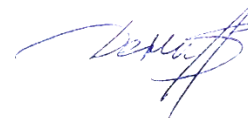


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Бабицкий Денис Юрьевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДОБАВОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
МОМЕНТОВ И РАДИАЛЬНЫХ СИЛ
В МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ
С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ**

Специальность: 2.4.2 – Электротехнические комплексы и системы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Шевченко Александр Федорович

Новосибирск – 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ДРОБНЫХ ЗУБЦОВЫХ ОБМОТОК И ОБЗОР СПОСОБОВ ЕГО УЛУЧШЕНИЯ	12
1.1 Общая характеристика синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами	12
1.2 Особенности гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток	15
1.3 Текущее состояние исследований об улучшении гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток.....	18
1.3.1 Введение «магнитных барьеров» в конструкцию статора	18
1.3.2 Увеличение числа слоев обмотки	22
1.3.3 Питание дробной зубцовой обмотки от нескольких независимых источников	22
1.3.4 Построение обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах	25
Выводы по первой главе.....	27
ГЛАВА 2 АНАЛИЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА В МАШИНАХ С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ И ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ.....	28
2.1 Описание создания момента в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами	28
2.2 Образование момента при гладком немагнитном зазоре	36
2.3 Образование момента при односторонней зубчатости со стороны статора.....	41
Выводы по второй главе.....	52

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ В МАШИНАХ С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ И ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ..... 54

3.1 Радиальные электромагнитные силы в электрических машинах 54

3.2 Описание создания электромагнитных радиальных сил в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами..... 56

3.3 Образование электромагнитных радиальных сил низкого порядка при гладком немагнитном зазоре..... 60

3.4 Образование радиальных сил низкого порядка при односторонней зубчатости со стороны статора 68

3.4.1 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии магнитодвижущей силы обмотки и переменной магнитной проводимости 76

3.4.2 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии магнитодвижущей силы магнитов и переменной магнитной проводимости 81

3.4.3 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии результирующей магнитодвижущей силы и переменной магнитной проводимости..... 86

Выводы по третьей главе..... 88

ГЛАВА 4 СРАВНИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОСОБОВ УЛУЧШЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКИ..... 91

4.1 Описание расчетной модели 91

4.2 Описание критериев сравнения и методики их расчета 101

4.2.1 Гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре.. 101

4.2.2 Обмоточный коэффициент рабочей гармоники 103

4.2.3 Пульсации момента..... 106

4.2.4 Низкочастотная составляющая радиальной силы 108

4.2.5 Пульсации магнитной индукции в объеме постоянных магнитов .. 108

4.2.6 Индуктивность обмотки статора по продольной и поперечным осям	111
4.3 Сравнение результатов	113
Выводы по четвертой главе.....	118
ГЛАВА 5 АНАЛИЗ МАСШТАБИРУЕМОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СПОСОБА ВЫПОЛНЕНИЯ ДРОБНЫХ ЗУБЦОВЫХ ОБМОТОК ИЗ ДВУХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ И УЛОЖЕННЫХ В ОТДЕЛЬНЫХ ПАЗАХ	120
5.1 Постановка задачи	120
5.2 Магнитодвижущие силы сдвинутых зубцовых контуров	122
5.3 Магнитодвижущие силы фазной зоны	124
5.4 Магнитодвижущие силы трехфазной обмотки.....	125
5.5 Рекомендации по выбору величины угла сдвига между элементарными обмотками	130
Выводы по пятой главе.....	135
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	137
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	141
ПРИЛОЖЕНИЕ А Патент на полезную модель	153
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт об использовании результатов диссертационной работы в учебном процессе	154

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Возможность применения синхронных электрических машин, в которых возбуждение обеспечивается за счет магнитного поля постоянных магнитов (ПМ), известна достаточно давно. Среди преимуществ данного класса машин стоит выделить: бесконтактность, простоту конструкции, отсутствие электрических потерь на возбуждение. В настоящее время данные машины нашли широкое применение в различных областях техники, включая силовые электроприводы, станкостроение, электротранспортные системы, ветроэнергетические установки, а также бытовые электроприборы.

В качестве отдельного подкласса следует выделить электрические машины с постоянными магнитами, выполненные на основе дробных зубцовых обмоток (ДЗО), имеющих число пазов на полюс и фазу $q < 1$. Особенностью такого класса обмоток является ее конструктивное исполнение: каждая катушка охватывает только один зубец, что позволяет уменьшить аксиальную длину электрической машины, а также снизить электрические потери в сравнении классическими обмотками за счет коротких лобовых частей.

Негативным фактором ДЗО является образование ими широкого спектра нерабочих гармоник магнитодвижущей силы (МДС). Нерабочие гармоники не участвуют в преобразовании энергии, но вызывают ряд негативных эффектов, включая: формирование добавочных электромагнитных моментов; возбуждение вихревых токов в объеме постоянных магнитов; дополнительные магнитные потери в магнитопроводе; возникновение радиальных сил, приводящих к магнитным вибрациям и шуму; повышенный уровень дифференциального рассеяния.

Расширение общей теории электрических машин с ДЗО и исследование способов улучшения гармонического состава создаваемой ими МДС остаются актуальной научной задачей. Решение этой проблемы позволит не только повысить эффективность таких машин за счет минимизации их недостатков, но и

расширит сферу применения, открывая новые возможности для использования в современных энергетических системах.

Работа выполнялась в рамках программы НИОКР НГТУ (№ С21-25 «Анализ современных методов улучшения гармонического состава магнитного поля в электрических машинах с дробными зубцовыми обмотками»; № С23-15 «Анализ добавочных электромагнитных сил в электрических машинах с дробными зубцовыми обмотками с магнитоэлектрическим возбуждением»).

Степень разработанности темы исследования

Значительный вклад в теорию применения постоянных магнитов в электрических машинах внесли отечественные ученые А. Н. Ларионов, В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев, А. Н. Ледовский, Я. Б. Данилевич, Д. А. Бут. Однако на момент публикации работ этих исследователей электрические машины с постоянными магнитами не получили массового распространения.

Существенному развитию класса электрических машин, выполненных на основе ДЗО, способствовали работы А. Ф. Шевченко. Им разработаны методы построения и проанализированы особенности устройства симметричных многофазных ДЗО, показан принцип действия электромеханических преобразователей энергии с такими обмотками, рассмотрена возможность их применения. А. Ф. Шевченко установил, что ДЗО создают МДС, в пространственном гармоническом составе которой можно выделить две гармоники, обладающие высокой амплитудой, каждая из которых может быть выбрана в качестве рабочей. Кроме того, было показано, что такие обмотки создают широкий спектр пространственных нерабочих гармоник: имеют место как гармонические составляющие низких порядков, так и высшие гармонические составляющие.

Широкое внедрение электрических машин с ДЗО и ПМ привело к активной разработке различных способов снижения или устранения указанных гармоник с целью минимизации возникающих негативных эффектов. Однако текущие исследования в этой области ограничиваются анализом отдельных вариантов ДЗО и не оценивают возможность применения разработанных подходов к другим

типам обмоток. Таким образом, остается неясной эффективность применения описанных подходов для распространения на весь класс ДЗО.

Объектом исследования являются синхронные электрические машины с ДЗО и ПМ.

Предметом исследования является пространственный гармонический состав МДС ДЗО и его влияние на нежелательные добавочные электромагнитные моменты и электромагнитные радиальные силы.

Целью работы является разработка научно обоснованных подходов к снижению нежелательных добавочных электромагнитных моментов и электромагнитных радиальных сил в синхронных электрических машинах с ДЗО и ПМ.

Задачи работы

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи:

1. Установить аналитические зависимости, определяющие условия возникновения пульсаций электромагнитного момента в синхронных машинах с ДЗО и возбуждением от ПМ.
2. Установить аналитические соотношения и выявить условия возникновения радиальных сил магнитного происхождения в машинах с ДЗО и возбуждением от ПМ.
3. Провести сравнительное моделирование и многокритериальную оценку эффективности различных способов улучшения гармонического состава МДС ДЗО для определения наиболее рационального подхода.
4. Сформировать научно обоснованные рекомендации по распространению наиболее эффективного способа улучшения гармонического состава МДС для его использования в широком классе электрических машин с ДЗО и ПМ.

Научная новизна основных результатов диссертационной работы заключается в следующем:

1. Описан механизм возникновения пульсаций электромагнитного момента в машинах с ДЗО и ПМ, обусловленный электромагнитным

взаимодействием МДС ДЗО, МДС поля ПМ и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора, что позволяет определить номера пространственных гармоник этих функций, участвующих в создании пульсаций.

2. Описан механизм возникновения низкочастотных составляющих радиальных электромагнитных сил, приводящих к магнитным вибрациям, в машинах с ДЗО и ПМ, обусловленный электромагнитным взаимодействием МДС ДЗО, МДС поля ПМ и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора, что позволяет определить номера пространственных гармоник этих функций, участвующих в создании таких сил.

3. На основе результатов сравнительного моделирования и комплекса критериев определено преимущество подхода, основанного на выполнении ДЗО в виде двух элементарных обмоток, уложенных в отдельных пазах, и обеспечивающего наибольшее подавление нежелательных пространственных гармоник МДС ДЗО, участвующих в создании исследуемых добавочных электромагнитных моментов и низкочастотных составляющих электромагнитных радиальных сил.

4. На основе проведенного гармонического анализа расширена область применения конструктивного подхода, при котором ДЗО выполнена в виде двух элементарных обмоток, уложенных в отдельных пазах. Показана эффективность данного подхода в подавлении нежелательных пространственных гармоник МДС ДЗО, а также представлена принципиальная возможность его распространения на проектирование всего класса ДЗО.

Теоретическая и практическая значимость

1. Описанный механизм возникновения пульсаций электромагнитного момента в машинах с ДЗО и ПМ позволяет определить номера пространственных гармоник МДС ДЗО, МДС поля ПМ и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора, снижение которых способствует уменьшению пульсаций

электромагнитного момента и повышению плавности вращения электрической машины. Для наиболее распространенных ДЗО приведены конкретные номера гармоник исследуемых функций, участвующих в образовании пульсаций электромагнитного момента.

2. Описанный механизм возникновения низкочастотных составляющих радиальных электромагнитных сил в машинах с ДЗО и ПМ позволяет определить номера пространственных гармоник МДС ДЗО, МДС поля ПМ и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора, снижение которых способствует уменьшению таких сил и снижению магнитных вибраций электрической машины. Для наиболее часто применяемых ДЗО определены конкретные номера гармоник исследуемых функций, участвующих в создании низкочастотных составляющих электромагнитных радиальных сил.

3. По результатам сравнительного моделирования и многокритериальной оценки эффективности различных способов улучшения гармонического состава МДС ДЗО показано преимущество подхода, основанного на выполнении ДЗО в виде двух элементарных обмоток, уложенных в отдельных пазах. Установлено, что данный подход позволяет подавлять пространственные гармоники МДС ДЗО, непосредственно участвующие в создании нежелательных добавочных электромагнитных моментов и низкочастотных составляющих электромагнитных радиальных сил.

4. Показана возможность распространения подхода выполнения ДЗО в виде двух элементарных обмоток, уложенных в отдельных пазах, на весь класс ДЗО. Сформулированы практические рекомендации для наиболее распространенных ДЗО по выбору величины пространственного сдвига между элементарными обмотками и их взаимного включения, обеспечивающие подавление нежелательных гармонических составляющих МДС.

Методы исследования

Результаты работы получены с использованием аналитических методов теории электрических машин и метода гармонического анализа. Для

исследования распределения магнитного поля был применен метод конечно-элементного анализа с использованием программного обеспечения *FEMM*.

Положения, выносимые на защиту

1. Аналитические зависимости для определения условий возникновения пульсаций электромагнитного момента в электрических машинах с ДЗО и ПМ, учитывающие электромагнитное взаимодействие пространственных гармонических составляющих МДС ДЗО, МДС поля ПМ и гармоник удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора.

2. Аналитические зависимости, описывающие образование низкочастотных составляющих радиальных электромагнитных сил, учитывающие электромагнитное взаимодействие пространственных гармонических составляющих МДС ДЗО, МДС поля ПМ и гармоник удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости со стороны статора.

3. Аналитическое выражение обмоточного коэффициента ДЗО, выполненных из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах, позволяющее обосновать выбор величины пространственного сдвига между элементарными обмотками и их взаимное включение, обеспечивающие подавление нежелательных пространственных гармонических составляющих МДС обмотки.

4. Результаты гармонического анализа МДС ДЗО, выполненных в виде двух элементарных обмоток, уложенных в отдельных пазах.

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты, полученные в ходе выполнения диссертационной работы, определяются обоснованностью принятых допущений, использованием устоявшихся в области электрических машин методов расчета и взаимодополняющих методов численного моделирования.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях: Международная конференция «ICOECS. International conference on electrotechnical complexes and systems» (г. Уфа, 2019 г.); Всероссийская научная конференция молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (г. Новосибирск, 2021, 2023 гг.); XIX Международная конференция «Электротехника. Электротехнологии. Электротехнические. Материалы и компоненты. МКЭЭЭ–2022» (г. Алушта, 2022 г.).

Личный вклад автора заключался в постановке цели и определении задач исследования (совместно с научным руководителем), анализе представленных в научно-технической литературе подходов к улучшению гармонического состава МДС в электрических машинах с ДЗО и ПМ, выборе критериев сравнения данных подходов и установлении эффективности их применения для рассматриваемого класса машин, проведении численного моделирования методом конечно-элементного анализа, установлении аналитических зависимостей, а также в обобщении и анализе полученных результатов.

Публикации

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 11 печатных работах, из них в рецензируемых научных изданиях, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук – 5, в изданиях, индексируемых базами Scopus и Web of Science – 2, в материалах и трудах всероссийских и международных научных конференций – 3, зарегистрирован 1 патент на полезную модель.

Объем и структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и 2 приложений. Текст работы изложен на 154 страницах, включая 35 рисунков, 19 таблиц и библиографический список, состоящий из 92 наименований.

ГЛАВА 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ДРОБНЫХ ЗУБЦОВЫХ ОБМОТОК И ОБЗОР СПОСОБОВ ЕГО УЛУЧШЕНИЯ

1.1 Общая характеристика синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами

Применение ПМ в электромеханических преобразователях энергии имеет обширную историю. Значительный вклад в теорию использования постоянных магнитов в электрических машинах внесли отечественные ученые А. Н. Ларионов [1], В. А. Балагуров [1, 2- 6], Ф. Ф. Галтеев [1, 6- 9], А. Н. Ледовский [10, 11], Я. Б. Данилевич [12-16], Д. А. Бут [17]. Однако на момент публикации этих работ электрические машины с ПМ не получили массового распространения. Это было связано с тем, что существующие на тот момент марки постоянных магнитов обладали низкой магнитной энергией. Исходя из этого, их применение было ограничено маломощными и специальными электрическими машинами. Широкое внедрение электрические машины с возбуждением от ПМ получили с массовым появлением магнитов, обладающих высокой коэрцитивной силой ввиду использования редкоземельных металлов для их изготовления. Среди них на текущий момент получили массовое распространение постоянные магниты на основе $NdFeB$ (неодим-железо-бор) и $SmCo$ (самарий-кобальт). В сравнении с электромагнитным возбуждением, когда магнитное поле создается катушкой, по которой протекает ток, ПМ с высокой удельной магнитной энергией позволяют выполнять электрические машины с лучшими массогабаритными показателями. Также в сравнении с электромагнитным возбуждением применение постоянных магнитов может обеспечивать повышение коэффициента полезного действия за счет значительного снижения потерь на возбуждение.

