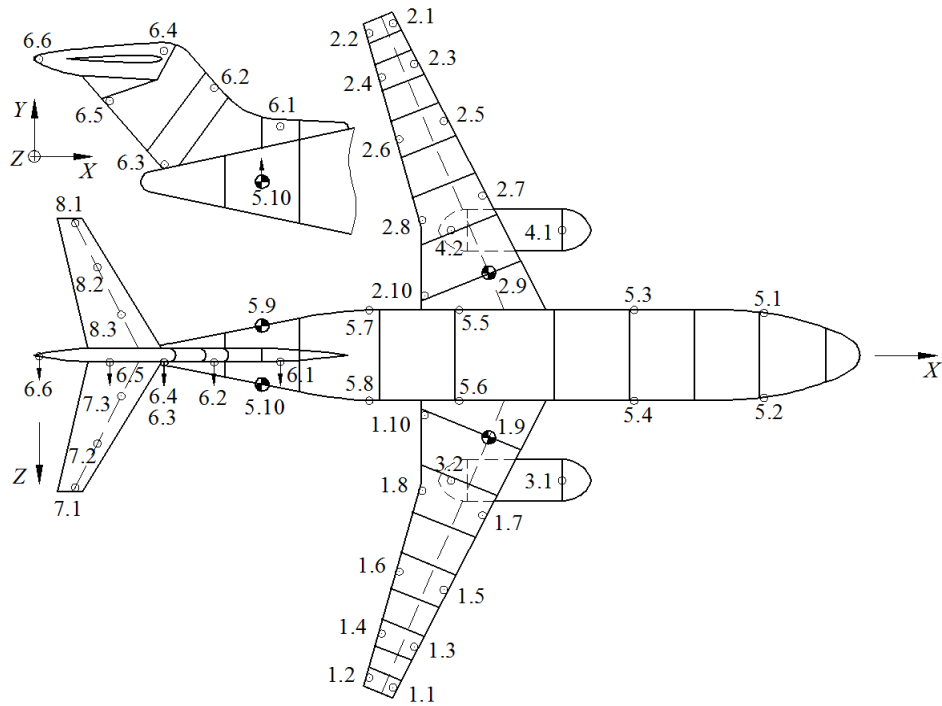
Эффективность разработанной методики идентификации матрицы демпфирования конструкции проиллюстрируем на примере такого объекта испытаний, как динамически подобная модель (ДПМ) самолёта. Габаритные размеры модели составили: размах крыла 2,91 м, длина фюзеляжа 3,32 м. Во время испытаний модель была вывешена на подвеске малой жёсткости.

Для проведения испытаний была создана экспериментальная установка, общий вид которой показан на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1 — Экспериментальная установка с ДПМ самолета

Схема расположения и нумерации точек установки датчиков ускорений, а также места приложения сил возбуждения колебаний показаны на рисунке 2.2. В таблице 2.1 приведены условные наименования и частоты собственных тонов колебаний модели, характеристики которых были определены по результатам модальных испытаний.



●-точки приложения сил; ○-датчики ускорений

Рисунок 2.2 — Схема приложения сил и установки датчиков

Таблица 2.1 — Собственные частоты и наименования тонов колебаний

$p$ , Гц	Наименование тонов колебаний
3,435	Симметричный изгиб крыла I тона (СИКр1)
3,784	Изгиб киля I тона (ИК1)
4,267	Антисимметричный изгиб крыла I тона (АСИКр1)
4,707	Симметричное кручение крыла I тона (СКрКр1)
13,57	Антисимметричный изгиб крыла II тона (АСИКр2)

Модальные испытания модели проводились в следующей последовательности:

- с помощью широкополосного случайного возбуждения колебаний приближенно были определены собственные частоты низших тонов колебаний;
- для уточнения значений собственных частот колебаний произведена настройка режима фазового резонанса в окрестности приближенного значения собственной частоты каждого исследуемого тона колебаний модели. Настройка проводилась при монофазном возбуждении колебаний путем подбора амплитуд внешних сил;
- на частотах фазовых резонансов зафиксированы формы собственных колебаний модели;
- в окрестности собственной частоты каждого тона поддерживался неизменным вектор сил, подобранный для определения частоты фазового резонанса, и при пошаго-

вом изменении частоты колебаний были измерены синфазные  $U$  и квадратурные  $V$  составляющие ускорений в контрольных точках модели;

– по результатам измерений построены частотные зависимости котангенсов фазовых сдвигов  $\varphi$  колебаний контрольных точек модели относительно фазы возбуждающих сил (рисунок 2.3).

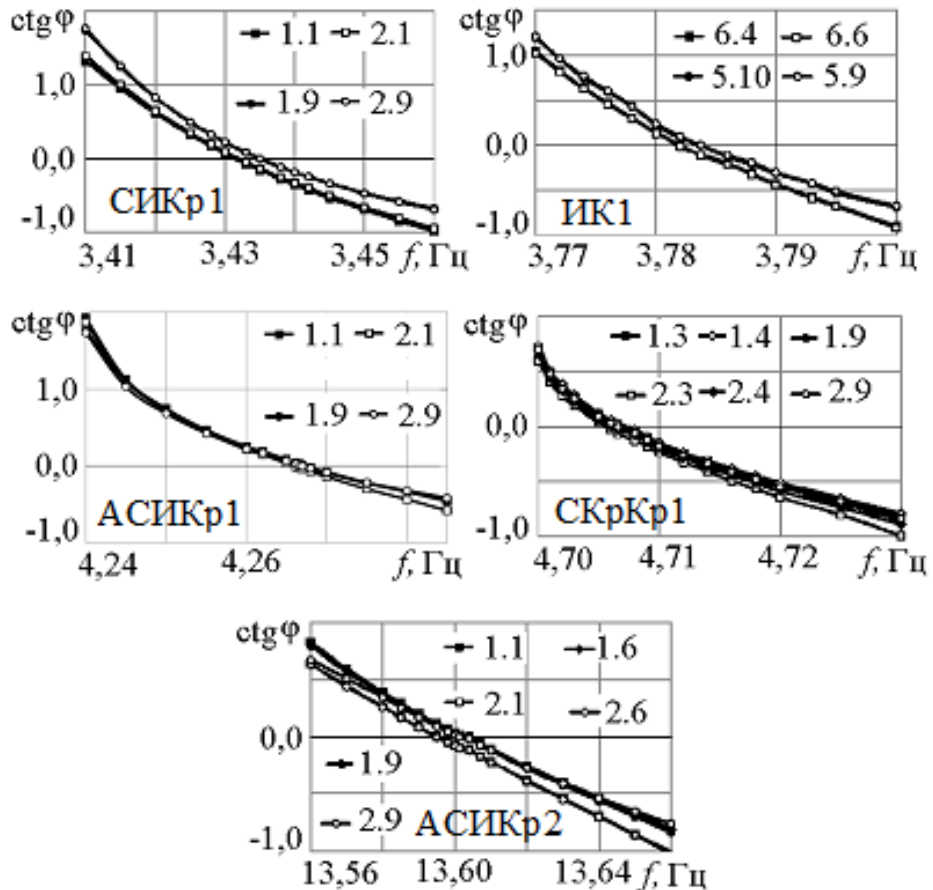


Рисунок 2.3 — Зависимости котангенса фазовых сдвигов от частоты колебаний

Как следует из рисунка 2.3, колебания контрольных точек модели в окрестностях частот фазовых резонансов являются монофазными. При этом формы монофазных колебаний сохраняются и совпадают с собственными формами колебаний. Это означает, что исследуемые собственные тона колебаний модели не связаны между собой посредством демпфирования, то есть матрица демпфирования в нормальной системе координат является диагональной.

По результатам испытаний были определены параметры математической модели ДПМ самолёта (матрицы инерции, жёсткости и демпфирования) в нормальной и физической системе координат. Адекватность расчетной модели реальной динамической системе установлена сравнением расчётных и экспериментальных амплитудно-частотных

характеристик (АЧХ) ДПМ. Результаты представлены на рисунке 2.4, из которых следует, что расчетные и экспериментальные АЧХ достаточно близки между собой.

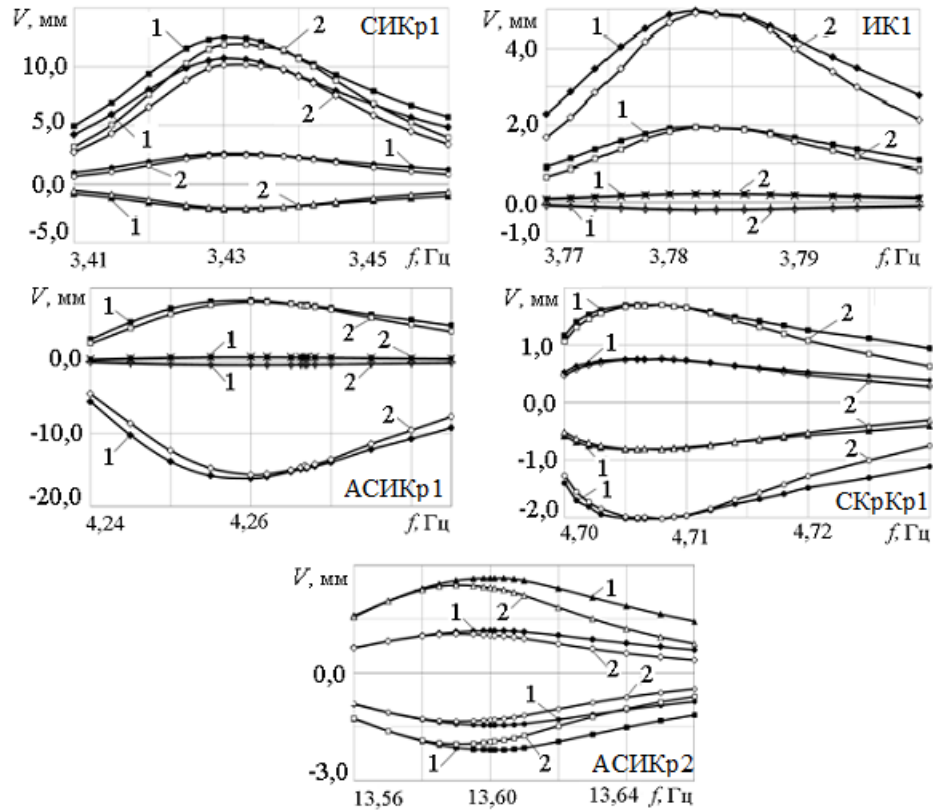


Рисунок 2.4 — Экспериментальные (1) и расчетные (2) АЧХ модели

Необходимо отметить, что при идентификации матрицы демпфирования условие близости расчетных и экспериментальных АЧХ не использовалось.

На основании результатов исследований, представленных в настоящем разделе диссертации, можно сделать вывод о том, что по соотношениям между вынужденными монофазными и собственными колебаниями динамической системы можно установить её диссипативные свойства и построить математическую модель реальной конструкции.

Итак, матрицы демпфирования составных частей КТК определены по результатам испытаний. Далее необходимо построить глобальную матрицу, описывающую диссипативные характеристики КТК в целом. Такая матрица может быть синтезирована – аналогично матрицам жесткости и инерции – в соответствии с методом конечных элементов.



## 2.4 Способ определения параметров собственных тонов колебаний составных частей конструкций

Методика модальных испытаний составных частей КТК может отличаться от методики испытаний конструкции в целом повышенными требованиями к точности определения параметров собственных тонов колебаний. Причиной является то, что для определения параметров каждого из нескольких низших тонов конструкции в целом требуется коррекция расчетных моделей составных частей по характеристикам большого числа их тонов колебаний. Поэтому погрешности определения этих характеристик могут оказывать суммарное воздействие на результаты модального анализа конструкции.

Оценки погрешностей результатов модальных испытаний можно найти, например, в работах [4 – 6; 36 – 38; 41; 86; 87], в которых отмечены основные источники этих погрешностей: случайные ошибки измерений вынужденных колебаний объектов испытаний и смещение частот фазовых резонансов при наличии тонов с близкими собственными частотами за счет систематической погрешности в измерениях колебаний. Это является, в основном, следствием малости действительной составляющей перемещений испытываемой конструкции в окрестностях фазовых резонансов по сравнению с мнимой составляющей и амплитудой колебаний. Поэтому в диссертации разработан способ определения обобщенных масс, обобщенных жесткостей и коэффициентов демпфирования собственных тонов колебаний, позволяющий снизить влияние погрешности измерения действительной составляющей колебаний на погрешности в обобщенных характеристиках [88-91].

Рассматривается случай, когда колебания конструкции по каждому собственному тону описывают уравнением линейного осциллятора (см. п. 2.3):

$$a\ddot{g} + h\dot{g} + cg = Q. \quad (2.57)$$

Здесь  $g = y \sin(\omega t - \gamma)$ ;  $y$  – амплитуда, а  $(\omega t - \gamma)$  — фаза колебаний;  $a$ ,  $h$  и  $c$  — обобщенные масса, демпфирование и жесткость,  $c = p^2 a$ ;  $Q = W^T E$  — обобщенная сила внешнего воздействия. В качестве обобщенных координат  $g$  приняты перемещения точек нормирования собственных векторов.

Здесь необходимо сделать следующее замечание: в предыдущих разделах настоящей главы утверждалось, что принятие априори модели демпфирования (что фактически

сделано в уравнении (2.57)) может привести к непредсказуемым результатам при синтезировании глобальной расчетной модели. Но в данном случае полагается, что изложенный ниже способ определения обобщенных характеристик собственного тона колебаний может быть применен только тогда, когда показано, что этот тон не имеет связей с другими тонами посредством демпфирования.

Для определения обобщенной массы, жесткости и демпфирования тона используем условие минимума отличия обобщенных сил  $Q_k$ , реализуемых в эксперименте, от сил  $Q_k^*$ , определяющих амплитуды колебаний осциллятора, равные амплитудам колебаний конструкции на частотах  $\omega_k$ , ( $k=1, 2, \dots, M, M \geq 3$ ):

$$\min \sum_{k=1}^M (Q_k^2 - Q_k^{*2})^2.$$

Необходимое условие экстремума функционала приводит к системе нелинейных уравнений третьего порядка относительно обобщенных характеристик:

$$\begin{aligned} & a^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^8 - 3a^2 c \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^6 + a \sum_{k=1}^M [y_k^4 \omega_k^4 (3c^2 + h^2) - Q_k^2 y_k^2 \omega_k^4] + \\ & + c \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 \omega_k^2 - c^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 - ch^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 = 0, \\ & a^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^8 - 3a^2 c \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^6 + a \sum_{k=1}^M [y_k^4 \omega_k^4 (3c^2 + h^2) - Q_k^2 y_k^2 \omega_k^4] + \\ & + c \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 - c^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 - ch^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 = 0, \\ & a^2 h \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 - 2ach \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 - h \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 + c^2 h \sum_{k=1}^M y_k^4 + h^3 \sum_{k=1}^M y_k^4 = 0. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Единственное действительное положительное решение этой системы уравнений:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{f_2 d_3 - f_3 d_2}{f_1 d_2 - f_2 d_1}}, \quad c = -\frac{b d_1 + d_3}{d_2 \sqrt{b}}, \\ h &= \left[ \left( \sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 - c^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 - a^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 + 2ac \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 \right) / \sum_{k=1}^M y_k^4 \right]^{1/2}, \end{aligned}$$

$$f_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^4 (\omega_j^4 - \omega_i^4), f_2 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^4 (\omega_j^2 - \omega_i^2), f_3 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^4 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2), \quad (2.59)$$

$$d_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^4 (\omega_i^4 - \omega_j^4), d_2 = 2 \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2), d_3 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^2 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2),$$

$$b = (f_2 d_3 - f_3 d_2) / (f_1 d_2 - f_2 d_1).$$

Важно отметить, что изменение способа описания сил демпфирования в уравнении (2.57) не приводит к другому решению системы (2.58) для обобщенной массы тона, чем (2.59).

В таком способе оценки обобщенных параметров не участвует собственная частота тона, которая определяется в модальных испытаниях независимо и с высокой точностью. Поэтому собственная частота используется для контроля достоверности обобщенных масс и обобщенных жесткостей.

Отметим, что формула расчета обобщенной массы может быть использована и применительно к нелинейной системе с одной степенью свободы, жесткость и демпфирование которой зависят от амплитуды колебаний. Для этого необходимо провести испытания при постоянной амплитуде в окрестности собственной частоты.

Способы определения параметров по результатам испытаний проверяются на чувствительность к погрешностям измерений в экспериментальных данных. Наибольшей чувствительностью к погрешностям измерений в модальных испытаниях обладают способы определения обобщенных масс [38]. Оценка влияния случайных ошибок измерений на точность расчета обобщенных масс предлагаемым способом производилась методом статистического моделирования. Исследовалось влияние только погрешностей измерений амплитуд колебаний, так как современное оборудование позволяет поддерживать частоту вынужденных колебаний с большой точностью (до сотых долей процентов), а отклонения в задаваемых величинах сил возбуждения можно (в рассматриваемом случае линейных систем) учесть в точности определения перемещений.

Ошибки измерений амплитуд колебаний считались распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. На рисунке 2.5 показаны результаты оценки относительной погрешности определения обобщенной массы  $\varepsilon_a$  для различного числа  $M$  точек АЧХ, участвующих в расчете массы, и разного уровня демпфирования колебаний  $\delta$ . Видно, что обобщенную массу можно вычислить с высокой

точностью даже при больших погрешностях измерения амплитуд колебаний  $\varepsilon_y$ , если учесть в расчете достаточное число точек АЧХ. Так при  $\delta = 0,1$  и  $\varepsilon_y = 10\%$  величина  $\varepsilon_a = 5\%$  достигается при  $M = 9$ , а при  $M = 20 - \varepsilon_a = 2,5\%$ . Хотя с ростом демпфирования погрешности резко возрастают, реальные декременты колебаний КА обычно не превышают  $\delta = 0,1$ .

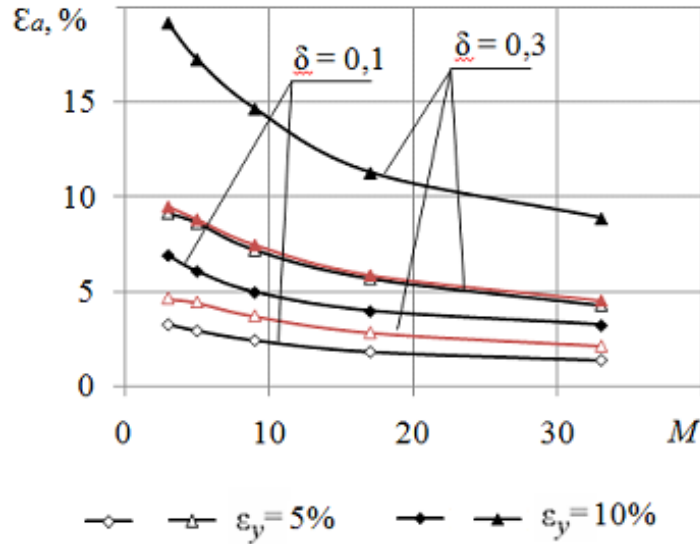


Рисунок 2.5 — Погрешности определения обобщенной массы

При определении обобщенных характеристик  $i$ -го собственного тона колебаний полагается, что в окрестности собственной частоты данного тона вектор мнимых составляющих вынужденных колебаний является собственным вектором системы, то есть вынужденные колебания конструкции описываются одной обобщенной координатой. В случае, когда вблизи  $i$ -го тона с собственной частотой  $p_i$  присутствует некоторый тон  $j$  с частотой  $p_j$ , взаимное влияние тонов приводит к смещению частот фазовых резонансов. Если обозначить как  $w_{ij}$  коэффициент, характеризующий вклад  $j$ -го тона в колебания системы, обобщенный декремент колебаний как  $\delta$ , то это влияние описывается параметрами [37]:

$$\xi = \frac{w_{ij}^2 a_i}{a_j}, \quad \alpha = \frac{p_j}{p_i}, \quad \eta_i = \frac{h_i}{p_i^2 a_i} = \frac{\delta_i}{\pi}, \quad \eta_j = \frac{h_j}{p_j^2 a_j} = \frac{\delta_j}{\pi}, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{p_i}.$$

На рисунках 2.6 – 2.11 показаны результаты исследований погрешностей определения обобщенных характеристик для случая тонов с близкими собственными частотами.

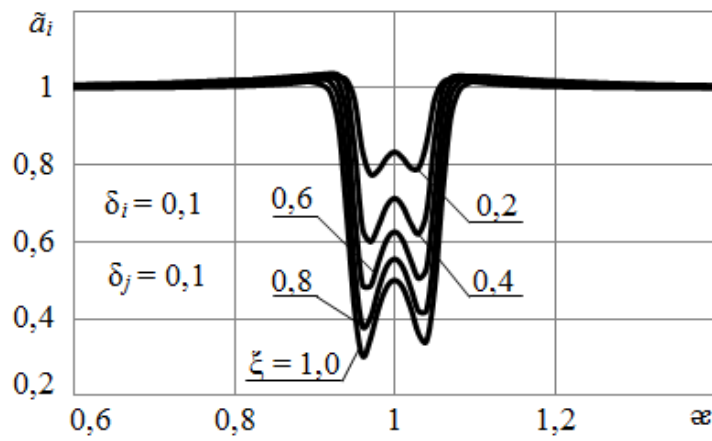


Рисунок 2.6 — Погрешности обобщенной массы в зависимости от  $\varpi$

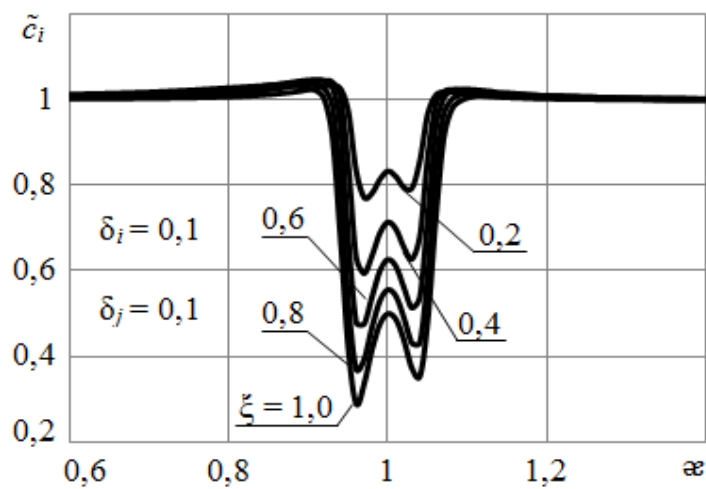


Рисунок 2.7 — Погрешности обобщенной жесткости в зависимости от  $\varpi$

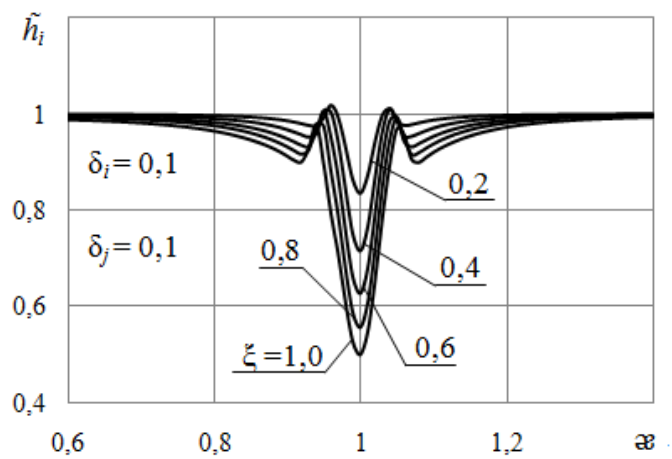


Рисунок 2.8 — Погрешности обобщенного коэффициента демпфирования в зависимости от  $\varpi$

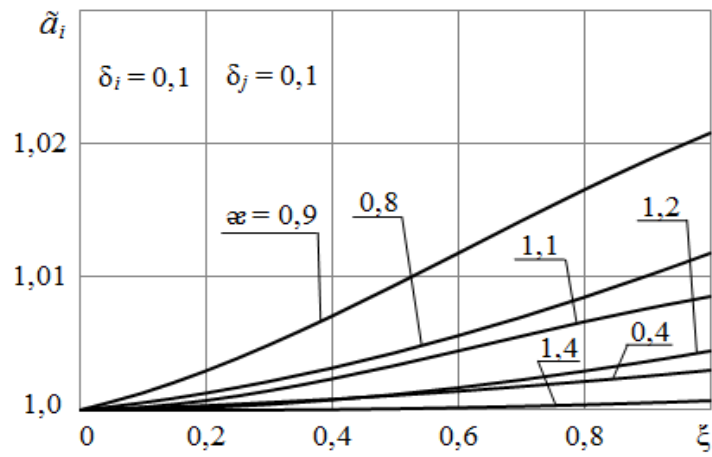


Рисунок 2.9 — Погрешности обобщенной массы в зависимости от  $\xi$

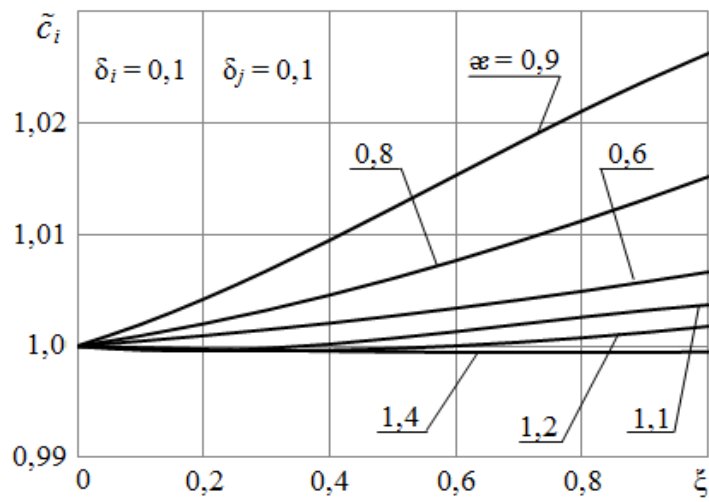


Рисунок 2.10 — Погрешности обобщенной жесткости в зависимости от  $\xi$

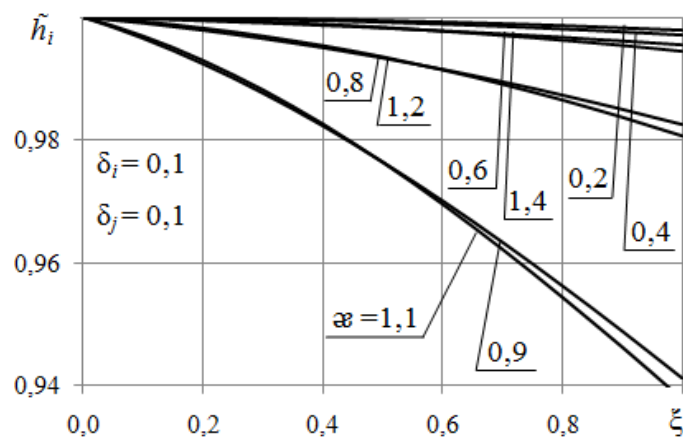


Рисунок 2.11 — Погрешности обобщенного коэффициента демпфирования в зависимости от  $\xi$

Из представленных результатов следует, что предложенный способ определения модальных параметров обладает меньшей чувствительностью к погрешностям эксперимента, чем известные методы (см., например, [6; 87]).

## 2.5 Редуцирование, коррекция и стыковка расчетных моделей составных частей

Расчетные математические модели КТК строятся, как правило, методом конечных элементов. Одной из проблем коррекции расчетных моделей является то, что модели имеют число степеней свободы, многократно превышающее число исследованных собственных тонов колебаний. Да и для решения практических задач нет необходимости в математических моделях высокого порядка. Они нужны только для теоретического описания динамических свойств конструкций с требуемой точностью. Одним из способов преодоления этого противоречия является редуцирование расчетных моделей, позволяющее значительно снизить их порядок, но сохранить при этом характеристики собственных тонов в заданном диапазоне частот колебаний.

Основные критерии, предъявляемые к методам редуцирования:

- 1) физические перемещения должны быть сохранены в качестве обобщенных степеней свободы подструктур для облегчения дальнейшего синтезирования;
- 2) интегральная инерционность и жесткость каждой из структур должна быть сохранена;
- 3) метод должен быть вычислительно эффективным как по времени, так и по используемой памяти.

При выборе метода редуцирования расчетных моделей составных частей КТК необходимо учесть, что их модели должны иметь возможность стыковаться друг с другом для синтезирования полной модели конструкции в целом. Причем эта стыковка необходима как по перемещениям, так и по углам поворота, хотя в модальных испытаниях традиционно применяются только датчики линейных перемещений (скоростей, ускорений).

К синтезу сложных конечно-элементных (КЭ) моделей с предварительной коррекцией составных частей существуют два основных подхода. Первый подход реализуется следующей последовательностью действий: коррекция моделей составных частей по результатам модальных испытаний, и синтез единой модели из скорректированных моделей составляющих её частей. Вторым подходом отличается от первого наличием этапа

редуцирования моделей (существенного сокращения количества степеней свободы) перед коррекцией. Такой подход призван значительно упростить процедуру коррекции снижением вычислительных затрат, но имеет определенные недостатки, что ограничивает область его применения.

Независимо от того, моделируются ли составные части во временной или частотной области, при стыковке их моделей должны выполняться следующие условия:

- 1) совместность перемещений стыковочных степеней свободы;
- 2) выполнение уравнений равновесия.

Наиболее распространенными методами синтеза, которые удовлетворяют описанным условиям, являются:

1) выбор уникального набора степеней свободы, при котором обе подструктуры имеют одинаковый набор интерфейсных узлов, что приводит к автоматическому выполнению уравнений совместности перемещений и равновесия [52].

2) выбор такой комбинации степеней свободы, при которой уравнения равновесия могут быть удовлетворены априори [44].

Отметим, что стыковка во временной области предполагает синтез матриц, описывающих физические свойства конструкций, по соответствующим степеням свободы. Выбранные степени свободы должны однозначно определять поведение результирующей конструкции [92]. Учет физических свойств закрепления конструкций может быть достигнут с использованием весовых функций соединения узлов [93].

Стыковка матриц КЭ моделей по их физическим координатам не вызывает затруднений. В этом случае поступают как при создании глобальных матриц жесткости и масс из локальных матриц конечных элементов. Немного сложнее ситуация, когда в модель не заложена требуемая для стыковки степень свободы. Например, в модальных испытаниях отклик конструкции определяется только по перемещениям контрольных точек. В этом случае угол поворота можно приближенно выразить через перемещения близких точек. При этом можно использовать как две близкие точки, так и три и более, однако эффективность определения угла поворота не растет пропорционально количеству точек. По результатам проведенных исследований было установлено, что для создания новой степени свободы – угла поворота – достаточно от 2х до 3х близких точек, и дальнейшее увеличение их количества может даже ухудшить результат стыковки.



Для аппроксимации угла поворота используется многочлен Лагранжа, который имеет следующий вид:

$$L_n(x) = \sum_{j=1}^n \left( f_j \prod_{i=1, i \neq j}^n \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right).$$

Для аппроксимации по двум точкам многочлен дает уравнение прямой:

$$L_2(x) = f_1 \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} + f_2 \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \quad \frac{dL_2(x)}{dx} = \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1},$$

а для аппроксимации по трем точкам:

$$L_3(x) = f_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + f_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + f_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)},$$

$$\frac{dL_3(x)}{dx} = f_1 \frac{(x - x_2) + (x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + f_2 \frac{(x - x_1) + (x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + f_3 \frac{(x - x_1) + (x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}.$$

Для любой степени многочлена Лагранжа, при фиксированных значениях  $x$  и  $x_i$ , аппроксимация производной может быть представлена как линейная комбинация значений функции  $f_i$ :

$$\frac{dL_n(x_0)}{dx} = \sum_{i=1}^n f_i k_i,$$

где: для  $n=2$

$$k_1 = \frac{1}{x_1 - x_2}, \quad k_2 = \frac{1}{x_2 - x_1};$$

для  $n=3$

$$k_1 = \frac{(x - x_2) + (x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}.$$

Здесь  $L_n(x)$  функция, аппроксимирующая перемещения  $f_i$  в точках  $x_i$ .

Рассмотрим преобразование физических координат. Пусть задана КЭ модель:

$$A\ddot{X} + H\dot{X} + CX = F, \quad (2.60)$$

где  $X$  – вектор, содержащий только перемещения. Найдем преобразование матриц при переходе от вектора неизвестных  $X$  к вектору  $Y$ , в котором элемент  $y_i$  – угол поворота, в общем случае выраженный через остальные перемещения  $y_i = \sum x_k k_j$ , а остальные элементы  $y_k = x_k, k \neq j$ . Преобразование будет иметь следующую структуру:

$$Y = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_1 \\ \dots \\ y_j \\ \dots \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 \\ k_1 & k_2 & \dots & k_j & \dots & k_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_j \\ \dots \\ x_N \end{Bmatrix} = DX \quad (2.61)$$

Тогда из (2.61) можно выразить вектор  $X$  и подставить в уравнение движения (2.60):

$$AD^{-1}\ddot{Y} + BD^{-1}\dot{Y} + CD^{-1}X = F.$$

Умножим это уравнение на  $(D^{-1})^T$  слева:

$$(D^{-1})^T AD^{-1}\ddot{Y} + (D^{-1})^T BD^{-1}\dot{Y} + (D^{-1})^T CD^{-1}X = (D^{-1})^T F,$$

или

$$\tilde{A}\ddot{Y} + \tilde{B}\dot{Y} + \tilde{C}X = \tilde{F}, \quad (2.62)$$

где

$$A = (D^{-1})^T AD^{-1}, \quad B = (D^{-1})^T BD^{-1}, \quad C = (D^{-1})^T CD^{-1}, \quad F = (D^{-1})^T F, \quad Y = DX.$$

Таким образом, получили новое уравнение движения (2.62) относительно вектора неизвестных  $Y$ , который содержит новую степень свободы вместо одной из старых. Такими новыми степенями свободы являются углы поворота для стыковки моделей.

В качестве примера получены стыкуемые математические модели из виртуального эксперимента для балки длиной 1 м, установленной на двух подвесках малой жесткости. Степени свободы – вертикальные перемещения в пяти точках: 0; 0,05; 0,5; 0,95; 1 м.

В результате исследований по стыковке математических моделей составных частей конструкции, было установлено, что погрешность в частотах синтезированной модели находится в удовлетворительных пределах только для одинаковых частей. В таблице 2.2 представлен пример, когда эти части неодинаковые. Наблюдаются непрогнозируемые изменения погрешностей частот синтезированной модели (по сравнению с эталонной) с увеличением количества степеней свободы. Поэтому предлагается другой подход: для исследуемых подконструкций строятся модели методом конечных элементов, затем эти модели редуцируются методом Хёртинга [94] (Free Interface Method), который является разновидностью метода Крейга - Бэмптона [95; 96]. Полученные математические модели корректируются по результатам испытаний и затем стыкуются по описанной выше методике.

Таблица 2.2 — Разница между собственными частотами синтезированной и эталонной моделями

Номер частоты	Разница, %			
	Количество степеней свободы составных частей			
	5	7	9	11
1	9,082	11,715	-16,496	19,556
2	9,701	6,928	3,587	6,266
3	0,237	0,095	0,226	0,099
4	12,532	7,525	5,816	4,743
5	1,186	0,23	0,194	-0,028
6	15,248	8,393	6,405	5,108
7	2,793	0,56	0,353	0,058
8	17,234	9,111	6,829	5,511
9	-	11,634	11,429	11,241
10	-	28,475	25,729	24,4

### Метод Крэйга-Бэмптона

Данный метод редуцирования КЭ моделей был предложен в 1960-х годах в том числе и профессором Техасского университета Роем Крэйгом (Roy R. Craig, Jr.). В настоящее время в большинстве конечно-элементных пакетов этот метод реализован под названием метод Крэйга-Бэмптона (Craig-Bampton method). За последние 40 лет у него появилось 3 разновидности: со свободными узлами конденсации (free-interface), с закрепленными узлами конденсации (fixed-interface) и комбинированный метод [95]. Особенности перечисленных видов метода заключаются в использовании форм собственных колебаний, полученных из различных задач: со свободными или закрепленными узлами конденсации (интерфейсными узлами).

Рассмотрим метод Крэйга-Бэмптона более подробно. В матричном уравнении движения произведем перенумерацию узлов следующим образом:

$$[M]\ddot{U} + [K]U = F, \quad U = \begin{Bmatrix} U_m \\ U_s \end{Bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{Bmatrix} U_m \\ U_s \end{Bmatrix},$$

где  $U$  – полный вектор перемещений,  $U_m$  – перемещения узлов конденсации ("master DOFs" в терминологии ANSYS),  $U_s$  – неучитываемые степени свободы ("slave" DOFs),  $[K]$ ,  $[M]$  – матрицы жесткости и масс,  $F$  – вектор внешних сил. В соответствии с методом Крэйга-Бэмптона [95; 96], вектор перемещений может быть представлен следующим образом:

$$U = \begin{Bmatrix} U_m \\ U_s \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U_m \\ y_\delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -K_{ss}^{-1}K_{sm} & \Phi_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ y_\delta \end{Bmatrix}.$$

Здесь  $y_\delta$  – усеченный набор обобщенных модальных координат,  $[T]$  – матрица трансформации,  $\Phi_s$  – формы колебаний при закрепленных узлах конденсации,  $I$  – единичная матрица.

### Метод Хёртинга

Метод Крэйга-Бэмптона, в котором используются формы собственных колебаний со свободными узлами конденсации, также известен под названием метод Хёртинга [94]. В этом методе при построении матрицы трансформации от полноразмерной модели к ее редуцированному аналогу используются формы собственных колебаний конструкции со свободными интерфейсными узлами. Кроме того, в матрице трансформации могут быть учтены перемещения системы как жесткого тела:

$$[T] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ -K_{ss}^{-1}K_{sm} & \Phi_{sr} & \hat{\Phi}_s \end{bmatrix}, \quad \hat{\Phi}_s = \Phi_s + K_{ss}^{-1}K_{sm}\Phi_m, \quad \Phi_f = \begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix}.$$

$\Phi_{sr} = -K_{ss}^{-1}[M_{sm} + M_{ss}(-K_{ss}^{-1}K_{sm})]\Psi_{mr}$  – формы колебаний модели как жесткого тела,  $\Phi_f$  – формы колебаний при свободных узлах конденсации.

Вне зависимости от того, как получена матрица преобразования  $[T]$ , уравнение движения приводится к виду:

$$[\hat{M}]\ddot{\hat{U}} + [\hat{K}]\hat{U} = \hat{F}, \quad [\hat{K}] = [T]^T[K][T], \quad [\hat{M}] = [T]^T[M][T], \quad \hat{F} = [T]^T F.$$

Рассмотрим пример стыковки редуцированных по методу Хёртинга математических моделей. Первая составная часть – консольная закрепленная балка длиной 1 м (балка № 1 на рисунке 2.12). Вторая составная часть – балка длиной 1 м с крутильной жесткостью (балка № 2 на рисунке 2.13), моделируемой двумя близкорасположенными пружинами на одном из концов.

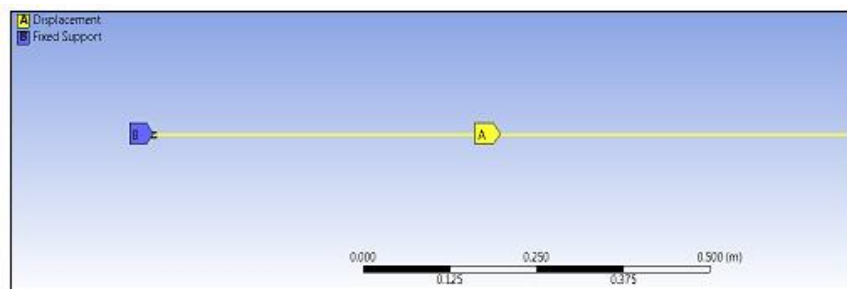


Рисунок 2.12 — Балка №1

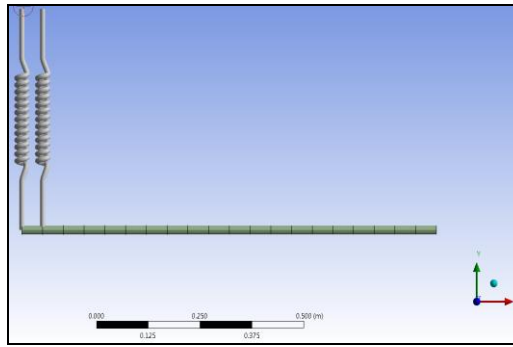


Рисунок 2.13 — Балка №2

В таблице 2.3 представлены погрешности – разница частот (в процентах) синтезированной модели с одиннадцатью степенями свободы по сравнению с эталонной моделью (рисунок 2.14) при аппроксимации угловой степени свободы по двум и по трем точкам. Отметим, что погрешность определения собственных частот (в рамках выбранных тонов колебаний) не зависит от количества выбранных степеней свободы (узлов конденсации) в конструкции, а зависит от числа точек для аппроксимации поворотной степени свободы и от размера «стыковочной зоны» (расстояние между узлами для аппроксимации поворотной степени свободы).

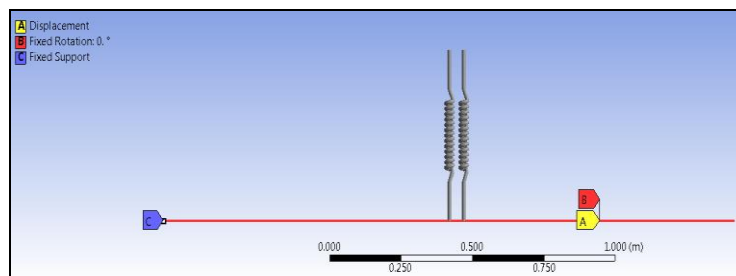


Рисунок 2.14 — Балка-эталон

Таблица 2.3 — Разница между частотами «стыкованной» и эталонной модели

Номер тона	Разница, %			
	размер «стыковочной зоны» $\delta = 0,05\text{ м}$		размер «стыковочной зоны» $\delta = 0,1\text{ м}$	
	2 точки	3 точки	2 точки	3 точки
1	1,315	0,793	2,735	1,231
2	2,891	1,663	6,457	2,682
3	0,003	0,002	0,006	0,003
4	3,509	1,72	8,122	1,858
5	0,002	0,002	0,002	0,002
6	3,689	1,427	8,794	0,156
7	0,005	0,000	0,000	0,000
8	3,941	1,052	9,341	1,808
9	13,635	12,388	12,389	12,388
10	35,32	23,889	36,894	29,452

Собственные формы колебаний синтезированной балки с одиннадцатью степенями свободы при аппроксимации угловой степени свободы по трем точкам приведены на рисунке 2.15.

В результате исследования проблемы формирования глобальной математической модели конструкции по математическим моделям ее составных частей на примере композиции балки из двух частей установлено, что использование метода Хёртинга приводит к приемлемым результатам синтезирования модели полной конструкции. Использование метода Хёртинга обусловлено необходимостью редуцировать большие КЭ модели для их корректировки по результатам модальных испытаний – замену обобщенных характеристик (обобщенных масс, жесткостей, коэффициентов демпфирования) в КЭ модели соответствующими характеристиками, полученными из эксперимента.

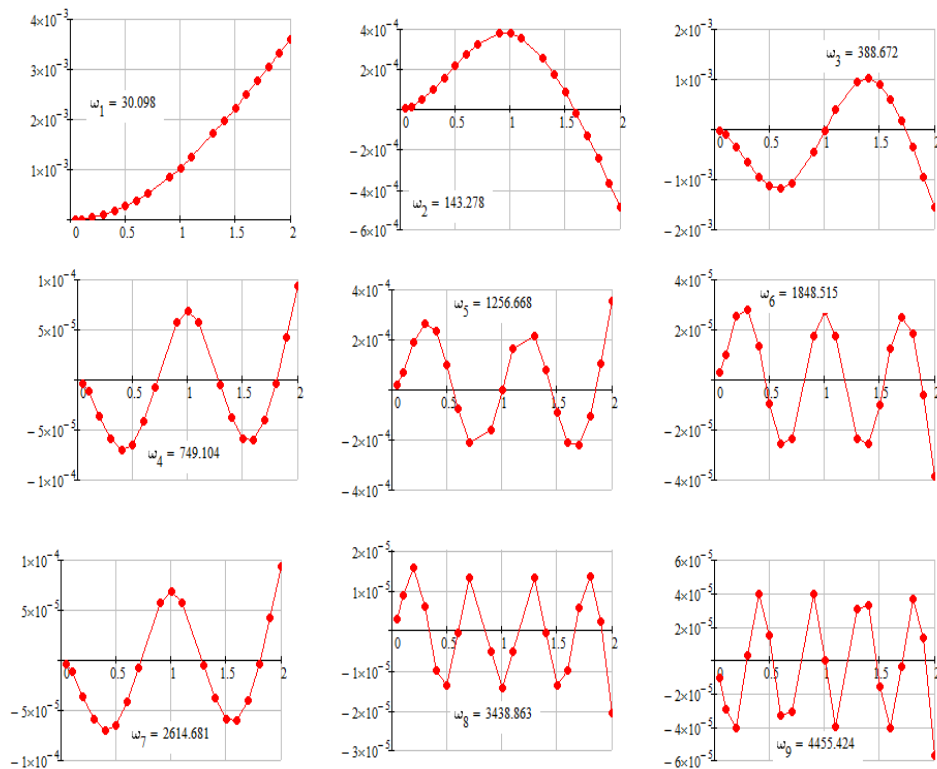


Рисунок 2.15 — Собственные формы колебаний синтезированной балки

Методы коррекции математических моделей могут быть разделены на одношаговые и итерационные [97]. Одношаговые методы, которые также называют глобальными методами, напрямую модифицирует глобальные матрицы масс и жесткостей. Для использования этих методов необходимо, чтобы матрицы были симметричными, положительно определенными и не обладали разреженной структурой. Кроме того, эти методы

не позволяют модифицировать матрицы масс и жесткости конструкций после синтеза.

Итерационные (локальные) методы изменяют параметры КЭ модели так, что глобальные матрицы, описывающие её физические свойства, сохраняют внутренние физические взаимосвязи [98–101]. Подход, основанный на создании матрицы чувствительности (sensitivity-based model updating), является наиболее успешным представителем этого класса методов. Он применяется и в решении задач оптимизации, при которой различия между КЭ моделью и реальной конструкцией минимизируются. Так, в качестве целевой функции может быть выбрано среднеквадратическое отклонение собственных частот и форм математической модели от частот и форм, полученных в эксперименте.

Опробовано несколько вариантов коррекции редуцированных моделей. Лучшим оказался следующий способ: обобщенные массы и жесткости корректируемого тона изменялись пропорционально коэффициентам  $(1-k)$  и  $(1+k)$  соответственно, где величина  $k$  определялась из равенства отношения обобщенных характеристик квадрату экспериментальной частоты  $p_i$ . Таким образом, для коррекции  $i$ -го тона использовались следующие формулы:

$$a_i^* = a_i(1 - k_i), \quad c_i^* = c_i(1 + k_i), \quad k_i = \frac{p_i^2 a_i - c_i}{p_i^2 a_i + c_i}, \quad (2.63)$$

Звездочкой (\*) отмечены скорректированные величины обобщенных масс и жесткостей.

Коррекция матриц инерции и жесткости по (2.63) возможна в том случае, когда различие между расчетными и экспериментальными формами собственных колебаний составных частей конструкций не превышает погрешностей измерений в модальных испытаниях. Это требование не является жестким, так как погрешности измерений форм колебаний на порядок выше погрешностей определения собственных частот колебаний.

Проведенные на данном этапе исследования в области синтеза единой модели из редуцированных КЭ моделей составных частей показали, что получаемые в результате погрешности в динамических свойствах моделей не обладают общностью для любых конструкций. Было сделано предположение, что причиной больших погрешностей при стыковке свободных редуцированных конструкций является некорректное описание редуцированной моделью движений конструкции как жесткого тела. В результате исследований на различных КЭ моделях при разных параметрах был сделан вывод, что причина возникновения погрешностей не связана с описанием движений как жесткого тела.

На основе анализа литературы и проведенных численных экспериментов было сделано заключение, что погрешности при стыковке редуцированных моделей составных частей вносятся, в первую очередь, самой процедурой редуцирования и способом стыковки. Существует множество способов редуцирования, которые показывают приемлемые результаты после стыковки редуцированных моделей на определенных типах конструкций, но не обладают универсальностью применения. Способ стыковки редуцированных моделей также влияет на погрешности в динамических свойствах синтезированной модели, и в отдельных случаях удаётся снизить эти погрешности до приемлемых значений.

Формирование глобальной расчетной модели конструкции происходит путем ассемблирования КЭ-моделей составных частей после их редуцирования и коррекции. Его принцип основан на способе составления глобальной матрицы жесткости конечно-элементной модели из матриц конечных элементов: при совпадении степеней свободы соответствующие элементы матриц складываются.



## ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ НАЗЕМНЫХ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ

### 3.1 Цели, задачи и методики исследований

Наличие воздушной среды может оказать значительное влияние на динамические характеристики космических конструкций. Изучение этого явления производится, как правило, опытным путем. Экспериментальные исследования влияния воздушной среды на собственные частоты, формы и декременты собственных колебаний конструкций предполагают выполнение значительного объема работ, так как изучаемое явление зависит от большого числа факторов. К ним относятся частота колебаний, амплитуда колебаний, габариты изделия (масштабный фактор), форма вида в плане и конфигурация торцевых частей, особенности конструкции изделия и качество его покрытия и т.д.

Прямым, и поэтому наиболее достоверным методом определения динамических характеристик космических конструкций в условиях эксплуатации является проведение модальных испытаний в вакуумной камере (например, испытания солнечного паруса [61]). Но такой эксперимент уникален как по сложности технического обеспечения, так и по стоимости.

Поскольку современные КТК могут не поместиться в существующие вакуумные камеры, то влияние воздушной среды на динамические характеристики КТК оценивают путем сравнения характеристик, полученных для составных частей конструкций, с такими характеристиками, полученными в вакуумной камере. Этот способ значительно снижает временные и финансовые затраты на проведение исследований по сравнению с испытаниями полноразмерных конструкций [110].

Известны расчетные и расчетно-экспериментальные методы оценки влияния воздушной среды при наземных модальных испытаниях панелей солнечных батарей. Так, например, методом граничных элементов вычислены изменения собственных частот и характеристик демпфирования колебаний из-за наличия воздуха для панелей нескольких типов. Достоверность результатов расчетов подтверждена экспериментом [59]. Влияние воздушной среды на колебания космических конструкций определяют также по результатам испытаний объектов с уменьшенным лобовым сопротивлением за счет снятия несильных элементов и замене их массовыми макетами [57]. Расчетно-экспериментальный

способ использует математическое описание взаимодействия элементов конструкций с воздушной средой. Это, в первую очередь, относится к определению характеристик демпфирования, вызванного взаимодействием элементов с воздушной средой, и расчету присоединенных масс воздуха [58].

Представляют интерес также способ и устройство для определения аэродинамических характеристик летательного аппарата (ЛА) при использовании в качестве среды обтекания воды. Масштабную модель ЛА устанавливают в гидродинамической трубе, закрепляют в верхней державке головную часть, а в нижней – хвостовую часть модели. В державках устанавливают тензодатчики для измерений поперечной и боковой силы, а также моментов этих сил. Технический результат заключается в расширении возможностей по моделированию обтекания модели ЛА потоком, повышению точности измерения сил и их моментов [111].

Для отыскания правильного подхода к решению данной проблемы важно понимать подходы к решению этого вопроса в мировой практике. Одним из первых обширных исследований сопротивления тонкой прямоугольной пластинки, расположенной перпендикулярно периодическому потоку жидкости, была работа *Keulegan G. H., Carpenter L. H.* в 1958 году [117]. В статье отмечалась слабая зависимость сопротивления среды от числа Рейнольдса и был введен параметр, аналогичный числу Струхала  $V_m T/R$ , где  $V_m$  – амплитуда скорости,  $T$  – период колебаний,  $R$  – ширина пластины (в дальнейшем этот параметр назывался числом Келегана-Карпентера и обозначался  $K_c$ ). В работе приведены характеристики сопротивления тонкой пластинки в диапазоне  $2 < K_c < 50$ . Но применительно к КТК величины  $K_c$  могут достигать значений менее 0,1, а коэффициенты сопротивления существенно зависят от этого параметра.

Первое основательное теоретическое исследование сопротивления колеблющейся пластинки в жидкости выполнил *Graham J. M. R.* в 1980 году [116]. В этой работе была предложена зависимость сопротивления среды от  $K_c$  в степени  $1/3$ . Оригинальное асимптотическое решение проблемы сопротивления тел с острыми кромками при малых колебаниях в маловязкой жидкости было предложено Бужинским В.А. [59]. Метод позволил решить многие вопросы гидродинамического демпфирования баков КА, а также учета воздушной среды при наземных испытаниях КТК.

Однако проблема экспериментального определения динамических характеристик КТК в наземных испытаниях по-прежнему остается актуальной. В рамках работы над

диссертацией разработана установка для исследования влияния воздушной среды на собственные частоты и демпфирование колебаний элементов КТК. Проведены экспериментальные исследования, демонстрирующие работоспособность установки.

Особую сложность, представляет оценка влияния воздуха на диссипативные характеристики конструкций. Это влияние не только трудно поддается теоретическому описанию, но и экспериментальные исследования натуральных конструкций и их полно-размерных макетов сложны в организационно-техническом плане ввиду многофакторности изучаемого явления. Поэтому настоящей работе исследуется возможность оценки характеристик демпфирования натуральных КТК по результатам испытаний их масштабных моделях в различных средах.

### **3.2 Установка для исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики элементов КТК**

Установка предназначена для экспериментальных исследований влияния воздушной среды на собственные частоты и демпфирование колебаний элементов КТК. Эти исследования проводятся в два этапа: испытания при наличии воздушной среды и испытания в вакууме (в условиях барокамеры). Особенности испытаний на втором этапе предъявляют специфические требования к конструкции экспериментальной установки: возбуждение и измерение колебаний, а также управление параметрами самой установки должно производиться дистанционно через штатные электрические разъемы барокамеры.

Следует иметь в виду, что изменения собственных частот и декрементов колебаний исследуемой системы вследствие влияния воздушной среды могут иметь небольшие величины, поэтому в конструкции как объекта испытаний, так и самой экспериментальной установки необходимо свести к минимуму конструкционное демпфирование, сухое трение, а также устранить причины нелинейности колебаний объекта (люфты и трение в соединениях, нелинейное деформирование упругих элементов и т.д.). Так как изучаемое явление зависит от большого числа различных факторов, то необходимо также исключить влияние параметров, которые не являются характерными для объекта испытаний. Например, с целью исключения влияния системы возбуждения колебаний на результаты исследований, в экспериментах предложено воспроизводить свободные затухающие ко-

лебания вращения объекта испытаний. Кроме того, для уменьшения влияния сил тяжести ось вращения объекта необходимо располагать вертикально.

Следует также отметить, что в экспериментальной установке заложены определенные расстояния от объекта испытаний до элементов конструкции установки для снижения влияния границ воздушной среды на течения воздуха, возникающие при колебаниях объекта.

На рисунке 3.1. представлен общий вид экспериментальной установки.

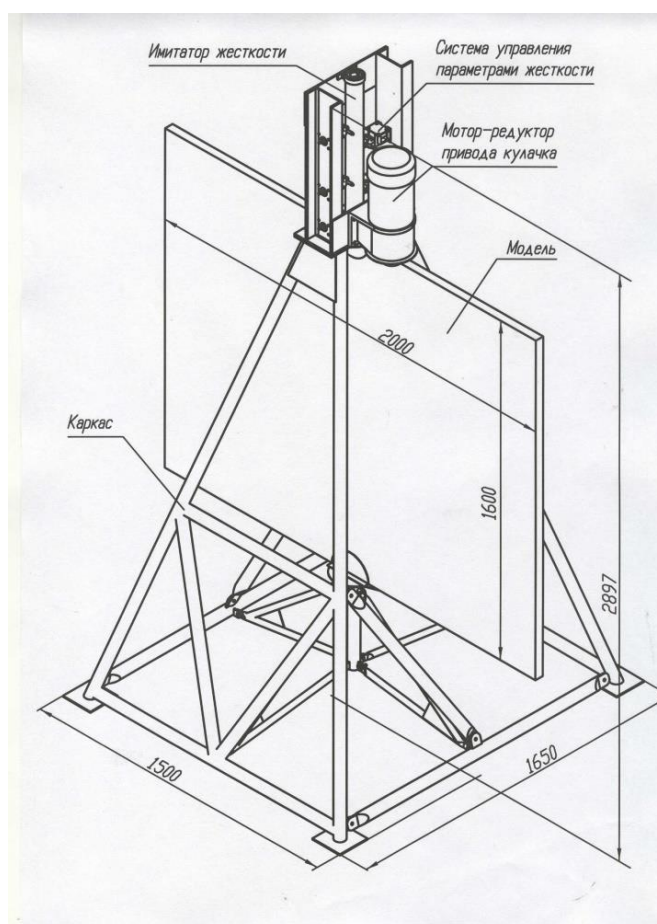


Рисунок 3.1 — Общий вид экспериментальной установки

В качестве объекта испытаний могут выступать как натурные элементы КТК, так и их массово-габаритные макеты. В настоящей работе в качестве такого объекта использовался макет панели солнечной батареи. Для того, чтобы на начальном этапе исследований исключить влияние масштабного фактора, геометрия макета полностью совпадала с размерами одного из видов панелей солнечной батареи: 1600x2000x40 мм.

Одной из задач проектирования макета являлось исключение влияния его деформаций на результаты исследований. В противном случае эти результаты имели бы част-

ный характер. Кроме того, ставилось целью проведение испытаний при различных собственных частотах макета в достаточно широком диапазоне частот колебаний. Для удовлетворения этим требованиям макет должна иметь невысокие массово-инерционные характеристики и возможность варьирования параметров жесткости.

Для обеспечения описанных выше требований макет панели солнечной батареи был выполнен в виде жесткого каркаса из авиационной фанеры толщиной 1,5 мм, обшитого снаружи листами также авиационной фанеры толщиной 0,6мм (рисунок 3.2).

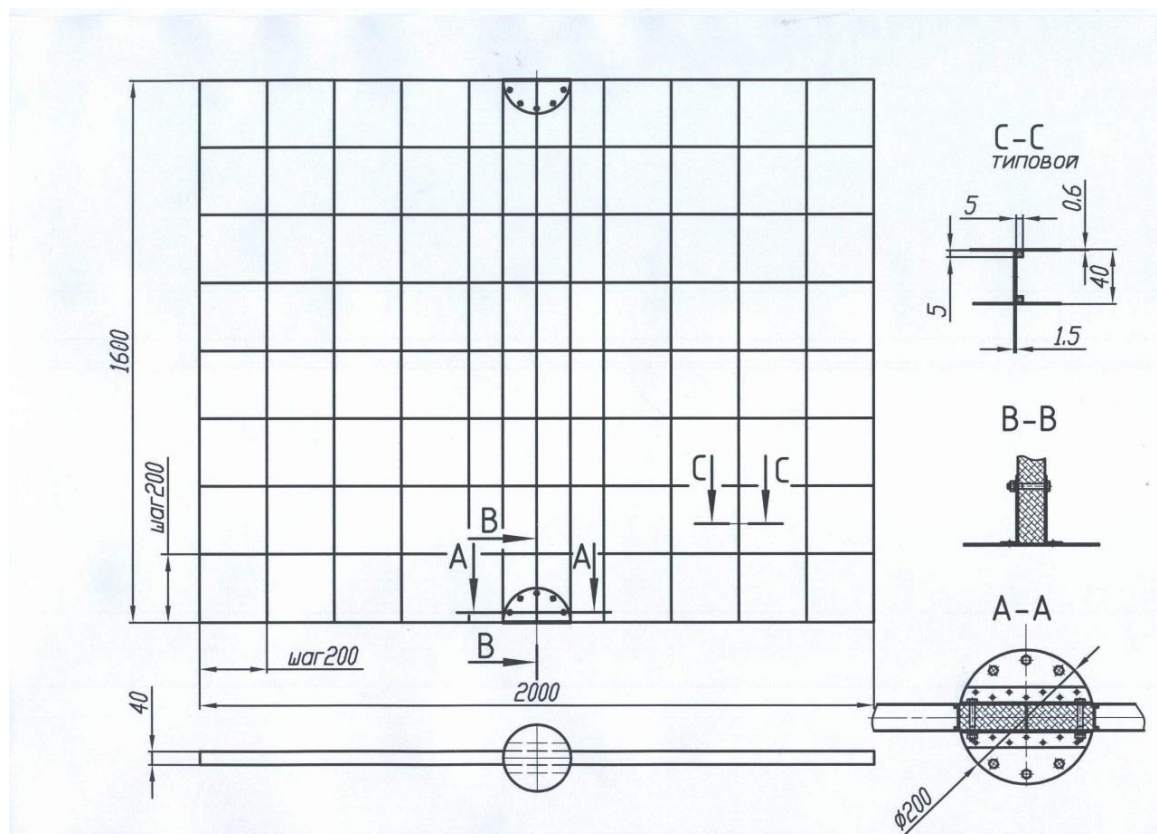


Рисунок 3.2 — Эскиз макета панели солнечной батареи

Качество результатов испытаний в значительной степени зависит от способа крепления объекта исследований в экспериментальной установке. Для того, чтобы свести к минимуму конструкционное демпфирование, люфты и сухое трение макет крепился посредством упругого подвеса (имитатора жесткости) и сферического подшипника малого диаметра. Имитатор жесткости выполнен в виде набора последовательно расположенных крестообразных элементов с упругими пластинами разной длины и толщины (рисунок 3.3). Пластины выполнены фрезеровкой в толстостенной трубе. На пластины наклеены тензодатчики. Такая конструкция упругого элемента позволяет, при высокой чувствительности к крутящему моменту, иметь высокую жесткость на изгиб.

Для изменения частоты свободных колебаний макета часть упругих элементов имитатора жесткости блокируются коническими фиксаторами относительно жесткого основания (рисунок 3.4). Выведение фиксаторов из зацепления осуществляется при помощи электромагнитов по команде с пульта управления. Возврат фиксаторов в зацепление производится пружинами.

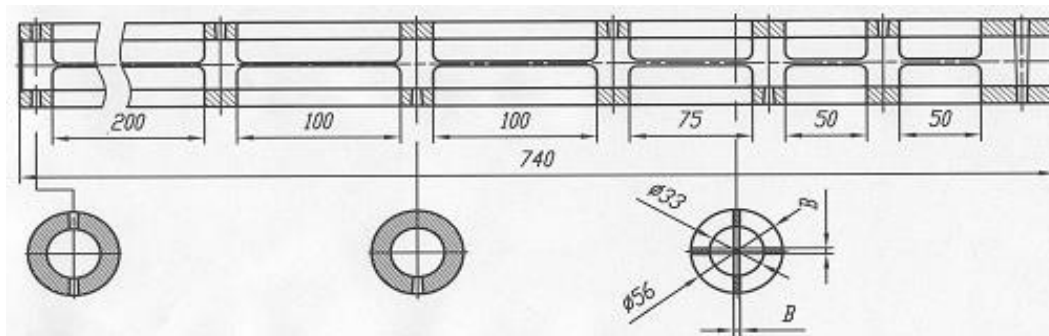


Рисунок 3.3 — Имитатор жесткости

Жесткость имитатора менялась в соотношениях 1,0; 2,5; 5,0; 9,0; 17,5; 25,0. При этом частота свободных колебаний макета находилась в диапазоне от 0,7 Гц до 4,0 Гц. Начальное выведение системы из равновесия осуществлялось рычагом, приводимым в движение мотор-редуктором по команде с пульта управления. Процесс колебаний макета фиксировался тензодатчиками.

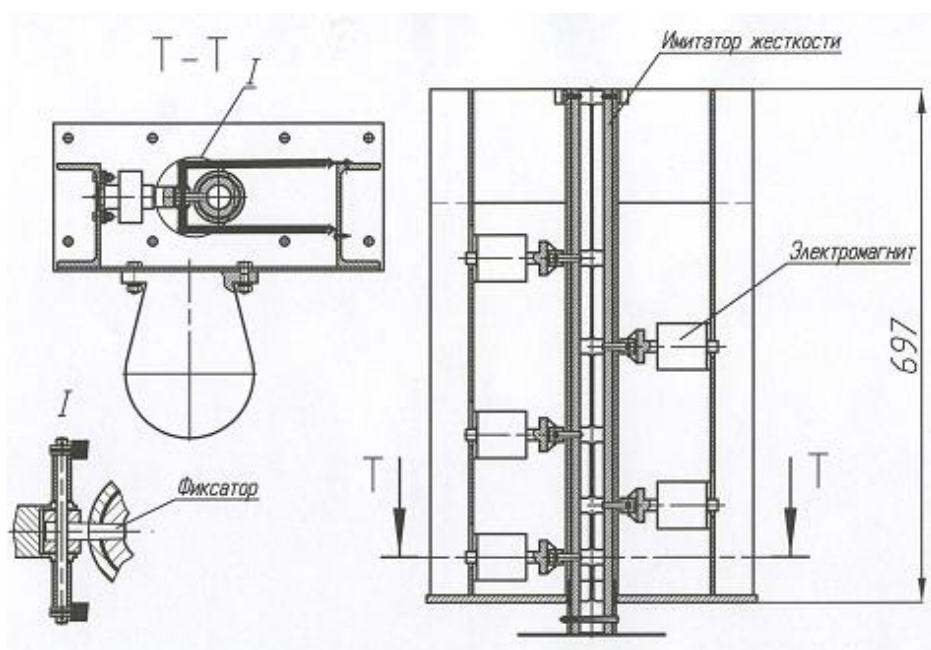


Рисунок 3.4 — Система управления имитатором жесткости

Для того, чтобы можно было оценить возможное влияние экспериментальной установки на динамические характеристики макета, были проведены модальные испытания, по результатам которых было установлено:

- собственные тона колебаний каркаса установки имеют достаточно высокие частоты, поэтому влиянием их колебаний макета как жесткого тела можно пренебречь;
- собственные частоты тонов упругих колебаний макета существенно ниже собственных частот каркаса, но максимальная частота колебаний макета как жесткого тела сопоставима с собственной частотой низшего упругого тона, поэтому их взаимное влияние необходимо учитывать.

### 3.3 Исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики макета панели солнечной батареи

Для демонстрации работоспособности установки были сделаны экспериментальные оценки влияния воздушной среды на собственные частоты и демпфирование колебаний макета элемента солнечной батареи. Проведены две серии испытаний: одна серия на воздухе, другая – в барокамере. Каждая серия состояла из шести опытов, отличающихся друг от друга жесткостью имитатора жесткости (частота свободных колебаний макета менялась от 0,7 Гц до 4 Гц). Каждый опыт повторялся семь раз.

На рисунках 3.5 и 3.6 представлены характерные амплитудные зависимости декремента колебаний  $\delta$  и собственной частоты  $f$  макета для одного из вариантов упругости имитатора жесткости. Зависимости получены по результатам испытаний как в воздушной среде, так и в вакууме. В качестве амплитуды колебаний  $A$  принята амплитуда сигнала тензодатчика.

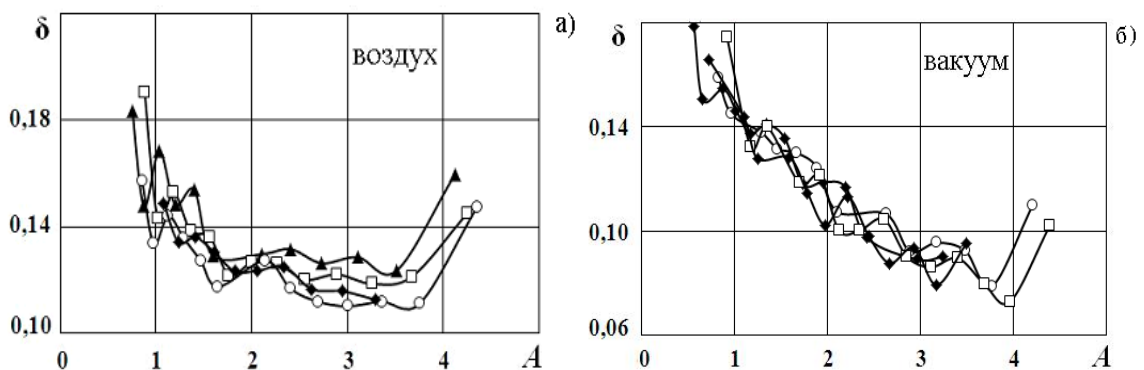


Рисунок 3.5 — Зависимости декремента от амплитуды колебаний



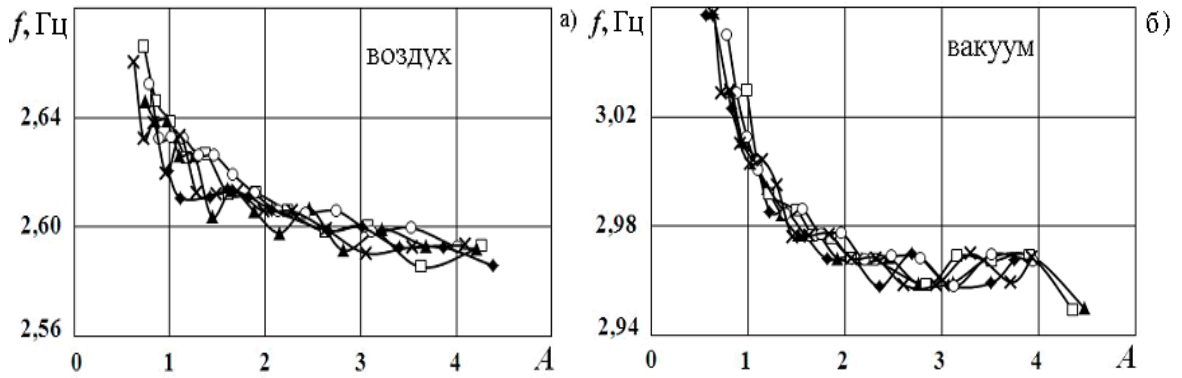


Рисунок 3.6 — Зависимости собственной частоты от амплитуды колебаний

Собственные частоты и декременты объекта испытаний определялись по свободным затухающим колебаниям, которые фиксировались тензодатчиками. Датчики обрабатывались с частотой дискретизации 1024 Гц. Процесс затухающих колебаний сглаживался методом Ланцоша с помощью рядов Фурье [40; 112].

Влияние воздушной среды на собственные частоты и демпфирование колебаний макета солнечной батареи в исследуемом диапазоне частот иллюстрирует рисунок 3.7. Здесь  $\bar{c}$  – относительная жесткость имитатора жесткости;  $\bar{f}$  – отношение собственной частоты в вакууме к собственной частоте в воздушной среде, а  $\bar{\delta}$  – отношение декремента колебаний в воздушной среде к декременту колебаний в вакууме. Относительная частота и относительный декремент колебаний для каждого варианта жесткости соответствуют одинаковой амплитуде колебаний.

Из представленных результатов следует, что наличие воздуха приводит к росту декремента и снижению собственной частоты объекта испытаний, причем влияние воздушной среды возрастает с уменьшением частоты колебаний. Следует отметить, что изменение декремента колебаний осуществляется монотонно, а рост собственной частоты происходит практически скачкообразно в диапазоне частот до 1 Гц.