Следующим фактором, способствующим увеличению области применения электрических машин с ПМ, послужило развитие систем управления

электроприводом с полупроводниковыми элементами, а именно появление *MOSFET* и *IGBT*-транзисторов. Данные системы управления позволили увеличить быстродействие и улучшить управляемость электроприводов. Увеличение объема выпуска и снижение стоимости полупроводниковых элементов позволило массово использовать такие системы управления. Необходимо отметить, что внедрение указанных систем дало возможность широкого внедрения электрических машин, разработанных на питающую частоту, отличающуюся от промышленной, в том числе в общепромышленных электроприводах.

В качестве отдельного подкласса следует выделить электрические машины, выполненные на основе ДЗО, ведущий вклад в развитие которых внес А. Ф. Шевченко [18-29]. Число пазов на полюс и фазу таких обмоток определяется выражением:

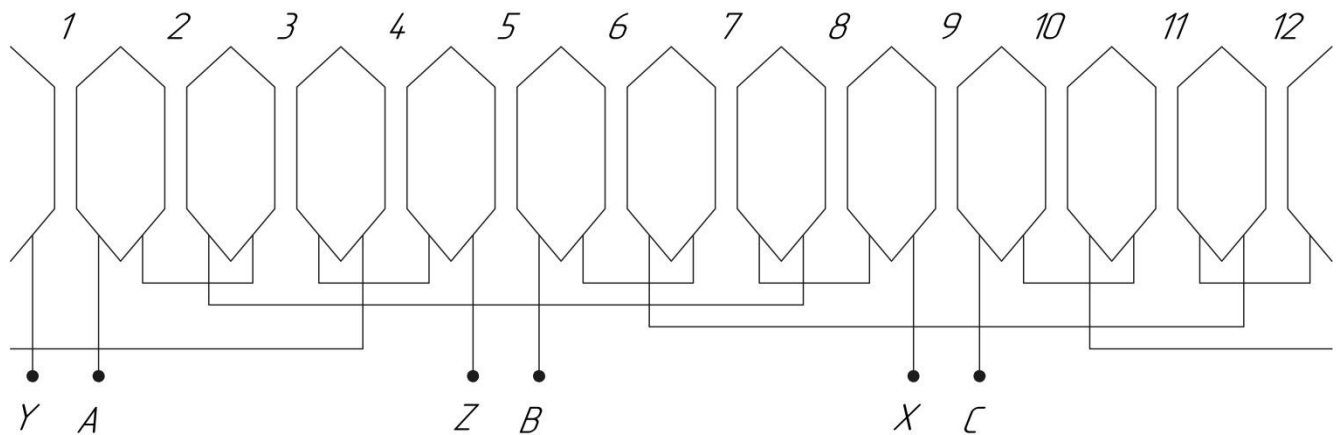
$$q = \frac{c}{d} < 1. \quad (1.1)$$

Дробные зубцовые обмотки образуются из нескольких одинаковых участков, называемых фазными зонами. При этом число фазных зон кратно числу фаз m . Для трехфазных обмоток с четным d число фазных зон равно $m_z = 2m = 6$, а для обмоток с нечетным d число фазных зон равняется $m_z = m = 3$. Каждая фазная зона состоит из c числа катушек, включенных между собой последовательно, каждая из которых охватывает один зубец.

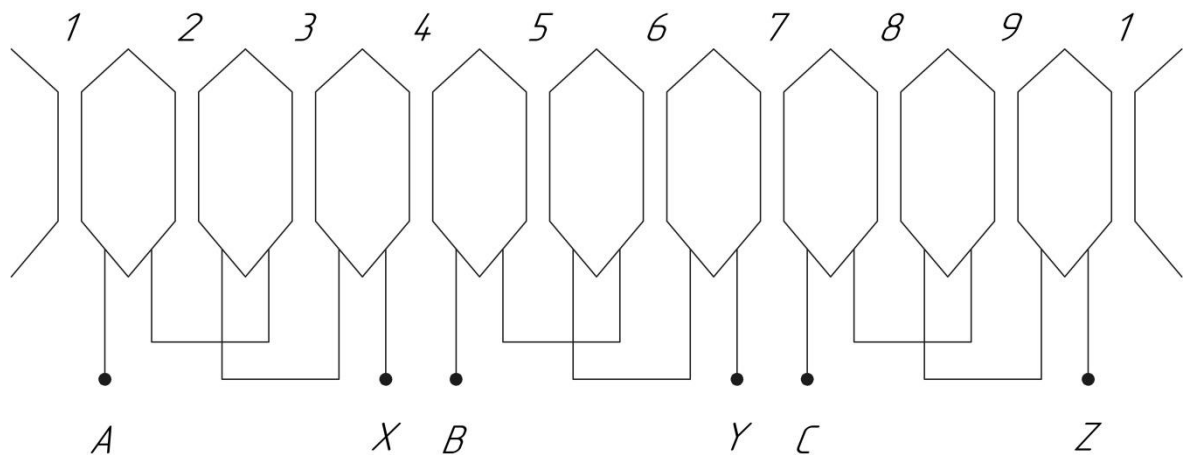
Вследствие особенности, что каждая катушка ДЗО охватывает только один зубец, их применение позволяет сократить аксиальную длину электрической машины за счет низкой длины лобовых частей обмотки. Таким образом, данные обмотки позволяют не только уменьшить электрические потери и увеличить коэффициент полезного действия, но и выполнить электрическую машину с ограниченным числом пазов статора с числом полюсов 50 и более. В качестве примера на рисунке 1.1 приведены схемы ДЗО с $q=2/5$ и $q=3/8$.

Совокупное применение ДЗО и возбуждения от ПМ позволяет получить в сравнении с электрическими машинами с распределенной обмоткой и электромагнитным возбуждением следующие преимущества: повышенная

энергоэффективность за счет снижения общего уровня потерь как в статоре, так и в роторе, меньший расход активных материалов, лучшие массогабаритные показатели. Благодаря указанным достоинствам такие электрические машины могут применяться в энергоэффективных приводах, а также в условиях, где доступное пространство ограничено.



(a)



(б)

Рисунок 1.1 – Схема дробной зубцовой обмотки: а - $q=2/5$, б - $q=3/8$

В настоящее время электрические машины с ДЗО и возбуждением от ПМ получили широкое распространение в различных областях промышленности и техники: бытовой технике, силовых электроприводах, ветроэлектростанциях и микрогидроэлектростанциях с прямым приводом, а также аэрокосмической отрасли.

1.2 Особенности гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток

В таблице 1.1 представлены некоторые значения числа пазов на полюс и фазу q для симметричных трехфазных ДЗО. Следует отметить, что в одном числе пазов статора Z_1 можно выполнить две обмотки, имеющие разное число пазов на полюс и фазу q , т.е. число пар полюсов p . Фактически каждая такая пара значений q и p соответствует одной схеме обмотки. Рассматриваемые обмотки создают МДС, в пространственном гармоническом составе которой можно выделить две гармоники, имеющие высокую амплитуду, близкое число пар полюсов, и вращающиеся в противоположных направлениях [30]. Такие две гармоники далее будут называться основными. Таким образом, электрическая машина с ДЗО может быть спроектирована для работы на любой из этих двух основных гармоник МДС.

Таблица 1.1 – Значения числа пазов на полюс и фазу для симметричных трехфазных ДЗО

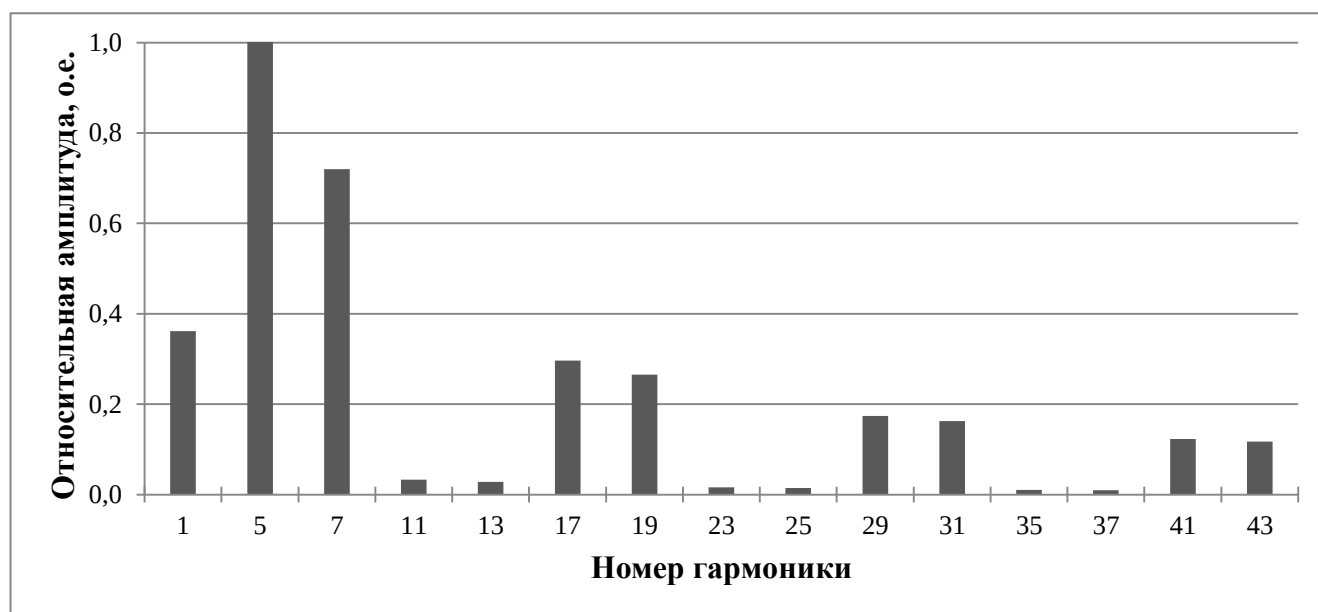
$\begin{matrix} Z_1 \\ p \end{matrix}$	3	9	12	15	21	24	27	33	36
1	$\frac{1}{2}$								
2	$\frac{1}{4}$								
4		$\frac{3}{8}$							
5		$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$						
7			$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$					
8				$\frac{5}{16}$					
10					$\frac{7}{20}$				
11					$\frac{7}{22}$	$\frac{4}{11}$			
13						$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{26}$		

Продолжение таблицы 1.1

$\begin{matrix} Z_1 \\ p \end{matrix}$	3	9	12	15	21	24	27	33	36
14							$\frac{9}{28}$		
16								$\frac{11}{32}$	
17								$\frac{11}{34}$	$\frac{6}{17}$
19									$\frac{6}{19}$

В дополнение обмоткам, представленным в таблице 1.1, возможность построения ДЗО с шестью фазными зонами ($m_z=6$) изложена в рамках патента на полезную модель [31] (Приложение А).

К описанному выше необходимо добавить, что ДЗО, кроме двух основных гармоник, создают широкий спектр нерабочих гармоник МДС. В гармоническом составе МДС присутствуют как волны низких порядков, так и высшие гармонические составляющие [30]. Такие гармоники могут быть как нечетными, так и четными. В качестве примера, на рисунке 1.2 и рисунке 1.3 показаны амплитуды МДС двухслойных ДЗО с $q=2/5$ ($q=2/7$) и $q=3/8$ ($q=3/10$) соответственно.

Рисунок 1.2 - Относительные амплитуды МДС ДЗО с $q=2/5$ ($q=2/7$)

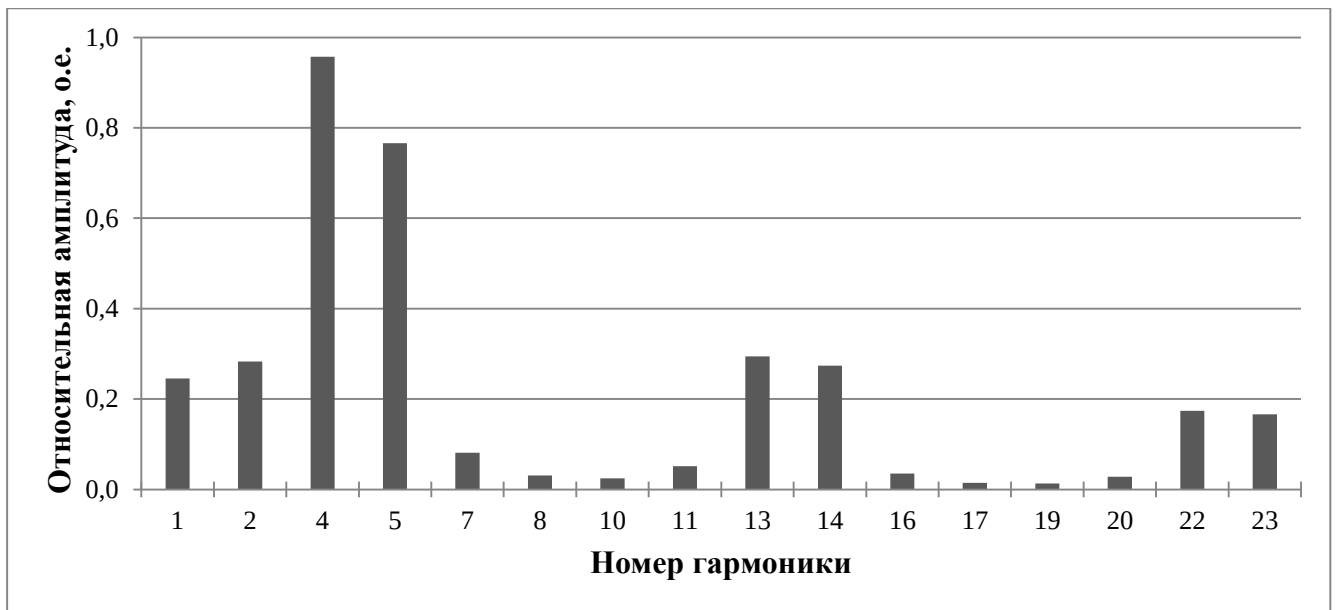


Рисунок 1.3 - Относительные амплитуды МДС ДЗО с $q=3/8$ ($q=3/10$)

Нерабочие гармоники не участвуют в процессе преобразования энергии, а только приводят к возникновению различных негативных эффектов, влияющих на работу электрической машины, а именно:

- Образование дополнительных электромагнитных моментов, которые могут вызывать пульсацию вращающего момента, снижая плавность вращения [30].
- Создание радиальных сил, действующих между статором и ротором электрической машины, приводящих к появлению магнитных вибраций и шума в процессе ее работы [32-34]. Вибрации, в свою очередь, способствуют ускоренному износу подшипников, что может привести к дополнительным механическим потерям и выходу их из строя. Также необходимо подчеркнуть, что воздействие шума и вибраций влечет за собой негативные последствия для организма человека.
- Возникновение вихревых токов в объеме ПМ, вызывающих добавочные потери [35]. Эти потери, кроме очевидного снижения общей энергоэффективности электрической машины, также вызывают увеличение температуры магнитов, что может привести к их частичному размагничиванию и ухудшению параметров электрической машины [36].

– Появление добавочных магнитных потерь, возникающих в магнитопроводе, что также приводит к снижению энергоэффективности электрической машины [37].

– Присутствие ряда нерабочих гармоник влечет за собой увеличение уровня дифференциального рассеяния, и, таким образом, повышение общей индуктивности обмотки [38, 39]. Высокая индуктивность приводит к снижению коэффициента мощности электрической машины, что может потребовать увеличение установленной мощности системы управления. Также параметр индуктивности особенно важен при работе электрической машины в режиме генератора на индивидуальную нагрузку. Чем выше собственная индуктивность обмотки электрической машины, тем значительнее падение выходного напряжения генератора с ростом нагрузки.

Таким образом, улучшение гармонического состава МДС, создаваемой ДЗО, т.е. снижение или уничтожение нерабочих гармоник, является актуальной задачей. Решение этой задачи позволит не только улучшить параметры и характеристики электрических машин с ДЗО и ПМ и устранить их недостатки, но и может дать возможность расширить область их применения. Далее будет представлено текущее состояние исследований, представленных в научно-технической литературе, об улучшении гармонического состава МДС ДЗО.

1.3 Текущее состояние исследований об улучшении гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток

1.3.1 Введение «магнитных барьеров» в конструкцию статора

«Магнитными барьерами», именуемыми «flux barriers» в иностранной литературе, называются области, обладающие высоким магнитным сопротивлением. Способ введения «магнитных барьеров» заключается во включении в магнитную цепь статора электрической машины таких областей для локального повышения магнитного сопротивления. Таким образом, данный способ напрямую не влияет на создаваемую обмоткой МДС, но позволяет

изменять гармонический состав магнитной индукции в области воздушного зазора, являющейся функцией МДС и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора [38]. В литературе представлено два подхода к реализации данного способа: введение магнитных барьеров в ярмо [40-42] или зубцы [43-47] статора. Очевидно, размер магнитного барьера напрямую влияет на локальное магнитное сопротивление в месте расположения барьера, что, в свою очередь, оказывает влияние на общее сопротивление магнитной цепи электрической машины. Следовательно, для применения данного способа необходимо проводить расчет полной магнитной цепи электрической машины в процессе проектирования, что является трудоемкой задачей, особенно при учете насыщения магнитопровода. При применении данного подхода в ходе выбора размера барьеров используется метод конечно-элементного анализа. Необходимо отметить, что в литературе применение данного способа показано только на базе электрической машины с ДЗО с $q=2/5$. В связи с этим, предложенный подход возможно распространить только на ДЗО с аналогичной структурой – обмотки с шестью фазными зонами ($m_3=6$). В то время как для ДЗО с тремя фазными зонами ($m_3=3$) применение данного подхода отсутствует и требует дополнительных исследований.

1.3.1.1 Магнитные барьеры в ярме статора

Применение включения магнитных барьеров в ярмо статора может быть реализовано различными подходами. На рисунке 1.4 представлены некоторые варианты выполнения данного способа: включение немагнитного материала под дном паза (рисунок 1.4 а), увеличение высоты паза (рисунок 1.4 б), введением каналов различной формы (рисунок 1.4 в), а также уменьшением внешнего диаметра статора над необходимыми пазами (рисунок 1.4 г) [42]. Авторами показана возможность применения магнитных барьеров в ярме статора как для однослойной, так и для двухслойной ДЗО. Применение магнитных барьеров для однослойной ДЗО предоставлено в работах G. Dajaku с соавторами [40, 41]. Для однослойной обмотки магнитные барьеры можно располагать над любым вторым

пазом, как показано на рисунке 1.5 а. Применению магнитных барьеров для двухслойной ДЗО также посвящены исследования G. Dajaku [40-42]. Для двухслойной обмотки магнитные барьеры располагаются в ярме статора над пазами, в которых лежат катушки одной фазы, как показано на рисунке 1.5 б. Авторами отмечено, что включение магнитных барьеров в ярмо статора направлено только на снижение первой субгармоники магнитной индукции в воздушном зазоре (см. рисунок 1.2).

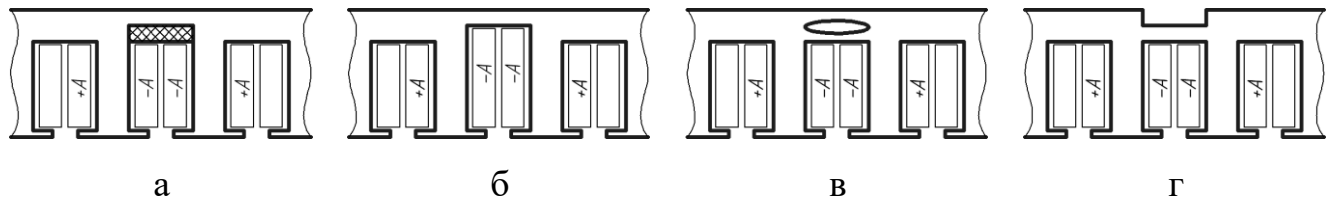


Рисунок 1.4 - Варианты выполнения магнитных барьеров в ярме статора

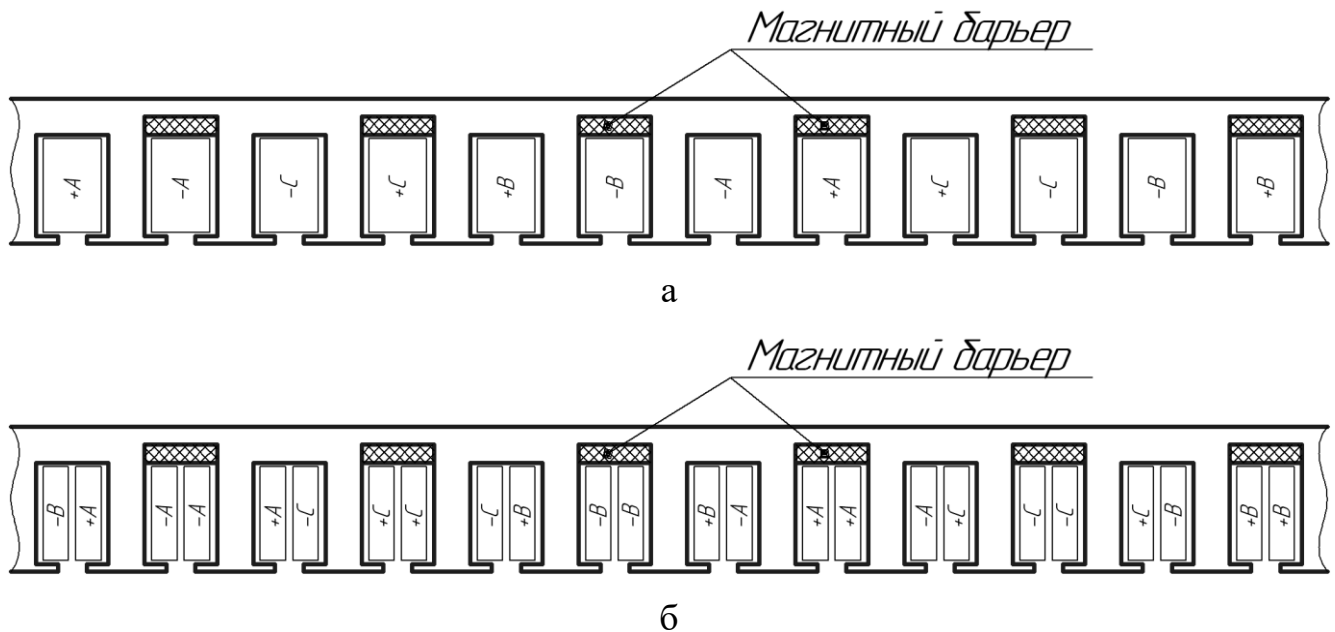


Рисунок 1.5 - Эскиз развертки статора с применением магнитных барьеров в ярме:

а – для однослойной ДЗО, б – для двухслойной ДЗО

1.3.1.2 Магнитные барьеры в зубце статора

Применение магнитных барьеров в зубце статора исследователями представлено только для однослойной ДЗО [43-47]. Показано, что существует два варианта к реализации данного подхода. Первый – включение магнитных барьеров между катушками разных фаз, второй – включение магнитных барьеров

между катушками одной фазы. Для обоих подходов имеет место снижение первой субгармоники магнитной индукции в воздушном зазоре (см. рисунок 1.2). Следует добавить, что применение первого варианта расположения дополнительно приводит к снижению пятой основной гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре, а второго – к снижению седьмой основной гармоники. Эскиз развертки статора электрической машины для реализации обоих вариантов расположения магнитных барьеров в зубце приведен на рисунке 1.6.

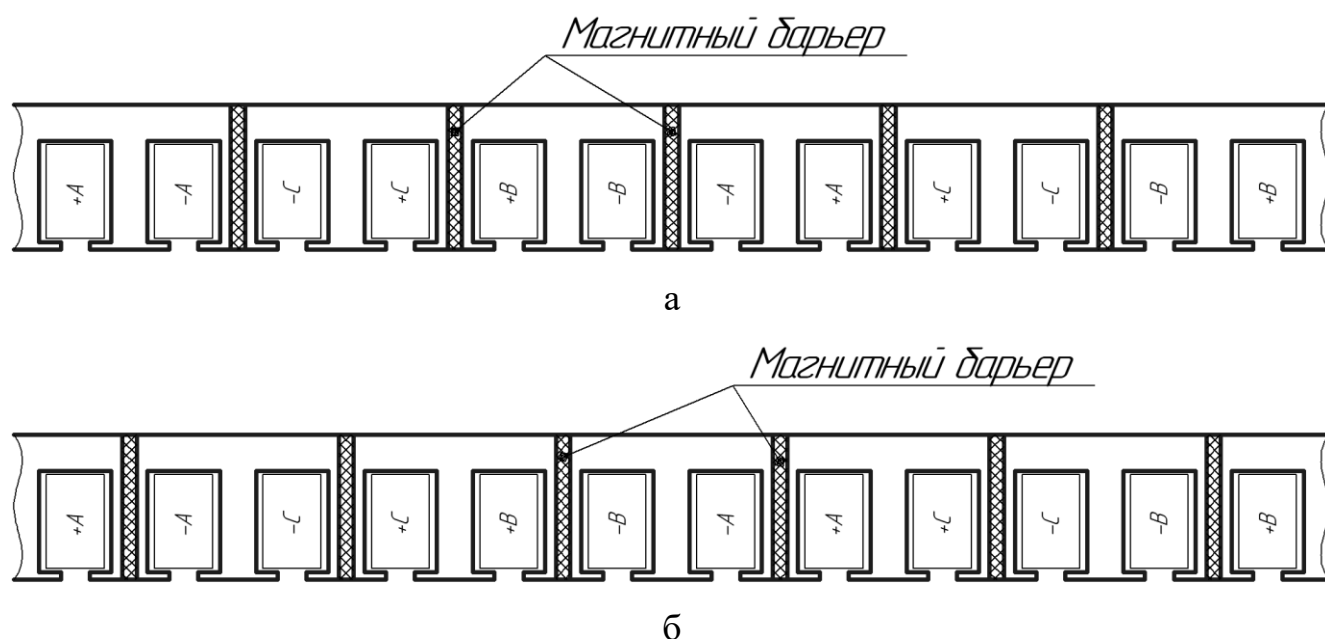


Рисунок 1.6 - Эскиз развертки статора с применением магнитных барьеров в зубце статора:

а - между катушками разных фаз, б - между катушками одной фазы

Необходимо отметить, хоть в данных работах и упоминается возможность применения данного расположения магнитных барьеров для двухслойных ДЗО, однако исследования по данной тематике отсутствуют.

Следует добавить, что при рассмотрении данного способа исследователями использовались два различных подхода. Первый – сохранение суммарной ширины магнитопроводящей части зубца статора, т.е. для реализации данного подхода необходимо увеличивать внешний диаметр статора. Второй – сохранение диаметра расточки, т.е. уменьшение рабочей ширины зубца.

1.3.2 Увеличение числа слоев обмотки

Число слоев обмотки оказывает значительное влияние на характеристики электрической машины, в том числе на гармонический состав МДС, создаваемой ДЗО. Показано, что некоторые пространственные гармоники МДС могут быть уменьшены при увеличении числа слоев ДЗО, т.е. при переходе от однослойной обмотки к двухслойной [30]. Следующим шагом развития данной теории является переход к четырехслойной обмотке. Для анализа и построения симметричной четырехслойной обмотки можно воспользоваться известной теорией, основанной на звезде векторов пазовых ЭДС [30]. На данный момент исследователями данной тематики рассмотрены варианты четырехслойной обмотки для ДЗО с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ [48-55] и $q=3/8$ [52-58].

В качестве примера рассмотрим применение четырехслойной обмотки для ДЗО с $q=2/5$. В данном случае четырехслойная конфигурация обмотки может быть получена путем деления каждой катушки на две с одинаковым числом витков. После чего одна из двух полученных катушек сдвигается на один зубец относительно исходного положения. Эскиз развертки статора электрической машины с применением данной конфигурации обмотки представлен на рисунке 1.7.

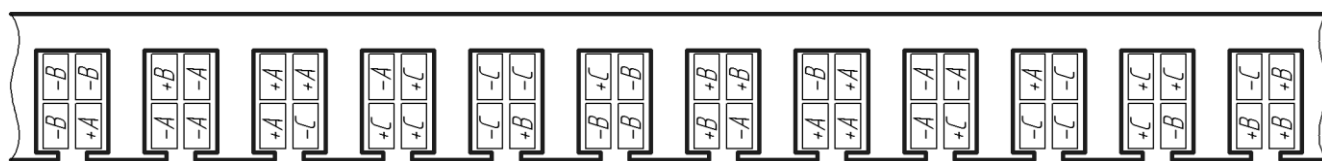


Рисунок 1.7 - Эскиз развертки статора с применением четырехслойной обмотки

1.3.3 Питание дробной зубцовой обмотки от нескольких независимых источников

Для реализации данного способа исходная ДЗО разделяется на две или больше частей, каждая из которых питается от независимого источника с взаимным сдвигом токов во времени, протекающих по частям обмотки. Исследовать количество независимых трехфазных обмоток и необходимый сдвиг

токов во времени можно с использованием ранее упомянутой теории, основанной на звезде векторов пазовых ЭДС [30]. Исследователями представлены работы о применении данного способа для ДЗО с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ [59-64], $q=3/8$ [64] и др. [61, 65, 66]. Также следует добавить, что реализация данной технологии возможна как в случае двухслойной [59-66], так и однослойной ДЗО [62-66].

Кроме улучшения гармонического состава МДС ДЗО, исследователи также отмечают, что такой вариант выполнения электрической машины может использоваться в областях, требующих повышенную отказоустойчивость. Так, при обрыве питания одной из независимых частей трехфазной обмотки машина сохраняет работоспособность, хотя и с некоторым ухудшением характеристик [62-64].