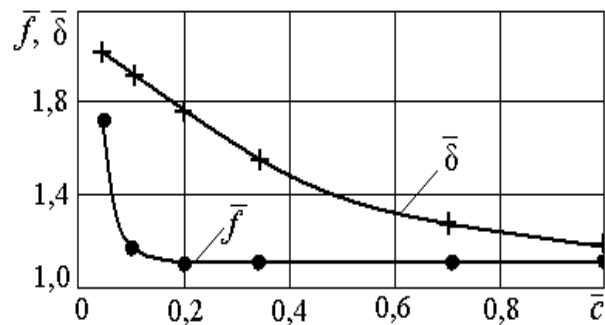
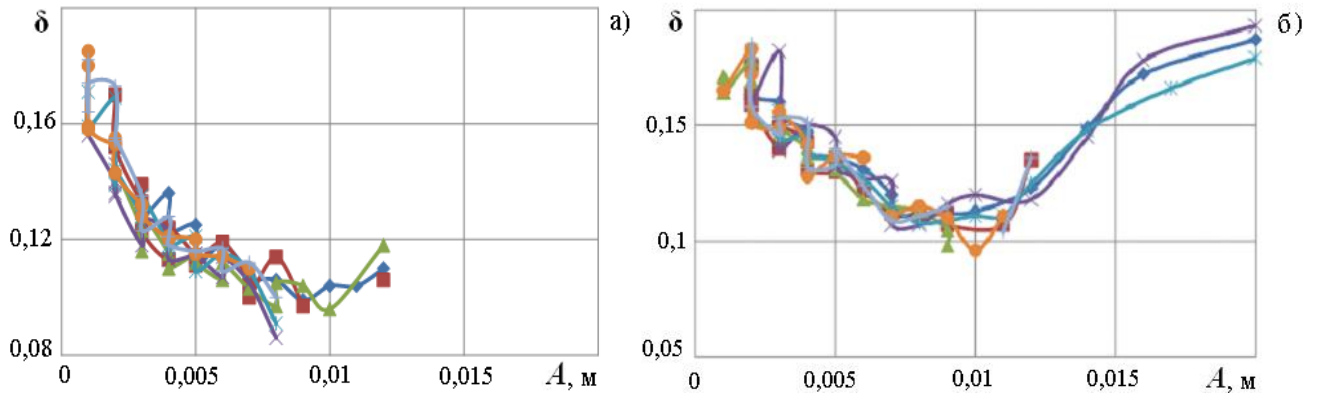


Рисунок 3.7 — Влияние воздушной среды в зависимости от жесткости упругого элемента



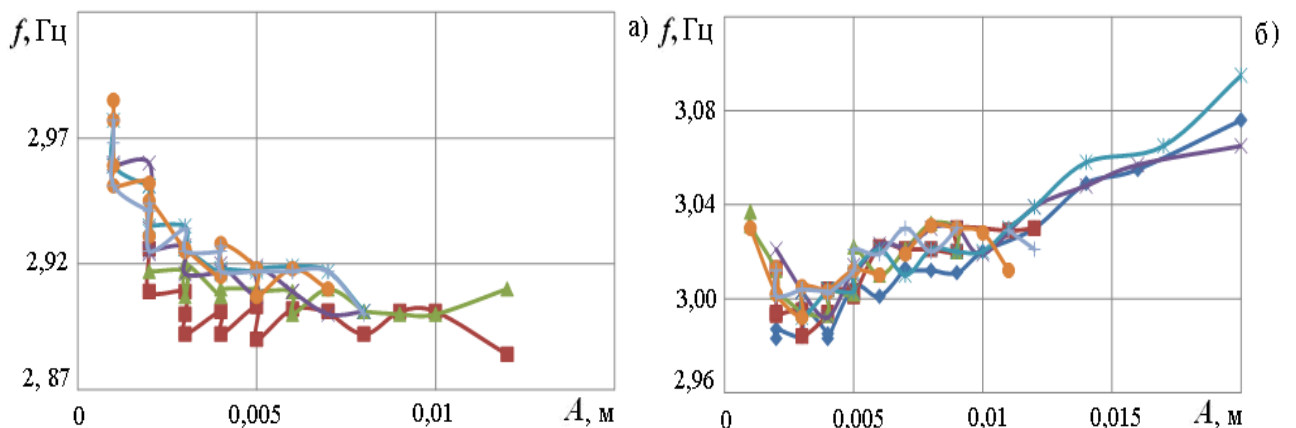
Для примера параметрических исследований в макете были выполнены щели и сделана оценка их влияния на демпфирование колебаний конструкции. Проведены испытания со щелями и без них для разных жесткостей подвески. Пример результатов испытаний, представленных в виде зависимостей декремента  $\delta$  и собственной частоты  $f$  от амплитуды колебаний макета  $A$ , показан на рисунке 3.8 и рисунке 3.9.

Результаты исследований показали, что если влияние щелей на демпфирование и собственную частоту колебаний существует, то оно не превышает погрешностей определения этих характеристик (в данном варианте конструкции). Этот результат получен и расчетом. Исключением является вариант, соответствующий минимальной жесткости, то есть свободным затухающим колебаниям с наименьшей частотой: здесь наличие щели привело к почти двукратному росту демпфирования.



а) – макет без щелей; б) – макет со щелями.

Рисунок 3.8 — Зависимость декремента от амплитуды колебаний



а) – макет без щелей; б) – макет со щелями.

Рисунок 3.9 — Зависимость собственной частоты от амплитуды колебаний

### 3.4 Анализ возможности исследований влияния воздушной среды на масштабных моделях натуральных конструкций

В настоящем разделе работы проведены теоретические исследования возможности моделирования затухающих колебаний пластинки в вязкой жидкости.

Запишем уравнения движения вязкой жидкости. Введем метрическую декартовую систему координат  $x_1, x_2, x_3$ . Течение частиц жидкости в этой системе будем характеризовать полем скоростей  $\bar{v} = \sum v_i(x_1, x_2, x_3, t)\bar{x}_i$ . Здесь  $v_i$  - проекции вектора скорости частиц на оси координат, а  $\bar{x}_i$  - орты осей координат.

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \eta \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \eta \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_3}{\partial t} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \eta \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \end{aligned}$$

Компоненты скорости течения жидкости и давление удовлетворяют этой системе дифференциальных уравнений. Получим еще одно уравнение для вектора вихревого движения жидкости

$$\bar{R} = \text{rot } \bar{v}.$$

Применим к уравнениям движения оператор  $\text{rot}$ . Тогда имеем:

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial t} + \text{rot}(\bar{R} \times \bar{v}) = \frac{\eta}{\rho} \Delta \bar{R}.$$

Здесь  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$  - оператор Лапласа.

Будем изучать движение воздуха, вызванное колебаниями пластинки, изображенной на рисунке 3.10.

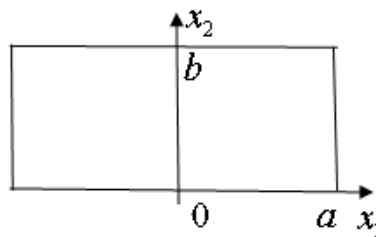


Рисунок 3.10 — Пластика в местной системе координат

Пластинка вращается относительно оси  $x_2$  как абсолютно жесткое тело. Примем, что пластинка изготовлена из материала со средней плотностью  $\rho_0$ , толщиной  $\delta$ . Размеры пластинки  $2a \times b$ . Крутильная жесткость опоры  $k$ . Полагая, что плотность равномерно распределена по пластинке, вычислим момент инерции относительно оси  $x_2$

$$J = \frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b.$$

Для выявления условий моделирования взаимодействия воздуха и пластинки приведем уравнения течения и уравнения движения пластинки к безразмерному виду. Введем параметры:

$$x_i = \tilde{x}_i a, \quad v_i = \tilde{v}_i \frac{a}{T}, \quad t = \tilde{t} T, \quad p = \tilde{p} \rho \frac{a^2}{T^2}.$$

Здесь  $T$  - фиксированный интервал времени. Условимся сохранить за безразмерными параметрами их начальные обозначения, тогда запишем уравнения течения в виде:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} v_3 = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right) \right],$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} v_3 = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) \right],$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} v_3 = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \right].$$

Переход к безразмерным уравнениям позволяет ввести критерии подобия для моделирования течения воздуха, вызванного колебаниями пластинки:

$$\text{Re} = \frac{\rho a^2}{\eta T}, \quad \lambda = \frac{a}{b}.$$

Здесь  $\text{Re}$  - параметр Рейнольдса,  $\lambda$  - удлинение пластинки. Отметим, что сохранение значений этих параметров для модели позволяет сделать вывод об одинаковом законе распределении давления на пластинку и ее модель.

Далее запишем уравнения движения пластинки.

Движение пластинки в вязкой среде происходит под действием перепада давления на поверхность пластинки, момента сил инерции и жесткости опоры на кручение. Для системы с одной степенью свободы уравнение движения пластинки имеет вид:

$$\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b \ddot{\varphi} + 2 \int_0^a \int_0^b x_1 (p_+ - p_-) dx_1 dx_2 + k \varphi = M_2.$$

Приняты обозначения:  $\varphi$  – угол поворота пластинки относительно оси  $x_2$ ;  $M_2$  – крутящий момент внешних сил действующих на пластинку. Однозначное решение этого уравнения определяется начальными условиями. Течение жидкости, вызванное пластинкой, нестационарное и, конечно, не ламинарное. Поэтому примем, что силы сопротивления зависят от квадрата скорости бесконечно малого элемента пластинки  $dx_1 dx_2$ :

$$p_+ - p_- = c_x \frac{\rho w^2}{2} \text{sign } w.$$

Скорость  $w$  элемента пластинки в окрестности точки  $x_1, x_2$  вычислим по формуле:  $w = x_1 \dot{\varphi}$ . Для постоянного коэффициента лобового сопротивления  $c_x$  момент аэродинамических сил относительно оси вращения равен  $\frac{1}{4} c_x \rho a^4 b \dot{\varphi}^2 \text{sign } \dot{\varphi}$ .

Тогда уравнение движения пластинки представим в виде:

$$\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b \ddot{\varphi} + \frac{1}{4} c_x \rho a^4 b \dot{\varphi}^2 \text{sign } \dot{\varphi} + k \varphi = M_2.$$

Преобразуем это уравнение, переходя к безразмерному времени  $t = \tilde{t} T$ :

$$\ddot{\varphi} + \frac{3 c_x \rho a}{8 \rho_0 \delta} \dot{\varphi}^2 \text{sign } \dot{\varphi} + \frac{k T^2}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b} \varphi = \frac{M_2 T^2}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b}.$$

Для изучения свободных колебаний пластинки следует принять  $M_2 = 0$ . Поэтому уравнения движения запишем в виде:

$$\ddot{\varphi} + h \dot{\varphi}^2 \text{sign } \dot{\varphi} + \tilde{\omega}^2 \varphi = 0.$$

Приведем коэффициенты этого уравнения:

$$h = \frac{3}{8} c_x \frac{\rho a}{\rho_0 \delta} - \text{параметр, характеризующий сопротивление жидкости,}$$

$$\frac{\tilde{\omega}^2}{T^2} = \frac{k}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b} - \text{квадрат частоты свободных колебаний пластинки в вакууме.}$$

Интересно отметить, что множитель при коэффициенте сопротивления - это отношение поверхностной плотности слоя воздуха толщиной  $a$  к поверхностной плотности пластинки. Отметим, что по условию моделирования параметры  $\omega$ ,  $h$  для пластинки и ее модели должны совпадать.

Приведем параметры модели:

$$\text{Re} \tilde{e} = \frac{\tilde{\rho} \tilde{a}^2}{\tilde{\eta} \tilde{T}}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}, \quad \tilde{h} = \frac{3}{8} \tilde{c}_x \frac{\tilde{\rho} \tilde{a}}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta}}, \quad \tilde{\omega} = \sqrt{\frac{\tilde{k} \tilde{T}^2}{\frac{2}{3} \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} \tilde{a}^3 \tilde{b}}}.$$

Здесь верхний индекс «тильда» указывает на принадлежность параметра к модели. Выпишем, для справки, условия моделирования натурального объекта:

$$\text{Re} = \text{Re} \tilde{e}, \quad \lambda = \tilde{\lambda}, \quad h = \tilde{h}, \quad \omega = \tilde{\omega}.$$

Изучим условия моделирования при испытании природы и модели в воздухе для случая геометрического подобия  $\tilde{a} = a/n$ ,  $\tilde{b} = b/n$ . Здесь принято, что модель в плоскости  $x_1, x_2$  меньше природы в  $n$  раз.

Таким образом, имеем:

$$\tilde{\lambda} = \lambda = \frac{a}{b}.$$

Условие подобия течения воздуха:  $\text{Re} \tilde{e} = \text{Re}$ . Здесь  $\text{Re} \tilde{e} = \rho a^2 / \eta \tilde{T} n^2$ . Для выполнения равенства следует принять  $\tilde{T} n^2 = T$ . Тогда имеем выражение для интервала времени модели:  $\tilde{T} = \frac{T}{n^2}$ . В этом случае можно считать, что  $\tilde{c}_x = c_x$ .

Условие подобия затухающих колебаний пластинки и модели:  $\tilde{h} = h$ , где  $\tilde{h} = \frac{3}{8} c_x \frac{\rho a}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} n}$ . Равенство параметров выполняется, если  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} n = \rho_0 \delta$ . Тогда имеем выражение поверхностной плотности пластинки  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{\rho_0 \delta}{n}$ .

Условие для частот свободных колебаний пластинки и ее модели  $\tilde{\omega}^2 = \omega^2$ . Для частоты модели имеем

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\tilde{k} \tilde{T}^2}{\frac{2}{3} \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} \tilde{a}^3 \tilde{b}}.$$

Условие подобия выполняется, если  $\tilde{k} = \frac{k}{n}$ .

Для соответствия результатов испытаний в воздухе природы и модели имеем условия:

$$\tilde{a} = \frac{a}{n}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{n}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{n^2}, \quad \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{\rho_0 \delta}{n}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{n}.$$

Рассмотрим частный случай  $n = 4$ .

Натурный объект – затухающие колебания пластинки в воздухе. Задана температура  $20^{\circ}\text{C}$ , давление 760 мм рт. ст. Примем для пластинки:  $a=1$ ,  $b=1,6$ ,  $T = 1$  с, масса пластинки равна 6,773 кг, поэтому для поверхностной плотности имеем  $\rho_0\delta=2,12$  кг/м<sup>2</sup>, минимальная жесткость на кручение составляет  $k_0=0,885$  Нм.

Вычислим параметры подобия для модели для  $n=4$ :  $\tilde{a} = 0,25$ ,  $\tilde{b} = 0,4$ . Таким образом, имеем  $\tilde{\lambda} = \lambda$ . Число Рейнольдса для натурального объекта равно  $\text{Re} = 69930$ . Для сохранения условий обтекания модели пластинки выполняется условие  $\text{Re}\tilde{e} = \text{Re}$ . Поэтому для интервала времени имеем оценку  $\tilde{T} = 0.0625$ .

Поверхностная плотность модели пластинки определена ранее  $\tilde{\rho}_0\tilde{\delta}=0,529$ . Для сохранения частоты колебаний примем  $\tilde{k}=0,221$  Нм. Теперь все параметры модели определены.

Рассмотрим возможность проводить испытания модели в разных средах. Например, для воды имеем  $\eta = 1.01 \cdot 10^{-3}$ ,  $\rho = 998$ ,  $\eta/\rho = 1.01 \cdot 10^{-6}$ .

Движение жидкости и колеблющейся модели пластинки определены параметрами  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$ . Выбирая за единицу длины размер  $\tilde{a}$ , приходим к заключению: следует выдерживать подобие пластинки и ее модели

$$\tilde{a} = \frac{a}{n}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{n}.$$

Оценки параметра  $n$  даны ниже.

Для колебаний пластинки в воздухе примем  $\text{Re} = 69930$ , а движение модели в воде характеризуется  $\text{Re}\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}\tilde{a}^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}}$ . Тогда  $\text{Re}\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}a^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}n^2}$ .

Условие выбора параметров модели сведено к уравнению

$$\text{Re}\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}a^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}n^2} = \frac{\rho a^2}{\eta T n^2}.$$

Преобразуем это выражение к виду:  $0,101\tilde{T}n^2 = 1,43T$ .

Изучим условие по демпфированию движения модели пластинки, принимая, что коэффициент  $c_x$  сохраняет значение и не меняется:

$$\frac{\tilde{\rho} \tilde{a}}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta}} = \frac{\rho a}{\rho_0 \delta}.$$

Теперь для вычисления параметров модели имеем еще одно условие:

$$\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{998a}{n * 0,6413 * 10^{-5}}.$$

Отметим, что для  $n \approx 10$  поверхностная плотность модели пластинки достигает нереальных значений порядка  $1,6 * 10^7$  кг/м<sup>2</sup>. Этот результат приводит к выводу о больших сложностях испытаний модели пластинки в жидкой среде.

### 3.5 Исследования влияния воздушной среды на масштабных моделях

Выше было показано, что решение задачи моделирования процесса затухающих колебаний на масштабных моделях натуральных конструкций, выполняя одновременно условия подобия как по частоте свободных колебаний, так и по демпфированию, приводит к большим сложностям. В данном разделе работы описана попытка проведения модельных исследований только характеристики демпфирования.

Критерием подобия для моделирования затухающих колебаний принято равенство чисел Рейнольдса модели и натуре. В этом случае обеспечивается одинаковость распределения давления среды на модель и натуре.

Для обеспечения возможностей проведения испытаний в различных средах, включая небольшую барокамеру, установка должна иметь небольшие размеры. Поэтому она была ориентирована на работу с моделями масштабом порядка 1:10 натурального объекта. В качестве натурального объекта на первом этапе настоящих исследований был использован один из типов элементов солнечной батареи.

При небольших размерах моделей необходим особый подход к осуществлению её упругого подвеса. Чтобы обеспечить колебания столь малых моделей в широком диапазоне частот – от долей до десятков герц – и исключить влияние побочных факторов в виде люфтов и механического трения, была выбрана схема подвески в виде тонких стальных упругих нитей, закрепленных на специальных кронштейнах. Подвеска предусматривает возможность предварительного натяжения нити. Крепление упругой нити на кронштейнах выполнено легкоъемным, что обеспечивает возможность быстрой смены нити для осуществления испытаний с различной жесткостью упругой системы. На упругой нити установлена опорная пластина, к которой осуществляется крепление моделей с различ-

ной геометрией и массово-инерционными характеристиками. Упругая система смонтирована на жесткой стойке с массивным основанием, которая установлена внутри цилиндрической емкости (рисунок 3.11).

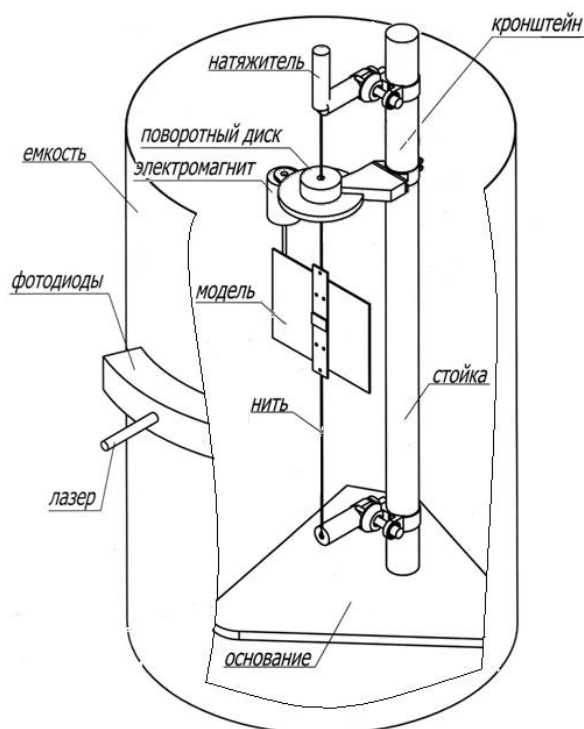


Рисунок 3.11 — Конструктивная схема экспериментальной установки

Для осуществления запуска колебательного процесса на опорной стойке над моделью смонтировано пусковое устройство. Этот узел выполнен в виде диска с рычагом. На диске смонтирован лимб, осуществляющий нормирование стартового отклонения модели от положения равновесия. На рычаге закреплен электромагнит со штоком. В начальном положении шток электромагнита касается внешнего края модели и при повороте диска отклоняет модель на определенный угол. После включения электромагнита шток отводится от модели, запуская процесс свободных колебаний.

Так же, как для подвески модели, к системе измерения отклонений модели предъявляются особые требования. Необходимо создать малое влияние системы измерений на процесс колебания малоразмерных легких моделей. Измерение отклонений модели должно осуществляться как в воздухе, так и в жидкой среде. Было принято решение измерять положение модели по регистрации отклонения луча лазера, отраженного от зеркала, закрепленного на опорной пластине крепления моделей. При каждой перестройке установки ось упругой подвески модели выставляется по оси цилиндрического сосуда, в который помещена установка. В стенке сосуда в плоскости измерительной системы вы-



полнен вырез, герметично закрытый оргстеклом. Поскольку сосуд цилиндрический, то прямой и отраженный луч, проходя по нормали к поверхности раздела сред, будет испытывать минимальные отклонения от преломления. Положение отраженного луча регистрируется линейкой из фотодиодов, расположенных непосредственно за прозрачным окном рабочей камеры. Для обеспечения точного попадания отраженного луча на фотодиоды лазер имеет подстройку по углам установки.

Сигнал с фотодиодов в виде напряжения, пропорционального углу отклонения модели, подается на АЦП, после которого определяется собственная частота и декремент колебаний (см., например, [110]).

Одной из основных задач данной серии испытаний являлось изучение закономерностей развития процесса свободных затухающих колебаний плоской пластины в зависимости от жесткости подвеса, момента инерции модели и вязкости окружающей среды с целью отыскания возможностей переноса результатов модельных испытаний на натурные условия. По этой причине все исследованные модели имели одинаковую геометрию (в плане) и представляли собой пластину 0,2x0,16 м толщиной 2 и 4 мм с осью вращения, проходящей через ось симметрии модели.

Было испытано 6 моделей с различными массово-инерционными характеристиками (таблица 3.1) и тремя вариантами жесткости подвеса. В таблице использованы обозначения:  $m$  – масса модели;  $J$  – момент инерции модели.

Таблица 3.1. — Параметры моделей

№ модели	размеры, м	$m \times 10^3$ , кг	$J \times 10^3$ , кг м <sup>2</sup>
1	0,2x0,16x0,002	164	0,545
2	0,2x0,16x0,002	501	1,670
3	0,2x0,16x0,004	302	1,005
4	0,2x0,16x0,004	926	3,085
5	0,2x0,16x0,004	100	0,333
6	0,2x0,16x0,002	55	0,183

Изучения характеристик демпфирования моделей проводилось по их свободным колебаниям на воздухе и в воде. Старт модели осуществлялся с углов отклонения 5 и 10 градусов от положения равновесия. Каждое измерение выполнялось троекратно.

Первичная обработка процесса затухающих колебаний – сглаживание экспериментальных зависимостей – производилось методом К. Ланцоша [112].

На рисунке 3.11 показаны декременты колебаний натурного макета панели солнечной батареи (рисунок 3.12), полученные в испытаниях в воздушной среде («макет воздух»), и декременты колебаний масштабной модели 1:10 макета, полученные в испытаниях в водной среде («модель вода»). При этом варьировались массово-инерционные параметры моделей и жесткости их подвесов, а также жесткости подвески макета.

Результаты, представленные на рисунке 3.12, следует воспринимать как качественные, но они подтверждают правильность сделанных предположений о возможности моделирования демпфирования колебаний конструкций по крайней мере при числах Рейнольдса, не превышающих  $4,0 \times 10^3$ .

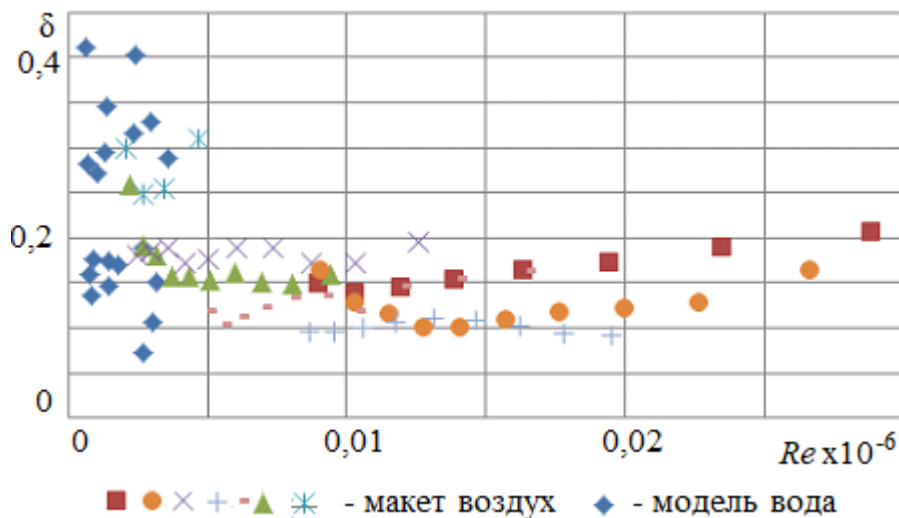


Рис. 3.12 — Декременты колебаний при различных числах Рейнольдса

Кроме этого, были обнаружены некоторые закономерности в поведении декрементов колебаний моделей в зависимости от массово-инерционных свойств модели и жесткости подвеса. Эти закономерности могут быть полезны для правильного выбора параметров моделей в прогнозировании декрементов колебаний натуральных конструкций по испытаниям моделей. Например, было установлено, что независимо от жесткости подвеса зависимость декремента от начальной амплитуды колебаний  $A_m$  имеет одинаковый характер (близкий к линейному) для всех моделей как для водной, так и для воздушной среды. На рисунке 3.13 показан такой результат для модели № 6.

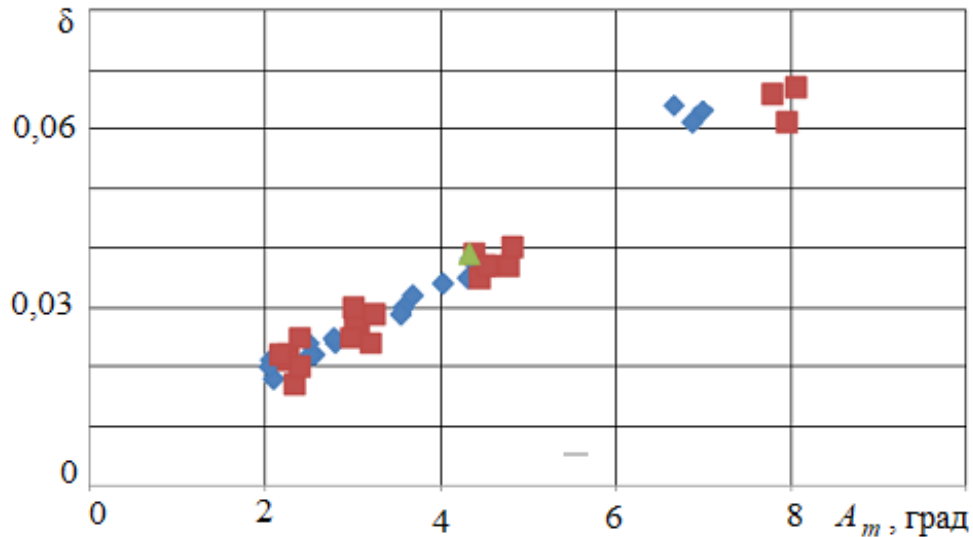


Рисунок 3.13 — Модель №6, испытания на воздухе

Использованная в работе методика обработки результатов испытаний позволила оценить только величины декрементов колебаний, а для определения поправок на влияние воздуха на характеристики демпфирования объектов испытаний необходимы величины сил демпфирования. Для вычисления этих сил предлагается использовать аналитическое описание колебательного процесса, построенное по экспериментальным данным. Корректность такого описания во многом зависит от наших знаний о физической природе рассеяния энергии динамической системой при колебаниях в жидкости.

Для изучения и описания явления демпфирования затухающих колебаний производилась визуализация структуры течения вокруг колеблющейся модели. Было обнаружено, что установившаяся вихревая структура течения возникает после двух первых периодов колебаний (рисунок 3.14а). За это время формируется первая вихревая пара, и дальнейшие колебания уже определяются сформировавшейся вихревой системой (рисунок 3.14б). Во время первых двух колебаний жидкость вокруг модели не возмущена, демпфирование повышенное и существенно зависит от начальных условий. При дальнейшем развитии вихревое течение можно считать сформировавшимся и демпфирование модели не зависит от предыстории. Таким образом, чтобы избежать влияния стартовых условий на результаты испытаний, обработку и анализ экспериментальных данных необходимо производить начиная с третьего периода колебаний.

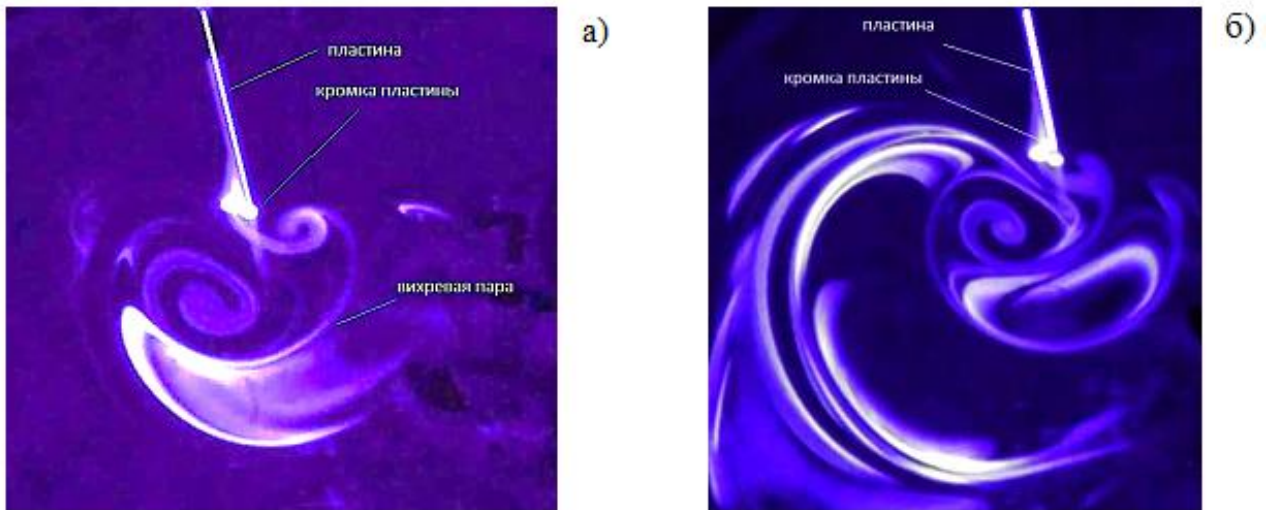
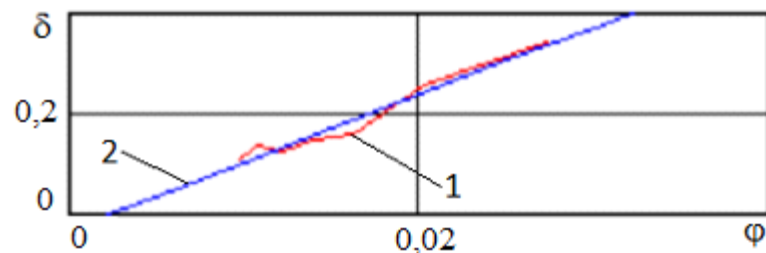


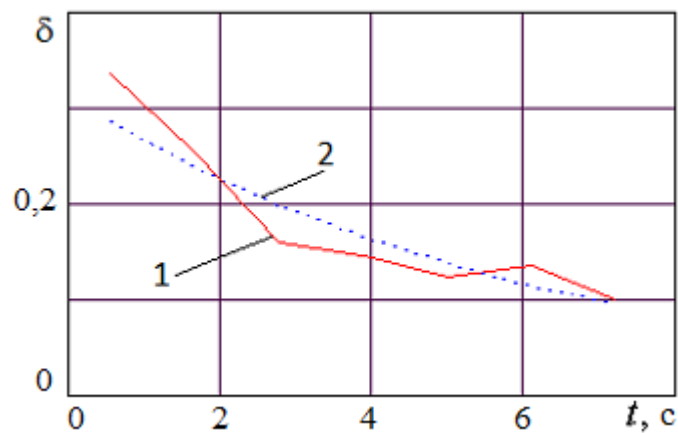
Рисунок 3.14 — Визуализация обтекания модели

Анализ результатов испытаний показал, что во всех экспериментах декремент колебаний  $\delta$  не является постоянной величиной. Он растет с ростом амплитуды колебаний примерно по линейному закону (рисунок 3.15, испытания в воде) и падает во времени по экспоненте (рисунок 3.16, испытания в воде).



1 – эксперимент; 2 – аппроксимация.

Рисунок. 3.15 — Аппроксимация экспериментальной зависимости  $\delta$  от  $\phi$



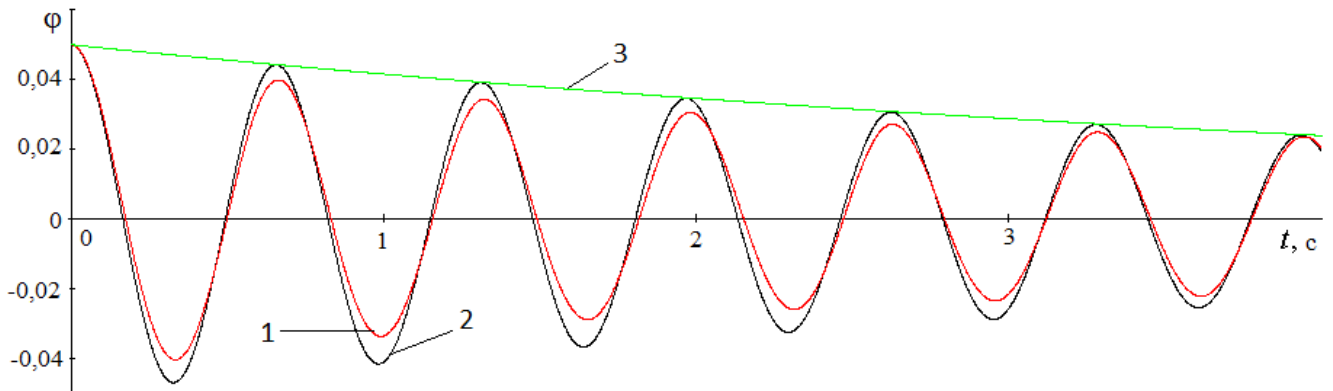
1 – эксперимент; 2 – аппроксимация

Рисунок 3.16 — Аппроксимация экспериментальной зависимости  $\delta$  от времени

Результаты, представленные на рисунках 3.14 и 3.15, указывают на то, что колебания модели не соответствуют линейным, происходящим по закону

$$\varphi = \varphi_{m0} e^{-nt} \sin(\sqrt{\omega^2 - n^2} t + \theta), \quad (3.1)$$

где  $\varphi_{m0}$  – начальная амплитуда колебаний;  $\varphi$  – угол отклонения пластины от положения равновесия;  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $n$  – коэффициент демпфирования;  $\theta$  – начальная фаза колебаний;  $t$  – время. Это демонстрирует и рисунок 3.17.