Применение данного способа рассмотрим на примере ДЗО с $q=2/5$. Исходная обмотка разделяется на две идентичные части. Обмотки питаются от двух независимых источников, при этом токи первой части обмотки сдвинуты по фазе на $\pi/6$ относительно токов второй части обмотки. Векторы токов первой и второй частей обмотки показаны на рисунке 1.8. Эскиз развертки статора электрической машины при питании обмотки от нескольких независимых источников представлен на рисунке 1.9. Первая часть обмотки обозначена индексом 1, а вторая – индексом 2.

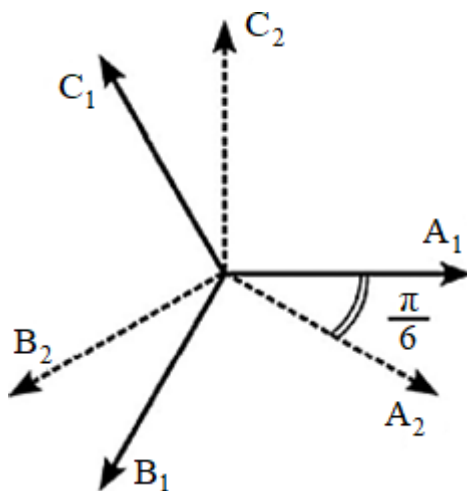


Рисунок 1.8 - Векторы токов первой и второй частей обмотки

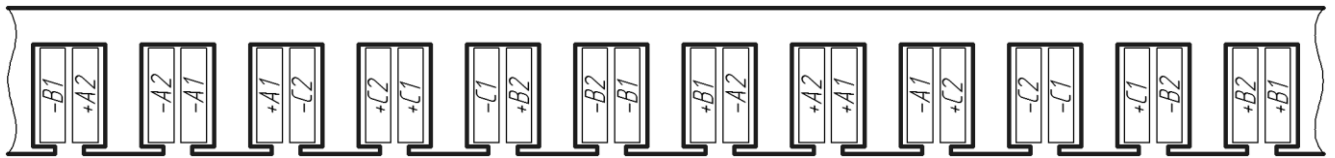


Рисунок 1.9 - Эскиз развертки электрической машины с применением нескольких независимых трехфазных обмоток

Также в работе А. S. Abdel-Khalik и др. [61] показано, что реализация данного способа возможна при питании от одного источника. Исходная обмотка по-прежнему разделяется на две части, как было показано на рисунке 1.9. Однако в данном случае для обеспечения сдвига токов по фазе применяется совмещенная обмотка звезда-треугольник, схема которой представлена на рисунке 1.10. Начала первой части трехфазной обмотки подключаются к источнику питания, а ее концы соединяются со второй частью трехфазной обмотки, соединенной в треугольник.

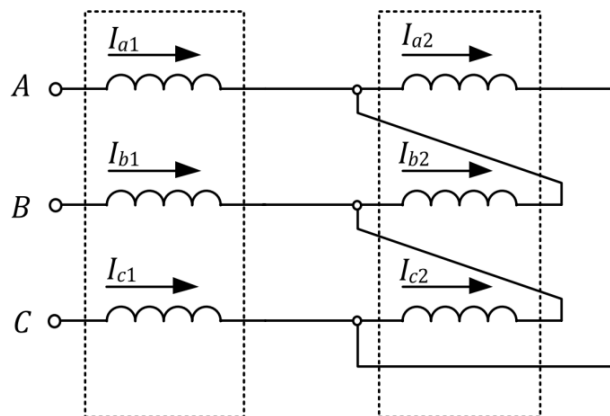


Рисунок 1.10 – Схема совмещенной обмотки звезда-треугольник

Следует отметить, что для создания МДС одинаковой амплитуды обеих частей ДЗО, обмотку, соединенную в треугольник, необходимо выполнять с числом витков, увеличенным в $\sqrt{3}$ раз. Очевидно, что в ситуации, когда необходимое число витков обмотки, соединенной в треугольник, принимает дробное значение, число витков потребуется округлять в большую или меньшую сторону. Такая особенность может привести к созданию неодинаковых амплитуд МДС в различных частях обмотки. Из чего следует возникновение дополнительных пространственных гармоник МДС, что противоречит решению

поставленной задачи. Следовательно, данный подход к реализации временного сдвига требует особого внимания к подбору чисел витков частей катушек.

1.3.4 Построение обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах

Способ построения обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах представлен в работах [67-78]. Для применения данного способа магнитопровод статора необходимо выполнить с удвоенным числом пазов, т.е. число пазов определяется выражением:

$$Z'_1 = 2 \cdot Z_1 = 2 \cdot 2mpq = 4mpq, \quad (1.2)$$

где Z'_1 – новое число пазов статора, Z_1 – изначальное число пазов статора, m – число фаз, p – число пар полюсов, q – число пазов на полюс и фазу. После чего исходную обмотку необходимо разделить на две элементарные части с одинаковым числом витков. Первую часть обмотки необходимо уложить согласно схеме исходной ДЗО, но с шагом обмотки равным двум. Таким образом, каждая катушка будет обхватывать два зубца, а не один, как в случае классической ДЗО. Вторая часть обмотки укладывается в свободные пазы аналогично первой: схема обмотки соответствует исходной, каждая катушка охватывает два зубца. Особенностью этого способа является наличие определенного пространственного сдвига между элементарными обмотками α_A . Элементарные обмотки соединяются, образуя единую обмотку.

Данный способ выполнения ДЗО представлен для двухслойных обмоток с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ [70-75], $q=3/8$ [68-70] и др. [76-78]. Схема обмотки, выполненной из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах, для ДЗО с $q=2/5$ представлена на рисунке 1.11, а для ДЗО с $q=3/8$ на рисунке 1.12. S. Zhu с соавторами [71] и P.B. Reddy и др. [70] также представлен вариант применения такого подхода для однослойной ДЗО с $q=2/5$. Несмотря на изменение конфигурации статора и его обмотки, число пар полюсов

электрической машины остается таким же, как в случае исходной ДЗО. Следовательно, изменения со стороны ротора не требуется.

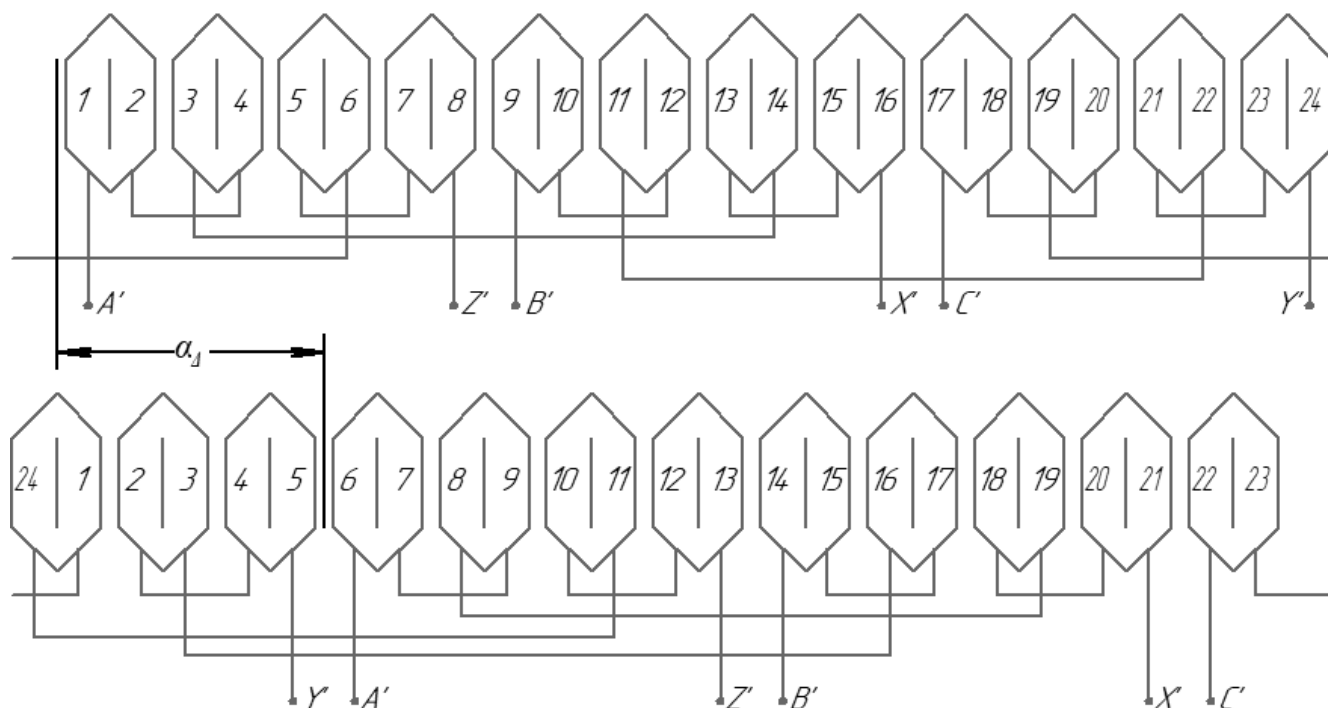


Рисунок 1.11 - Схема обмотки с $q=2/5$, выполненной из двух элементарных

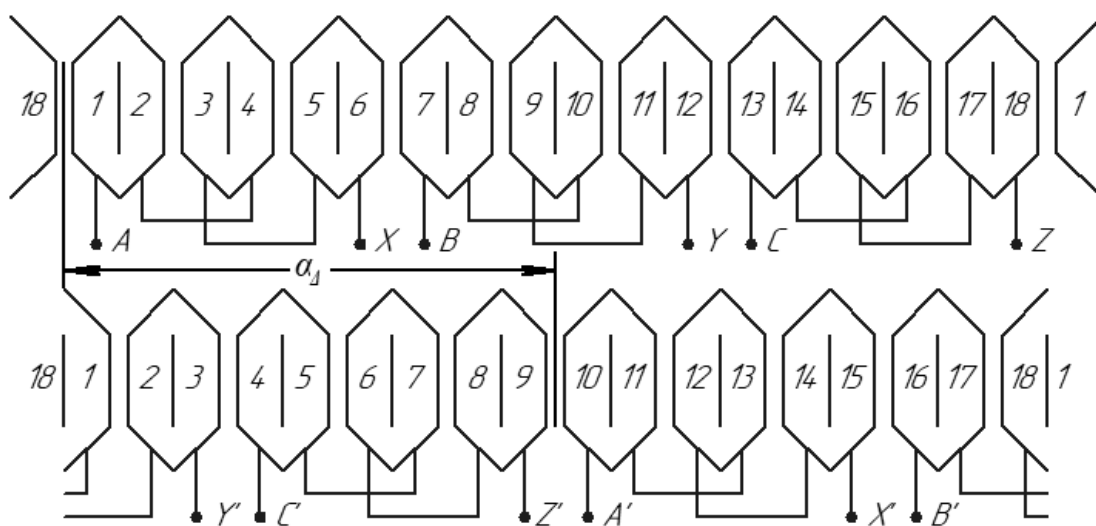


Рисунок 1.12 - Схема обмотки с $q=3/8$, выполненной из двух элементарных

Существующее многообразие научных подходов к оптимизации гармонического состава МДС ДЗО подчеркивает значительную актуальность данного направления исследований. Комплексный сравнительный анализ эффективности различных подходов, их воздействия на ключевые параметры

электрических машин, а также уровня сложности конструктивной реализации в настоящее время отсутствует.

Использование ДЗО при проектировании электрических машин, и анализ создаваемой МДС, рассматривается в рамках учебной и научной деятельности факультета мехатроники и автоматизации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Новосибирского государственного технического университета (Приложение Б).

Выводы по первой главе

1. Показаны особенности и приведены преимущества электрических машин с ДЗО и ПМ.

2. Рассмотрены особенности пространственного гармонического состава МДС, создаваемой ДЗО. Рассматриваемые обмотки создают МДС, в пространственном гармоническом составе которой можно выделить две гармоники, имеющие высокую амплитуду, каждая из которых может быть выбрана в качестве рабочей (основные гармоники). Кроме них такие обмотки создают широкий спектр нерабочих гармоник МДС: как низких порядков, так и высшие гармонические составляющие. Приведены недостатки, возникающие вследствие наличия ряда нерабочих гармоник МДС.

3. Проведен обзор современного состояния исследований об улучшении гармонического состава МДС ДЗО. Представленное разнообразие подходов показывает актуальность задачи улучшения гармонического состава МДС рассматриваемых обмоток: уменьшения или уничтожения нерабочих пространственных гармонических составляющих.

ГЛАВА 2 АНАЛИЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА В МАШИНАХ С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ И ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

2.1 Описание создания момента в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами

При рассмотрении процесса преобразования энергии будем считать:

1. магнитная проницаемость стали сердечников бесконечно велика: насыщение магнитной системы отсутствует;
2. воздушный зазор равномерный и гладкий, зубчатой структуре сердечников соответствует эквивалентная удельная проводимость воздушного зазора, отражающая действительный пространственный характер распределения зубцовых проводимостей;
3. ток каждого из пазов заменен на поверхностный ток, распределенный тонким слоем по поверхности магнитопровода, период кривой поверхностных токов такой же, как для токов в пазах, вид кривой плотности поверхностного тока непрерывно изменяется в соответствии с изменением токов в пазах;
4. величина воздушного зазора мала по сравнению с радиусом статора и полюсным делением.

Возникновение в электрической машине электромагнитных сил и вращающих моментов можно рассматривать как результат взаимодействия волн поверхностного тока с волнами распределения индукции магнитного поля вдоль окружности якоря [38, 39]:

$$M = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} B_{\delta}(\alpha, t) \times j(\alpha, t) d\alpha, \quad (2.1)$$

где l_{δ} – расчетная длина воздушного зазора, R – средний радиус воздушного зазора, $B_{\delta}(\alpha, t)$ – магнитная индукция в воздушном зазоре, изменяющаяся в пространстве и времени, $j(\alpha, t)$ – поверхностная плотность тока, соответствующая пространственному распределению МДС.

Поверхностную плотность тока можно выразить в виде производной МДС по угловой координате α [38, 39, 79]:

$$j(\alpha, t) = -\frac{dF(\alpha, t)}{Rd\alpha}, \quad (2.2)$$

где $F(\alpha, t)$ - результирующая МДС, равная сумме МДС статора, созданной ДЗО, и МДС ротора, образованной ПМ:

$$F(\alpha, t) = F_v(\alpha, t) + F_k(\alpha, t), \quad (2.3)$$

здесь $F_v(\alpha, t)$ – МДС статора, $F_k(\alpha, t)$ - МДС ротора.

Как уже было отмечено в первой главе работы, ДЗО создают бесконечный ряд пространственных гармоник МДС, вращающихся в противоположных направлениях. Согласно [30], МДС трехфазной ДЗО, при протекании по ней симметричной системы токов прямой последовательности:

$$F_v(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha), \quad (2.4)$$

где v – номер пространственной гармоники МДС, F_{vm} – амплитуда v -й пространственной гармоники МДС, ω – частота протекающих по обмотке токов. Знак «минус» относится к прямым гармоникам, а знак «плюс» - к обратным.