1 – эксперимент; 2 – расчет по (3.1); 3 – огибающая по (3.1)

Рисунок 3.17 — Аппроксимация результатов испытаний решением для линейной колебательной системы

В ряде работ, например в [115], для колебаний плоской пластины в вязкой среде получено следующее уравнение движения:

$$\ddot{\varphi} + n \dot{\varphi}^2 \text{sign} \dot{\varphi} + p^2 \varphi = 0. \quad (3.2)$$

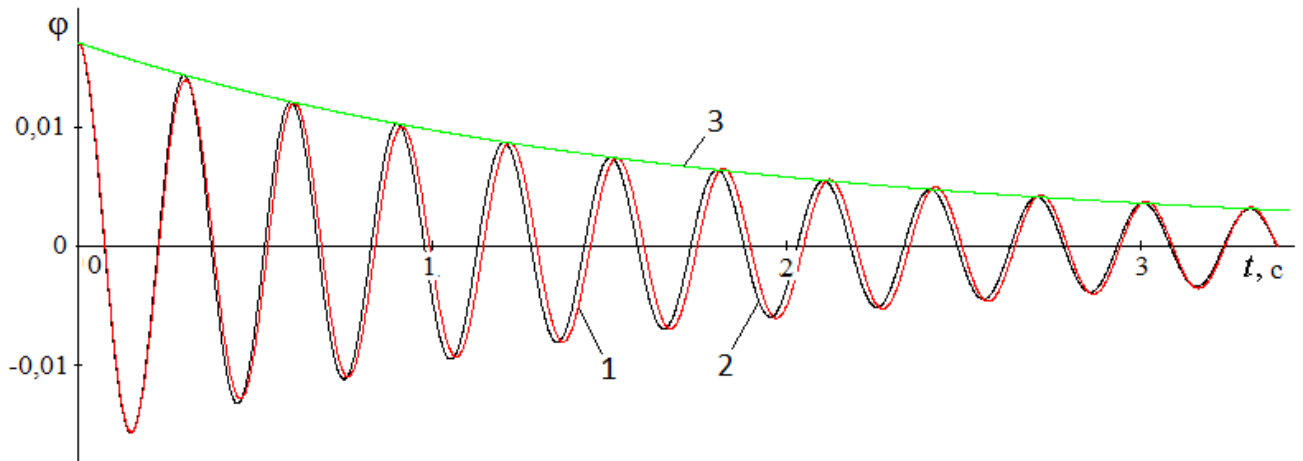
Однако аналитического решения данного уравнения не существует. Поэтому была предпринята попытка описать результаты испытаний аналитическим выражением с использованием эмпирических коэффициентов. Наличие такого описания позволит получать амплитудные и временные зависимости для скоростей, ускорений и сил демпфирования.

Как было отмечено ранее, изменение декремента колебаний по времени можно аппроксимировано экспоненциальной зависимостью. Поэтому для описания затухающих колебаний пластины в вязкой среде предлагается использовать решение уравнения для линейной колебательной системы (3.1) с учетом того, что декремент колебаний изменяется по времени экспоненциально. То есть движение модели опишем функцией

$$\varphi = \varphi_{m0} e^{-n_1 t} \sin(\sqrt{\omega^2 - n_1^2} t + \theta), \quad (3.3)$$

где  $n_1 = \delta f = k e^{-st} f$ ,  $k, s$  – эмпирические коэффициенты;  $f$  – частота колебаний.

Подбор коэффициентов  $k$  и  $s$  осуществлялся по методу наименьших квадратов и обеспечивал минимальное расхождение значений функции, полученной в эксперименте, и значений, рассчитанных по формуле (3.3). Такой подход позволяет получить аппроксимирующую функцию, удовлетворительно описывающую процесс затухающих колебаний объекта в вязкой среде (рисунок 3.18, испытания натурального макета).



1 – эксперимент; 2 – аппроксимация по (3.3); 3 – огибающая по (3.3)

Рисунок 3.18 — Пример аппроксимации результатов испытаний

Уравнение (3.2) может быть записано в развернутом виде [115]:

$$\ddot{\varphi} + \frac{c_m \rho R^4 H \dot{\varphi}^2}{2J} \text{sign } \dot{\varphi} + p^2 \varphi = 0,$$

где  $c_m$  – коэффициент момента сопротивления;  $\rho$  – плотность среды;  $R$  – расстояние от оси вращения до кромки пластины;  $H$  – высота пластины;  $J$  – момент инерции пластины.

Преобразуем это уравнение, используя следующие подстановки:

$S=2RH$  – площадь пластины;  $q = \frac{\rho(R\dot{\varphi})^2}{2}$  – скоростной напор, рассчитанный по скорости

в точке максимального радиуса:

$$\ddot{\varphi} + \frac{c_m q S R}{J} \text{sign } \dot{\varphi} + p^2 \varphi = 0$$

Из полученного уравнения видно, что член, ответственный за демпфирование, пропорционален произведению  $qSR$ . Поэтому в анализе сил демпфирования масштабных моделях и натуральных макетов будем использовать безразмерный коэффициент момента сопротивления  $c_m$ .

$$c_m = \frac{M_v}{qSR},$$

где  $M_v$  – момент сопротивления.

С использованием такой методики обработки эксперимента были получены коэффициенты момента сопротивления для моделей разных масштабов с различными инерционными характеристиками и жесткостями подвеса (рисунок 3.19). На рисунке цифрами обозначены результаты, полученные в испытаниях на воздухе: 1-5 – на моделях № 1 -5 в масштабе 1:10 (таблица 3.1); 6-7 – на модели № 6 в масштабе 1:10 (таблица 3.1); 8 – на модели в масштабе 1:7. Следует отметить, что результаты испытаний моделей в масштабе большем, чем 1:10, получены на другой экспериментальной установке (условно установка № 2). Конструкция установки аналогична показанной на рисунке 3.11, но отличается, в основном, повышенной жесткостью основания, стойки и кронштейна.

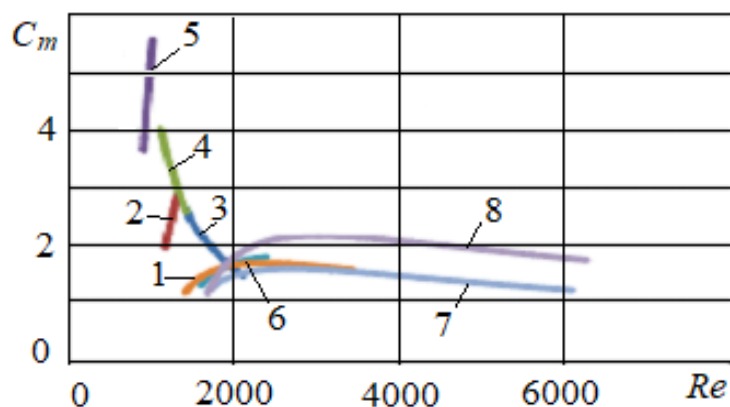


Рисунок 3.19 — Зависимость  $C_m$  от числа Рейнольдса для разных масштабных моделей

На рисунке 3.20 представлены зависимости коэффициента момента сопротивления для модели в масштабе 1:5 (цифра 1) и натурального макета (цифра 2), полученные по результатам испытаний в воздушной среде.

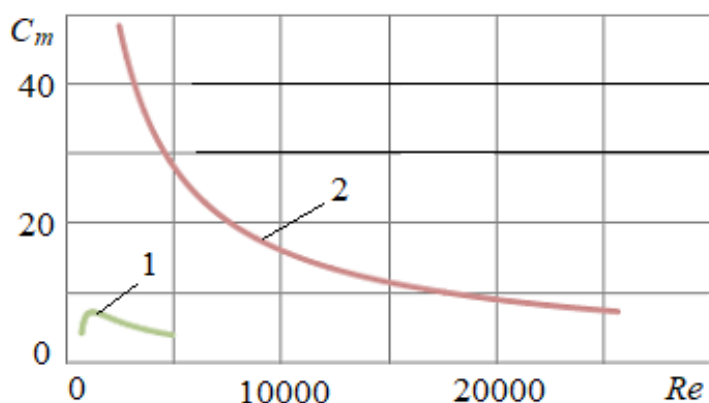


Рисунок 3.20 — Зависимость  $C_m$  от числа Рейнольдса для модели и натурального макета

Из представленных на рисунках 3.18 и 3.19 рисунках видно, что при одинаковом характере зависимостей  $C_m(Re)$  они существенно различаются для разных объектов испытаний и экспериментальных установок. Это связано с влиянием конструкционного и внутреннего демпфирования объектов испытаний, их подвесок и установок. Чтобы исключить это влияние необходимо проводить испытания каждой модели и натурного макета в соответствующей установке как в вязкой среде, так и в вакууме. В дальнейшем для испытаний моделей использовалась установка № 2, которая имеет систему дистанционного отклонения модели на заданный начальный угол, приводы дистанционного изменения длины подвеса для управления его жесткостью, систему освобождения модели для осуществления свободных колебаний. Измерения отклонений модели осуществляется датчиком Холла. Установка совместно с барокамерой позволяет испытывать модели с размахом от 0,2 до 0,4 м.

Для определения коэффициентов момента сопротивления, обусловленного только наличием вязкой среды, была проведена серия испытаний моделей в воздухе, воде и вакууме, а также натурного макета в воздушной среде и вакууме. На рисунке 3.21 представлены результаты испытаний: 1-3 – натурный макет с разной жесткостью подвески; 4- модель в масштабе 1:7, воздух; 5 – модель в масштабе 1:5, воздух; 6 – модель в масштабе 1:10, воздух; 7 – модель в масштабе 1:10, вода.

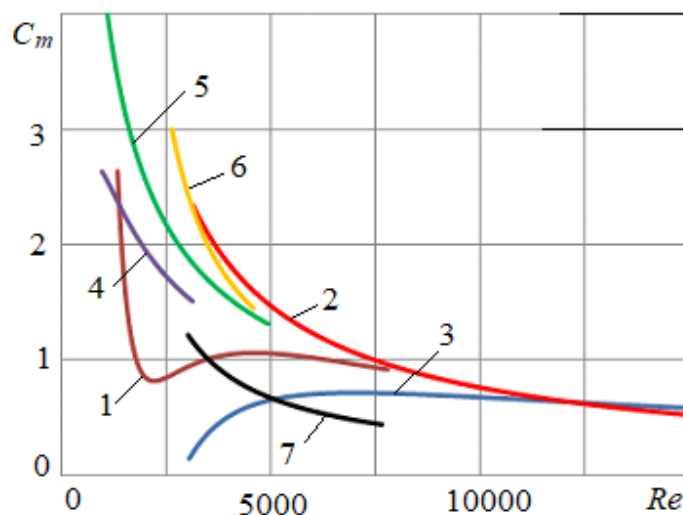


Рисунок 3.21 — Зависимость гидродинамической составляющей  $C_m$  от числа Рейнольдса

Коэффициенты сопротивления разных объектов для различных условий испытаний имеют хорошее взаимное соответствие. Испытания показали, что для некоторых типов упругой подвески коэффициенты момента сопротивления, полученные при испытаниях на воздухе, практически совпадают со значениями, полученными для других



подвесок после вычитания конструкционного демпфирования. Это объясняется низким внутренним демпфированием таких подвесок: в вакууме декремент колебаний составил  $\delta=0,003$ . Этот факт говорит о возможности (при соответствующем подборе системы крепления модели) получать характеристики гидродинамического демпфирования без использования вакуумной камеры.

По результатам испытаний масштабных моделей и натурного макета в воздушной среде были построены зависимости коэффициенты момента сопротивления от параметра Келегана-Карпентера. Характер зависимостей соответствует опубликованным в литературе [114, 116, 117].

Итак, результаты экспериментальных исследований показали, что оценку влияния воздушной среды на демпфирование колебаний панелей солнечных батарей можно производить по результатам испытаний их масштабных моделей с учетом критерия Рейнольдса.

## ГЛАВА 4 РАЗРАБОТКА СРЕДСТВ ИСПЫТАНИЙ КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

### 4.1 Практика модальных испытаний космических аппаратов

#### 4.1.1 Классификация объектов испытаний

Современные космические аппараты (КА), предназначенные для обеспечения связи и навигации, представляют собой сочетание бортового функционального оборудования (полезной нагрузки) и силового каркаса. Силовой каркас имеет сложную конструкцию, к которой предъявляются высокие требования по прочности и жесткости при максимальной весовой отдаче: доля веса каркаса в общей массе КА напрямую определяет конкурентоспособность космической техники. Создание лёгких, жёстких и прочных конструкций требует применения как новых материалов (композиционных, многослойных сэндвич-панелей), так и новых технологий проектирования (цифровое моделирование, автоматическое проектирование).

Для построения расчетных динамических моделей КА широко используется метод конечных элементов. Эффективным инструментом проверки, а при необходимости и уточнения конечно-элементных моделей (КЭМ) конструкций КА, являются наземные испытания по определению характеристик собственных тонов колебаний исследуемых объектов [102].

Совершенствование вычислительной техники, увеличение числа каналов измерения и скорости опроса датчиков экспериментального оборудования, а также возможность непосредственного введения результатов резонансных испытаний в память ЭВМ, послужило толчком к созданию современных средств и методик модальных испытаний. На этом этапе развития большое внимание уделяется автоматизации экспериментальных работ, углублению анализа результатов испытаний в темпе эксперимента, повышению достоверности исследований.

Различные по динамическим свойствам объекты модальных испытаний требуют применения разных технологий, методик и составов лабораторного оборудования для проведения экспериментальных исследований. Из всего спектра исследуемых конструкций условно выделим 3 группы изделий, представленных в таблице 4.1. Условность раз-

деления на эти группы заключается в том, что для исследования конструкций из разных групп вполне могут быть применены одни и те же приёмы. И наоборот, в силу специфических свойств объектов в пределах одной группы удобнее использовать инструменты и методики, применяемые в другой.

Таблица 4.1 — Группы объектов модальных испытаний.

Номер группы	Наименование	Характерный размер	Масса	Частота
1	Средне-размерные, среднечастотные	до 3 м	до 100 кг	от 30 Гц
2	Крупногабаритные, низкочастотные	от 3 м	от 100 кг	от 1 до 30 Гц
3	Протяжённые, инфра низкочастотные	от 3 м	до 200 кг	от 0 до 20 Гц

В правом столбце таблицы 4.1 указан диапазон частот собственных тонов колебаний, которые необходимо учитывать при описании динамических свойств КА.

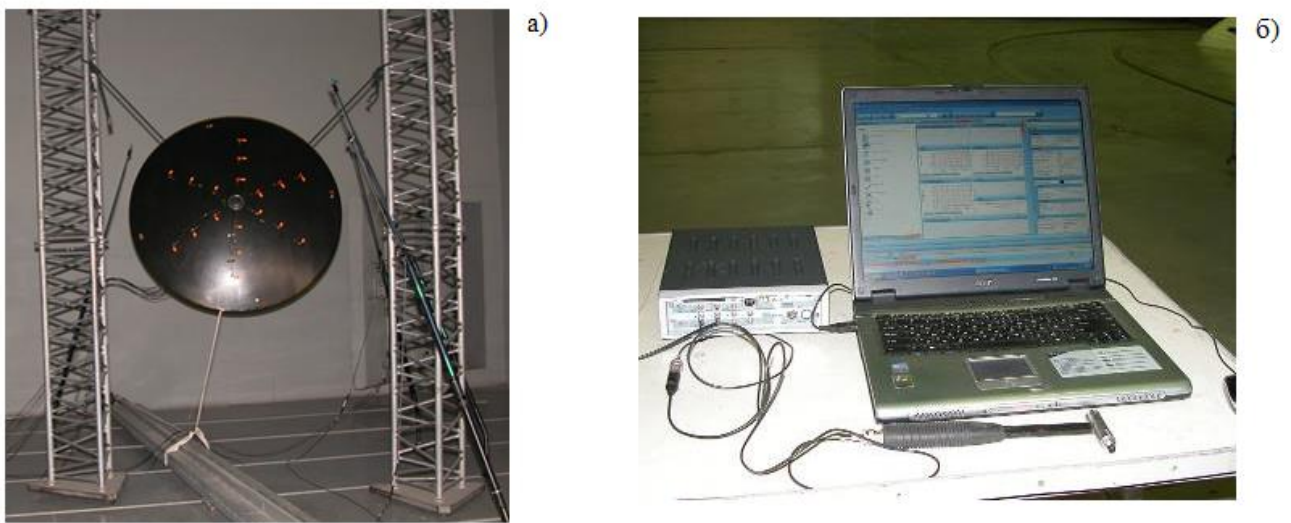
К первой группе объектов испытаний относится приборное оборудование КА, твердотельные композитные и металлические рефлекторы бортовых антенн, разнообразные штанги и опорные конструкции. Крупногабаритными низкочастотными объектами испытаний являются все силовые конструкции корпусов КА и КА в стартовой конфигурации. Самой специфической и сложной для исследований модальных характеристик группой объектов являются крупногабаритные трансформируемые конструкции космического назначения в орбитальном положении (третья группа). К ним относятся рефлекторы больших (диаметром от 5 м) антенн, солнечные батареи и всевозможные развёртываемые на орбите штанги и фермы.

#### 4.1.2 Испытания средне-размерных конструкций

Для исследования такого рода объектов проводятся модальные испытания с возбуждением вынужденных колебаний (широкополосных переходных процессов) нанесением ударов специальным молотком, измерением входного воздействия импедансной головкой молотка, а отклика – с помощью пьезоэлектрических акселерометров [118; 119]. Если измерения ускорений происходят в одной, а удары поочередно во всех контрольных точках конструкции, то такой метод испытаний называется методом скользя-

щего молотка. Если ускорения определяются одновременно во всех точках при ударе в одной – метод фиксированного молотка. Оба этих метода тождественны, но первый требует для испытаний больше времени и при этом увеличивается риск повреждений ажурной конструкции исследуемого объекта. Для реализации второго необходима многоканальная система регистрации колебаний.

Пример испытаний вторым методом представлен на рисунке 4.1. Удары, как правило, наносят по тыльной стороне рефлектора или в закладные элементы. При необходимости для защиты поверхности в точки предполагаемых ударов можно приклеить тонкие алюминиевые пяточки.



а) объект испытаний; б) оборудование для проведения молотковых испытаний.

Рисунок 4.1 — Испытания твердотельного рефлектора

В случае, если поверхность рефлектора не допускает ударов, можно воспользоваться методом операционного модального анализа. При этом необходимо в рефлекторе возбудить широкополосные случайные колебания (например, воздействием акустических шумов в акустической камере) и применить в обработке информации, зарегистрированной акселерометрами, специализированную процедуру операционного модального анализа [43]. Оба приведённых способа показали хорошую сходимость результатов на примере испытаний рефлектора антенны диаметром 0,9 м (таблица 4.2).

В последнее время широкое распространение получили бесконтактные средства измерения, наиболее типичным представителем является испытательная система фирмы *Polytec*, объединяющая средства генерации испытательного сигнала и измерения откликов – сканирующий лазерный виброметр. Он позволяет отображать результаты измере-

ния, совмещённые с изображением объекта испытаний. Визуализация результатов испытаний приведена на рисунке 4.2.

Таблица 4.2 — Частоты собственных тонов колебаний рефлектора

Тон	Частота, Гц	
	Операционный модальный анализ	«Молотковые» испытания
1	97,58	97,96
2	224,67	225,30
3	391,75	391,90

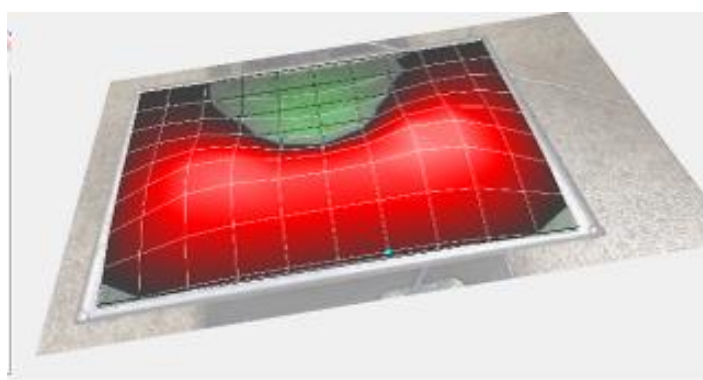


Рисунок 4.2 — Формы колебаний плоской поверхности

### 4.1.3 Испытания крупногабаритных конструкций

Модальные испытания крупногабаритных конструкций (корпусов КА и КА в сборе) обычно проводятся для уточнения характеристик их собственных тонов колебаний с модальными (обобщенными) массами более 10% от массы объекта испытаний. Для проведения испытаний используется метод фазового резонанса с одно- или многоточечным возбуждением колебаний [120]. Возбуждение колебаний осуществляется электродинамическими вибраторами с минимально возможной массой подвижной катушки и жесткостью её подвески. Процедура испытаний сводится к обзору мод в требуемом диапазоне частот. На рисунке 4.3 приведена схема модальных испытаний для определения собственных частот низших поперечных форм колебаний перспективной спутниковой платформы тяжёлого класса «Экспресс 2000» (ИМ – инженерная модель), а на рисунке 4.4 – диаграммы вещественных составляющих перемещений контрольных точек конструкции. Для такого класса объектов, как спутниковая платформа или силовая кон-

струкция корпуса, в ряде случаев можно использовать метод «молотковых» испытаний. Результаты сравнительных испытаний одного и того же объекта по двум методам («молотковые» испытания и метод фазового резонанса) приведены в таблице 4.3. Из представленных данных следует, что для первого тона упругих колебаний исследуемой конструкции испытания по двум методам дали близкие результаты.

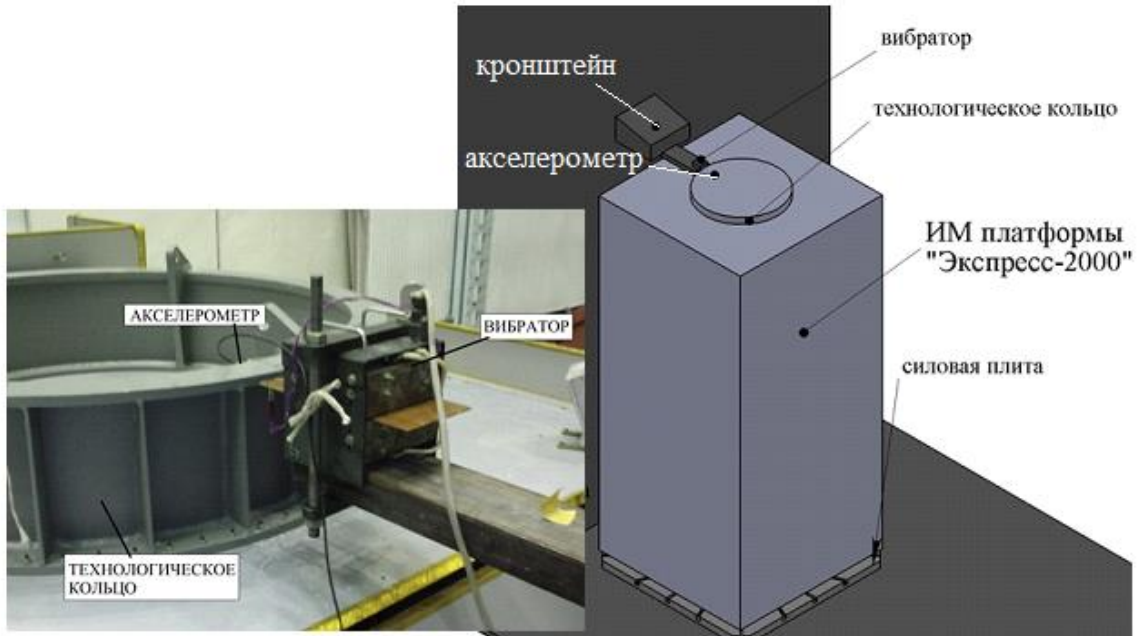


Рисунок 4.3 — Модальные испытания корпуса КА

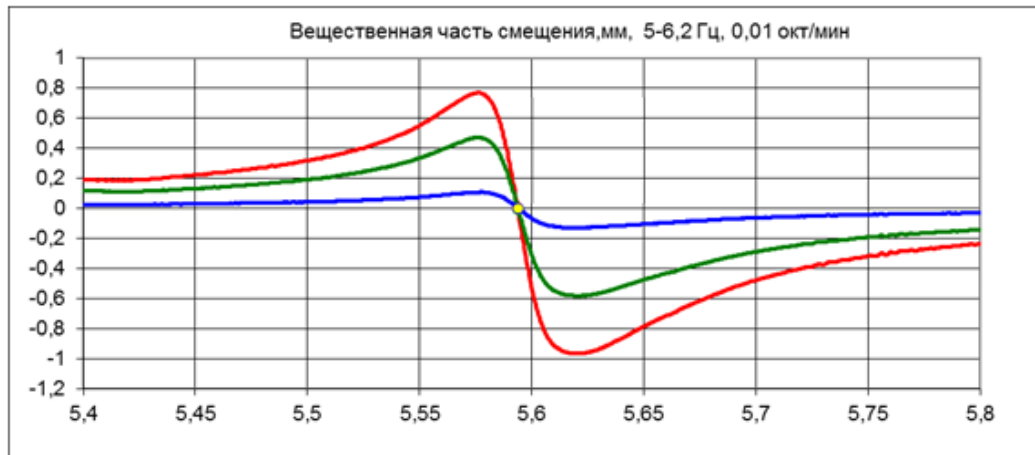


Рисунок 4.4 — Выделение тона колебаний КА на частоте 5,59 Гц

Таблица 4.3 — Результаты модальных испытаний корпусных деталей

Метод испытаний	Частота 1 тона колебаний, Гц
«Молотковые» испытания	16,59
Метод фазового резонанса	16,26

#### 4.1.4 Испытания протяжённых конструкций

Модальные испытания протяжённых конструкций проводятся с целью определения собственных частот и характеристик демпфирования собственных тонов колебаний крупногабаритных трансформируемых конструкций, развёртываемых в космосе. Результаты этих испытаний используются как для уточнения расчетных моделей, так и для разработки алгоритмов управлению КА на орбите. Особенностью таких конструкций являются большие габариты и сверхнизкие частоты собственных тонов упругих колебаний (от 0,05 Гц), что создаёт большие сложности при проведении модальных испытаний. К таким сложностям относятся:

- необходимость создания уникальных систем обезвешивания с практически нулевой жёсткостью и нулевой присоединённой массой [121];
- большая масса и недостаточная чувствительность пьезоэлектрических акселерометров для измерений отклика конструкции на малых частотах колебаний;
- необходимость применения многоточечного возбуждения вибраторами, имеющими большие перемещения подвижной катушки и малую присоединённую массу и жёсткость [3].

На рисунке 4.5 показана схема модальных испытаний протяжённых конструкций на примере испытаний солнечной батареи.

Для контроля откликов конструкции применяются оптические датчики перемещений. Возбуждение колебаний производится вибраторами со свободно размещённой в магнитном зазоре легкой плоской катушкой, обеспечивающими большие линейные перемещения. Обезвешивание конструкции в таком эксперименте осуществляется при помощи аэростатических опор.

В таблице 4.4 представлены значения собственных частот низших тонов колебаний солнечной батареи, полученных расчетным и экспериментальными методами. Сравнение расчётных и экспериментальных результатов позволяет сделать вывод об адекватности применяемой цифровой модели.

Из приведённых примеров видно, что практика модальных испытаний конструкций из первых двух групп обеспечена хорошо отработанными методами, средствами измерения и возбуждения колебаний, а также программами обработки результатов эксперимента.





1 – датчики перемещений; 2 – вибраторы; 3 – аэростатические опоры.

Рисунок 4.5 — Модальные испытания солнечной батареи

Таблица 4.4 — Собственные частоты солнечной батареи

Номер тона	Расчет, Гц	Эксперимент, Гц	Разница между расчетом и экспериментом, %
1	0,69	0,704	1,9
4	5,87	5,359	-9,4
5	6,98	6,619	-5,1

Для экспериментального исследования динамических характеристик протяженных космических конструкций, к которым относятся практически все крупногабаритные трансформируемые (раскрываемые на орбите) рефлекторы, панели солнечных батарей и опорные фермы, отсутствуют средства возбуждения колебаний и системы компенсации веса, удовлетворяющих условиям, приведённым выше. Поэтому одной из целей настоя-



щей работы является разработка комплексной системы модальных испытаний КТК, включающую активную систему компенсации веса и средства возбуждения колебаний, оказывающие малое влияние на динамические характеристики объектов испытаний.

## 4.2 Вывешивание объекта испытаний

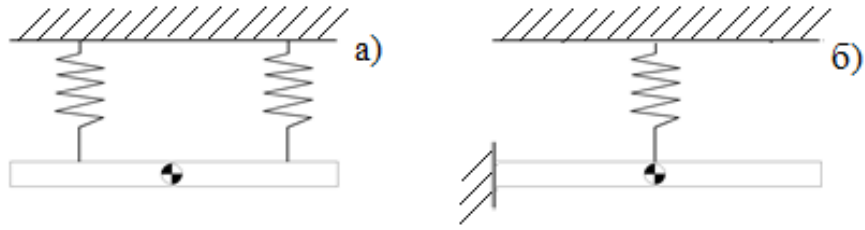
### 4.2.1 Граничные условия при проведении модальных испытаний

В модальных испытаниях обычно имитируют те граничные условия, которые имеют место в условиях эксплуатации объектов испытаний [121]. Однако иногда требуется подтверждение динамических характеристик или соответствующих расчётным случаям, или представленных в виде контрактных требований в технических заданиях на разработку КА или их составных частей.

В основном применяют 2 вида граничных условий:

- свободно-вывешенное («*Free-Free*»);
- консольно-защемлённое с одной стороны (на жёстком основании).

Отличительной особенностью космической техники заключается в том, что она создаётся для работы в условиях отсутствия гравитации, и некоторые её элементы по условиям прочности и жесткости не могут находиться в земных условиях без компенсации веса. Или, другими словами, обезвешены или вывешены приложением компенсирующих вес усилий. Очевидно, что точное воспроизведение состояния невесомости в земных условиях затруднительно, поскольку гравитационные силы являются распределёнными, а компенсирующие их силы, как правило, сосредоточенными. Все деформации обезвешенного объекта во время испытаний должны быть обусловлены только внутренними конструктивными напряжениями – гравитационные силы и их моменты относительно центра тяжести должны быть полностью скомпенсированы. Схемы обезвешивания для двух видов граничных условий приведены на рисунке 4.6. При многоточечном обезвешивании можно говорить о компенсации гравитационных сил от веса отдельно выделенных фрагментов, или сегментов конструкции, всё вышесказанное должно быть справедливо и в отношении выделенного сегмента и его центра масс.



а) свободно-вывешенное; б) на жёстком основании

Рисунок 4.6 — Схемы обезвешивания

#### 4.2.2 Влияние упругой подвески на динамические характеристики объекта испытаний при его свободном вывешивании

Влияние системы упругого вывешивания на характеристики собственных тонов колебаний конструкций проявляется двояко. С одной стороны, увеличение жесткости динамической системы влечет за собой рост всех ее собственных частот. А с другой – появление тонов колебаний как жесткого тела на упругой подвеске приводит к смещению частот фазовых резонансов тонов упругих колебаний.

Рассмотрим возможность коррекции собственных частот и матрицы жесткости объекта испытаний с учетом характеристик жесткости системы вывешивания. Эта матрица и собственные частоты соответствуют определенным видам колебаний конструкции, представляемым совокупностью движений по конечному числу ортогональных собственных векторов. Поэтому коррекция такой модели допустима в тех случаях, когда изменение характеристик системы не приводит к существенному изменению ее собственных форм. Принятие такого допущения правомерно потому, что погрешности измерения вынужденных колебаний (а то есть и собственных форм) более чем на порядок превышают погрешности определения собственных частот.

Пусть изменение жесткости системы введением упругих связей приводит к изменению элементов матрицы жесткости  $C$  на известные величины, составляющие матрицу  $\tilde{C}$ , то есть  $C^* = C + \tilde{C}$ . Здесь и в дальнейшем изменившиеся величины будем отмечать знаком «\*», а величины изменений знаком «~».

Потенциальная энергия измененной системы запишется в виде:

$$\Pi^* = \Pi + \tilde{\Pi} = \frac{1}{2} Z^T (C + \tilde{C}) Z,$$

а в нормальных координатах:

$$\Pi^* = \frac{1}{2} g^T \left( [p^2 a] + W^T \tilde{C} W \right) g, \quad (4.1)$$

причем матрица  $C^*$  в нормальных координатах должна мало отличаться от диагональной, то есть:

$$W^T C^* W \approx [p^{*2} a]. \quad (4.2)$$

Здесь  $Z$  – вектор перемещений точек конструкции;  $g$  – вектор обобщенных координат;  $W$  – матрица собственных векторов.

Из (4.1) и (4.2) следуют ограничения на величины элементов матрицы  $\tilde{C}$

$$\sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mj} \tilde{c}_{km} \ll p_i^2 a_i + \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq j. \quad (4.3)$$

Если условие (3) выполняется, то при изменении матрицы жесткости допускается коррекция математической модели, и параметры скорректированной модели есть:

$$C^* = C + \tilde{C}, \quad A^* = A, \quad W^* = W, \quad p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4.4)$$

В частом случае введения сосредоточенных жесткостей в некоторые точки конструкции (матрица  $\tilde{C}$  – диагональная) выражения (4.3) и (4.4) имеют вид

$$\sum_{m=1}^N w_{mi} w_{mj} \tilde{c}_m \ll p_i^2 a_i + \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m, \quad p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m.$$

Далее необходимо оценить влияние тонов колебаний объекта испытаний как жесткого тела на упругой подвеске на частоты фазовых резонансов форм упругих колебаний. При этом полагается, что обобщенные характеристики тонов упругих колебаний скорректированы с учетом системы упругого вывешивания.

Для решения поставленной задачи проведем анализ взаимного влияния двух собственных тонов колебаний конструкций. В этих исследованиях будем использовать свойства вынужденных монофазных колебаний.

При определении обобщенных характеристик  $i$ -го собственного тона колебаний полагается, что в окрестности собственной частоты данного тона вектор мнимых составляющих вынужденных колебаний является собственным вектором системы, то есть вынужденные колебания конструкции описываются одной обобщенной координатой (перемещением точки нормирования тона)  $g$ . Допустим, что на колебания в окрестности частоты  $p_i$  оказывает влияние некоторый  $j$ -й тон так, что  $g = g_i + w_{ij} g_j$ , где  $g_i$ ,  $g_j$  – обоб-

щенные координаты, соответственно,  $i$ -го и  $j$ -го тонов;  $w_{ij}$  – коэффициент, характеризующий вклад  $j$ -го тона в колебания системы.

Определим собственную частоту, обобщенную массу и обобщенный коэффициент демпфирования  $i$ -го тона, считая, что влиянием  $j$ -го тона можно пренебречь [41]. Полагаем, что демпфирование каждого тона можно описать обобщенным декрементом колебаний.

Введем обозначения:

$$\zeta = \frac{w_{ij}^2 a_i}{a_j}, \quad \alpha = \frac{p_j}{p_i}, \quad \eta_i = \frac{h_i}{p_i^2 a_i} = \frac{\delta_i}{\pi}, \quad \eta_j = \frac{h_j}{p_j^2 a_j} = \frac{\delta_j}{\pi}, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{p_i}.$$

Получим выражение для параметра вынужденных монофазных колебаний:  $U = \lambda V$ . При монофазном возбуждении  $F = E \sin \omega t$  из решения задачи о вынужденных колебаниях системы с двумя степенями свободы имеем:

$$\lambda(\tilde{\omega}) = -\frac{\tau_1(\tilde{\omega})}{\tau_2(\tilde{\omega})},$$

где

$$\tau_1(\tilde{\omega}) = \frac{(\tilde{\omega}^2 - 1) \left[ (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2)^2 + \eta_j^2 \alpha^4 \right] + \zeta (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2) \left[ (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i^2 \right]}{\left[ \zeta (\tilde{\omega}^2 - 1) + (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2) \right]^2 + (\zeta \eta_i + \eta_j \alpha^2)^2},$$

$$\tau_2(\tilde{\omega}) = \frac{\eta_i (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2)^2 + \eta_j \alpha^2 \zeta (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i \eta_j \alpha^2 (\eta_i \zeta + \eta_j \alpha^2)}{\left[ \zeta (\tilde{\omega}^2 - 1) + (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2) \right]^2 + (\zeta \eta_i + \eta_j \alpha^2)^2}.$$

По переходу  $\lambda$  через нуль от положительных значений к отрицательным найдем относительные собственные частоты системы, для чего решим уравнение

$$f(\tilde{\omega}) = (\tilde{\omega}^2 - 1) \left[ (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2)^2 + \eta_j^2 \alpha^4 \right] + \zeta (\tilde{\omega}^2 - \alpha^2) \left[ (\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i^2 \right] = 0 \quad (4.5)$$

(собственным частотам соответствует переход  $f(\tilde{\omega})$  от отрицательных значений к положительным).

Сделаем оценку корней уравнения (4.5), преобразовав его заменой переменных  $y = 1 - \tilde{\omega}^2$  к виду

$$y^3(1 + \zeta) - y^2(2 + \zeta)(1 - \alpha^2) + y \left[ (1 - \alpha^2)^2 + \alpha^4 \eta_j^2 + \zeta \eta_i^2 \right] - \zeta \eta_i^2 (1 - \alpha^2) = 0 \quad (4.6)$$

для следующих соотношений между собственными частотами тонов:

а)  $\alpha < 1$ , то есть  $p_i > p_j$ .

В уравнении (4.6) три перемены знака, поэтому оно имеет один или три действительных положительных корня. Сделав замену  $y = -y$ , убеждаемся, что отрицательных действительных корней уравнение (4.6) иметь не может, то есть если  $p_i > p_j$ , то частота  $i$ -го тона, определяемая по переходу  $\lambda$  через нуль (обозначим ее как  $p_i^*$ ), меньше точного значения этой частоты ( $p_i^* < p_i$ );

б)  $\alpha > 1$ , т.е.  $p_i < p_j$ .

Уравнение (4.6) не имеют перемен знаков, поэтому действительные корни уравнения не могут быть положительными. Это означает, что если  $p_i < p_j$ , то  $p_i^* > p_i$ ;

в)  $\alpha = 1$ , т.е.  $p_i = p_j$  (равные частоты).

Уравнение (4.6) имеет единственное действительное решение  $y=0$ , то есть  $p_i^* = p_i$ .

Введем в (4.5) другую замену переменных:  $y = \tilde{\omega}^2 - \alpha^2$  и приведем его к виду

$$y^3(1 + \zeta) - y^2(1 - \alpha^2)(1 + 2\zeta) + y[\eta_j^2 \alpha^4 \zeta (1 - \alpha^2)^2 + \zeta \eta_j^2] - (1 - \alpha^2) \eta_j^2 \alpha^4 = 0. \quad (4.7)$$

Сделав аналогичную оценку корней (4.7) приходим к следующему: все действительные положительные корни уравнения (4.7)

а) больше  $\alpha$  при  $\alpha < 1$ ;

б) меньше  $\alpha$  при  $\alpha > 1$ ;

в) равны  $\alpha$  при  $\alpha = 1$ .

Окончательно сделаем следующие выводы о величине собственной частоты  $i$ -го тона  $p_i^*$ , определяемой по переходу через нуль параметра  $\lambda$ , в предположении, что  $j$ -й тон мало влияет на колебания системы в окрестности собственной частоты  $i$ -го тона:

а) если  $p_i > p_j$ , то  $p_j < p_i^* < p_i$ ;

б) если  $p_i < p_j$ , то  $p_j > p_i^* > p_i$ ;

в) если  $p_i = p_j$ , то  $p_i^* = p_i$ .

Если уравнение (4.5) имеет только один действительный положительный корень, что имеет место, когда параметры  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\eta_i$  и  $\eta_j$  удовлетворяют неравенству

$$4d^3 + 27c^2 > 0,$$

где

$$d = -\frac{1}{3}b_1^2 + b_2, \quad c = \frac{2}{27}b_1^3 - \frac{1}{3}b_1b_2 + b_3, \quad b_1 = \frac{\varkappa^2(2+\zeta)+1+2\zeta}{1+\zeta},$$

$$b_2 = \frac{\varkappa^4\eta_j^2 + 2\varkappa^2(1+\zeta) + \zeta(1+\eta_i^2)}{1+\zeta}, \quad b_3 = -\frac{\varkappa^4\eta_j^2 + \varkappa^2\zeta\eta_i^2}{1+\zeta},$$

то собственная частота, определяемая по переходу  $\lambda$  через нуль ( $p_i^*$ ), может быть как частотой  $i$ -го, так и частотой  $j$ -го тона. Частота  $p_i^*$  соответствует  $i$ -у тону, если при  $\varkappa < 1$  оба корня уравнения

$$f'(\tilde{\omega}) = 0$$

меньше, а при  $\varkappa > 1$  больше корня уравнения (4.5). В противном случае  $i$ -й тон не будет обнаружен в процессе испытаний.

Для определения обобщенной массы  $a_l$  и обобщенного коэффициента демпфирования  $h_l$   $l$ -го тона при монофазном возбуждении колебаний используем формулы (2.25) и (2.28) соответственно.

Вместо частоты  $\tilde{\omega}$  введем другой безразмерный параметр частоты  $\Omega = \omega / p_i^*$ , связанный с  $\tilde{\omega}$  соотношением:  $\Omega = \tilde{\omega} / \tilde{p}_i$ . Введение параметра  $\Omega$  вместо  $\tilde{\omega}$  объясняется тем, что по результатам модальных испытаний определяется не точное значение собственной частоты  $i$ -го тона, а величина  $p_i^*$ . Для практических же целей представляет интерес оценка точности определения обобщенных характеристик тона вблизи найденной собственной частоты.

Формулы для обобщенных характеристик с учетом принятых обозначений приводят к следующим выражениям:

$$\tilde{a}_i = -\frac{\tau_1(\Omega)}{p_i^{*2}(1-\Omega)}, \quad \tilde{h}_i = \frac{\tau_2(\Omega)}{\eta_i}.$$

Величины  $\tilde{a}_i$  и  $\tilde{h}_i$  есть отношения определяемых обобщенных характеристик к соответствующим точным значениям.

Для удобства дальнейшего изложения будем считать, что  $j$ -й тон колебаний есть колебания объекта испытаний как твердого тела на упругой подвеске (подвесочный тон, индекс «п»).

Важно отметить, что индекс « $i$ » может не относиться к низшему тону упругих колебаний, а индекс «п» к высшему подвесочному тону. Это объясняется тем, что влияние

подвески зависит не только от соотношения собственных частот  $\alpha$ , но и от параметра  $\zeta$ . Так, например, установив упругие подвески в узлах низшего упругого тона можно исключить их влияние на этот тон. Кроме того, величина  $\zeta$  зависит от соотношения обобщенных масс упругого и подвесочного тонов собственных колебаний.

Поскольку подразумевается, что  $\alpha < 1$ , то на основании анализа, проведенного выше, можно сделать вывод о том, что из-за влияния подвески собственные частоты упругих колебаний  $p_i^*$ , определяемые по условиям фазового резонанса, будут всегда ниже точных значений этих частот  $p_i$ .

На рисунках 4.7 – 4.8 представлены результаты расчета относительной частоты  $\tilde{p}_i = p_i^* / p_i$  для различных значений параметров  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_{\text{п}}$ .

В расчетах полагалось, что  $\zeta \leq 1$ , так как  $w_{\text{ин}} \leq 1$ , а обобщенные массы подвесочных тонов превышают, как правило, обобщенные массы тонов собственных упругих колебаний.

Из представленных результатов следует, что при  $\alpha \leq 0,5$  погрешности определения собственной частоты не превышают 0,1 % в широком диапазоне значений параметра  $\zeta$ . Более существенное влияние на точность определения собственных частот упругих тонов колебаний оказывает увеличение уровня демпфирования  $\delta_i$ . Например, при  $\alpha \leq 0,5$ ;  $\delta_i \leq 0,15$ ;  $\delta_{\text{п}} = 0,1$ , и  $\zeta \leq 0,6$  погрешность определения  $p_i$  не превышает 0,1 %. С увеличением  $\delta_i$  точность снижается: при  $\delta_i = 0,3$ ;  $\zeta = 0,6$  и  $\alpha = 0,5$  погрешность определения частоты составляет 0,4 %.

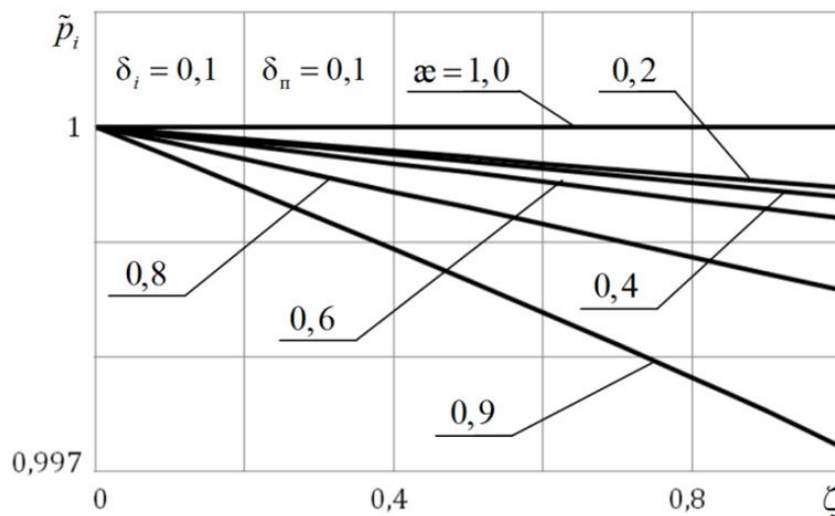


Рисунок 4.7 — Оценки собственной частоты в зависимости от параметра  $\zeta$

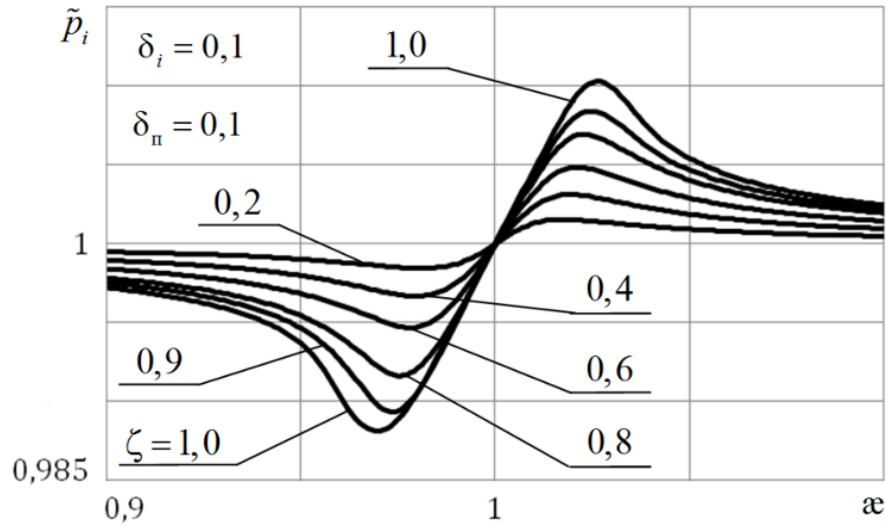


Рисунок 4.8 — Оценки собственной частоты в зависимости от параметра  $\alpha$

Далее были сделаны оценки влияния упругой подвески на точность определения обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования собственных тонов упругих колебаний.

На рисунках 4.9 и 4.10 представлены результаты расчета относительных обобщенных масс  $\tilde{a}_i$  в зависимости от частоты вынужденных колебаний в окрестности частоты фазового резонанса  $p_i^*$ . Как следует из рисунка 4.9, вблизи частоты  $p_i^*$  имеется диапазон частот вынужденных колебаний, в котором обобщенные массы определяются с наперед заданной точностью. Но предсказать расположение этого диапазона относительно частоты фазового резонанса не представляется возможным.

В [37] показано, что при сближении собственных частот  $i$ -го и подвесочного тонов снижается точность определения обобщенной массы вблизи собственной частоты тона. Наибольшее отличие обобщенной массы от точных значений для  $\Omega \approx 1$  наблюдается при  $\alpha = 1$  и в случае одинаковых декрементов колебаний тонов определяется выражением

$$\tilde{a}_i = \frac{1}{1 + \zeta},$$

то есть найденная обобщенная масса всегда меньше точного значения этой величины.

Кроме того, следует иметь в виду, что исходными данными для расчета масс являются параметры вынужденных колебаний, измеряемые в процессе испытаний. Это означает, что в их величинах присутствуют погрешности измерений, влияние которых



на точность определения обобщенных масс резко возрастает при приближении частоты вынужденных колебаний к частоте фазового резонанса [35; 38].

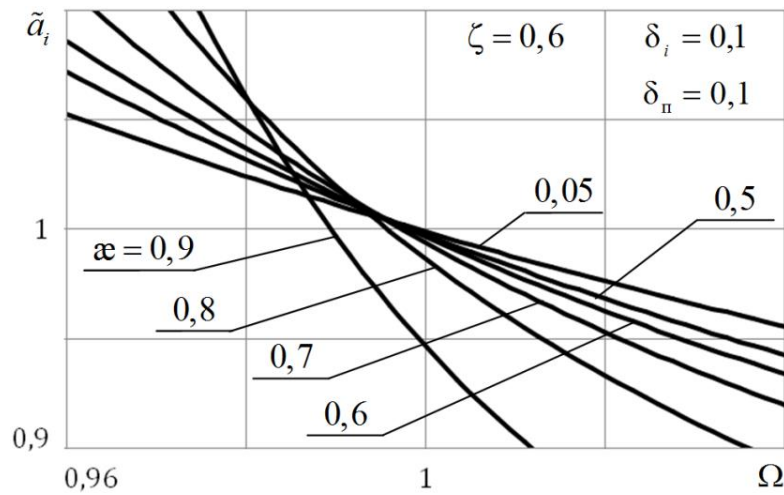


Рисунок 4.9 — Оценка обобщенной массы при различных параметрах  $\alpha$

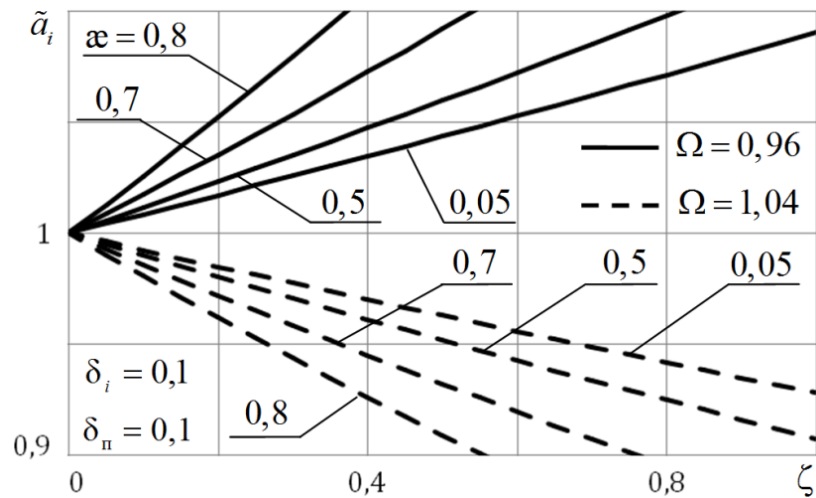


Рисунок 4.10 — Влияние подвески на оценку обобщенной массы

Приведенные на рисунках 4.9 и 4.10 результаты исследований можно охарактеризовать, например, такими цифрами: в частотном диапазоне, составляющем  $\pm 2\%$  от частоты фазового резонанса, при  $\alpha \leq 0.5$ ;  $\delta_i = 0.1$ ;  $\delta_n = 0.1$  и  $\zeta \leq 0.6$  погрешности в оценке обобщенных масс упругих тонов из-за влияния подвески не превышают 5%.

Влияние подвесочных тонов на точность определения обобщенных коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний иллюстрируют рисунки 4.11 и 4.12.: погрешность определения коэффициентов демпфирования вблизи частоты фазового резонанса

нанса может быть сколь угодно малой в широком диапазоне значений параметров  $\zeta$  и  $\varkappa$ . С увеличением  $\zeta$  и  $\varkappa$  и удалением от фазового резонанса ошибки оценки характеристики демпфирования, как и оценки обобщенной массы, существенно возрастают.

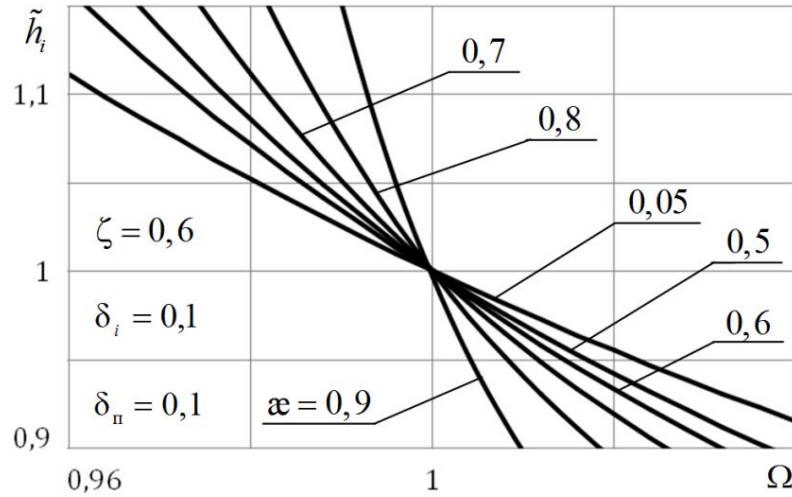


Рисунок 4.11 — Оценка коэффициента демпфирования при различных параметрах  $\varkappa$

Из рисунков 4.11 и 4.12 следует, что погрешность определения коэффициентов демпфирования вблизи частоты фазового резонанса может быть сколь угодно малой в широком диапазоне значений параметров  $\zeta$  и  $\varkappa$ . С увеличением  $\zeta$  и  $\varkappa$  и удалением от фазового резонанса ошибки оценки характеристики демпфирования, как и оценки обобщенной массы, существенно возрастают.

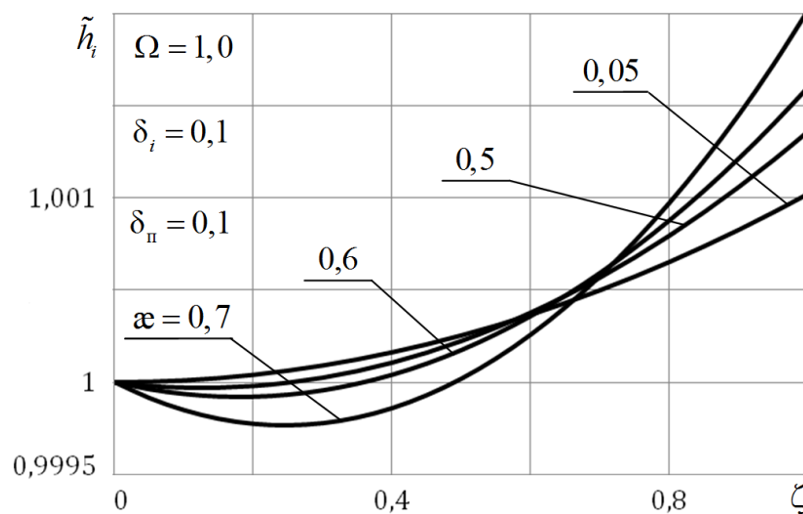


Рисунок 4.12 — Влияние подвески на оценку коэффициента демпфирования

Рисунки 4.13 и 4.14 иллюстрируют погрешности определения обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования в зависимости от уровня демпфирования

упругих тонов колебаний. Аналогичные исследования показали, что уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения характеристик собственных тонов упругих колебаний.

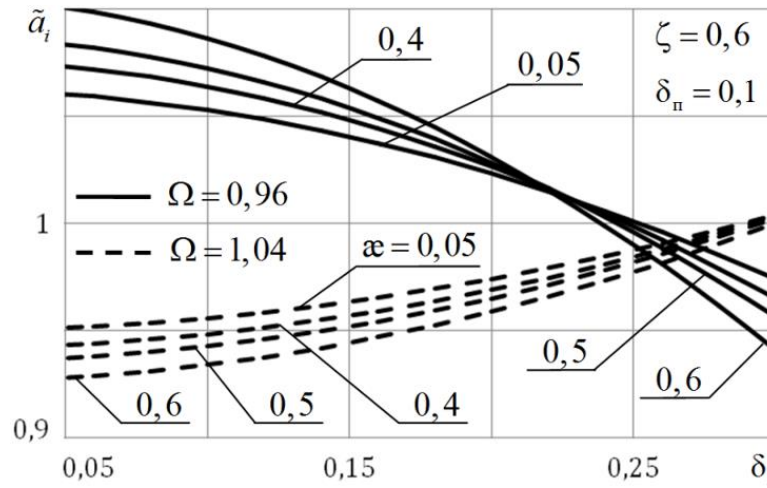


Рисунок 4.13 — Оценка обобщенной массы при различных уровнях демпфирования упругих тонов колебаний

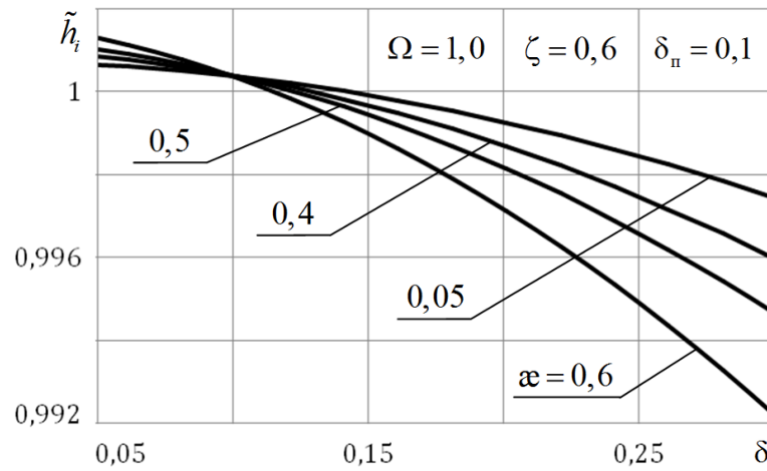


Рисунок 4.14 — Оценка обобщенного коэффициента демпфирования при различных уровнях демпфирования упругих тонов колебаний

В результате проведенных исследований влияния системы упругого вывешивания конструкции на точность определения обобщенных динамических характеристик собственных тонов колебаний можно сделать следующие выводы:

- наименьшее влияние система вывешивания оказывает на оценки собственных частот. Если собственные частоты объекта на подвеске не превышают 50 % от собственных частот упругих колебаний и декременты колебаний конструкции не

- более 0,15, то погрешности определения собственных частот не превышают 0,1 % в широком диапазоне значений параметра  $\zeta$ ;
- для определения обобщенных масс в окрестности собственной частоты тона, составляющей  $\pm 2\%$  от частоты фазового резонанса, точностью не ниже 5 % при  $\alpha \leq 0,5$  необходимо, чтобы величина  $\zeta$  не превышала 0,6;
  - погрешности в оценках обобщенных коэффициентов демпфирования могут быть сколь угодно малыми в широком диапазоне параметров  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_j$ , если эта оценка производится на частоте фазового резонанса;
  - с ростом  $\zeta$  и увеличением уровня демпфирования в системе уменьшается диапазон частот вынужденных колебаний, при которых обобщенные характеристики определяются с наперед заданной точностью. Кроме того, с увеличением  $\zeta$  этот диапазон смещается от частоты  $p_i^*$  в дорезонансную область. Наибольшие смещения возникают при определении обобщенных масс;
  - уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения собственных частот, обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний.

### 4.2.3 Вывешивание объекта испытаний на жестком основании

Рассмотрим задачу компенсации веса объекта испытаний, установленного на жестком основании. Полагаем, что система вывешивания представляет собой набор упругих элементов, каждый из которого компенсирует вес определенной части (сегмента) конструкции. При необходимости оценку влияния жесткости упругих элементов на динамические характеристики испытываемой конструкции можно провести по методике, изложенной в п. 4.2.2.

Сделаем оценку силы  $F$ , необходимой для возбуждения и поддержания некоторого тона колебаний с тем, чтобы сравнить ее с силой компенсации веса и определиться с ее допустимыми погрешностями. Следует особо подчеркнуть, однако, что речь идет не о точности компенсации веса, а о допустимых случайных или регулярных вариациях сил компенсации веса в процессе сопровождения этими силами колеблющихся точек объекта. Рассматривая обезвешенный сегмент объекта как осциллятор с затуханием, колеблющийся с частотой тона, можно записать простейшую оценку для амплитуды силы,

необходимой для поддержания стационарных колебаний, исходя из заданных значений амплитуды колебаний, массы и добротности:

$$F = \frac{4\pi^2 f^2 m A}{Q},$$

где  $A$  – амплитуда колебаний;  $Q$  – добротность тона;  $m$  – масса обезвешенного сегмента;  $f$ , Гц – собственная частота тона.

Выражение в числителе оценивает силу вдали от резонансных частот, на частоте резонанса при одинаковых перемещениях сила в  $Q$  раз меньше.

Полагая  $A = 0,01 - 0,1$  м,  $m = 10$  кг,  $f = 0,2$  Гц,  $Q = 100$  получаем  $F \approx 0,015 - 0,0015$  Н = 1,5- 0,15 г.

Для заданных параметров на резонансе отношение возбуждающей колебания силы к силе компенсации веса составляет  $\approx 10^{-5}$ .

Отметим, что чем ниже собственная частота тона колебаний и слабее демпфирование, тем более жесткие требования объект предъявляет к точности обезвешивания. При невыполнении этих требований система обезвешивания начинает конкурировать с системой возбуждения, сдвигая резонансные частоты и искажая формы колебаний, что делает испытания некорректными. В испытаниях нежестких объектов с размерами порядка 10 м амплитуды колебаний порядка 10 см вполне допустимы. При меньших амплитудах, как это видно из формул, требования к системе обезвешивания только ужесточаются.

Таким образом, можно принять, что относительная погрешность компенсации веса должна быть порядка  $10^{-4} - 10^{-5}$ .

Пусть собственная частота исследуемой моды  $f = 0,2$  Гц. Необходимую длину подвески можно оценить по формуле для частоты осциллятора  $f = (\sqrt{k/m})/2\pi$ , где  $k = 4\pi^2 f^2 m$  – жесткость сегмента объекта испытаний,  $m = 10$  кг.

Полагая, что жесткость пружины подвески  $k_n$  увеличивает жесткость сегмента и изменяет собственную частоту тона, и задаваясь относительной погрешностью определения частоты  $0,01$ , получаем для оценки жесткости пружины  $k_n$  выражение:

$$k + k_n = 4\pi^2 (f + 0.01 f)^2 \approx 4\pi^2 m (f^2 + 0.02 f^2).$$

Откуда  $k_n \approx 4\pi^2 m * 0,02 f^2$ , собственная частота колебаний сегмента на подвеске составляет  $f_n = 0,02 f$ . Пружина удерживает вес  $P = mg$ , а удлинение пружины длиной  $l$  есть  $\Delta l$  и оценивается по формуле:

$$\Delta l \approx \frac{g}{4\pi^2 0,02 f^2}.$$

Для принятых значений параметров получаем оценку:  $\Delta l \approx 330$  м. Таким образом, только удлинение пружины составляет сотни метров, не говоря уже о том, что сама пружина должна иметь какую-то длину.

Отметим, что это весьма грубые оценки параметров подвески. Например, можно ослабить требование к точности определения частоты. Но, как видно из формул, основной параметр, определяющий полученную оценку – квадрат частоты в знаменателе, а он определяется только частотами собственных тонов колебаний объекта, которые могут составлять доли герца. Так, для погрешности определения частоты в 10%, оценка длины подвески составит 33 м, что ненамного улучшает ситуацию.

На основании приведённых примеров можно сделать заключение о невозможности использования упругих систем обезвешивания в модальных испытаниях крупногабаритных космических конструкций при закреплении их на жестком основании. А испытания солнечных батарей и больших раскрываемых рефлекторов проводятся именно по такой схеме.

### **4.3 Электромеханическая активная система компенсации веса объекта испытаний**

Основной задачей активной системы компенсации веса является приложение к точкам конструкции постоянного статического вертикального усилия для обезвешивания объекта испытаний при любых его перемещениях. Иметь при этом нулевую жесткость и малую присоединённую массу.

Конструктивное исполнение систем компенсации веса представляет собой набор отдельных модулей, каждый из которых компенсирует вес одного из сегментов конструкции. Реальные модули всегда будут выполнять указанную функцию с теми или иными погрешностями. Это обусловлено тем обстоятельством, что обезвешенный объект должен находиться в состоянии безразличного равновесия при перемещениях по

всем степеням свободы. То есть «источник силы» должен успевать за перемещениями точки приложения этой силы. Для этого он должен тем или иным способом «предугадывать», куда переместится точка в следующий момент времени, то есть анализировать поведение точки и действовать соответственно. Но в тракте обратной связи с датчиками слежения всегда присутствуют задержки и сами датчики измеряют параметры движения с ограниченной точностью, что и приводит к погрешностям.

Поскольку идеальное обезвешивание затруднительно, то задача состоит в том, чтобы уменьшить погрешности в компенсации веса до такой степени, чтобы они не оказывали значительного влияния на параметры колебаний объекта в испытаниях. Выше было получено отношение возбуждающей колебания силы к силе компенсации веса, равное  $10^{-5}$ , Это число определяет относительную погрешность компенсации веса, которую должна обеспечить разрабатываемая система.

Сущность способа активного обезвешивания заключается в имитации состояния невесомости набором внешних компенсационных сил при возбуждении колебаний по каждому собственному тону в ходе модальных испытаний. Причем силы компенсации веса существенно, иногда на несколько порядков, превышают знакопеременную (например, синусоидальную) силу, прилагаемую к конструкции для возбуждения колебаний. Технология испытаний требует, чтобы в процессе ускоренного перемещения объекта под воздействием возбуждающей силы компенсационные силы не зависели от пространственного положения точки ее приложения, сопровождая последнюю в процессе перемещения объекта по форме колебания. Силы возбуждения колебаний и компенсации гравитационных сил формируются линейными электродинамическими приводами с управлением по силе тока. В электродинамическом силовозбудителе сила определяется как

$$F = I B L N,$$

где  $I$  – сила тока;  $B$  - магнитная индукция в зазоре магнитопровода статора;  $L$  - длина проводника одного витка катушки якоря;  $N$  - число витков в зазоре магнитопровода. Это соотношение определяет строгую пропорциональность силы заданному току только в случае, если катушка якоря неподвижна в зазоре магнитопровода статора. Но, во-первых, из-за неоднородности магнитного потока по длине зазора магнитопровода сила, развиваемая приводом, при заданном токе зависит от положения катушки в зазоре и может существенно меняться при ее движении. Во-вторых, при движении якоря отно-

сительно статора в металлических частях якоря наводятся паразитные токи. Эти токи, взаимодействуя с магнитным потоком, приводят к появлению неконтролируемой добавки к задаваемой силе. Добавка пропорциональна скорости якоря, поэтому создает эффект вязкого трения, существенно влияющего на точность определения динамических характеристик.

Способ активной компенсации веса, разработанный в диссертационной работе, снижает практически до нуля перемещение якорей линейных двигателей относительно их статоров. Это достигается тем, что сами статоры при помощи кинематических платформ, приводимых в движение шаговыми двигателями, по сигналам от соответствующих датчиков положения отслеживают по координатное перемещение точки приложения силы к объекту. Тем самым достигается необходимая погрешность задания суммарного вектора силы, являющегося суммой статической силы компенсации веса (только для вертикальной компоненты) и переменной составляющей, необходимой для возбуждения колебаний переменным вектором силы.

Конструкцию и принцип работы модуля, реализующего предлагаемый способ компенсации веса, поясняет функциональная схема (рисунок 4.15). Фотографии модулей представлены на рисунке 4.16.

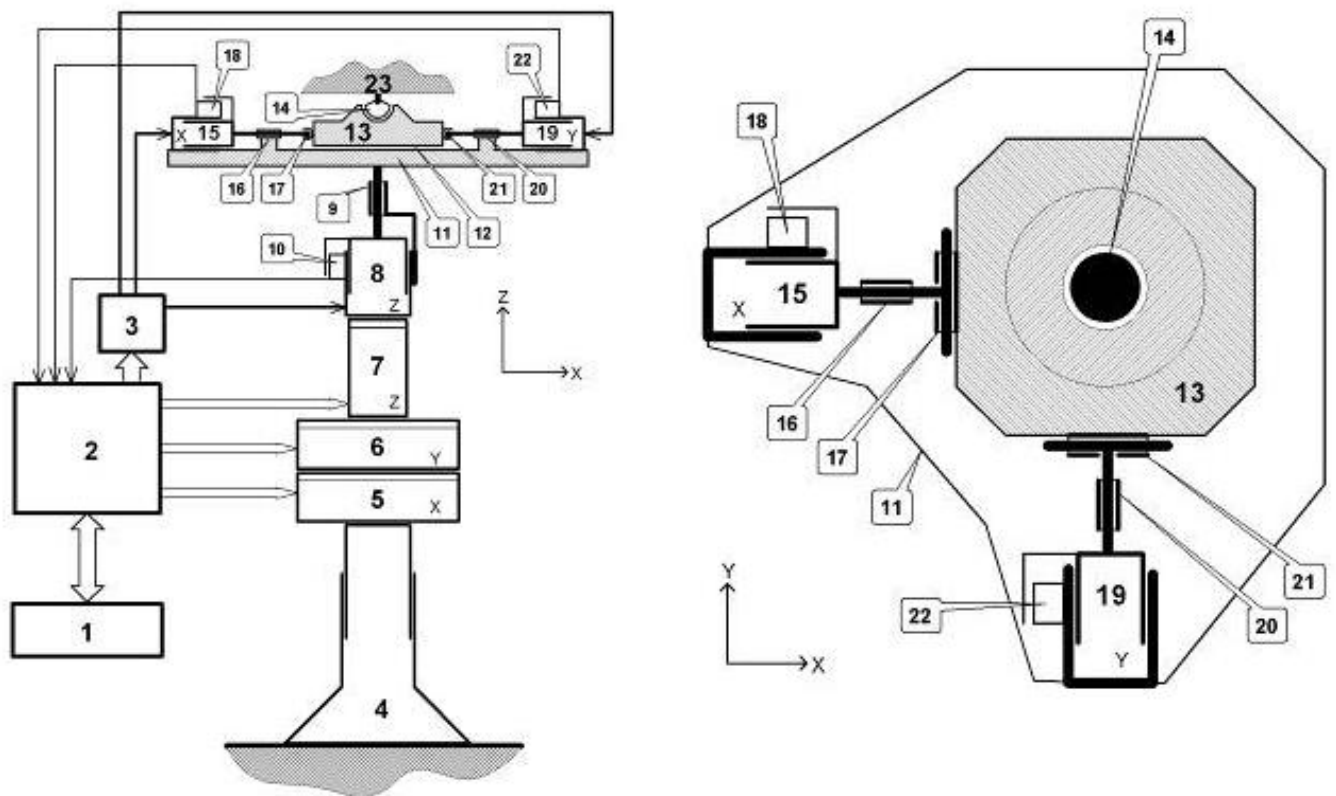


Рисунок 4.15 — Функциональная схема модуля системы компенсации веса



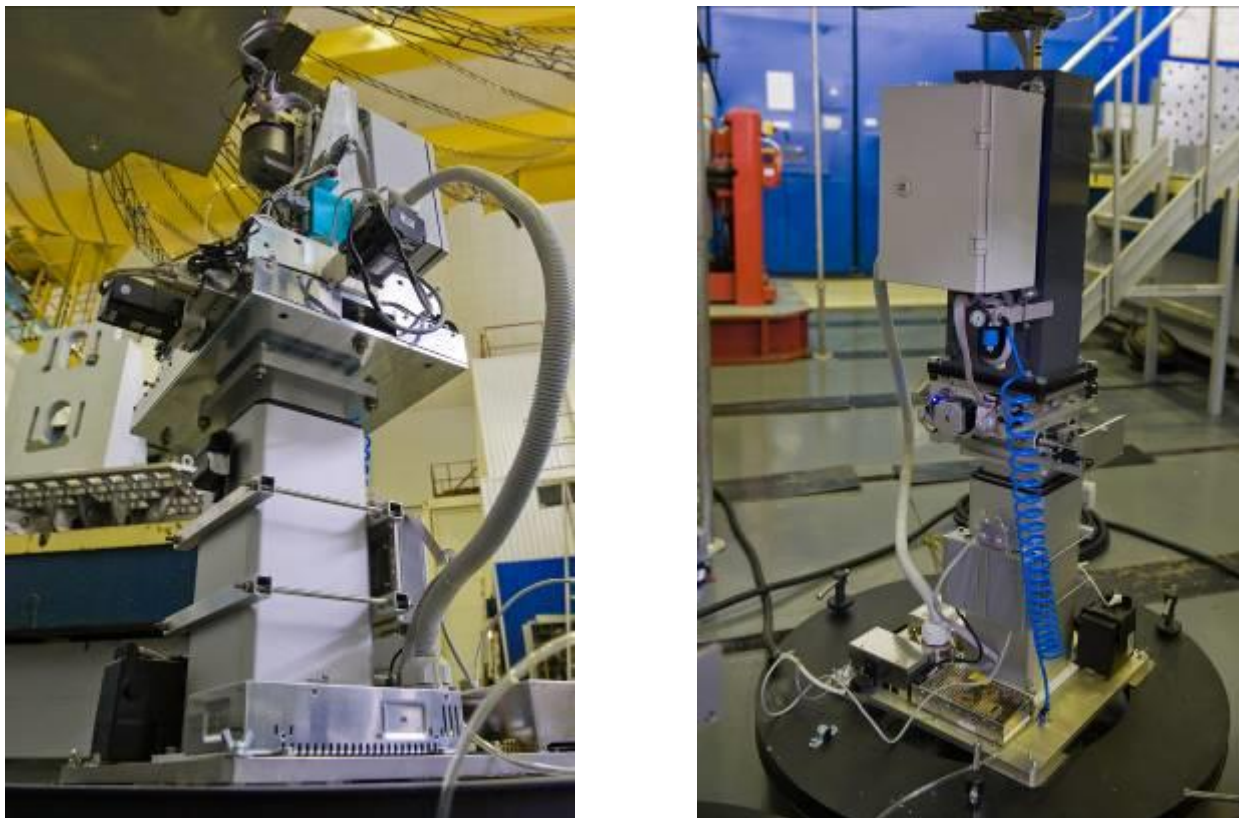


Рисунок 4.16 — Модуль активной системы компенсации веса

Система активной компенсации веса функционирует следующим образом. Для возбуждения колебаний объекта в процессе модальных испытаний контроллер 2 через высокоточный преобразователь «код–ток» 3, имеющий три независимых цифровых входа и три выхода, формирует в катушках электродинамических возбuditелей силы (силовозбудителей) 8, 15 и 19 токи с требуемыми амплитудами и зависимостями от времени. Эти характеристики сил возбуждения колебаний устанавливаются оператором через пульт 1 задания режимов работы модуля и индикации его состояния. Горизонтальные силовозбудители 15 и 19 каждый по своей координате формирует компоненту силы, воздействующую на объект через подвижный опорный элемент 13 и сферическую аэростатическую опору 14. Вертикальный силовозбудитель 8 формирует компоненту силы, воздействующую на объект через горизонтальную опорную площадку 11, плоскую аэростатическую опору 12; подвижный опорный элемент 13 и сферическую аэростатическую опору 14, обеспечивающую также три степени свободы вращения объекта в опорной точке 23.