Номера гармоник МДС, создаваемых ДЗО определяются выражением:

$$v = nm_3 \pm 1,$$

где $n=0,1,2,3\dots$, m_3 – число фазных зон обмотки. В данном выражении знак «плюс» дает номера образуемых прямых гармоник МДС, а знак «минус» – обратных.

Учитывая многообразие конфигураций конструкции роторов с ПМ, представленных в [80-82], а также тот факт, что намагниченность магнитов может отличаться вследствие технологических погрешностей, кривую МДС постоянных магнитов в общем виде необходимо представить в виде бесконечного гармонического ряда:

$$F_k(\alpha, t) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)), \quad (2.5)$$

где k – номер гармоники МДС, F_{km} – амплитуда k -й гармоники МДС, p – число пар полюсов ротора, ω_r – частота вращения ротора.

Учитывая выражения (2.4) и (2.5), выражение результирующей МДС (2.3) можно записать в виде:

$$F(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)). \quad (2.6)$$

При применении зависимости (2.2) следует учитывать, что каждой гармонике поверхностной плотности тока соответствует своя гармоническая составляющая результирующей МДС, имеющая соответствующую амплитуду и частоту вращения. Интегрирование и дифференцирование косинусоидальной функции приводит к синусоидальной функции, которую можно рассматривать, как косинусоидальную функцию, имеющую сдвиг $\pi/2$ относительно исходной функции. С учетом этого, волна поверхностной плотности тока будет отставать от волны МДС на $\pi/2$. Тогда поверхностную плотность тока, образованную результирующей МДС, с учетом (2.6) можно представить в виде:

$$j(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.7)$$

где j_{vm} – амплитуда поверхностной плотности тока, образованная v -й гармоникой МДС обмотки статора, j_{km} – амплитуда поверхностной плотности тока, образованная k -й гармоникой МДС постоянных магнитов ротора.

Мгновенное значение магнитной индукции в данной точке воздушного зазора определяется произведением МДС в данной точке в данный момент времени и удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора [38, 39]:

$$B_s(\alpha, t) = F(\alpha, t) \cdot \Lambda(\alpha). \quad (2.8)$$

В настоящей работе рассмотрен случай, когда воздушный зазор между статором и ротором изменяется вдоль внутренней поверхности сердечника статора машины за счет зубчатой конструкции статора. Данная постановка задачи справедлива при размещении постоянных магнитов с радиальной намагниченностью на поверхности цилиндрического ротора, поскольку магнитная проводимость постоянных магнитов незначительно отличается от

магнитной проводимости воздуха. Пример конструкции такой магнитной системы представлен на рисунке 2.1.

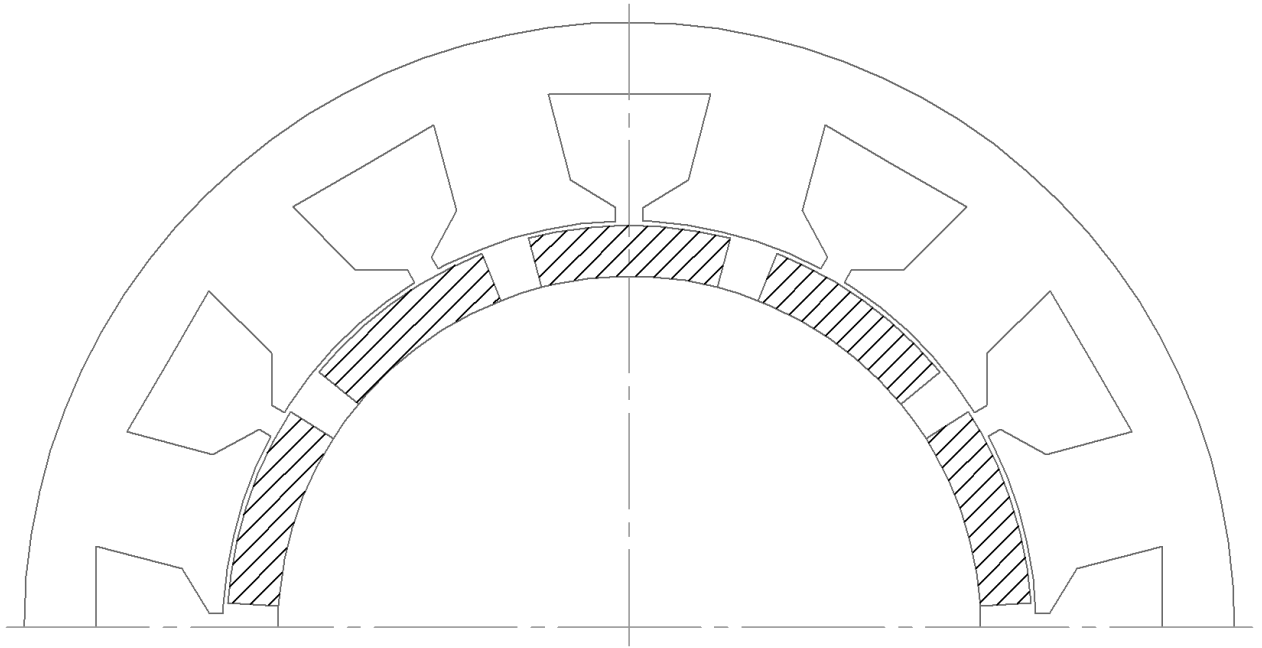


Рисунок 2.1 - Эскиз рассматриваемой магнитной системы

Функцию эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора можно представить в виде суммы постоянной составляющей, определяемой постоянной величиной немагнитного зазора вдоль расточки, и переменной составляющей, зависящей от зубчатости статора. Изменение проводимости воздушного зазора, обусловленное только гармоникой зубцового порядка, показано на рисунке 2.2. Учитывая возможные параметры зубцово-пазовой зоны статора (размеры открытия паза, форма коронок зубцов и др.), для общего описания переменной составляющей эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора, ее необходимо представить в виде бесконечного гармонического ряда. Тогда проводимость воздушного зазора можно записать как:

$$\Lambda(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha), \quad (2.9)$$

где Λ_0 – постоянная составляющая магнитной проводимости, Z_1 – число пазов статора, ε – порядок гармоники магнитной проводимости, $\Lambda_{\varepsilon m}$ – амплитуда ε -й гармоники эквивалентной магнитной проводимости.

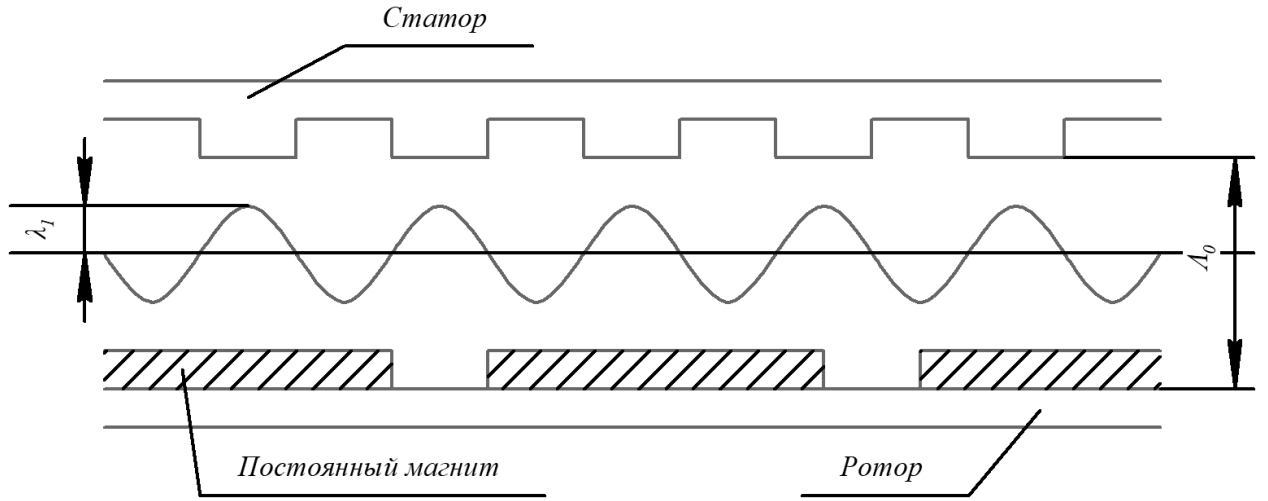


Рисунок 2.2 - Изменение проводимости воздушного зазора

Тогда выражение магнитной индукции (2.8) с использованием выражений (2.6) и (2.9) можно записать следующим образом:

$$B_{\delta}(\alpha, t) = \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] \times \\ \times \left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right]. \quad (2.10)$$

Таким образом, выражение момента (2.1) с использованием (2.7) и (2.10) можно представить в виде:

$$M = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] \times \left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] \\ \times \left[\sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) \right] d\alpha. \quad (2.11)$$

Сначала в (2.11) рассмотрим подинтегральное произведение выражения, относящегося к МДС, и выражения, относящегося к поверхностной плотности тока:

$$\left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] \times \\ \times \left[\sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) \right] = \\ = \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \times \sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) + \\
& + \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \times \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right).
\end{aligned}$$

Рассмотрим каждое слагаемое по отдельности:

$$1) \quad \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \times \sum_{v=1}^{\infty} j_{vm} \cos\left(\omega t \mp v\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

Поскольку индексы умножаемых сумм одинаковы, для корректности дальнейших рассуждений обозначим индекс первой суммы v_1 , а второй - v_2 :

$$\begin{aligned}
& \sum_{v_1=1}^{\infty} F_{v_1 m} \cos(\omega t \mp v_1 \alpha) \times \sum_{v_2=1}^{\infty} j_{v_2 m} \cos\left(\omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \cos(\omega t \mp v_1 \alpha) \cos\left(\omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right).
\end{aligned}$$

Воспользуемся преобразованием произведения косинусов в сумму:

$$\begin{aligned}
& \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \cos(\omega t \mp v_1 \alpha) \cos\left(\omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos\left((\omega t \mp v_1 \alpha) - \left(\omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right)\right) + \cos\left((\omega t \mp v_1 \alpha) + \left(\omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right)\right) \right\} = \\
& = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos\left(\omega t \mp v_1 \alpha - \omega t - (\mp v_2 \alpha) - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\omega t \mp v_1 \alpha + \omega t \mp v_2 \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\} = \\
& = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos\left((\mp v_1 - (\mp v_2))\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2)\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\}.
\end{aligned}$$

$$2) \quad \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{k=1}^{\infty} j_{km} \cos\left(kp(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right)$$

Аналогично случаю, описанному выше, введем k_1 и k_2 .

$$\begin{aligned}
& \sum_{k_1=1}^{\infty} F_{k_1 m} \cos(k_1 p(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{k_2=1}^{\infty} j_{k_2 m} \cos\left(k_2 p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \cos(k_1 p(\omega_r t - \alpha)) \cos\left(k_2 p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right).
\end{aligned}$$

Воспользуемся преобразованием произведения косинусов в сумму:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \cos(k_1 p(\omega_r t - \alpha)) \cos\left(k_2 p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos\left((k_1 p(\omega_r t - \alpha)) - \left(k_2 p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right)\right) + \right. \\
& \quad \left. + \cos\left((k_1 p(\omega_r t - \alpha)) + \left(k_2 p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right)\right) \right\} = \\
& = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos\left(k_1 p \omega_r t - k_1 p \alpha - k_2 p \omega_r t + k_2 p \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \right. \\
& \quad \left. + \cos\left(k_1 p \omega_r t - k_1 p \alpha + k_2 p \omega_r t - k_2 p \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\} = \\
& = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos\left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \right. \\
& \quad \left. + \cos\left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad & \sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\nu m} \cos(\omega t \mp \nu \alpha) \times \sum_{k=1}^{\infty} j_{k m} \cos\left(k p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} F_{\nu m} j_{k m} \cos(\omega t \mp \nu \alpha) \cos\left(k p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} j_{k m} \left\{ \cos\left((\omega t \mp \nu \alpha) - \left(k p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right)\right) + \cos\left((\omega t \mp \nu \alpha) + \left(k p(\omega_r t - \alpha) + \frac{\pi}{2}\right)\right) \right\} = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} j_{k m} \left\{ \cos\left(\omega t \mp \nu \alpha - k p \omega_r t + k p \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\omega t \mp \nu \alpha + k p \omega_r t - k p \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\} = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} j_{k m} \left\{ \cos\left(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p) \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p) \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4) \quad & \sum_{k=1}^{\infty} F_{k m} \cos(k p(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{\nu=1}^{\infty} j_{\nu m} \cos\left(\omega t \mp \nu \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} F_{k m} j_{\nu m} \cos(k p(\omega_r t - \alpha)) \cos\left(\omega t \mp \nu \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \\
& = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k m} j_{\nu m} \left\{ \cos\left((k p(\omega_r t - \alpha)) - \left(\omega t \mp \nu \alpha + \frac{\pi}{2}\right)\right) + \cos\left((k p(\omega_r t - \alpha)) + \left(\omega t \mp \nu \alpha + \frac{\pi}{2}\right)\right) \right\} = \\
& = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k m} j_{\nu m} \left\{ \cos\left(k p \omega_r t - k p \alpha - \omega t - (\mp \nu \alpha) - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(k p \omega_r t - k p \alpha + \omega t \mp \nu \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \left\{ \cos \left(-\omega t + kp \omega_r t - (\mp \nu + kp) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} = \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \left\{ \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим сумму преобразованных слагаемых 3 и 4:

$$\begin{aligned}
&\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \left\{ \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \\
&+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \left\{ \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} = \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \cos \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \cos \left(\frac{\pi}{2} - (\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) \right) + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \cos \left(\frac{\pi}{2} + (\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) \right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} \sin (\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) - \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \sin (\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\
&= \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} - \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \right) \sin (\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{\nu m} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right].
\end{aligned}$$

Таким образом, выражение момента (2.11) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
M(t) = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} & \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] + \\
& + \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] + \\
& + \left[\sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} - \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \sin \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp v + kp) \alpha \right) + \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp v - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] \times \\
& \times \left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] d\alpha. \tag{2.12}
\end{aligned}$$

Полученное выражение может быть использовано для определения вращающих моментов в исследуемом классе машин. Последний множитель выражения (2.12) является функцией эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора и может быть изменен в зависимости от исследуемой конструкции магнитной системы: без учета зубчатости, с односторонней или двухсторонней зубчатостью.

Далее, используя выражение (2.12), рассмотрим условия образования момента при умножении выражения в первой скобке на постоянную и переменную составляющую проводимости по отдельности.

2.2 Образование момента при гладком немагнитном зазоре

При исследовании образования момента в рассматриваемом классе машин при абсолютно гладком воздушном зазоре эквивалентная удельная магнитная проводимость является постоянной вдоль всей расточки и определяется только размером немагнитного зазора. Его величина складывается из высоты постоянного магнита, т.к. его магнитная проводимость близка к проводимости воздуха, и размера воздушного зазора. Для такой постановки в выражении (2.12) необходимо умножить выражения в первой скобке на постоянную составляющую

магнитной проводимости Λ_0 , являющуюся первым слагаемым второй скобки. Тогда выражение момента имеет вид:

$$\begin{aligned}
 M = l_\delta R^2 \Lambda_0 \int_0^{2\pi} & \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \right. \\
 & + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\
 & \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \\
 & + \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} - \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \sin \left(\omega t - kp \omega_r t + (\mp v + kp) \alpha \right) \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \cos \left(\omega t + kp \omega_r t + (\mp v - kp) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] d\alpha. \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

В полученном выражении под интегралом содержится ряд членов, умноженных на косинус различного аргумента. В образовании момента участвуют лишь подынтегральные члены, которые не содержат аргумента α , так как косинусоидальные члены, содержащие α , дадут при интегрировании по $d\alpha$ от 0 до 2π нуль. Поэтому условие образования момента можно получить, приравняв к нулю стоящие перед α выражения.