Функция компенсации весовой нагрузки реализуется тем, что контроллер 2 к переменному току силовозбудителя вертикального направления 8, возбуждающему колебания, добавляет постоянный ток, формирующий силу, компенсирующую заданную весовую нагрузку, включая вес якоря силовозбудителя 8 и всех узлов, размещенных на горизонтальной опорной площадке 11. Тем самым, полная сила, действующая на опорную точку объекта 23, складывается из трех ортогональных переменных компонентов и одного постоянного, направленного вертикально вверх.

Линейный аэростатический подшипник 9 обеспечивает вертикальную степень свободы перемещения якоря вертикального силовозбудителя 8 относительно его статора и центровку его катушки в магнитном зазоре. Линейные подшипники 16 и 20 обеспечивают горизонтальные степени свободы якорей, соответственно, силовозбудителей 15 и 19 относительно статоров в направлении их осей, сохраняя также центровку катушек в магнитных зазорах. Подвижный опорный элемент 13 имеет плоское основание и размещается на аэростатической опоре 12. Его степени свободы – перемещения в горизонтальных направлениях, ортогональных осям якорей соответствующих силовозбудителей – обеспечиваются линейными подшипниками 17 и 21. Неподвижные части подшипников 17 и 21 жестко закреплены на соответствующей боковой грани опорного элемента 13. Подвижные их части жестко связаны с подвижными частями подшипников 16 и 20, соответственно, и через них образуют со штоками якорей силовозбудителей 15 и 19 ортогональное соединение (например, Т-образное). Для этого неподвижные части подшипников 17 и 21 имеют горизонтальные прорезы. Тем самым подшипники 16, 20 и 17, 21 совместно осуществляют передачу толкающего и тянущего усилия со стороны якорей силовозбудителей 15 и 19 по их осям на опорный элемент 2, обеспечивая при этом свободу его горизонтального перемещения по плоскости аэростатической опоры 16 в поперечных к их осям направлениях и препятствуя вращению.

Кинематические платформы 5, 6 и 7 образуют структуру типа «сэндвич», совместно обеспечивая управляемое контроллером перемещение размещенных на ней узлов в любом направлении. Каждая платформа состоит из подвижной площадки, имеющей степень свободы перемещения относительно ее основания, осуществляемой актуатором с цифровым управлением на базе шагового двигателя только в одном из трех ортогональных направлений. При этом каждая платформа перемещает всю смонтированную на ее подвижной площадке конструкцию. Существенно то, что управление движе-

нием платформ ведется по кинематическому параметру – перемещению. Контроллер 2 посредством преобразователя «код-ток» 3 формирует токи для требуемых усилий, создаваемых силовозбудителями, и по цифровым каналам синхронно управляет движением каждой кинематической платформы. Управление происходит таким образом, что в любой момент времени компенсируется малейшее отклонение якоря силовозбудителя соответствующего направления от его среднего положения относительно статора. Для реализации алгоритма такого управления контроллер использует показания датчиков положения 6, 7 и 8 якорей относительно статоров (прецизионных оптических энкодеров). Таким образом, при оптимальном управлении движением кинематических платформ 5, 6 и 7 якоря всех силовозбудителей по направлениям своих осей квазинеподвижны относительно опорной точки 23. Этим достигается линейная зависимость силы от задаваемых токов при больших перемещениях опорной точки в процессе колебаний. Такой принцип управления условно назван кинематическим слежением.

Использование принципа кинематического слежения по трем координатам снимает ограничения по перемещению, связанные с малыми ходами якорей линейных электродинамических приводов. Помимо этого алгоритм управления перемещением подвижных частей кинематических платформ обеспечивает удержание якорей электродинамических силовозбудителей вблизи средних положений относительно их статоров, что позволяет использовать линейные подшипники с малым ходом, а также уменьшает относительную скорость подвижных частей подшипников и снижет в них трение.

Техническим результатом способа и реализующего его устройства является:

- повышение точности задания статических и переменных силовых воздействий на объект до уровня, приемлемого для модальных испытаний;
- малые ограничения перемещений испытуемого объекта по его степеням свободы из-за того, что силы обезвешивания и возбуждения колебаний приложены в одной точке;
- снятие ограничений амплитуды свободных перемещений точки обезвешивания, обусловленных малыми ходами штоков линейных силовозбудителей.

Конструкция, алгоритм работы и программное обеспечение модулей обезвешивания позволяет:

- обеспечивать динамическую компенсацию присоединенной массы, создавая усилия, пропорциональные мгновенным значениям ускорения точки приложения силы;
- моделировать «цифровую» пружину, создающую дополнительное силовое воздействие на объект, пропорциональное такому отклонению его от нулевого положения, которое невозможно обеспечить с помощью упругих элементов;
- моделировать вязкое трение в виде дополнительного силового воздействия на объект, пропорционального скорости его перемещения, причем как положительного, так и отрицательного.

На способ обезвешивания и возбуждения колебаний при модальных испытаниях и устройство для его осуществления получен патент [122].

#### 4.4 Средства возбуждения колебаний

Возбуждение колебаний КТК в модальных испытаниях производится, как правило, при помощи электродинамических возбудителей колебаний (электродинамические силовозбудители – ЭДСВ, модальные вибраторы). Внешний вид этих устройств различной мощности показан на рисунке 4.17, а их принципиальная схема и способ присоединения к объекту испытаний проиллюстрированы на рисунке 4.18. На рисунке 4.18 использованы следующие обозначения: магнитопровод 1 с катушкой подмагничивания 2, образующие постоянный магнит (статор); подвижная катушка (якорь) 3; стол 4; упругая мембрана 5; корпус 6; основание 7; шток (стингер) 8; объект испытаний 9. Для контроля силового воздействия ЭДСВ на объект испытаний между подвижной катушкой и объектом испытаний устанавливается пьезоэлектрический датчик силы [119].



Рисунок 4.17 — Внешний вид ЭДСВ различной мощности

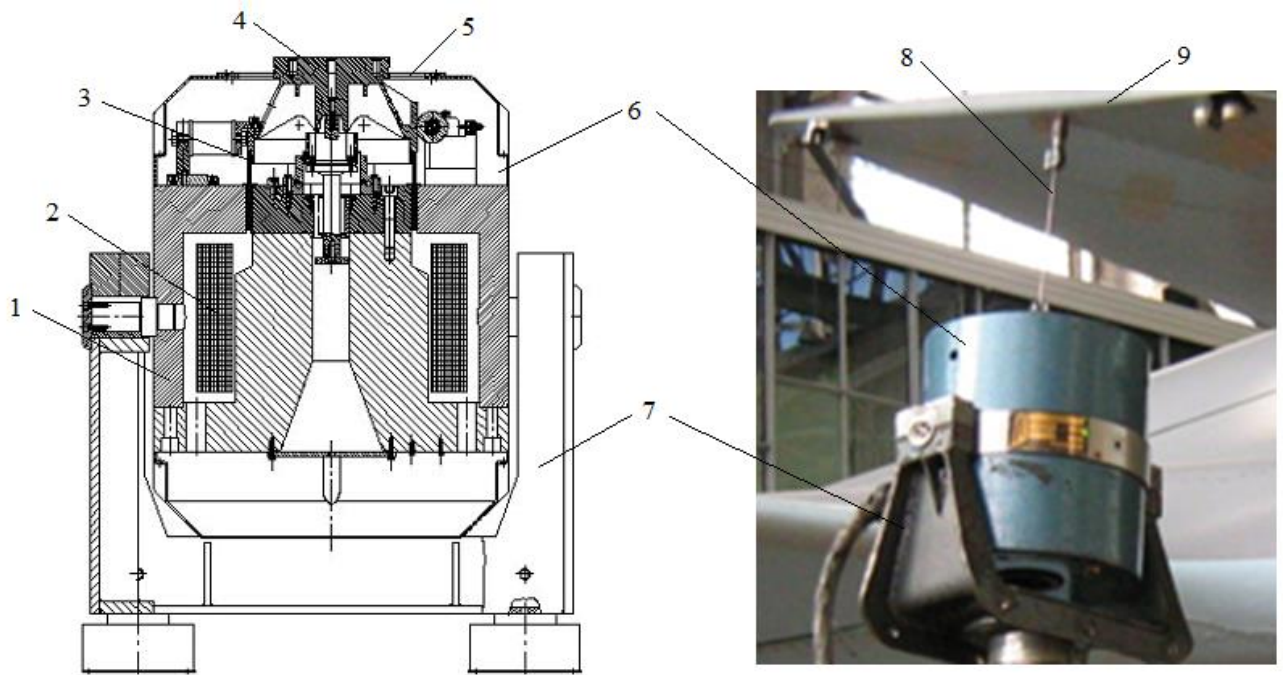


Рисунок 4.18 — Принципиальная схема ЭДСВ и присоединение к объекту испытаний

Переменный ток в подвижной катушке определяет закон изменения выталкивающей силы, максимальная величина которой является одной из основных характеристик ЭДСВ. Типовой набор силовозбудителей для модальных испытаний космической и авиационной техники, а также изделий машиностроения содержит ЭДСВ с выталкивающей силой от 50 Н до 500 Н. ЭДСВ с меньшей выталкивающей силой (10Н – 30 Н) используются и выпускаются промышленностью достаточно редко.

Отметим особенности конструкции и параметров ЭДСВ, затрудняющих их использование в модальных испытаниях КТК:

- подвижная катушка сцентрирована в статоре упругой подвеской, обеспечивающей строго поступательное и весьма ограниченное движение в магнитном зазоре. Для того, чтобы защитить катушку от горизонтальных нагрузок, передача усилия от вибратора к объекту испытаний производится посредством стингера: штока, имеющего малую жесткость в поперечном направлении. Перемещения точки приложения силы к объекту испытаний за счет поворота корпуса относительно основания возможны в любом направлении, причем только в одном. При этом крылья солнечных батарей, крупногабаритные рефлекторы и других протяженные космические конструкции в процессе испытаний совершают колебания с большой амплитудой по сложным пространственным формам;

– величина максимальной выталкивающей силы типовых модальных вибраторов значительно превышает усилия, необходимые для исследований собственных тонов колебаний КТК. Это обстоятельство приводит к нескольким последствиям. Во-первых, при воспроизведении такими вибраторами небольших по величине потребных возбуждающих сил величины этих сил становятся сопоставимыми с неконтролируемыми силами, возникающими в результате взаимодействия вихревых токов в металлических деталях подвижной катушки с магнитными полями постоянного магнита. Это явление называется эффектом магнитной вязкости. Во-вторых, значительная масса подвижной части вибратора и наличие в его конструкции упругой мембраны искажают динамические характеристики объекта испытаний.

В рамках настоящей работы были разработаны и изготовлены модальные вибраторы двух типоразмеров, лишенные отмеченных выше недостатков промышленных ЭДСВ. На рисунке 4.19а показаны эти вибраторы. Они имеют по две катушки подмагничивания, образующие в переднем и заднем прямоугольных магнитных зазорах одинаковые по величине магнитной индукции и противоположные по направлению постоянные магнитные потоки. Якорь с плоской катушкой свободно размещается в магнитных зазорах статора (рисунок 4.19в). В перпендикулярных движению участках проводников катушки (участки 1 и 3) токи протекают в противоположных направлениях (рисунок 4.19б). При взаимодействии с встречно направленными магнитными потоками они развивают силы в требуемом направлении, а усилия от взаимодействия участков проводников 2 и 4 с магнитными полями взаимно компенсируются. В конструкции катушки нет металлических деталей. Максимальные выталкивающие силы таких вибраторов составляет 4,5 Н и 8,5 Н, массы якорей – 37 г и 84 г соответственно. В лабораторных исследованиях было установлено, что разработанные силовозбудители не сдвигают фазу возбуждающей силы относительно фазы сигнала генератора.

С помощью нескольких разработанных вибраторов были проведены модальные испытания ряда солнечных батарей.

Разработка активной системы компенсации веса потребовала создание электродинамических линейных приводов (по сути тех же вибраторов), лишенных эффекта магнитной вязкости и обеспечивающих при силе тока 10 А развиваемое усилие не менее 100 Н. Для этого были разработаны и изготовлены из композиционных материалов ка-



тушки якорей, полностью лишённые металлических деталей (рисунок 4.20). На рисунке 4.20 показан электродинамический привод в сборе.

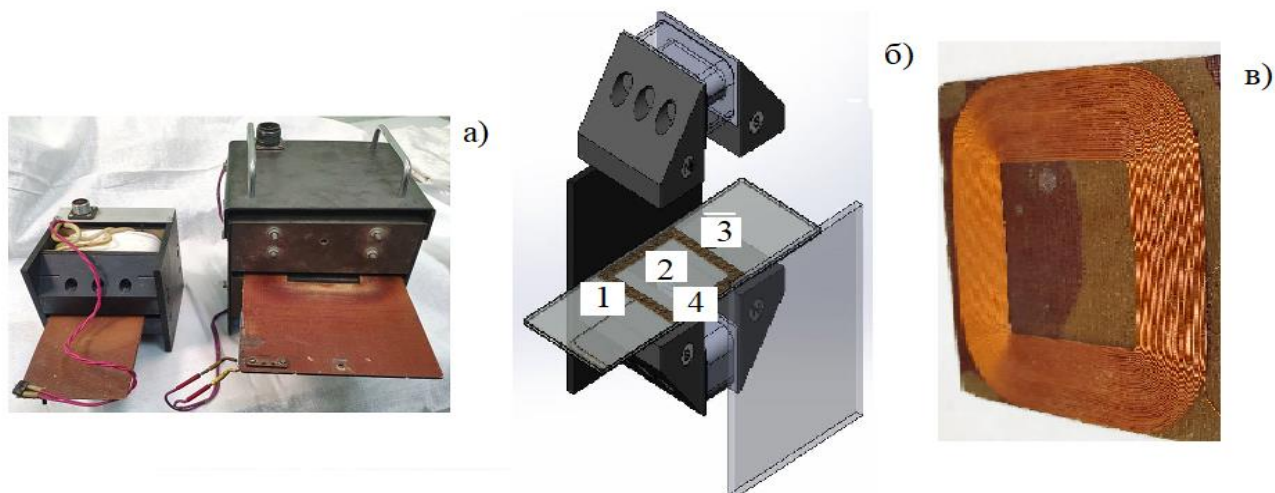


Рисунок 4.19 — Вибраторы малой мощности с плоским якорем

С помощью нескольких разработанных вибраторов были проведены модальные испытания ряда солнечных батарей.

Разработка активной системы компенсации веса потребовала создание электродинамических линейных приводов (по сути тех же вибраторов), лишённых эффекта магнитной вязкости и обеспечивающих при силе тока 10 А развиваемое усилие не менее 100 Н. Для этого были разработаны и изготовлены из композиционных материалов катушки якорей, полностью лишённые металлических деталей (рисунок 4.20). На рисунке 4.21 показан электродинамический привод в сборе.



Рисунок 4.20 — Катушка якоря электродинамического привода

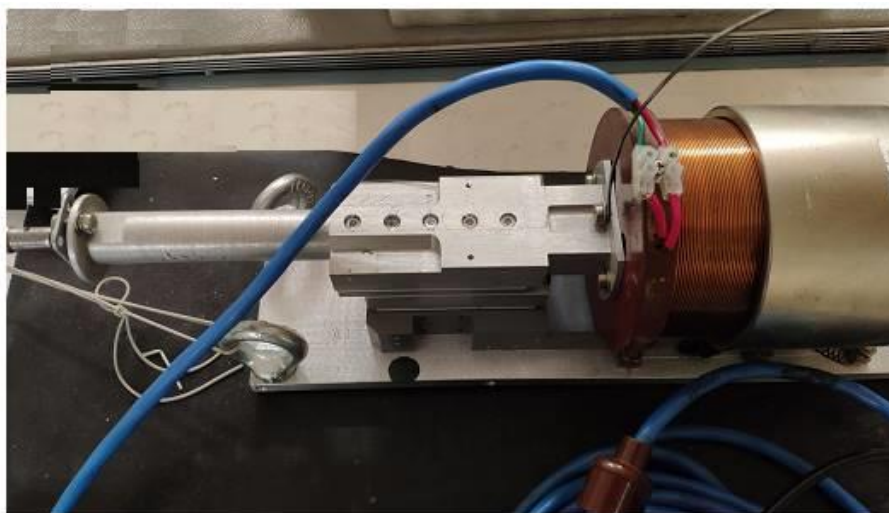


Рисунок 4.21 — Электродинамический привод в сборе

Основными проблемами, которые были решены при создании катушки: необходимо намотать четырехслойную обмотку из медного провода  $\varnothing 0,85$  мм суммарной толщины 3,2 мм и обеспечить температурную и механическую стойкость композиционного материала при протекании тока 10 А и создания механического усилия в 100 Н.

#### 4.5 Средства измерения колебаний

В качестве основного измеряемого параметра вынужденных колебаний при проведении модальных испытаний КТК выбрано перемещение. Такой выбор обусловлен тем, что в области низких частот колебаний скорости и ускорения имеют небольшие величины, в связи с чем погрешности их измерения выше погрешностей измерения перемещений.

В качестве датчиков перемещений, включаемых в обратную связь систем управления, целесообразно использовать бесконтактные лазерные датчики перемещения РФ603 фирмы РИФТЕК (Беларусь), обладающими следующими характеристиками:

- базовое расстояние до точки измерения (вариант исполнения)      60, 90, 140 мм;
- диапазон измеряемых перемещений      100 мм;
- линейность       $\pm 0.1$  от диапазона;
- разрешение      0.01% от диапазона;

Этот тип датчика является цифровым, что позволяет снизить помехи измерений и после цифро-аналогового преобразования использовать аналоговый сигнал в качестве



обратной связи для автоматического подбора режима нагружения. Фотография датчика в составе стенда модальных испытаний приведена на рисунке 4.22.

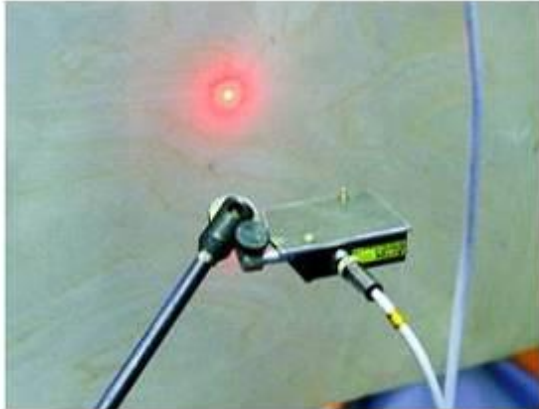


Рисунок 4.22 — Лазерный датчик в составе стенда модальных испытаний

Большие размеры испытываемых объектов и сложность собственных форм колебаний обуславливают необходимость измерения перемещений в большом числе точек. Кроме того, некоторые объекты могут содержать элементы конструкции, на которые невозможно установить контактные датчики. Например, металлические сетки на антеннах зонтичного типа и фотоэлементы на панелях солнечных батарей. Кроме того, при большом числе точек измерения контактные датчики за счет своей массы и жесткости присоединительных кабелей могут существенно влиять на динамические характеристики объектов испытаний. Поэтому для таких условий испытаний целесообразно использовать сканирующую лазерную систему. Анализ имеющихся систем показал, что наиболее подходящим средством такого типа является трехкомпонентный лазерный сканирующий виброметр *PSV-400-3D* производства компании *Polytec* (Германия) (рисунок 4.23).

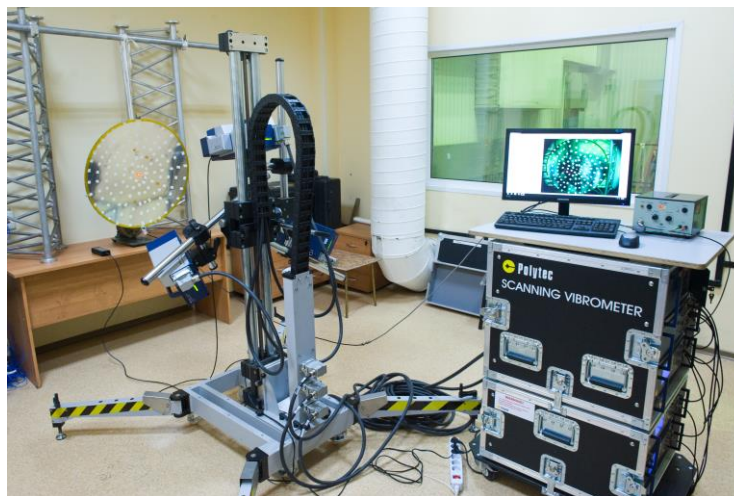


Рисунок 4.23 — Модальные испытания антенны с лазерным виброметром *PSV-400-3D*

Основные характеристики виброметра следующие:

- сканирование с разрешением 512 x 512 точек на объект;
- частотный диапазон сканирования: 0 - 80000 Гц;
- диапазон измеряемых скоростей -  $\pm 10$  м/с.

#### **4.6 Комплексная система модальных испытаний КТК**

На основе активной системы компенсации веса объекта испытаний была создана комплексная система модальных испытаний КТК и разработан новый способ испытаний крупногабаритных нежестких конструкций [123]. Комплексность системы заключается в следующем: она позволяет вывесить КТК и компенсировать ее вес без вмешательства в динамические характеристики объекта испытаний; создавать и контролировать задаваемое вибрационное нагружение конструкции; измерять отклик изделия на вибрационное воздействие. При этом статические силы обезвешивания и динамические силы возбуждения колебаний прикладываются в одних и тех же точках, перемещения которых измеряются. Конструктивно система выполнена в виде набора однотипных напольных модулей – устройств компенсации веса (УКВ).

Для обеспечения требуемой точности вибрационного нагружения каждый модуль калибруют по специальной программе: определяют зависимости силы от взаимного положения якорей и статоров электродинамических возбуждателей при заданных токах в катушках, сохраняют эти данные в памяти компьютеров и используют для точного формирования сил в процессе испытаний. В процессе испытаний все напольные устройства синхронизируют непрерывной передачей кодированных отсчетов времени, формируемых по цифровой линии центральным устройством синхронизации, чем обеспечивают точную привязку по времени измеряемых перемещений и синхронное изменение задаваемых силовых воздействий. Для управления возбуждением колебаний в каждом модуле имеется блок аналого цифрового и цифроаналогового преобразования с аналоговыми входами-выходами, обеспечивающий прием сигналов управления силовозбудителями и передачу в систему управления сигналов пропорционально измеряемым перемещениям. Мгновенные, синхронные с перемещениями значения развиваемых электродинамическими приводами усилий (постоянная и переменная составляющие), доступны в аналоговом и цифровом виде. Параметры пространственных векторов скоростей и

ускорений точек возбуждения колебаний также сохраняются в памяти компьютеров и могут в реальном времени передаваться потребителям в цифровом и аналоговом виде. В испытаниях свободных конструкций (состояние «Free-Free») для устранения пространственного дрейфа обезвешенной конструкции в точках обезвешивания имитируется упругое вывешивание при помощи «цифровых пружин» с задаваемой оператором малой жесткостью. Величины этих жесткостей оцениваются по методике, изложенной в п. 4.2.2.

Отметим, что в испытаниях КТК амплитуды перемещений находятся в диапазоне от нескольких долей до десятков сантиметров, частоты колебаний от 0,05 Гц до 10 Гц, силы возбуждения колебаний от 0,01 Н до 1 Н. При этом компенсируемый вес сегментов конструкции может достигать нескольких десятков килограммов.

Структурная схема комплексной системы модальных испытаний показана на рисунке 4.24.

Система функционирует следующим образом. В процессе испытаний сегменты конструкции (или их элементы) 7 обезвешиваются и их колебания возбуждаются напольными устройствами 6. Каждое такое устройство управляется и обменивается данными с центральным компьютером 1 через маршрутизатор 2 по отдельной двунаправленной цифровой линии 4. По этой линии в устройство передаются команды и данные для формирования сил возбуждения. Из напольного устройства в центральный компьютер передаются массивы синхронно измеренных значений сил и перемещений, а также отсчетами времени. Общая синхронизация работы всех задействованных напольных устройств в части регистрации измеряемых перемещений и генерации силовых воздействий, обеспечивается синхронной непрерывной передачей формируемых модулем синхронизации 3 кодированных отсчетов времени по цифровой линии 5.

Каждое напольное устройство закреплено на несущей поверхности передвижной опоры, в которой предусмотрены фиксаторы вертикального и горизонтального положения, регулировка положения несущей поверхности по высоте и возможность горизонтальной юстировки.

Основные технические характеристики системы активной компенсации веса:

- статическая компенсация веса обезвешиваемых частей КТК с относительной погрешностью не более 0,1 %;

- динамическая компенсация веса обвешиваемых частей КТК с относительной погрешностью не более 0,1 %;
- присоединенная масса каждого УКВ не более 20 г;
- номинальный диапазон частот возбуждаемых колебаний 0,01-10 Гц;
- максимальное значение вынуждающей силы в вертикальном направлении 5 Н;
- максимальное значение вынуждающей силы в горизонтальном направлении 1Н;
- диапазон перемещений в горизонтальных направлениях не менее  $\pm 50$  мм;
- диапазон перемещений в вертикальном направлении не менее  $\pm 50$  мм.

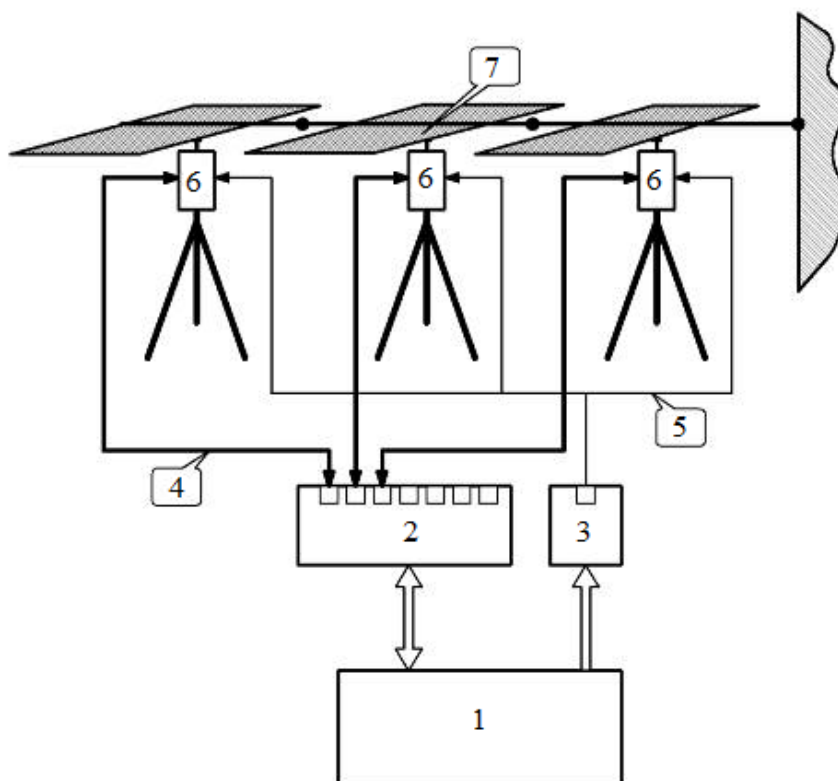


Рисунок 4.24 — Структурная схема системы модальных испытаний

Измерение установившихся колебаний объекта испытаний производится бесконтактными средствами измерения:

- 3-х компонентным сканирующим лазерным виброметром *PSV-400-3D*;
- лазерными триангуляционными датчиками перемещений РФ603.

Управление процессом испытаний осуществляется контроллером *LMS SCADAS Lab* под управлением программного обеспечения *TestLab*.

## 4.7 Результаты модального анализа конструкций

### 4.7.1 Примеры определения модальных параметров

Проиллюстрируем функционирование комплексной системы модальных испытаний с использованием активных систем компенсации веса и бесконтактных средств измерений на примере испытаний трансформируемого рефлектора зонтичного типа диаметром 5 м. Общий вид испытательного стенда (система + объект испытаний) и показан на рисунке 4.25.

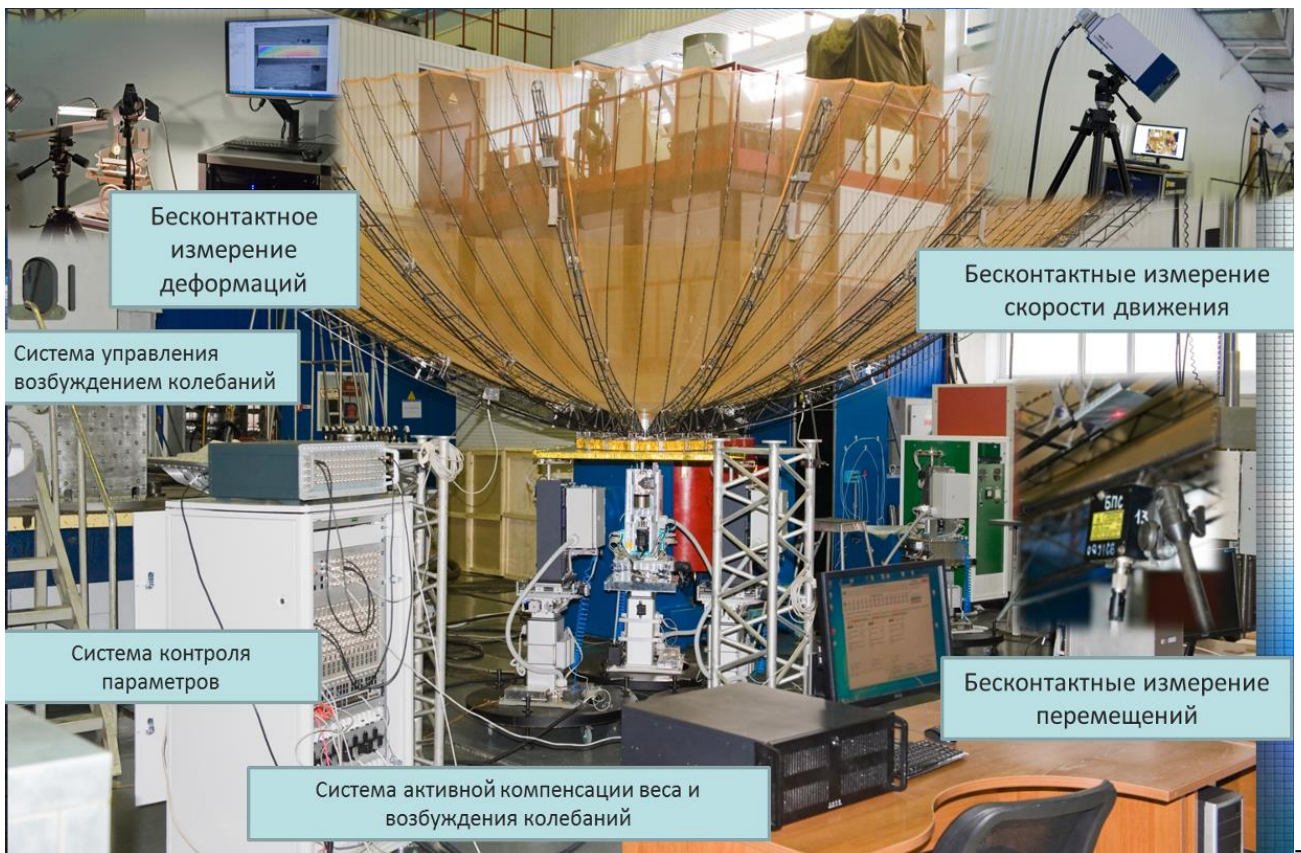


Рисунок 4.25 — Общий вид стенда модальных испытаний

Процесс испытаний состоит из следующих этапов.

Подготовка:

- принятие решений о количестве и конфигурации размещения стоек УКВ, необходимых для обезвешивания объекта, количестве и размещении оптических датчиков и источников лазерного излучения;
- юстировка вертикальных осей всех УКВ.



- кинематические платформы и якоря линейных двигателей всех УКВ выставляются в средние положения;
- фиксация координат УКВ;
- стыковка УКВ с объектом испытаний;
- установка жесткости 100 г/мм по горизонтальным осям всех УКВ для предотвращения дрейфа.

Измерение весовых нагрузок:

- перевод всех УКВ в режим измерения весовых нагрузок;
- коррекция распределения весовых нагрузок по УКВ.

Необходимость в коррекции весовых нагрузок была вызвана тем, что центр масс объекта испытаний находился значительно выше точек присоединения к УКВ, а сами эти точки располагались с некоторой асимметрией относительно проекции центра масс на горизонтальную плоскость. Вследствие этого весовая нагрузка объекта распределилась по УКВ неравномерно: одна из стоек была перегружена.

Процедуры перевода УКВ в режим компенсации весовых нагрузок:

- перевод УКВ в режим компенсации весовых нагрузок;
- повторный контроль равномерности распределения весовой нагрузки по УКВ;
- коррекция нулевых положений кинематических платформ УКВ для предотвращения выхода горизонтальных линейных двигателей за пределы хода;
- установка жесткости 10 г/мм по вертикальной оси УКВ;
- принятие всеми УКВ текущие координаты за 0;
- юстировка измерительной базы оптических датчиков для измерения амплитуд колебаний антенны в задаваемом диапазоне величин;
- ориентация измерительных головок виброметра, выравнивание и настройка режима триггера, задание точек сканирования.

Возбуждение колебаний антенны в предварительных испытаниях осуществлялось со сканированием в полосе частот 0,25 – 10 Гц со скоростью развертки 0,5 октавы в минуту. Возбуждение производилось одним из трех УКВ, остальные два работали в режиме компенсации веса. Во всех экспериментах динамическая компенсация присоединенных масс всех УКВ была включена.

На рисунках 4.26 и 4.27 приведены амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики (соответственно, АЧХ и ФЧХ), построенные по сигналам трех датчиков:

датчика перемещений УКВ, которым производилось возбуждение ( $Z$ ), и двух оптических датчиков (D13 и D16).

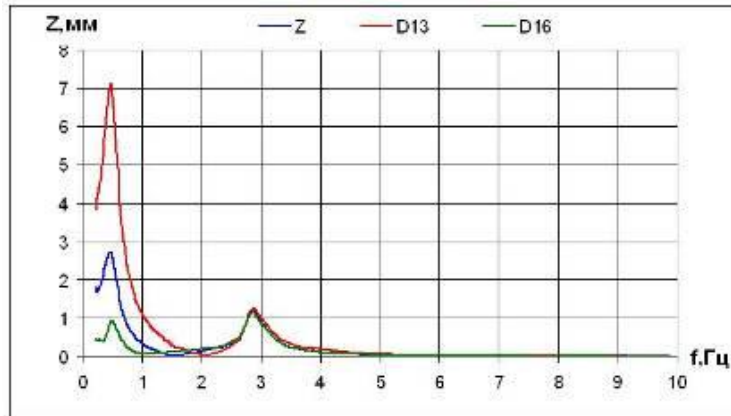


Рисунок 4.26 — АЧХ

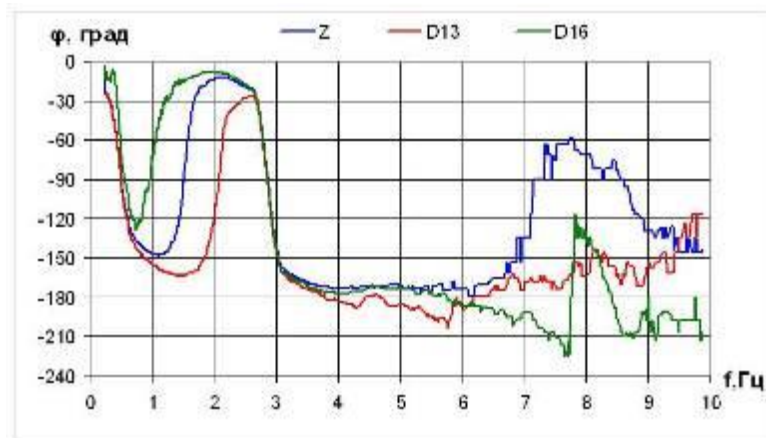


Рисунок 4.27 — ФЧХ

Анализ результатов предварительных испытаний показал наличие двух резонансов, локализованных в частотных полосах 0,3-0,6 Гц и 2,6-3,2 Гц. Для уточнения положений этих резонансов были проведены испытания со сканированием по фиксированному ряду частот в указанных выше диапазонах. Результаты испытаний представлены в таблицах 4.5 и 4.7. Здесь собственная частота определена по фазовому резонансу в точке возбуждения колебаний антенны, обобщенная вязкость – по отклику объекта испытаний на фазовом резонансе, обобщенная масса – по отклику на фазовом резонансе и ширине резонансной кривой.

Таблица 4.5 — Результаты испытаний для первого тона колебаний

Датчик перемещения	$Z$
$f_0$ , Гц – собственная частота	0,5049
$m$ , кг – обобщенная масса	120
$h$ , Н/(м/с) – обобщенная вязкость	208,11

Ниже, в таблицах 4.6 и 4.8, представлены результаты обработки испытаний с целью определения модальных параметров по АЧХ антенны, то есть по методике, изложенной в п. 2.3. На рисунках 4.28 и 4.29 показаны участки АЧХ, по которым рассчитывались эти параметры. Несмотря на то, что эксперимент показал существенное различие между частотами амплитудного и фазового резонансов, оценки модальных параметров оказались достаточно близкими.

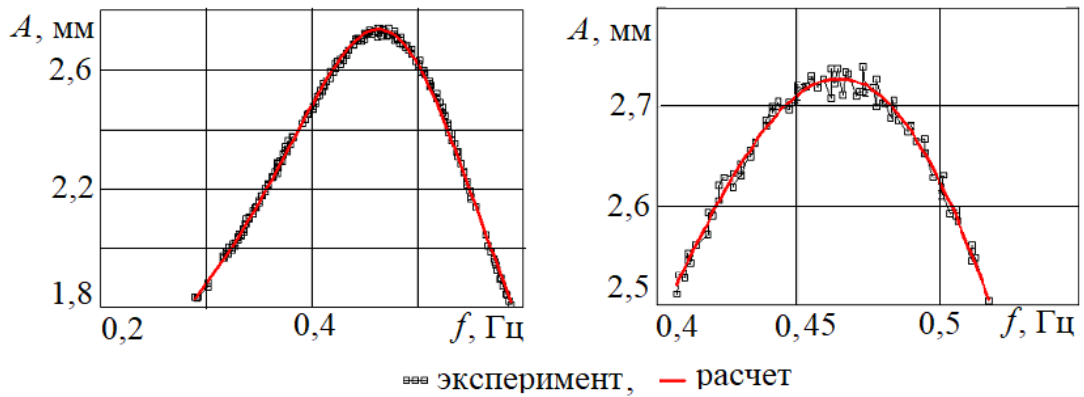


Рисунок 4.28 — Расчетная и экспериментальная АЧХ

Таблица 4.6 — Результаты обработки испытаний для первого тона колебаний

Датчик перемещения	Z
$f_0$ , Гц - собственная частота	0,463 – 0,498
$m$ , кг – обобщенная масса	130,83 – 134,64
$h$ , Н/(м/с) – обобщенная вязкость	207,14 – 207,60

Таблица 4.7 — Результаты испытаний для второго тона колебаний

Датчик перемещения	Z
$f_0$ , Гц - собственная частота	2,863
$m$ , кг – обобщенная масса	41,59
$h$ , Н/(м/с) – обобщенная вязкость	75,39



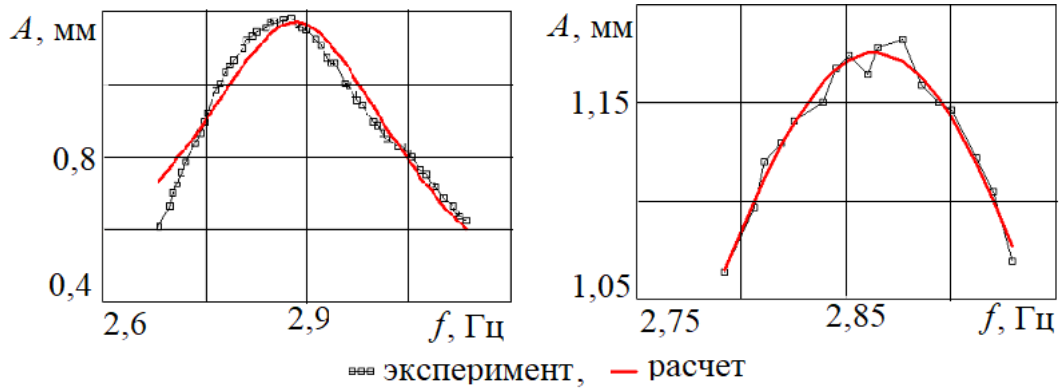


Рисунок 4.29 — Расчетная и экспериментальная АЧХ

Таблица 4.8 — Результаты обработки испытаний для второго тона колебаний

Датчик перемещения	Z
$f_0$ , Гц – собственная частота	2,883 – 2,892
$m$ , кг – обобщенная масса	38,41 – 39,82
$h$ , Н/(м/с) – обобщенная вязкость	75,39 – 75,48

Следующий объект испытаний – электронасосный агрегат (ЭНА) космического аппарата (рисунок 4.30). На рисунке 4.31 показаны расчетные и экспериментальные АЧХ ЭНА. В таблице 4.9 приведены погрешности оценок собственных частот колебаний через обобщенные характеристики, рассчитанные по формулам (2.45). Номера тонов в таблице совпадают с порядковыми номерами собственных тонов колебаний.

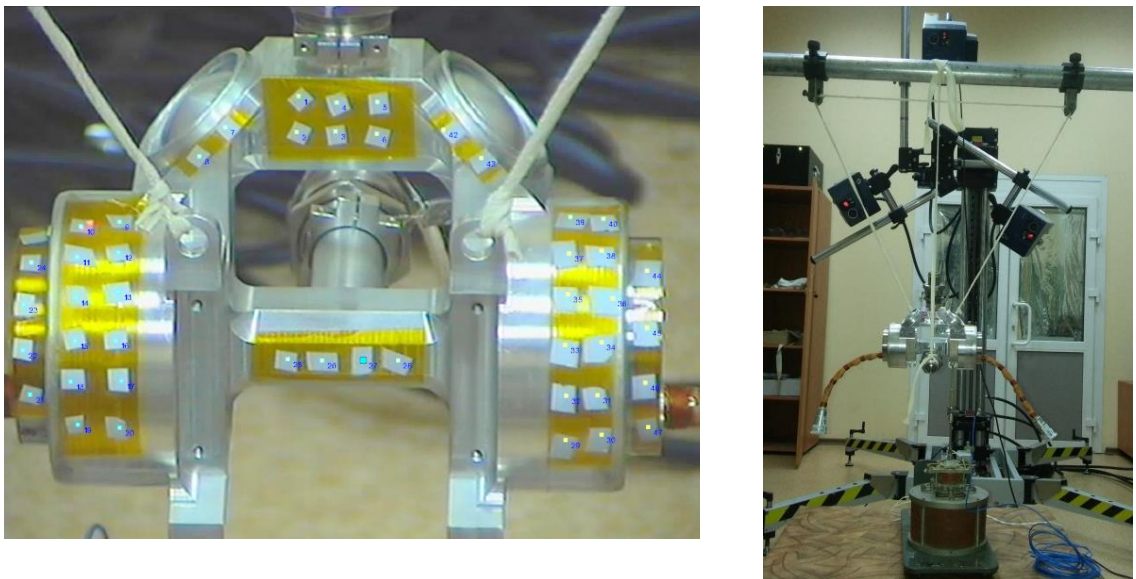


Рисунок 4.30 — Электронасосный агрегат

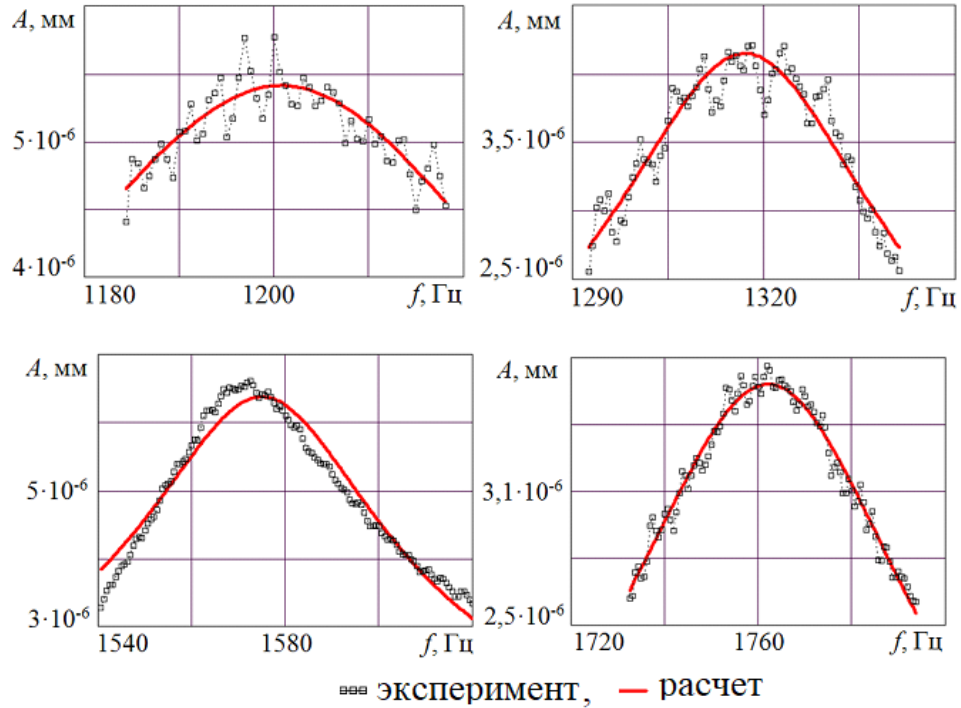


Рисунок 4.31 — Расчетные и экспериментальные АЧХ ЭНА

Таблица 4.9. Погрешности оценок собственных частот

№ тона	1	2	3	4
$\Delta p, \%$	0,08	0,08	0,19	0,00

Как следует из представленных результатов, обобщенные массы и жесткости построенных линейных осцилляторов искажают соответствующие собственные частоты не более чем на 0,2 %.

В процессе модальных испытаниях самолета Су-30 (рисунок 4.32), проведенных с участием АО «ИСС имени академика М.Ф. Решетнева», построены зависимости параметра монофазных колебаний  $\lambda$  точек планера в окрестностях собственных частот изделия. Примеры этих зависимостей для некоторых тонов показаны на рисунке 4.32, где  $\bar{\omega}$  есть отношение частоты вынужденных колебаний к собственной частоте тона (частоте соответствующего фазового резонанса  $p$ ). В соответствии с методикой, изложенной в п. 2.2, на построенных зависимостях выделены диапазоны частот (на рисунке 4.33 красные вертикальные полосы), в которых колебания самолета монофазные и совпадают с соответствующими собственными колебаниями. По АЧХ в этих диапазонах частот определены обобщенные характеристики тонов по формулам (2.45), вычислены соб-

ственные частоты, а результаты сравнения их с частотами фазовых резонансов помещены в таблицу 4.10. Номера тонов в таблице являются условными.



Рисунок 4.32— Самолет Су-30 на упругой подвеске

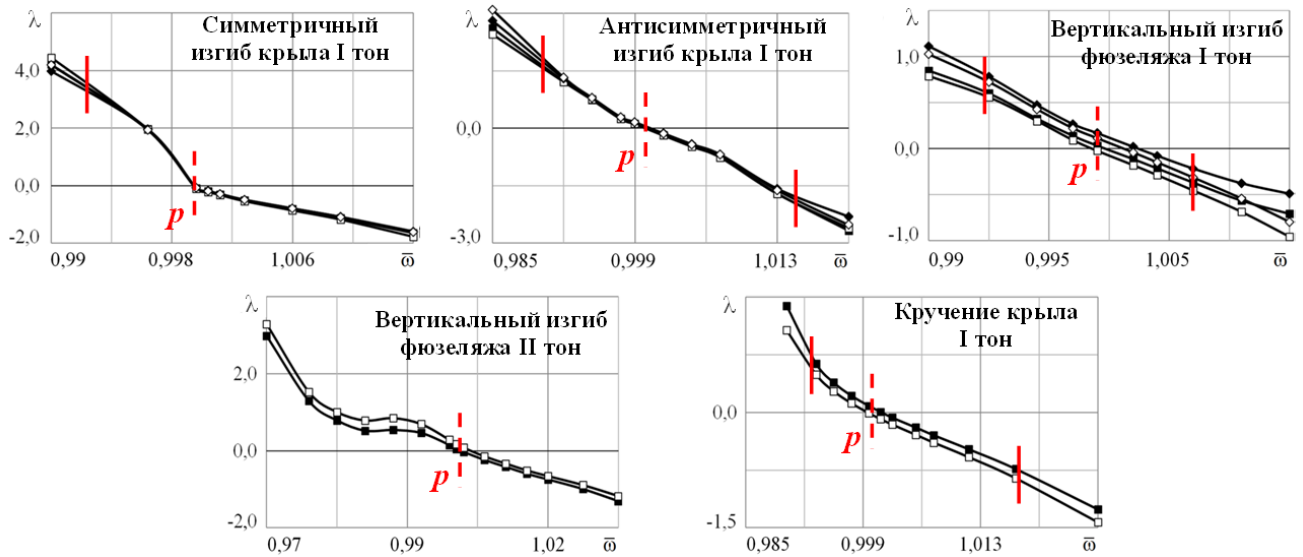


Рисунок 4.33 — Зависимости параметра монофазных колебаний от частоты

Таблица 4.10 — Результаты испытаний самолета Су-30

№ тона	$\Delta p, \%$	№ тона	$\Delta p, \%$	№ тона	$\Delta p, \%$	№ тона	$\Delta p, \%$
1	0,20	6	0,90	11	0,30	16	0,56
2	0,20	7	0,30	12	0,66	17	0,89
3	0,00	8	0,80	13	0,92	18	0,57
4	0,07	9	0,50	14	1,09	19	0,80
5	0,40	10	0,40	15	0,89	20	0,96

В работе [12] приведены примеры определения модальных параметров натуральных самолетов и динамически подобной модели самолета по разработанной методике. В ней

отмечается, что погрешности оценок собственных частот колебаний изделий также практически не превышает 1%.

#### 4.7.2 Расчетно-экспериментальный модальный анализ макета зонтичной антенны космического аппарата

В качестве тестовой конструкции был разработан и изготовлен макет зонтичной антенны космического аппарата, представленный на рисунке 4.34. Макет позволяет воспроизводить некоторые особенности реальной конструкции: лучи каркаса рефлектора имеют близкие собственные частоты, а несущая штанга является отъемной частью антенны. Габаритные размеры макета: длина штанги 2250 мм, диаметр каркаса рефлектора 3000 мм. Масса макета 116,27 кг.



Рисунок 4.34 — Макет зонтичной антенны

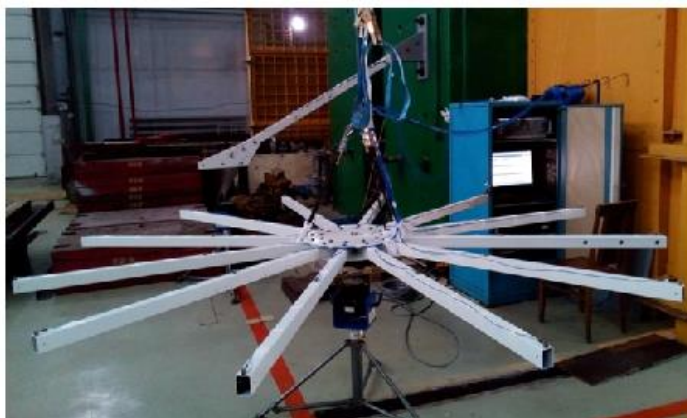
С использованием макета зонтичной антенны проиллюстрировано решение несколько задач расчетно-экспериментального модального анализа конструкций по результатам испытаний их составных частей. Была разработана конечно-элементная (КЭ) модель макета. Модель полной конструкции имела 15924 узлов, 14701 конечных элементов, 91740 уравнений движения. Модель зонтичного каркаса – 11686 узлов, 11355 конечных элементов, 70117 уравнений. Модель штанги – 5093 узла, 4185 конечных элементов, 26484 уравнения. Расчетные модели штанги и зонтичного каркаса редуцировались методом Хёртинга. После процедуры редуцирования математическая модель штанги имела 324 степени свободы, зонтичного каркаса – 498 степеней свободы.



Модальные испытания макета антенны проводились в три этапа. На первом этапе испытывалась штанга, которая крепилась к силовой колонне (рисунок 4.35а). На втором – зонтичный каркас на упругой подвеске (рисунок 4.35б). Жесткость подвески учтена в модели каркаса. Третий этап – испытания собранного макета (рисунок 4.35в).



а)



б)



в)

Рисунок 4.35 — Модальные испытания макета

Первоначально ставилась задача расчетно-экспериментального определения собственных частот колебаний макета в плоскости  $XOZ$ . Результаты испытаний для этого случая представлены на рисунке 4.36.

На рисунке 4.36а показаны собственные формы и частоты колебаний штанги, на рисунке 4.36б – зонтичного каркаса, на рисунке 4.36в – антенны в сборе.

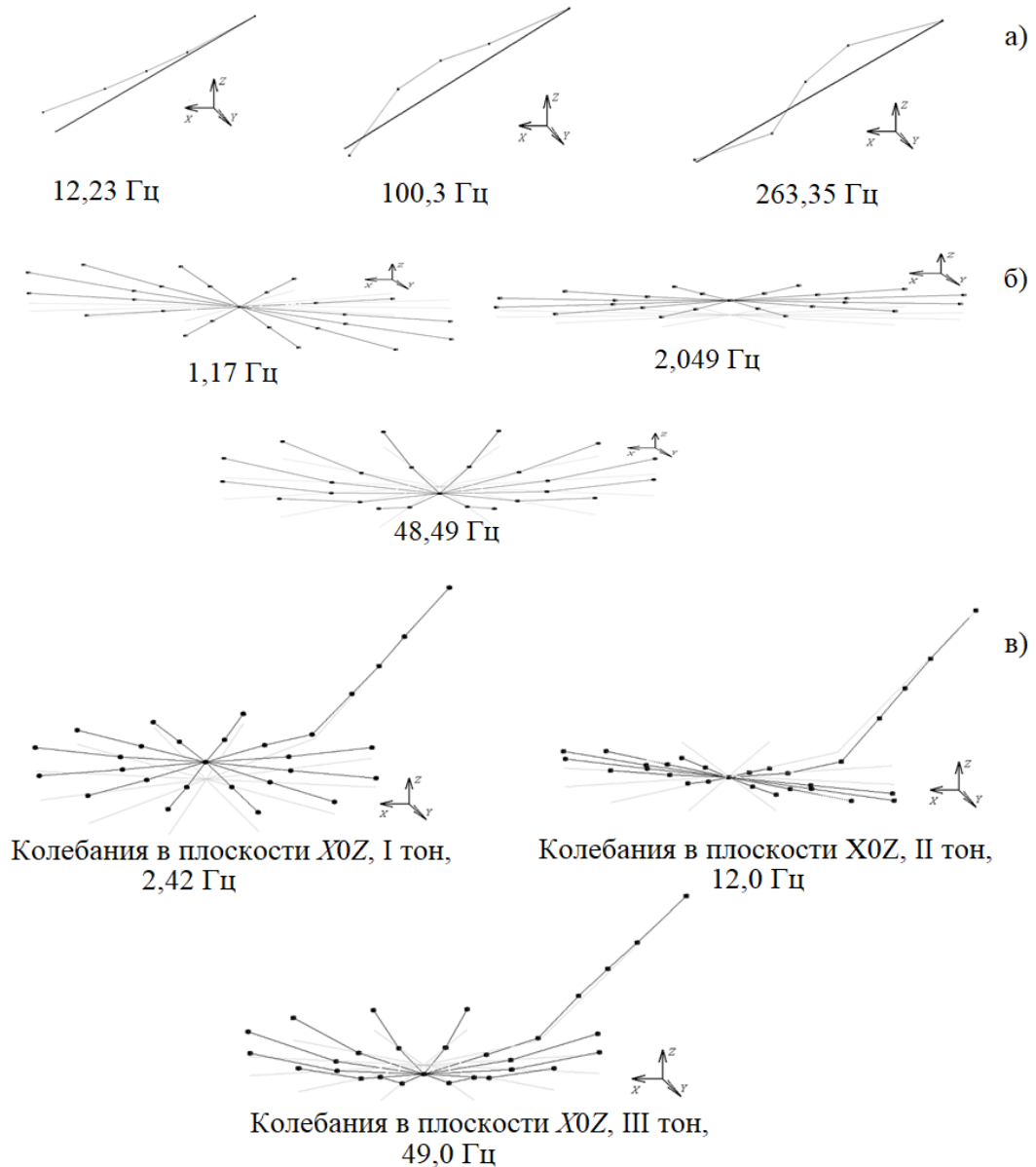


Рисунок 4.36 — Результаты модальных испытаний

Синтез моделей производился по условиям равенства перемещений и углов поворота штанги и рефлектора в местах их стыковки. Синтезированная расчетная модель макета имела 822 степени свободы. В таблице 4.11 представлены значения собственных частот ряда тонов колебаний, рассчитанные по синтезированной и исходной полноразмерной модели, а также их различие. Красным цветом выделены тона колебаний в плоскости  $X0Z$ .

После коррекции редуцированных расчетных моделей штанги и зонтичного каркаса вновь была синтезирована расчетная модель полной конструкции. В таблице 4.12 представлены собственные частоты трех низших тонов колебаний макета, погрешности определения которых не превышают 1%.

Таблица 4.11 — Собственные частоты тонов колебаний

Номер тона	Синтезированная модель, Гц	Полноразмерная модель, Гц	Разница, %
1	1,649	1,659	-0,585
2	2,409	2,166	12,991
3	4,517	4,666	-3,304
4	9,299	9,310	-0,118
5	12,306	12,127	1,455
6	27,016	26,937	0,291
25	37,980	37,980	0,000
26	50,704	50,588	0,230
27	84,893	85,135	-0,285

После коррекции редуцированных расчетных моделей штанги и зонтичного каркаса вновь была синтезирована расчетная модель полной конструкции. В таблице 4.12 представлены собственные частоты трех низших тонов колебаний макета, погрешности определения которых не превышают 1%.

Таблица 4.12 — Собственные частоты колебаний макета антенны

Полная конструкция. Частоты колебаний, Гц				
Расчетная модель	Синтезированная модель	Корректированная синтезированная модель	Эксперимент	Погрешность, %
2,166	2,409	2,402	2,42	0,74
12, 127	12,306	12,048	12,00	0,40
50, 588	50,704	49,177	49,00	0,36

Следующая задача заключалась в расчетно-экспериментальном определении собственных частот низших тонов колебаний и оценке погрешностей в частотах более высоких тонов. Перед решением этой задачи было сделано следующее:

- составлена более точная расчетная модель зонтичного каркаса и узла его стыковки со штангой;
- доработано крепление штанги к силовой колонне, в результате чего жесткость крепления значительно повысилась;

- сделана экспериментальная оценка фактической жесткости заделки штанги на силовой колонне. В расчетную модель введена реальная жесткость заделки, которая ниже идеальной;
- повторно проведены модальные испытания штанги, зонтичного каркаса и макета антенны в сборе.

Результаты модального анализа макета представлены в таблице 4.13.

Таблица 4.13 — Результаты модального анализа макета

№ тона	Расчет, Гц	Эксперимент, Гц	Разница, %	Погрешность, %		
				1 тон	2 тона	4 тона
1	1,76	1,73	-1,84	0,65	0,65	0,66
2	2,33	2,25	-3,88	3,73	2,68	2,76
3	5,38	5,22	-3,19	2,97	2,97	2,97
4	9,45	9,25	-2,13	1,76	1,76	1,78
5	12,25	11,98	-2,25	2,20	1,86	1,95
6	27,74	26,79	-3,55	3,43	3,42	3,45
7	28,25	27,22	-3,78	3,64	3,64	3,64
16	34,21	33,67	-1,62	1,08	1,08	1,14
18	37,65	36,36	-3,55	3,43	3,43	3,43
19	37,97	36,72	-3,40	3,29	3,28	3,29
20	38,55	37,22	-3,57	3,44	3,44	3,44
26	50,63	48,57	-4,24	4,07	4,02	4,12
27	78,23	79,70	1,83	-1,88	-1,88	-1,65
28	95,03	91,59	-3,77	3,64	3,50	4,81
29	99,33	98,43	-0,93	0,90	0,90	0,98
30	113,45	103,74	-9,37	8,56	8,56	8,57

По таблице 4.13 можно сделать следующие замечания и выводы:

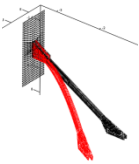
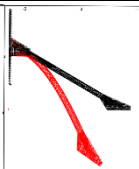
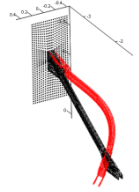
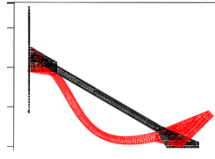
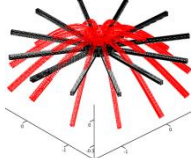
- расчетная модель с достаточной точностью описывает динамические характеристики макета антенны в широком диапазоне частот колебаний;
- в таблице отсутствуют данные для тонов № 8–15 и № 21–25, так как в этих группах находятся тона с близкими собственными частотами, экспериментальное определение которых представляет известные трудности;
- коррекция расчетных моделей позволяет снизить погрешности определения частот практически всех рассмотренных тонов колебаний. Число тонов в заголовках столбцов 5–7 означает количество учитываемых в коррекции модели собственных тонов колебаний штанги, причем увеличение этого количества не приводит к снижению погрешностей во всех собственных частотах колебаний.



Построение матрицы демпфирования синтезированной модели производится следующему алгоритму. Сначала рассчитываются матрицы демпфирования в физической системе координат для каждой составной части по данным, приведенным в таблице 4.14, по формуле:

$$H = (W^T)^{-1}[h]W^{-1}.$$

Таблица 4.14 — Экспериментальные обобщенные коэффициенты демпфирования

Составная часть	№ тона	Обобщенный коэффициент демпфирования, кг / с <sup>2</sup>	Форма колебаний
Штанга	1	284.794	
	2	312.395	
	3	176913.263	
	4	119928.611	
Зонтичный каркас	27	5386.35186	

На рисунке 4.37 показаны экспериментальные АЧХ и АЧХ, построенные по редуцированной расчетной модели штанги.

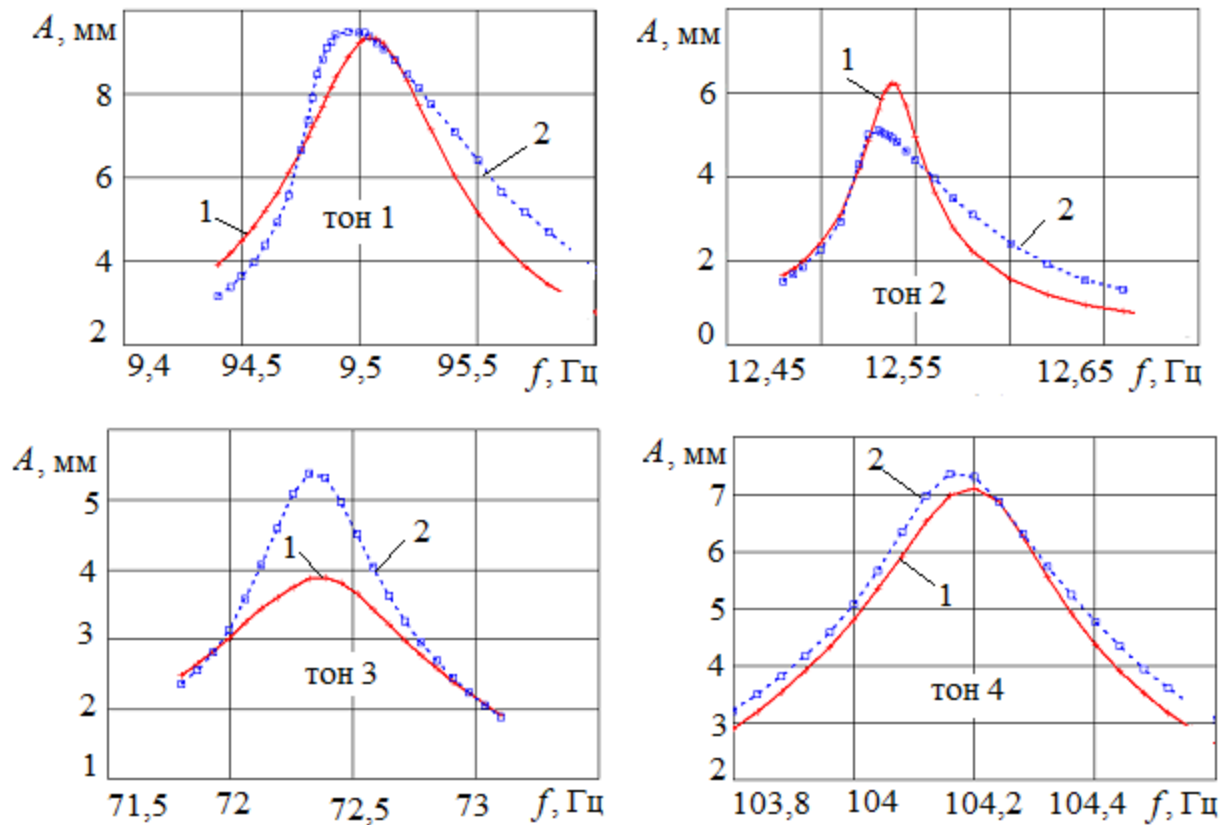


Рисунок 4.37 — АЧХ штанги: 1 – эксперимент, 2 – расчет

На следующем этапе производится ассемблирование полной модели конструкции, включая матрицу демпфирования, по принципу формирования глобальной матрицы жесткости в методе конечных элементов. В таблице 4.15 приведено сравнение рассчитанных обобщенных коэффициентов демпфирования для ассемблированной модели конструкции с экспериментальными данными.

Таблица 4.15 — Сравнение расчетных и экспериментальных обобщенных коэффициентов демпфирования для полной конструкции

№ тона	Обобщенный коэффициент демпфирования, $кг / с^2$		Погрешность, %
	Расчет	Эксперимент	
1	18.915	23.860	20.725
2	13.457	13.910	3.256
3	5.750	47.558	-
4	162.136	681.400	-

Из таблицы 4.15 следует, что разработанным в диссертации способом с приемлемой погрешностью удалось описать демпфирование только для первых двух тонов ко-

лебаний. Здесь необходимо отметить, что обобщенный коэффициент демпфирования для зонтичного каркаса удалось определить в эксперименте только для одного тона колебаний, показанного в таблице 4.15. Для остальных тонов он был принят равным нулю, поэтому расчетный коэффициент демпфирования для синтезированной модели ниже, чем экспериментальный. То есть в модели демпфирование колебаний осуществляется только за счет диссипативных свойств штанги. Напротив, низкую погрешность второго тона можно объяснить тем, что для тонов составных частей, вносящих наибольший вклад в колебания собранной конструкции по этому тону, имеются экспериментальные данные.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований позволили сделать следующие выводы:

1. Разработана расчетно-экспериментальная методика определения параметров собственных тонов колебаний КТК космического назначения. Методика состоит в том, что крупногабаритная конструкция разделяется на составные части, проводятся модальные испытания составных частей, по результатам испытаний корректируются расчетные модели составных частей, которые объединяются в глобальную расчетную модель конструкции в сборе. По глобальной расчетной модели определяются модальные параметры КТК.

2. Составлена программа модальных испытаний составных частей КТК. Изложена методика выявления диссипативных свойств конструкций по соотношениям между собственными и вынужденными монофазными колебаниями. Предложен способ определения обобщенных масс, жесткостей и коэффициентов демпфирования собственных тонов колебаний конструкций по амплитудно-частотным характеристикам. Показано, что способ отличается низкой чувствительностью к погрешностям измерения колебаний в процессе испытаний.