Рассмотрим возможность образования момента для каждого слагаемого подынтегрального выражения (2.13) по отдельности.

$$1) \quad l_\delta R^2 \Lambda_0 \int_0^{2\pi} \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} d\alpha$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС обмотки с поверхностной плотностью тока обмотки.

Первый косинус не приводит к образованию момента, поскольку если коэффициент при α обратится в нуль, то и весь косинус обратится в нуль.

Как было показано в (2.4), прямобегающие гармоники МДС, созданные обмоткой, имеют знак «минус», а обратнобегающие – знак «плюс». Тогда второй косинус также не приводит к образованию момента: для прямобегающих гармоник v_1 и v_2 выражение при α будет всегда меньше нуля, для обратнобегающих – больше нуля, для любой комбинации гармоник v_1 и v_2 , имеющих разное направление

вращения, коэффициент при α всегда неравен нулю, т.к. такие гармоники всегда имеют отличные друг от друга порядки.

Таким образом, первое слагаемое в (2.13) не приводит к образованию момента ни при каких условиях.

Результаты анализа данного выражения с физической точки зрения также можно описать следующим образом: запитанная обмотка, рассматриваемая изолированно, не может приводить к созданию момента.

$$2) \quad l_{\delta} R^2 \Lambda_0 \int_0^{2\pi} \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\ \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} d\alpha .$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС магнитов с поверхностной плотностью тока магнитов.

Для первого косинуса выражение при α обратится в нуль в случае, когда $k_1 = k_2$. Однако в таком случае весь косинус обратится в нуль, т.е. образования момента не происходит.

Для второго косинуса выражение при α не обратится в нуль при любых k_1 и k_2 , т.к. они могут принимать только натуральные значения.

Таким образом, второе слагаемое в (2.13) также не приводит к созданию электромагнитного момента.

Результаты анализа данного выражения можно описать следующим образом: при вращении ротора с ПМ и гладком немагнитном зазоре не происходит создание момента.

$$3) \quad l_{\delta} R^2 \Lambda_0 \int_0^{2\pi} \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} - \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \sin \left(\omega t - k p \omega_r t + (\mp v + k p) \alpha \right) + \\ + \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \cos \left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp v - k p) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) d\alpha .$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС и поверхностной плотности тока, созданных как ДЗО, так и ПМ.

В данном случае возможно несколько вариантов создания момента:

1. Основной электромагнитный момент. Однонаправленное преобразование энергии возможно в результате взаимодействия гармоник МДС статора и МДС ротора, вращающихся с одинаковой скоростью и имеющих одинаковое число полюсов. Полезное действие машины переменного тока основано на действии магнитного поля рабочих гармоник, обладающих высокой амплитудой. Таким образом, в создании основного электромагнитного момента участвует рабочая гармоника магнитного поля ротора, созданная постоянными магнитами, т.е. $k=1$, с рабочей гармоникой магнитного поля статора ν . В свою очередь, МДС и поверхностная плотность тока статора, созданная ДЗО, содержит в пространственном составе две гармоники, обладающие высокой амплитудой и вращающиеся в противоположных направлениях, каждая из которых может выступать в качестве рабочей [30]. Следовательно, возможны следующие варианты создания основного электромагнитного момента:

1.1. Работа электрической машины на основной прямобегащей гармонике поля якоря:

$$-\nu = -p_1 \text{ И } \omega = p_1 \omega_r$$

1.2. Работа электрической машины на основной обратнобегащей гармонике поля якоря:

$$\nu = p_2 \text{ И } \omega = -p_2 \omega_r$$

2. Пульсирующий момент. Данный вариант создания электромагнитного момента возможен, когда порядок (число полюсов) высших гармоник МДС и поверхностной плотности тока ротора с порядковыми номерами $k > 1$ совпадает с порядком гармоник МДС и поверхностной плотности тока статора, но скорости их вращения отличны:

$$\mp \nu \pm kp = 0.$$

Выражение для гармоник МДС, создаваемых ДЗО:

$$\mp \nu = \mp (m_3 n \pm 1), \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad (2.14)$$

где m_3 – число фазных зон обмотки, верхние знаки относятся к прямобегащим гармоникам, а нижние – к обратнобегащим.

Поскольку электрическая машина может быть спроектирована для работы на любой из двух основных гармоник МДС обмотки статора, необходимо рассмотреть оба возможных числа полюсов МДС ротора. Число полюсов МДС ротора в общем виде можно записать следующим образом:

$$p_{1,2} = m_3 \frac{c}{2} \pm 1 = 6 \times \frac{c}{2} \pm 1 - \text{для обмоток с } m_3=6; \quad (2.15)$$

$$p_{1,2} = m_3 \frac{c \mp 1}{2} \pm 1 = 3 \times \frac{c \mp 1}{2} \pm 1 - \text{для обмоток с } m_3=3, \quad (2.16)$$

индекс 1 и верхние знаки соответствуют числу полюсов для работы на прямобегающей гармонике поля якоря, индекс 2 и нижние знаки – на обратнотекущей.

Таким образом, для любой ДЗО возможно такое соотношение n и k , комбинация которых будет приводить к созданию пульсирующего момента. Некоторые такие соотношения для наиболее часто используемых ДЗО представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Соотношения коэффициентов n и k , приводящие к созданию пульсирующего момента

$q=1/2$					$q=3/8$				
n	ν	k	p	kp	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_1 = 0$									
1	4	4	1	4	5	16	4	4	16
2	7	7		7	9	28	7		28
3	10	10		10	13	40	10		40
$\nu + kp_1 = 0$									
1	2	2	1	2	3	8	2	4	8
2	5	5		5	7	20	5		20
3	8	8		8	11	32	8		32
$q=1/4$					$q=3/10$				
n	ν	k	p	kp	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_2 = 0$									
1	4	2	2	4	3	10	2	5	10
3	10	5		10	8	25	5		25
5	16	8		16	13	40	8		40
$\nu + kp_2 = 0$									
3	8	4	2	8	7	20	4	5	20
5	14	7		14	12	35	7		35
7	20	10		20	17	50	10		50

Продолжение таблицы 2.1

$q=2/5$					$q=4/11$				
n	ν	k	p	kp	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_2 = 0$									
4	25	5	5	25	9	55	5	11	55
9	55	11		55	20	121	11		121
14	85	17		85	31	187	17		187
$\nu - kp_2 = 0$									
6	35	7	5	35	13	77	7	11	77
11	65	13		65	24	143	13		143
16	95	19		95	35	209	19		209
$q=2/7$					$q=4/13$				
n	ν	k	p	kp	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_1 = 0$									
8	49	7	7	49	15	91	7	13	91
15	91	13		91	28	169	13		169
22	133	19		133	41	247	19		247
$\nu - kp_1 = 0$									
6	37	35	7	35	11	65	5	13	65
13	79	77		77	24	143	11		143
20	121	119		119	37	221	17		221

Результаты, представленные в таблице 2.1, показывают, что образование пульсирующего момента происходит при взаимодействии высших пространственных гармонических составляющих поля ротора с высшими пространственными гармоническими составляющими поля статора. Взаимодействие высших гармонических составляющих поля ротора с основной гармоникой поля статора не приводит к созданию момента [83].

2.3 Образование момента при односторонней зубчатости со стороны статора

Представленное выражение (2.12) было получено для рассматриваемой магнитной системы, когда функция эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора определяется суммой постоянной составляющей, зависящей от величины немагнитного зазора, и переменной составляющей, определяемой односторонней зубчатостью со стороны статора. Выше были получены условия образования моментов при наличии только

постоянной составляющей магнитной проводимости. Для учета влияния зубчатости со стороны статора к описанным выше моментам необходимо добавить моменты, созданные при наличии переменной составляющей удельной магнитной проводимости. Для этого необходимо в выражении (2.12) умножить выражения в первой скобке на второе слагаемое второй скобки. Для этого случая выражение примет вид:

$$\begin{aligned}
 M = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} & \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \right. \\
 & + \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] + \\
 & + \left[\sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} - \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \sin \left(\omega t - k p \omega_r t + (\mp v + k p) \alpha \right) + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2} F_{vm} j_{km} + \frac{1}{2} F_{km} j_{vm} \right) \cos \left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp v - k p) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) d\alpha. \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим возможность образования моментов подынтегрального выражения (2.17) для произведения каждого слагаемого выражения в скобках и ряда проводимости по отдельности.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] \times \\
 & \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) d\alpha = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} \right] d\alpha = \\
 & = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} - \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \right. \right. \\
 & + \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha - \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} - \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \\
 & \left. \left. + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha + \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha \right) \right\} \right] d\alpha =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{v_1 m} j_{v_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2) - \varepsilon Z_1) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \right. \\
&+ \cos \left((\mp v_1 - (\mp v_2) + \varepsilon Z_1) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 - \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \\
&\left. \left. + \cos \left(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 + \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] d\alpha \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС обмотки с поверхностной плотностью тока обмотки при зубцово-пазовой структуре статора.

Первая и вторая косинусоидальные функции выражения (2.18) не ведут к созданию момента, т.к. если какое-то сочетание v_1 , v_2 и εZ_1 приведет к тому, что коэффициент при α обратится в нуль, то вся эта функция будет равна нулю.

Рассмотрим третью и четвертую косинусоидальные функции выражения (2.18). Сначала проанализируем возможные сочетания v_1 и v_2 аргументов этих функций. Порядок гармоник МДС, создаваемых обмоткой, определяется выражением (2.14), тогда:

$$\begin{cases} -v_1 - v_2 \\ -v_1 + v_2 \\ +v_1 - v_2 \\ +v_1 + v_2 \end{cases} = \begin{cases} -(n_1 m_3 + 1) - (n_2 m_3 + 1) \\ -(n_1 m_3 + 1) + (n_2 m_3 - 1) \\ (n_1 m_3 - 1) - (n_2 m_3 + 1) \\ (n_1 m_3 - 1) + (n_2 m_3 - 1) \end{cases} = \begin{cases} -(n_1 + n_2) m_3 - 2 \\ -(n_1 - n_2) m_3 - 2 \\ (n_1 - n_2) m_3 - 2 \\ (n_1 + n_2) m_3 - 2 \end{cases} \rightarrow \pm (n_1 \pm n_2) m_3 - 2$$

Число пазов в электрических машинах с элементарной ДЗО можно представить в виде выражения [30]:

$$\begin{aligned}
Z_1 &= m_3 c, \text{ тогда} \\
\varepsilon Z_1 &= \varepsilon m_3 c. \quad (2.19)
\end{aligned}$$

С учетом представленных выражений коэффициенты при α аргументов рассматриваемых функций можно обобщить к виду:

$$\pm (n_1 \pm n_2) m_3 - 2 \pm \varepsilon m_3 c.$$

Для образования момента коэффициент при α должен обратиться в нуль:

$$\begin{aligned}
&\pm (n_1 \pm n_2) m_3 - 2 \pm \varepsilon m_3 c = 0, \text{ или} \\
&\pm (n_1 \pm n_2) m_3 - 2 = \mp \varepsilon m_3 c. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Как было отмечено ранее, ДЗО может состоять либо из трех, либо из шести фазных зон, т.е. m_3 может принимать значения, кратные 3. Поскольку ε и s могут принимать только натуральные значения, результатом их умножения на число фазных зон также будет число, кратное 3. Таким образом, правая часть выражения (2.20) есть число, всегда кратное 3.

При рассмотрении левой части выражения (2.20) умножение любого сочетания n_1 и n_2 на число фазных m_3 с последующим вычитанием числа 2 никак не даст число, кратное 3. Т.е. левая часть выражения (2.20) есть число, всегда не кратное 3.

Таким образом, равенство (2.20) является невыполнимым для любых n_1 , n_2 , m_3 , ε , s . Следовательно, третья и четвертая косинусоидальные функции выражения (2.18) также не приводят к созданию момента. Из проведенного анализа следует, что выражение (2.18) не содержит компонент, ответственных за образование электромагнитного момента.

$$\begin{aligned}
2) \quad & l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) d\alpha = \\
& = l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} \right] d\alpha = \\
& = l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} \right] d\alpha = \\
& = l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} - \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha - \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} - \varepsilon Z_1 \alpha \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha \right) \right\} \right] d\alpha =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha + \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha \right) \Bigg] d\alpha = \\
& = l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{k_1 m} j_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon m} \left\{ \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \right. \right. \\
& \quad + \cos \left((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \\
& \quad + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \\
& \quad \left. \left. + \cos \left((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] d\alpha. \tag{2.21}
\end{aligned}$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС магнитов с поверхностной плотностью тока магнитов при зубцово-пазовой структуре статора.

При анализе выражения (2.21) необходимо рассматривать два варианта сочетания k_1 и k_2 :

1. $k_1 = k_2$

Косинусоидальные функции выражения (2.21), в которых в коэффициенте при α содержится $(k_1 - k_2)$, не приводят к образованию момента, поскольку для такого сочетания коэффициент при α будет отличен от нуля.

Косинусоидальные функции выражения (2.21), в которых в коэффициенте при α которых содержится $(k_1 + k_2)$, могут создавать добавочный момент при различных сочетаниях k_1 и k_2 .

2. $k_1 \neq k_2$

При таких k каждая из косинусоидальных функций может приводить к образованию момента при различных k_1 и k_2 . Варианты сочетания k_1 и k_2 , приводящие к созданию момента для выражения (2.21), описаны в работе [80]. Такие моменты называются «зубцовыми». Они обусловлены взаимодействием постоянных магнитов (притяжением) с зубцово-пазовой структурой статора. Выражение (2.21) также показывает, что такие пульсирующие моменты проявляются в том числе при отключенной обмотке статора, поскольку это выражение не содержит гармоник МДС, образованной обмоткой при протекании

по ней токов. Ввиду того, что анализ таких пульсаций момента уже представлен в работе Д. М. Топоркова [80], эти моменты не будут рассматриваться в рамках настоящей диссертационной работы.

$$\begin{aligned}
3) \quad & l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{k m} - \frac{1}{2} F_{k m} j_{\nu m} \right) \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p) \alpha) + \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{2} F_{\nu m} j_{k m} + \frac{1}{2} F_{k m} j_{\nu m} \right) \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p) \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right] \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) d\alpha = \\
& = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon m} \left[(F_{\nu m} j_{k m} - F_{k m} j_{\nu m}) \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p) \alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (F_{\nu m} j_{k m} + F_{k m} j_{\nu m}) \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p) \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] d\alpha = \right. \\
& = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} \Lambda_{\varepsilon m} \left[(F_{\nu m} j_{k m} - F_{k m} j_{\nu m}) \left\{ \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p) \alpha + \varepsilon Z_1 \alpha) - \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p) \alpha - \varepsilon Z_1 \alpha) + (F_{\nu m} j_{k m} + F_{k m} j_{\nu m}) \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times \left\{ \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p) \alpha + \frac{\pi}{2} - \varepsilon Z_1 \alpha\right) + \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p) \alpha + \frac{\pi}{2} + \varepsilon Z_1 \alpha\right) \right\} \right] d\alpha = \right. \\
& = l_{\delta} R^2 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} \Lambda_{\varepsilon m} \left[(F_{\nu m} j_{k m} - F_{k m} j_{\nu m}) \left\{ \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p + \varepsilon Z_1) \alpha) - \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \sin(\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p - \varepsilon Z_1) \alpha) + (F_{\nu m} j_{k m} + F_{k m} j_{\nu m}) \times \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times \left\{ \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p - \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \cos\left(\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p + \varepsilon Z_1) \alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right\} \right] d\alpha. \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Это выражение позволяет проанализировать взаимодействие МДС и поверхностной плотности тока, созданных как ДЗО, так и ПМ при зубцово-пазовой структуре статора.