3. Создана экспериментальная установка для исследования влияния воздушной среды на собственные частоты и демпфирование колебаний составных частей КТК. Работоспособность установки продемонстрирована испытаниями макета панели солнечной батареи на воздухе и в вакуумной камере.

4. Проведены экспериментальные исследования влияния воздушной среды на демпфирование колебаний конструкций на масштабных моделях с учетом критерия Рейнольдса. Показало, что декременты колебаний, полученные на моделях, адекватно описывают демпфирование натурной конструкции. При этом испытания на воздухе заменялись испытаниями в других средах, включая жидкие.

5. Составлена классификация объектов модальных испытаний космического назначения с описанием методик и средств испытаний. Создана электромеханическая активная система компенсации веса испытываемых конструкций. Она позволяет компенсировать статические нагрузки; генерировать усилия, пропорциональные перемещениям, скоростям и ускорениям объекта испытаний; производить измерения реакции

объекта на прилагаемые усилия. Разработаны и изготовлены электродинамические вибраторы малой мощности для испытаний легких пространственных конструкций. Одним из достоинств системы компенсации веса и вибраторов является то, что они практически не оказывают влияния на динамические характеристики испытываемой конструкции.

6. На основе активной системы компенсации веса была создана комплексная система модальных испытаний КТК и разработан новый способ испытаний крупногабаритных нежестких конструкций. Комплексность системы заключается в том, что она позволяет вывесить КТК и компенсировать ее вес без вмешательства в динамические характеристики объекта испытаний, создавать и контролировать задаваемое вибрационное нагружение конструкции, измерять отклик изделия на приложенное воздействие. Эффективность системы подтверждена в испытаниях трансформируемого рефлектора антенны зонтичного типа диаметром 5 м.

7. Проведено тестирование методики модальных испытаний составных частей КТК в испытаниях рефлектора зонтичной антенны, электронасосного агрегата космического аппарата и планера самолета Су-30. Показано, что собственные частоты конструкций, определяемые по этой методике, отличаются от результатов испытаний методом фазового резонанса не более чем на 1%.

8. Для отработки расчетно-экспериментальной методики модального анализа КТК был изготовлен макет зонтичной антенны (диаметр рефлектора 3м, длина штанги 2,2м) и разработана его расчетная модель. Проведены модальные испытания составных частей макета – рефлектора и штанги – и макета в сборе. По результатам испытаний составных частей скорректированы их редуцированные расчетные модели, которые синтезированы в расчетную модель макета. Расчетные по синтезированной модели собственные частоты с высокой точностью оценивают экспериментальные собственные частоты 16-ти тонов колебаний макета. При этом расчетные характеристики демпфирования адекватно описывают диссипативные свойства только двух низших тонов колебаний.

### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы**

Дальнейшая разработка темы должна быть направлена на построение математических моделей узлов сочленения составных частей КТК и включение их в расчетную модель конструкций. Такие узлы имеют, как правило, нелинейности в характеристиках упругости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kennedy, C. C. Use of vectors in vibration measurement and analysis [Text] / C. C. Kennedy, C. D. P. Panu // J. Aero. Sci. — 1947. — 14(11). — P. 603–625.*
2. *Bishop, R. E. D. An Investigation into the Theory of Resonance Testing [Text] / R. E. D. Bishop, G. M. L. Gladwell // Phil. Trans. of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences. — 1963. — Series A, vol. 225. — P. 241–280.*
3. Завери, К. Анализ мод колебаний больших конструкций — системы с несколькими вибростендами [Текст] / К. Завери. — Bruel & Kjer, 1985. — 188 с.
4. Смыслов, В. И. Об экспериментальных способах исследования колебаний летательных аппаратов [Текст] / В. И. Смыслов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1217. — С. 3–63.
5. Смыслов, В. И. Исследование колебаний линейной системы при многоточечном возбуждении и автоматизации измерений [Текст] / В. И. Смыслов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1217. — С. 64–86.
6. Смыслов, В. И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций [Текст] / В. И. Смыслов // Уч. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1972. — Т. III, № 5. — С. 110–118.
7. *Ewins, D. J. Modal Testing: Theory and Practice [Text] / D. J. Ewins. — England : Research Studies Press Ltd, 1984. — 313 p. — ISBN 0 86380 017 3.*
8. Гроссман, Е. П. Курс вибраций частей самолёта [Текст] / Е. П. Гроссман. — М. : Оборонгиз, 1940. — С. 126–132.
9. Справочник авиаконструктора. Т. III. Прочность самолёта [Текст]. — М. : Издание ЦАГИ, 1939. — 654 с.
10. Резник, А. Л. Определение форм и частот собственных колебаний самолёта [Текст] / А. Л. Резник // Труды ЦАГИ. — 1948.
11. Зиченков, М. Ч. НИО-19 ЦАГИ — Отделение норм прочности, нагрузок и аэроупругости летательных аппаратов. 1963–2013 гг. [Текст] : сборник статей / Зиченков, М. Ч. (рук.) и др.. — М : Изд. отдел ЦАГИ, 2014. — 383 с.
12. Микишев, Г. Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович. — М. : Машиностроение, 1971, — 564 с.

13. Микишев, Г. Н. Оценка эффективности некоторых экспериментальных методов определения основных динамических характеристик упругих конструкций [Текст] / Г. Н. Микишев, Н. Д. Пронин, Ю. Ю. Швейко [и др.] // Исследования по теории сооружений. — М. : Стройиздат, 1970. — № 10. — С. 85–100.
14. *Clerc D. Methode de recherche des modes propres par calcul de l'excitation harmonique optimum d'apres les res les resultats bruts d'essais de vibrations [Text] / D. Clerc // Note technique : ONERA. — 1967. — No. 119. — 57 p.*
15. Васильев, К. И. Экспериментальное исследование упругих колебаний летательных аппаратов с помощью многоканального оборудования АВДИ-1Н [Текст] / К. И. Васильев, В. И. Смыслов, В. И. Ульянов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1975. — Вып. 1634. — С. 1–36.
16. *Traill-Nash, R. W. Experimental determination of the complete dynamical properties of a two-degree-of-freedom model having nearly coincident natural frequencies [Text] / R. W. Traill-Nash, G. Long, C. M. Bailey // J. Engineering Science. — 1967. — Vol. 9, no. 5. — P. 402–413.*
17. Шибанов, Р. А. Метод анализа результатов частотных испытаний [Текст] / Р. А. Шибанов // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1970. — Вып. 1188. — С. 14–25.
18. *Wittmeyer, H. Ein iteratives, experimentell-rechnerisches Verfahren zur Bestimmung der dynamischen Kenngrößen eines schwach gedämpften elastischen Körpers [Text] / H. Wittmeyer // Z. Flugwiss. — 1971. — Bd. 19, heft 6. — S. 229–241.*
19. *Wittmeyer, H. Eine «Orthogonalitätsmethode» zur Ermittlung der dynamischen Kennwerte eines elastischen Körpers aus seinem Standschwingungsversuch [Text] / H. Wittmeyer // Ing. Arch. — 1973. — Bd. 42, n. 2. — S. 104–116.*
20. Ушкалов, В. Ф. Использование модальных моделей при идентификации механических систем [Текст] / В. Ф. Ушкалов // Техническая кибернетика. — Киев : ИК АН УССР, 1971. — С. 82–87.
21. Лазарян, В. А. К вопросу идентификации некоторых линейных механических систем [Текст] / В. А. Лазарян, В. Ф. Ушкалов, С. Ф. Редько // Переходные режимы движения и колебания подвижного состава : тр. ДИИТа. — Днепропетровск, 1973. — Вып. 143. — С. 103–111.

22. Goyder, H. G. D. *Methods and application of structural modelling from measured structural frequency response data [Text] / H. G. D. Goyder // J. Sound and Vibr. — 1980. — Vol. 68, no. 2. — P. 209–230.*
23. Ewins, D. J. *A method for modal identification of lightly damped structures [Text] / D. J. Ewins, P. T. Gleeson // J. Sound and Vibr. — 1982. — Vol. 84, no. 1. — P. 57–79.*
24. Ибрахим, С. Р. Вычисление нормальных собственных форм колебаний по идентифицированным комплексным собственным формам [Текст] / С. Р. Ибрахим // *Аэрокосмическая техника.* — 1983. — Т. 1, № 11. — С. 93–99.
25. Ибрахим, С.Р. Построение динамических моделей конструкций по измеренным комплексным собственным формам колебаний [Текст] / С.Р. Ибрахим // *Аэрокосмическая техника.* — 1984. — Т. 2, № 2. — С. 153–158.
26. Карклэ, П. Г. О современных методиках наземных испытаний самолётов в аэроупругости [Текст] / П. Г. Карклэ, В. А. Малютин, О. С. Мамедов [и др.] // *Уч. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского, 2012, вып. 2708. — 34 с.*
27. Lewis, R. C. *A system for the excitation of pure natural modes of complex structure [Text] / R. C. Lewis, D. L. Wisley // J. of Aeronautical Sciences. — 1950. — Vol. 17, no. 11. — P. 705–723.*
28. Asher, G. W. *A Method of Normal Mode Excitation Utilizing Admittance Measurements [Text] / G. W. Asher // Proc. National Specialists Meeting on Dynamics and Aeroelasticity, Ft. Worth, Inst. Of Aeronautical Sciences. — 1958, — P. 69–76.*
29. Craig, R. R. *On Multiple Shaker Resonance Testing [Text] / R. R. Craig, Y. W. T. Su // AIAA Journal. — 1974. — Vol. 12, no. 7. — P. 924–931.*
30. Hallauer, W. L. *On the Distribution of Shaker Forces in Multiple-Shaker Modal Testing [Text] / W. L. Hallauer, J. F. Stafford // The Shock and Vibration Bulletin. — 1978. — Bill. 48, Path 1. — P. 49–63.*
31. Dat, R. *Determination des modes propres d'une structure par essai de vibration avec excitation non appropriée [Text] / R. Dat // Rech. Aerosp. — 1973. — No. 2. — P. 99–108.*
32. Dat, R. *Essais de vibration d'une structure comportant du frottement sec [Text] / R. Dat, R. Tretout, M. Lafont // Rech. Aerosp. — 1975. — No. 3. — P. 169–174.*
33. Бернс, В. А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний [Текст] / В. А. Бернс // *Научный вестник НГТУ.* — 2010. — № 3 (40). — С. 99–109.



34. Clerc, D. *Une method d'adaptation des forces d'excitation aux modes propres non amortis d'Une structure [Text] / D. Clerc // La Recherche Aeronautique. — 1962. — No. 87. — P. 55–58.*

35. Жаров, Е. А. Точность определения колебательных характеристик упругой конструкции при резонансных испытаниях с многоточечным возбуждением [Текст] / Е. А. Жаров, В. И. Смыслов // Уч. Записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. — 1976. — Т. 7, № 5. — С. 88–97.

36. Ушкалов, В. Ф. Об оценке погрешностей идентификации линейных механических систем алгебраическим способом [Текст] / В. Ф. Ушкалов // Прикладная механика. — 1974. — Т. 10, вып. 9. — С. 78–84.

37. Бернс, В. А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах [Текст] / В. А. Бернс // Контроль, диагностика. — 2011. — № 3 (153). — С. 12–16.

38. Бернс, В. А. Оценка точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных [Текст] / В. А. Бернс // Вестник СибГАУ. — 2010. — № 5 (31). — С. 208–212.

39. Бернс, В. А. Определение обобщённых масс собственных тонов колебаний конструкций по амплитудным значениям перемещений [Текст] / В. А. Бернс // Научный вестник НГТУ. — 2010. — № 4 (41). — С. 129–134.

40. Бернс, В. А. Использование рядов Фурье в обработке результатов резонансных испытаний [Текст] / В. А. Бернс, А. В. Долгополов // Научный вестник НГТУ. — 2010. — № 4 (41). — С. 135–139.

41. Бернс, В. А. Влияние системы упругого вывешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов [Текст] / В. А. Бернс, Е. П. Жуков, Д. А. Маринин [и др.] // Вестник СГАУ им. С. П. Королева, — 2016. — том 15, № 1. — С. 18–27.

42. Baruch, M. *Optimisation procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests [Text] / M. Baruch // AIAA Journal. — 1978. — Vol. 16, no. 11. — P. 1208–1210.*

43. Хейлен, В. Модальный анализ: теория и испытания [Текст] / В. Хейлен, С. Ламменс, П. Сас. — М.: ООО «Новатест», 2010. — 319 с.

44. Brillhart, R. *Advanced GVT Testing of the Gulfstream G650 [Text]* / R. Brillhart, K. Napolitano, L. Morgan [et al.] // *J. Sound and Vibr.* — 2011. — No. 8. — P. 6–9.
45. Pickrel, C. R. *A possible hybrid approach for modal testing of airplanes [Text]* / C. R. Pickrel // *Proceedings of the IMAC-XXVII, Orlando, FL; United States.* — 2009. — 9 p.
46. Pickrel, C. R. *Airplane Ground Vibration Testing — Nominal Modal Model Correlation [Text]* / C. R. Pickrel // *J. Sound and Vibr.* — 2002. — No. 11. — P. 18–23.
47. Peter, A. *Modal Parameter Estimation for Large, Complicated MIMO Tests [Text]* / A. Peter, R. Singhal, B. Peeters [et al.] // *J. Sound and Vibr.* — 2006. — No. 1. — P. 14–20.
48. Allemang, R. J. *The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse [Text]* / R. J. Allemang // *Journal of Sound and Vibration.* — 2003. — Vol. 37, no. 8. — P. 14–21.
49. Peeters, B. *The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation [Text]* / B. Peeters, V. A. Herman // *Shock and Vibration.* — 2004. — No. 11. — P. 395–409.
50. *A Review of Experimental Modal Analysis Methods with respect to their Applicability to Test Data of Large Aircraft Structures [Text]* / Böswald M., D. Göge, U. Fullekrug [et al.] // *Proc. of ISMA International Conference on Noise & Vibration Engineering Leuven, Belgium.* — 2006. — P. 2461–2481.
51. Allemang, R. J. *Techniques for Evaluation of Modal Vector Contamination [Text]* / R. J. Allemang, A. W. Phillips // *Journal of Sound and Vibration.* — 2015. — No. 49(1). — P. 8–11.
52. *Solar Impulse — How to validate the numerical model of a superlight aircraft with A340 dimensions! [Text]* / M. Böswald, Y. Govers, A. Vollan [et al.] // *Proceedings of ISMA2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010, Leuven, Belgium.* — 2010. — P. 2451–2466.
53. Peres, M. A. *Practical Aspects of Shaker Measurements for Modal Testing [Text]* / M. A. Peres, R. W. Bono, D. L. Brown // *Proceedings of ISMA2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD2010, Leuven, Belgium.* — 2010. — P. 2539–2550.
54. Зимин, В. Н. Разработка методов анализа динамики и оценки работоспособности раскрывающихся крупногабаритных космических конструкций ферменного типа: дис-

сертация на соискание ученой степени д.т.н.: 01.02.06, 05.07.02 [Текст] / Зимин Владимир Николаевич. — М., : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. — 309 с.

55. Нарижный, А. Г. Исследование аэроупругой устойчивости летательного аппарата крестообразной схемы [Текст] / А. Г. Нарижный, В. И. Смыслов, В. И. Сычев // Уч. Записки ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского. — 2013. — Т. XLIV, № 6. — С. 116–134.

56. *Pickrel, C. R. New concepts in aircraft ground vibration testing [Text] / C. R. Pickrel, G. C. Foss, A. Phillips [et al.] // J. Sound and Vibr. — 2006. — No. 10. — P. 12–18.*

57. Аминов, В.Р. Определение влияния воздушной среды на колебания космической конструкции при наземных испытаниях [Текст] / В.Р. Аминов // Космические исследования. — 1999. — Т. 37, — №5. С. 532–537.

58. Аминов, В.Р. К учету влияния воздушной среды на колебания космической конструкции при наземных испытаниях [Текст] / В.Р. Аминов // Космические исследования. — 2000. — Т. 38. №4. — С. 443–448.

59. Бужинский, В.А. Колебания тел с острыми кромками в несжимаемой маловязкой жидкости и некоторые задачи гидродинамики космических аппаратов. [Текст] : дис. д-ра физ-мат. наук : 01.02.05 / Бужинский Валерий Алексеевич. . — Королев, 2003. — 280 с.

60. Межин, В.С. Оценка влияния воздушной среды на резонансные частоты и коэффициенты демпфирования солнечных батарей космических аппаратов, регистрируемые в наземных модальных испытаниях [Текст] / В.С. Межин, Б.П. Притыковский, А.В. Авершьева // Космическая техника и технологии. — 2015. — № 2 (9). — С. 75-81.

61. *Gaspar, James L. Sail Away [Text] / James L. Gaspar // LM INFO Special Issue — 2006 — N. 2. — P.4-7*

62. Белоцерковский, С.М. Крыло в нестационарном потоке газа [Текст] / С.М. Белоцерковский, Б.К. Скрипач, В.Г. Табачников. — М. : Наука, 1971. — 768 с.

63. *Allen, B. An Inertially Referenced Noncontact Sensor for Ground Vibration Tests [Text] / B. Allen, C. Harris, D. J. Lange // Sound and Vibr. — 2010. — N. 11. — P. 13–15.*

64. *Mikhail, E. Introduction to Modern Photogrammetry [Text] / E. Mikhail, J. Bethel, J. McGlone // John Wiley & Sons . — 2001.*

65. *Pappa, R. S. Photogrammetry of a 5m Inflatable Space Antenna With Consumer Digital Cameras [Text] / R. S. Pappa, L. R. Giersch, J. M. Quagliaroli // Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference. — 2001.*

66. Shih, C. Y. *Photogrammetry Technique for 3-D Model Extraction Processing of a Wind Tunnel Test Video Data [Text]* / C. Y. Shih, W. Lo // *Proceedings of the 23rd International Modal Analysis Conference, Orlando.* — 2005.

67. Black, J. T. *Videogrammetry Using Projected Circular Targets: Proof-of-Concept Test [Text]* / J. T. Black, R. S. Pappa, // *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference, Orlando.* — 2003.

68. Helfrick, M. N. *3D Digital Image Correlation Methods for Full-field Vibration Measurement. [Text]* / Helfrick, M. N., Niezreck, C., Avitabile, P., [et al.]. // *Proceedings of the 26th International Modal Analysis Conference, Orlando.* — 2008.

69. Schmidt, T. *Dynamic Strain Measurement Using Advanced 3D Photogrammetry. [Text]* / Schmidt, T., Tyson, J. Galanulis, K. // *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference.* — 2003.

70. Schmidt, T. *Performance Verification of 3D Image Correlation Using Digital High-Speed Cameras. [Text]* / Schmidt, T., Tyson, J., Revilock, Jr., D. M., Padula II, [et al.]. // *Proceedings of 2005 SEM Conference, Portland.* — 2005.

71. Stanbridge, A. B. *Using a Continuously-Scanning Laser Doppler Vibrometer for Modal Testing," [Text]* / A. B. Stanbridge, D. J. Ewins // *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference.* — 1996.

72. Stanbridge, A. B. *Modal testing using a scanning laser Doppler vibrometer," [Text]* / A. B. Stanbridge, D. J. Ewins // *Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 13.* — 1999.

73. Межин, В. С. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники [Текст] / В. С. Межин, В. В. Обухов // *Космическая техника и технологии.* — 2014. — № 1 (4). — С. 86–91.

74. Зимин, В. Н. Экспериментальное определение динамических характеристик крупногабаритных трансформируемых космических конструкций [Текст] / В. Н. Зимин // *Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Машиностроение».* — 2011. — № 1. — С. 47–56.

75. Бернс, В. А. Проблемы экспериментального модального анализа при возбуждении конструкции ограниченным числом сил [Текст] / В. А. Бернс, Е. А. Лысенко // *Научный вестник НГТУ.* — 2013. — №1 (50). — С. 105–111.

76. Бернс, В. А. Исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики элемента солнечной батареи [Текст] / В. А. Бернс, В. Н. Лушин, Д. А. Маринин, О. Д. Морозов, А. В. Долгополов // Научный вестник НГТУ. — 2014. — № 1(54). — С. 159–164.

77. Бернс, В.А. Модальный анализ конструкций по результатам испытаний их составных частей [Текст] / В.А. Бернс, А.В. Долгополов, Д.А. Маринин // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. — 2014. — № 1(22). — С. 33–41.

78. Бернс, В.А. Методология расчётно-экспериментального модального анализа крупногабаритных трансформируемых конструкций [Текст] / В.А. Бернс, В.Н. Лушин, Д.А. Маринин, Е.П. Жуков // Решетнёвские чтения. Материалы XX Юбилейной Международной научно-практической конференции. — Красноярск, — 2016. — С. 84–85.

79. Бернс, В.А. Разработка расчётно-экспериментального метода модального анализа крупногабаритных трансформируемых космических конструкций [Текст] / В.А. Бернс, В.Е. Левин, Д.А. Красноруцкий, Д.А. Маринин, Е.П. Жуков, В.В. Маленкова, П.А. Лакиза // Космические аппараты и технологии. — 2018. — Т. 2, — № 3. — С. 125-133.

80. Халиманович, В. И. Проблемы экспериментального модального анализа крупногабаритных трансформируемых космических конструкций [Текст] / В. И. Халиманович, В. А. Бернс, Д. А. Красноруцкий, В. Н. Лушин, Д. А. Маринин // материалы XXIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (11–15 нояб. 2019, г. Красноярск) : в 2 ч. под общ. ред. Ю. Ю. Логинова. — Красноярск : СибГУ им. М. Ф. Решетнева, 2019. — Ч. 1. — С. 151–153. — Режим доступа: <https://reshetnev.sibsau.ru/page/materialykonferentsii>. — Загл. с экрана.

81. Бернс, В. А. Расчётно-экспериментальный метод модального анализа крупногабаритных трансформируемых конструкций [Текст] / В. А. Бернс, Д. А. Красноруцкий, П. А. Лакиза, Д. А. Маринин, Е. П. Жуков // материалы XXIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (11–15 нояб. 2019, г. Красноярск) : в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова. — Красноярск : СибГУ им. М. Ф. Решетнева, 2019. — Ч. 1. — С. 82–83. — Режим доступа: <https://reshetnev.sibsau.ru/page/materialykonferentsii>. — Загл. с экрана.

82. Бернс, В.А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний [Текст] / В.А. Бернс // Научный вестник НГТУ. — 2010. — № 3 (40). — С. 99–109.

83. Бернс, В.А. Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов на основе монофазных колебаний [Текст] / В.А. Бернс, Е.П. Жуков, Д.А. Маринин, В.В. Маленкова // Известия Самарского научного центра РАН. — 2018. — Т. 20, — № 4. — С. 43–54.

84. В.А. Бернс, В.А. Экспериментальный модальный анализ летательных аппаратов с использованием свойств монофазных колебаний [Текст] / В.А. Бернс, Е.П. Жуков, В.В. Маленкова, Д.А. Маринин // Материалы XXIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова. — М. : ООО «ТРП», — 2018. — Т. 1. — С. 47–49.

85. Бернс, В.А. Построение матрицы демпфирования конструкции по результатам испытаний [Текст] / В.А. Бернс, Е.П. Жуков, Д.А. Маринин // Матер. XIX Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева — Красноярск, — 2015. — С. 71–72.

86. Бернс, В.А. Построение расчетных моделей динамических систем по результатам испытаний [Текст] / В.А. Бернс // Известия ТПУ. — 2011. — Т. 318, № 2. — С. 15–20.

87. Бернс, В.А. Диагностика и контроль технического состояния самолетов по результатам резонансных испытаний : монография / В.А. Бернс. — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. — 272 с.

88. Бернс, В.А. Определение обобщенных масс собственных тонов колебаний конструкций по амплитудным значениям перемещений [Текст] / В. А. Бернс // Научный вестник НГТУ. — 2010. — № 4 (41). — С. 129–134.

89. Бернс, В.А. Определение параметров собственных тонов колебаний по амплитудно-частотным характеристикам конструкций [Текст] / В.А. Бернс, Е.П. Жуков, В.В. Маленкова, Д.А. Маринин // «Наука Промышленность Оборона». Труды XVIII Всероссийской научно-технической конференции — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. — Том 1. — С. 81–85.

90. Жуков, Е. П. Способ идентификации параметров собственных тонов колебаний по результатам модальных испытаний [Текст] / Е.П. Жуков, В.В. Маленкова, Д.А. Мари-

нин, В.А. Бернс // «XIV Королёвские чтения». Сборник трудов. — Самара : Изд-во Самарского университета, 2017. — Том 1. — С. 94–95.

91. Бернс, В.А. Метод экспериментального определения параметров собственных тонов колебаний конструкций [Текст] / В.А. Бернс, Е.П. Жуков, Д.А. Маринин, В.В. Маленкова // «Решетнёвские чтения». Материалы XXI Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева — Красноярск, 2017. — Ч. 1. — С. 87–88. — Режим доступа: <https://re-shetnev.sibsau.ru/page/materialykonferentsii>.

92. Allen, M. *Comparison of FRF and Modal Methods for Combining Experimental and Analytical Substructures* [Text] / M. Allen, R. Mayes // *Journal of Sound and Vibration*. — 2008. — P. 310–324.

93. Allen, M. *Experimental modal substructuring to couple and uncouple substructures with flexible fixtures and multi-point connections* [Text] / M. Allen, R. Mayes, E. Bergman // *Journal of Sound and Vibration*. — 2010. — No. 329. — P. 4891–4906.

94. Herting, D. N. *A General Purpose, Multi-stage, Component Modal Synthesis Method* [Text] / D. N. Herting // *Finite Elements in Analysis and Design*. — 1985. — Vol 1. — P. 153–164.

95. Craig, R.R. *Coupling of substructures for dynamic analysis* [Text] / R.R. Jr. Craig, M.C.C. Bampton // *AIAA Journal*. — 1968. — Vol. 6. — № 7. — P. 1313–1319.

96. Craig R.R. Jr. *Coupling of substructures for dynamic analysis: an overview* [Text] / R.R. Jr. Craig // *AIAA DynamicsSpecialistsConference*. — Atlanta, — 2000.

97. Jang, J. *Model updating of a full-scale FE model with nonlinear constraint equations and sensitivity-based cluster analysis for updating parameters* [Text] / J. Jang, A. Smyth // *Mechanical Systems and Signal Processing*. — 2017. — No. 83. — P. 337–355.

98. Bakir, P., Reynders E., Roeck B. *Sensitivity-based finite element model updating using constrained optimization with a trust region algorithm* [Text] / P. Bakir, E. Reynders, B. Roeck // *Journal of Sound and Vibration*. — 2007. — No. 305. — P. 211–225.

99. Yu, J. *Element-by-element model updating of large-scale structures based on component mode synthesis method* [Text] / J. Yu, Y. Xia, W Lin, X Zhou // *Journal of Sound and Vibration*. — 2016. — No. 362. — P. 72–84.

100. Sarsri, D. *Dynamic analysis of large structures with uncertain parameters based on coupling component mode synthesis and perturbation method [Text]* / D. Sarsri, L. Azrar // *Ain Shams Engineering Journal*. — 2016. — No. 7. — P. 371–381.
101. Wang, T. *A model-updating approach based on the component mode synthesis method and perturbation analysis [Text]* / T. Wang, H. He, W. Yan, G.P. Chen // *Journal of Sound and Vibration*. — 2018. — No. 433. — P. 349–365.
102. Межин, В.С. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники [Текст] / В.С. Межин, В.В. Обухов // *Космическая техника и технологии*. — 2014. — № 1 (4). — С. 86-91.
103. Дружинин, Э.И. Корректировка аналитических моделей космических конструкций по данным их состояния в условиях реальной эксплуатации [Текст] / Э.И. Дружинин // *Сборник трудов Юбилейной XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. Санкт-Петербург, — 2008. — С. 207-208.
104. Писаренко, Г.С. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем [Текст] / Г.С. Писаренко, В.В. Матвеев, А.П. Яковлев // *Киев : Наукова думка*, — 1976. 88 с.
105. Максимов, П.В. О способе задания диссипативных характеристик динамической *mems*-системы [Текст] / П.В. Максимов // *Научные труды SWorld*. — 2012. — Т. 3. — № 2. — С. 37-39.
106. Варламов, А.В. Модель неоднородного упруго-вязко-пластического тела в описании наследственных и диссипативных свойств [Текст] / А.В. Варламов, В.М. Гречишников, Н.Х. Варламова, М.П. Дудин // *Вестник СамГУПС*. — 2011. — № 1. — С. 165-169.
107. Дмитриев, С.Н. Коррекция матрицы демпфирования с использованием экспериментальных значений коэффициентов модального демпфирования [Текст] / С.Н. Дмитриев, Р.К. Хамидуллин // *Инженерный журнал: наука и инновации*. — 2013. — № 3 (15). — 12 с.
108. Клебанов, Я.М. Определение оптимальных характеристик демпфирования для уточнения конечно-элементной модели изделия при моделировании виброиспытаний [Текст] / Я.М. Клебанов, В.А. Бруяка, М.А. Вавилов // *Труды девятой Всероссий-*



ской научной конференции с международным участием. Математическое моделирование и краевые задачи. Самара, — 2013. — С. 90-94.

109. Бернс, В.А. Идентификация диссипативных свойств конструкций по результатам экспериментального модального анализа [Текст] / В. А. Бернс, Е. П. Жуков, Д. А. Маринин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2016. — №4. — С. 4–23.

110. Исследования влияния воздушной среды на динамические характеристики элемента солнечной батареи [Текст] / В.А. Бернс, В.Н. Лушин, Д.А. Маринин, О.Д. Морозов, А.В. Долгополов // Научный вестник НГТУ. — 2014. № 1(54). — С. 159–164.

111. Пат. 2561829 Российская Федерация, МПК G01M10/00, G01M9/06. Способ и устройство для определения аэродинамических характеристик летательного аппарата [Текст] / Жаботинский А.Д., Кабанов Ю.П., Пегов В.И., Хлыбов В.И. — № 2013139207/28 ; заявл. 08.22.13 ; опубл. 09.10.15, Бюл. № 25.

112. Ланцош, К. Практические методы прикладного анализа [Текст] / К Ланцош. — М. : Физмтгиз. — 1961. — 524 с.

113. Седов, Л.И. Методы подобия и размерности в механике [Текст] / Л.И. Седов. — М.: Наука, 1977 — 440 с.

114. Камалутдинов А.М. Теретико-экспериментальное исследование аэродинамических свойств колеблющейся пластины: дис. к-та физ-мат. наук. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (приволжский) федеральный университет», Казань, 2017. — 142 с.

115. Присекин, В.Л. Моделирование затухающих колебаний пластинки в вязкой жидкости [Текст] / Присекин В.Л., Бернс В.А., Лушин В.Н., Маринин Д.А.// Научный вестник НГТУ. — 2014. № 4 (57). — С. 155–166.

116. *Graham, J. M. R. The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers [Text] / J. M. R. Graham // Journal of Fluid Mechanics. — 1980. — Vol. 97, no. 02. — P. 331–346.*

117. *Keulegan, G. H. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid [Text] / G. H. Keulegan, L. H. Carpenter // Journal of Research of National Bureau of Standards. — 1958. — Vol. 60, no. 5. — P. 423–440.*

118. Дэссинг, О. Испытания конструкций. Часть 1. Измерения механической подвижности [Текст] / О. Дэссинг // Брюль и Кьер — Январь 1989г.

119. Дэссинг, О. Испытания конструкций. Часть 2. Анализ мод колебаний и моделирование [Текст] / О. Дэссинг // Брюль и Къер — Январь 1989г.
120. Алюкаев, П.З. Экспериментальное определение частоты первых тонов колебаний в поперечных направлениях парной полезной нагрузки [Текст] / П. З. Алюкаев, Д. А. Маринин, Е.А. Лысенко, В.Б. Дрыжак, Н.В. Матюха // Труды Всероссийской научно-технической конференции «Наука, промышленность, оборона» посвященная 50-летию полёта Ю.А. Гагарина. — Новосибирск, — 2011. — С.9-11.
121. Микишев, Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов [Текст] / Г.Н. Микишев // М.: Машиностроение, — 1978. — 248 с.
122. Пат. 2677942 Российская Федерация, МПК В64G 7/00. Способ обезвешивания и возбуждения колебаний при модальных испытаниях и устройство для его осуществления [Текст] / Дрыжак В.Б., Верхогляд А.Г., Емельянов Э.Л., Макаров С.Н., Маринин Д.А., Матюха Н.В. — № 2017131664 ; заявл. 17.03.17 ; опубл. 22.01.19, Бюл. № 26.
123. Пат. 2662255 Российская Федерация, МПК G01M 7/06 Способ проведения модальных испытаний многосегментных нежестких конструкций [Текст] / Дрыжак В.Б., Верхогляд А.Г., Емельянов Э.Л., Макаров С.Н., Маринин Д.А., Матюха Н.В. — № 2017131664; заявл. 08.09.17 ; опубл. 25.07.18, Бюл. № 21.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
**АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**  
**В КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ НАУЧНОГО**  
**ПРИБОРОСТРОЕНИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ**  
**АКАДЕМИИ НАУК**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

*Конструкторско-технологический  
 институт научного приборостроения  
 Сибирского отделения  
 Российской академии наук  
 (КТИ НП СО РАН)*

630058, г. Новосибирск-58, ул. Русская 41  
 Тел. (383)306-58-95 Факс: (383)306-58-69  
 E-mail: [info@tdisie.nsc.ru](mailto:info@tdisie.nsc.ru)  
 ОКПО 03534044, ОГРН 1025403643660  
 ИНН/ КПП 5408105376/540801001

№ 15322

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

о внедрении методик

АКТ

КТИ НП СО РАН подтверждает, что методики, разработанные в диссертации Маринина Д.А. «Разработка методик и средств модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых космических конструкций», использованы при разработке и изготовлении опытного образца системы обезвешивания для проведения модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых конструкций.

При этом в ходе испытаний вышеуказанной системы получен технический эффект, заключающийся в повышении качества и достоверности модальных испытаний раскрываемых конструкций космических аппаратов.

И.о. директора КТИ НП СО РАН к.ф.-м.н.

И.Н. Куропятник

Исп.  
Тел.



**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
**АКТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**  
**В АО «ВОЕННО-ПРОМЫШЛЕННАЯ КОРПОРАЦИЯ**  
**«НПО МАШИНОСТРОЕНИЯ»**

**УТВЕРЖДАЮ**



Зам. Генерального директора,  
 зам. Генерального конструктора  
 АО «ВПК «НПО машиностроения»

\_\_\_\_\_ П.А. Широков  
 " 26 " февраля 2020 г.

**АКТ**

Об использовании результатов диссертационной работы Маринина Д.А.  
 "Разработка методик и средств модальных испытаний крупногабаритных  
 трансформируемых космических конструкций"  
 в АО "ВПК "НПО машиностроения"

АО «ВПК «НПО машиностроения» подтверждает, что методики, разработанные в диссертации Маринина Д.А. «Разработка методик и средств модальных испытаний крупногабаритных трансформируемых космических конструкций», использованы на этапах разработки составной части опытно-конструкторской работы «Разработка эскизного проекта на создание батареи солнечной, привода и автоматики управления для КА «Кондор-ФКА-М» и вошли в раздел «Наземная экспериментальная отработка».

Выпущенная документация подтверждает возможность проведения испытаний по определению динамических характеристик крыла солнечной батареи для КА в рабочей (орбитальной) конфигурации с имитацией условий невесомости в наземных лабораторных условиях.

Главный конструктор по направлению

А.Н. Рабочий

Начальник отделения тепловибропрочности

А.В. Бобров

Начальник научно-исследовательского отдела

А.С. Федюшкин