Выражение (2.22) показывает, что к образованию пульсирующего момента может приводить комбинация гармоник МДС статора, МДС ротора и переменной магнитной проводимости. Условия образования момента (коэффициент при α должен обратиться в нуль):

$$1. \quad \mp \nu + k p + \varepsilon Z_1 = 0;$$

2. $\mp \nu + kp - \varepsilon Z_1 = 0;$
3. $\mp \nu - kp - \varepsilon Z_1 = 0;$
4. $\mp \nu - kp + \varepsilon Z_1 = 0.$

Электрическая машина с ДЗО может быть спроектирована для работы на одной из основных гармоник: прямобегающей или обратобегающей. Таким образом, необходимо рассмотреть два возможных варианта числа полюсов ротора. Используя описанные выше выражения для создаваемых номеров гармоник МДС статора (2.14), МДС ротора (2.15), (2.16) и переменной магнитной проводимости (2.19) представленные условия образования момента можно описать следующим образом.

Для ДЗО с тремя фазными зонами (четным знаменателем дробности d):

1. $-\nu + kp_1 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$
2. $-\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$
3. $-\nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$
4. $-\nu - kp_1 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$
5. $-\nu + kp_2 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c+1}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$
6. $-\nu + kp_2 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c+1}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$
7. $-\nu - kp_2 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c+1}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$
8. $-\nu - kp_2 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c+1}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$
9. $\nu + kp_1 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$
10. $\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$
11. $\nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k\left(\frac{c-1}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$

$$12. \quad \nu - kp_1 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k \left(\frac{c-1}{2} + 1 \right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$13. \quad \nu + kp_2 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k \left(\frac{c+1}{2} - 1 \right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$14. \quad \nu + kp_2 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k \left(\frac{c+1}{2} - 1 \right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$15. \quad \nu - kp_2 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k \left(\frac{c+1}{2} - 1 \right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$16. \quad \nu - kp_2 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k \left(\frac{c+1}{2} - 1 \right) - \varepsilon m_3 c = 0.$$

Возможные комбинации n , k и ε , приводящие к созданию момента для наиболее часто используемых ДЗО с тремя фазными зонами представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 - Соотношения коэффициентов n , k и ε , приводящие к созданию момента для ДЗО с тремя фазными зонами

$q=1/2$							$q=3/8$						
n	ν	k	p	kp	ε	εZ_1	n	ν	k	p	kp	ε	εZ_1
$-\nu + kp_1 + \varepsilon Z_1 = 0$													
1	4	1	1	1	1	3	4	13	1	4	4	1	9
2	7	1		1	2	6	7	22	1		4	2	18
2	7	4		4	1	3	8	25	4		16	1	9
$-\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = 0$													
0	1	4	1	4	1	3	0	1	7	4	28	3	27
0	1	7		7	2	6	1	4	10		40	4	36
0	1	10		10	3	9	2	7	4		16	1	9
$-\nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = 0$													
0	1	2	1	1	1	3	0	1	2	4	8	1	9
0	1	5		2	2	6	1	4	8		32	4	36
1	4	2		2	2	6	2	7	5		20	3	27
$\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = 0$													
1	2	1	1	1	1	3	1	2	4	4	16	2	18
1	2	4		4	2	6	2	5	1		4	1	9
2	5	1		1	2	6	2	5	10		40	5	45

Продолжение таблицы 2.2

q=1/2							q=3/8						
n	v	k	p	kp	ε	εZ ₁	n	v	k	p	kp	ε	εZ ₁
ν - kp ₁ + εZ ₁ = 0													
1	2	5	1	5	1	3	1	2	5	4	20	2	18
1	2	8		8	2	6	2	5	8		32	3	27
1	2	11		11	3	9	4	11	5		20	1	9
ν - kp ₁ - εZ ₁ = 0													
2	5	2	1	2	1	3	6	17	2	4	8	1	9
3	8	2		2	2	6	9	26	2		8	2	18
3	8	5		5	1	3	10	29	5		20	1	9
q=1/4							q=3/10						
n	v	k	p	kp	ε	εZ ₁	n	v	k	p	kp	ε	εZ ₁
-ν + kp ₂ + εZ ₁ = 0													
2	7	2	2	4	1	3	6	19	2	5	10	1	9
3	10	2		4	2	6	9	28	2		10	2	18
4	13	2		4	3	9	11	100	5		25	1	9
-ν + kp ₂ - εZ ₁ = 0													
0	1	2	2	4	1	3	0	1	2	5	10	1	9
0	1	5		10	3	9	1	4	8		40	4	36
1	4	5		10	2	6	2	7	5		25	2	18
-ν - kp ₂ + εZ ₁ = 0													
0	1	1	2	2	1	3	0	1	7	5	35	4	36
0	1	4		8	3	9	1	4	1		5	1	9
1	4	1		2	2	6	1	4	10		50	6	54
ν + kp ₂ - εZ ₁ = 0													
1	2	2	2	4	2	6	1	2	5	5	25	3	27
1	2	5		10	4	12	2	5	8		40	5	45
2	5	2		4	3	9	3	8	2		10	2	18
ν - kp ₂ + εZ ₁ = 0													
1	2	4	2	8	2	6	1	2	4	5	20	2	18
2	5	4		8	1	3	2	5	10		50	5	45
3	8	7		14	2	6	3	8	7		35	3	27
ν - kp ₂ - εZ ₁ = 0													
2	5	1	2	2	1	3	5	14	1	5	5	1	9
3	8	1		2	2	6	8	23	1		5	2	18
4	11	1		2	3	9	10	29	4		20	1	9

Для ДЗО с шестью фазными зонами (нечетным знаменателем дробности d):

$$1. \quad -\nu + kp_1 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$2. \quad -\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$3. \quad -\nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$4. \quad -\nu - kp_1 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$5. \quad -\nu + kp_2 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$6. \quad -\nu + kp_2 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) + k\left(\frac{c}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$7. \quad -\nu - kp_2 + \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$8. \quad -\nu - kp_2 - \varepsilon Z_1 = -(nm_3 + 1) - k\left(\frac{c}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$9. \quad \nu + kp_1 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$10. \quad \nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$11. \quad \nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k\left(\frac{c}{2} + 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$12. \quad \nu - kp_1 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k\left(\frac{c}{2} + 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$13. \quad \nu + kp_2 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$14. \quad \nu + kp_2 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) + k\left(\frac{c}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$15. \quad \nu - kp_2 + \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k\left(\frac{c}{2} - 1\right) + \varepsilon m_3 c = 0;$$

$$16. \quad \nu - kp_2 - \varepsilon Z_1 = (nm_3 - 1) - k\left(\frac{c}{2} - 1\right) - \varepsilon m_3 c = 0.$$

Возможные комбинации n , k и ε , приводящие к созданию электромагнитного момента для наиболее часто используемых ДЗО с шестью фазными зонами представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 - Соотношения коэффициентов n , k и ε , приводящие к созданию момента для ДЗО с шестью фазными зонами

q=2/5							q=4/11						
n	ν	k	p	kp	ε	εZ ₁	n	ν	k	p	kp	ε	εZ ₁
-ν+kp ₂ +εZ ₁ =0													
6	37	5	5	25	1	12	13	79	5	11	55	1	24
8	49	5		25	2	24	17	103	5		55	2	48
10	61	5		25	3	36	21	127	5		55	3	72
-ν+kp ₂ -εZ ₁ =0													
0	1	5	5	25	2	24	0	1	11	11	121	5	120
1	7	11		55	4	48	1	7	5		55	2	48
2	13	5		25	1	12	3	19	17		187	7	168
-ν-kp ₂ +εZ ₁ =0													
0	1	7	5	35	3	36	0	1	13	11	143	6	144
1	7	1		5	1	12	1	7	19		209	9	216
1	7	13		65	6	72	2	13	1		11	1	24
ν+kp ₂ -εZ ₁ =0													
1	5	11	5	55	5	60	1	5	17	11	187	8	192
2	11	5		25	3	36	3	17	5		55	3	72
3	17	11		55	6	72	4	23	11		121	6	144
ν-kp ₂ +εZ ₁ =0													
1	5	13	5	65	5	60	1	5	7	11	77	3	72
2	11	7		35	2	24	3	17	19		209	8	192
3	17	13		65	4	48	4	23	13		143	5	120
ν-kp ₂ -εZ ₁ =0													
3	17	1	5	5	1	12	6	35	1	11	11	1	24
5	29	1		5	2	24	10	59	1		11	2	48
7	41	1		5	3	36	14	83	1		11	3	72
q=2/7							q=4/13						
n	ν	k	p	kp	ε	εZ ₁	n	ν	k	p	kp	ε	εZ ₁
-ν+kp ₁ +εZ ₁ =0													
3	19	1	7	7	1	12	6	37	1	13	13	1	24
5	31	1		7	2	24	10	61	1		13	2	48
7	43	1		7	3	36	14	85	1		13	3	72
-ν+kp ₁ -εZ ₁ =0													
0	1	7	7	49	4	48	0	1	13	13	169	7	168
1	7	13		91	7	84	1	7	19		247	10	240
2	13	7		49	3	36	3	19	7		91	3	72
-ν-kp ₁ +εZ ₁ =0													
0	1	5	7	35	3	36	0	1	11	13	143	6	144
1	7	11		77	7	84	1	7	5		65	3	72
2	13	5		35	4	48	3	19	17		221	10	240

Продолжение таблицы 2.3

$q=2/5$							$q=4/11$						
n	ν	n	ν	n	ν	n	ν	n	ν	n	ν	n	ν
$\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = 0$													
1	5	1	7	7	1	12	1	5	7	13	91	4	96
1	5	13		91	8	96	2	11	1		13	1	24
2	11	7		49	5	60	3	17	19		247	11	264
$\nu - kp_1 + \varepsilon Z_1 = 0$													
1	5	11	7	77	6	72	1	5	17	13	221	9	216
2	11	5		35	2	24	3	17	5		65	2	48
3	17	11		77	5	60	4	23	11		143	5	120
$\nu - kp_1 - \varepsilon Z_1 = 0$													
8	47	5	7	35	1	12	15	89	5	13	65	1	24
10	59	5		35	2	24	19	113	5		65	2	48
12	71	5		35	3	36	23	137	5		65	3	72

Результаты, представленные в таблице 2.2 и таблице 2.3, показывают, что пульсирующий момент может возникать при различных комбинациях n , k и ε вне зависимости от числа фазных зон обмотки, порядка и направления вращения гармоник МДС обмотки и МДС поля ПМ [84]. Следует отметить, что имеет место создание моментов, когда значения n , k и ε могут соответствовать основным гармоникам, имеющим наибольшие амплитуды, что выделено в таблицах, для следующих условий:

$$-\nu - kp_2 + \varepsilon Z_1 = 0;$$

$$\nu + kp_1 - \varepsilon Z_1 = 0.$$

Этот пульсирующий момент возникает для основной гармоники удельной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС ротора с одной из основных гармоник МДС обмотки статора, вращающейся в противоположном направлении. Причем это справедливо для любого возможного числа полюсов ротора, т.е. ротор может быть рассчитан на любую из основных гармоник МДС обмотки.

Выводы по второй главе

1. Установлены аналитические зависимости, описывающие возникновение пульсаций электромагнитного момента в машинах с ДЗО и ПМ,

обусловленные электромагнитным взаимодействием пространственных гармоник МДС ДЗО, МДС поля ПМ и гармоник удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора. Полученные аналитические выражения позволяют определить порядковые номера гармоник исследуемых функций, являющихся причиной возникновения пульсаций электромагнитного момента как при гладком немагнитном зазоре так и при односторонней зубчатости со стороны статора.

2. Приведены условия образования пульсации момента при гладком немагнитном зазоре. Получены порядковые номера гармоник МДС обмотки и МДС поля ПМ, взаимодействие которых приводит к пульсации электромагнитного момента, для наиболее распространенных ДЗО.

3. Показано, что при гладком немагнитном зазоре образование пульсаций момента происходит при взаимодействии высших гармонических составляющих МДС магнитов с высшими гармоническими составляющими МДС обмотки, порядок которых совпадает, но скорости их вращения различны.

4. Приведены условия образования пульсации момента при учете односторонней зубчатости со стороны статора. Получены порядковые номера гармоник эквивалентной удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора, МДС обмотки и МДС магнитов, являющихся причиной возникновения пульсаций электромагнитного момента, для наиболее распространенных ДЗО.

5. Показано, что при учете односторонней зубчатости со стороны статора для электрических машин с любой ДЗО имеет место образование пульсаций момента для основных гармоник исследуемых функций, обладающих наибольшей амплитудой. Этот пульсирующий момент возникает для основной гармоники удельной эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС ПМ с одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в противоположном направлении.

6. Представленные аналитические выражения могут быть практически использованы для оптимизации конструкций ротора и/или ДЗО с целью снижения пульсаций электромагнитного момента и магнитных вибраций и шумов электрических машин с ДЗО и ПМ.

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ В МАШИНАХ С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ И ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

3.1 Радиальные электромагнитные силы в электрических машинах

Экспериментальные данные, полученные при проектировании электрических машин с ДЗО и ПМ на кафедре электромеханики НГТУ и согласующиеся с результатами работ [32-34], свидетельствуют о повышенных уровнях виброакустических характеристик у определенных типоразмеров машин данного класса. Причиной возникновения данных шумов и вибраций являются магнитные силы, изменяющиеся во времени и пространстве и действующие между отдельными частями машины. Такие вибрации и вызванный ими шум называют магнитными [79, 85-87]. В электрических машинах – это электромагнитные радиальные силы, действующие между статором и ротором. Так как ротор большинства машин, особенно небольших, можно представить как сплошной цилиндр, то определяющей в создании шума является вибрация сердечника статора [85-87]. В свою очередь, статор может быть представлен в виде полого цилиндра. Под действием радиальных сил, изменяющихся во времени и пространстве, создаются напряжения на внутренней стороне статора. Данные напряжения вызывают деформации ярма статора, приводящие к его колебаниям. Данные колебания, в свою очередь, являются причиной возникающего шума. Наибольшая деформация статорного кольца возникает при совпадении частоты возмущающего воздействия (радиальной силы) с частотой собственных колебаний статора. В результате такого совпадения частот возникает эффект резонанса, приводящий к значительному увеличению вибраций.

Общее выражение бегущей волны радиальной силы имеет вид [79, 85-87]:

$$R_r(\alpha, t) = R_{r,m} \cos(\Omega_r t - r\alpha)$$

где r – порядок радиальной силы, $R_{r,m}$ – амплитуда гармоники радиальной силы порядка r , Ω_r – угловая частота гармоники силы порядка r , t – момент времени, α – угловая координата.

Наиболее важны случаи, когда порядок радиальных сил $r=0,1,2,3$. Эти силы могут вызывать значительные деформации статора и, соответственно, вибрации, поскольку период пространственной волны достаточно велик. С ростом порядка волны плечо силы уменьшается, и амплитуда колебаний падает [79, 85-87].

На рисунке 3.1 изображено пространственное распределение сил различных порядков, вызывающих деформацию кольца статора:

1. $r=0$. Составляющая этого порядка не перемещается в пространстве, но периодически изменяется во времени. В этом случае на статор оказывается пульсирующее усилие растяжения-сжатия.
2. $r=1$. Данная составляющая соответствует одностороннему притяжению ротора к статору. Это притяжение изменяется во времени и перемещается в пространстве.
3. $r=2,3$. Эти составляющие радиальной силы приводят к изгибным деформациям статорного кольца. Каждому порядку радиальной силы соответствует своя форма деформации.

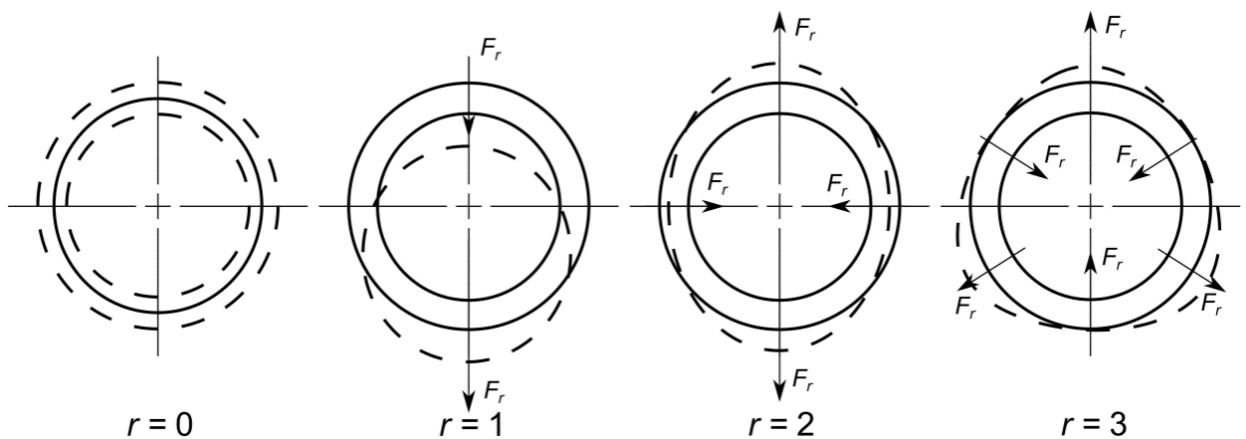


Рисунок 3.1 - Пространственное распределение сил, вызывающих деформацию кольца статора

В настоящей работе рассмотрены условия образования описанных выше радиальных сил низкого порядка $r=0,1,2,3$.

3.2 Описание создания электромагнитных радиальных сил в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами

В ходе исследования примем допущения, аналогичные описанным во второй главе:

1. магнитная проницаемость стали сердечников бесконечно велика: насыщение магнитной системы отсутствует;
2. воздушный зазор равномерный и гладкий, зубчатой структуре сердечников соответствует эквивалентная удельная проводимость воздушного зазора, отражающая действительный пространственный характер распределения зубцовых проводимостей;
3. ток каждого из пазов заменен на поверхностный ток, распределенный тонким слоем по поверхности магнитопровода, период кривой поверхностных токов такой же, как для токов в пазах, вид кривой плотности поверхностного тока непрерывно изменяется в соответствии с изменением токов в пазах;
4. величина воздушного зазора мала по сравнению с радиусом статора и полюсным делением.

Используя тензор натяжений Максвелла, радиальную силу на единицу площади в любой точке воздушного зазора можно выразить через индукцию магнитного поля в воздушном зазоре [88]:

$$F_r(\alpha, t) = \frac{B_\delta^2(\alpha, t)}{2\mu_0}, \quad (3.1)$$

где $B_\delta(\alpha, t)$ - мгновенное значение магнитной индукции в точке пространства с угловой координатой α .

Таким образом, магнитной индукции в воздушном зазоре, изменяющейся во времени и пространстве, соответствует радиальная сила, возникающая между статором и ротором, также изменяющаяся во времени и пространстве.

В рамках второй главы диссертации получено выражение магнитной индукции, в которую входит результирующая МДС, равная сумме МДС статора,

созданной ДЗО, МДС ротора, образованной ПМ, и эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора:

$$B_{\delta}(\alpha, t) = \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] \times \\ \times \left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right]. \quad (3.2)$$

Тогда с использованием (3.2) радиальную силу (3.1) можно записать как:

$$F_r(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] \right\}^2. \quad (3.3)$$

Сначала рассмотрим возведение в квадрат функции результирующей МДС в выражении (3.3):

$$\left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right]^2 = \\ = \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right]^2 + \\ + \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \times \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)). \quad (3.4)$$

Рассмотрим каждое слагаемое выражения (3.4) по отдельности

$$1) \quad \left[\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \right]^2 = \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha) \times \sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v\alpha)$$

Поскольку индексы умножаемых сумм одинаковы, для корректности дальнейших рассуждений обозначим индекс первой суммы v_1 , а второй - v_2 :

$$\sum_{v_1=1}^{\infty} F_{v_1 m} \cos(\omega t \mp v_1 \alpha) \times \sum_{v_2=1}^{\infty} F_{v_2 m} \cos(\omega t \mp v_2 \alpha) = \\ = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos(\omega t \mp v_1 \alpha) \times \cos(\omega t \mp v_2 \alpha) \right] = \\ = \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos((\omega t \mp v_1 \alpha) - (\omega t \mp v_2 \alpha)) + \cos((\omega t \mp v_1 \alpha) + (\omega t \mp v_2 \alpha)) \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos(\omega t \mp v_1 \alpha - \omega t - (\mp v_2 \alpha)) + \cos(\omega t \mp v_1 \alpha + \omega t \mp v_2 \alpha) \right] = \\
&= \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha) \right].
\end{aligned}$$

$$2) \quad \left[\sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right]^2 = \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha))$$

Аналогично случаю, описанному выше, введем k_1 и k_2 :

$$\begin{aligned}
&\sum_{k_1=1}^{\infty} F_{k_1 m} \cos(k_1 p(\omega_r t - \alpha)) \times \sum_{k_2=1}^{\infty} F_{k_2 m} \cos(k_2 p(\omega_r t - \alpha)) = \\
&= \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos(k_1 p(\omega_r t - \alpha)) \times \cos(k_2 p(\omega_r t - \alpha)) \right] = \\
&= \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 p(\omega_r t - \alpha)) - (k_2 p(\omega_r t - \alpha))) + \right. \\
&\quad \left. + \cos((k_1 p(\omega_r t - \alpha)) + (k_2 p(\omega_r t - \alpha))) \right] = \\
&= \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos(k_1 p \omega_r t - k_1 p \alpha - k_2 p \omega_r t + k_2 p \alpha) + \right. \\
&\quad \left. + \cos(k_1 p \omega_r t - k_1 p \alpha + k_2 p \omega_r t - k_2 p \alpha) \right] = \\
&= \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \right. \\
&\quad \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \right].
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad &\sum_{v=1}^{\infty} F_{vm} \cos(\omega t \mp v \alpha) \times \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) = \\
&= \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} F_{vm} F_{km} \left[\cos(\omega t \mp v \alpha) \times \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right] = \\
&= \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{vm} F_{km} \left[\cos((\omega t \mp v \alpha) - (kp(\omega_r t - \alpha))) + \cos((\omega t \mp v \alpha) + (kp(\omega_r t - \alpha))) \right] = \\
&= \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{vm} F_{km} \left[\cos(\omega t \mp v \alpha - kp \omega_r t + kp \alpha) + \cos(\omega t \mp v \alpha + kp \omega_r t - kp \alpha) \right] = \\
&= \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{vm} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp v + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp v - kp) \alpha) \right].
\end{aligned}$$

Конечное выражение квадрата результирующей МДС (3.4) имеет вид:

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} F_{\nu m} \cos(\omega t \mp \nu \alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cos(kp(\omega_r t - \alpha)) \right]^2 = \\
& = \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \right] + \\
& + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \right. \\
& \quad \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \right] + \\
& + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right]. \quad (3.5)
\end{aligned}$$

Рассмотрим возведение в квадрат функции эквивалентной магнитной проводимости в выражении (3.3):

$$\left[\Lambda_0 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right]^2 = \Lambda_0^2 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \left[\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right]^2 =$$

Здесь аналогично случаям, описанным выше, в случае возведения ряда в квадрат (третье слагаемое) необходимо ввести ε_1 и ε_2 :

$$\begin{aligned}
& \Lambda_0^2 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \left[\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right]^2 = \\
& = \Lambda_0^2 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \cos(\varepsilon_1 Z_1 \alpha) \times \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \cos(\varepsilon_2 Z_1 \alpha) = \\
& = \Lambda_0^2 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \cos(\varepsilon_1 Z_1 \alpha) \times \cos(\varepsilon_2 Z_1 \alpha) = \\
& = \Lambda_0^2 + \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right]. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

Используя (3.5) и (3.6), выражение радиальной силы (3.3) можно записать как:

$$\begin{aligned}
F(\alpha, t) = & \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \right] + \right. \\
& + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \right] + \\
& \left. + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right] \right\} \times \left\{ \left[\Lambda_0^2 + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] \Bigg\} \quad (3.7)$$

Полученное выражение может быть использовано для определения электромагнитных радиальных сил в воздушном зазоре для исследуемого класса электрических машин. Последний множитель выражения (3.7) является функцией эквивалентной удельной магнитной проводимости воздушного зазора и может быть изменен в зависимости от исследуемой конструкции магнитной системы: при гладком воздушном зазоре, с учетом односторонней или двухсторонней зубчатости.

Далее, используя выражение (3.7), рассмотрим условия образования электромагнитных радиальных сил низкого порядка, приводящих к созданию магнитных вибраций и шумов, при умножении выражения в первой скобке на постоянную и переменные составляющие магнитной проводимости по отдельности.

3.3 Образование электромагнитных радиальных сил низкого порядка при гладком немагнитном зазоре

Как было описано ранее, при абсолютно гладком воздушном зазоре эквивалентная удельная магнитная проводимость воздушного зазора является постоянной вдоль всей расточки и определяется только размером немагнитного зазора. Его величина складывается из высоты постоянного магнита, т.к. его магнитная проводимость близка к проводимости воздуха, и размера воздушного зазора. При такой постановке в выражении (3.7) в качестве удельной магнитной проводимости воздушного зазора выступает только постоянная составляющая Λ_0 . Тогда выражение радиальной силы имеет вид:

$$F(\alpha, t) = \frac{\Lambda_0^2}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos((\mp v_1 - (\mp v_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2) \alpha) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \right] + \right.$$

$$+ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{vm} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp)\alpha) + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp)\alpha) \right] \} \quad (3.8)$$

Полученное выражение содержит сумму косинусоидальных функций. Исследуемые радиальные силы, вызывающие магнитные вибрации и шум, изменяются во времени t и пространстве α . Порядок исследуемых сил определяется коэффициентом при α . Таким образом, искомые гармонические составляющие исследуемых функций, вызывающие деформацию статора, должны дать коэффициент при α , равный 0,1,2,3. Перечислим все аргументы косинусоидальных функций (3.8):

$$\begin{cases} (\mp v_1 - (\mp v_2))\alpha \\ 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2)\alpha \\ (k_1 - k_2) p\omega_r t - (k_1 - k_2) p\alpha \\ (k_1 + k_2) p\omega_r t - (k_1 + k_2) p\alpha \\ \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp)\alpha \end{cases}.$$

В аргументе первой косинусоидальной функции не содержится переменная t , т.е. функция не изменяется во времени, а имеет только пространственное распределение. Такая составляющая радиальной силы только показывает наличие постоянной силы вдоль воздушного зазора и не вызывает колебаний статора. Таким образом, эту функцию можно не рассматривать в ходе анализа радиальных сил, вызывающих деформацию статора.

Тогда список аргументов рассматриваемых косинусоидальных функций имеет вид:

$$\begin{cases} 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2)\alpha \\ (k_1 - k_2) p\omega_r t - (k_1 - k_2) p\alpha \\ (k_1 + k_2) p\omega_r t - (k_1 + k_2) p\alpha \\ \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp)\alpha \end{cases}.$$

Далее рассмотрим аргументы каждой функции по отдельности:

$$1) \quad 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2)\alpha$$

Аргумент этого слагаемого отражает влияние гармонических составляющих МДС, созданных обмоткой. Как уже было отмечено выше, выражение для гармоник МДС, создаваемых ДЗО:

$$\mp v = \mp(m_3 n \pm 1), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3.9)$$

где верхние знаки относятся прямобегающим гармоникам, нижние знаки – обратнотекущим.

Тогда коэффициент при α можно записать следующим образом:

$$\mp v_1 \mp v_2 = \mp(m_3 n_1 \pm 1) \mp(m_3 n_2 \pm 1).$$

Очевидно, что при взаимодействии гармоник v_1 и v_2 , вращающихся в одном направлении, порядок создаваемой радиальной силы достаточно велик вне зависимости от направления вращения, порядков n_1 и n_2 и числа фазных зон m_3 .

При взаимодействии гармоник, вращающихся в разных направлениях, возможно образование радиальных сил низкого порядка. Причем порядок сил будет различен для обмоток с разным числом фазных зон.

Для обмоток с шестью фазными зонами ($m_3=6$) образование искомых радиальных сил, а именно сил второго порядка, происходит при $n_1=n_2=n$. Возможные варианты сочетания v_1 и v_2 :

$$\begin{cases} -v_1 + v_2 \\ v_1 - v_2 \end{cases} = \begin{cases} -(m_3 n_1 + 1) + (m_3 n_2 - 1) \\ (m_3 n_1 - 1) - (m_3 n_2 + 1) \end{cases} = \begin{cases} -(m_3 n + 1) + (m_3 n - 1) \\ (m_3 n - 1) - (m_3 n + 1) \end{cases} = \begin{cases} -2 \\ -2 \end{cases}.$$

Для обмоток с тремя фазными зонами ($m_3=3$) образование радиальных сил второго порядка можно описать аналогично обмоткам с шестью фазными зонами. Однако для таких обмоток также возможно создание радиальных сил в результате взаимодействия пространственных гармонических составляющих, вращающихся в разных направлениях, порядок которых отличается на единицу. Сочетания v_1 и v_2 , приводящие к образованию радиальных сил первого порядка:

$$\begin{cases} -v_1 + v_2 \\ v_1 - v_2 \end{cases} = \begin{cases} -(m_3 n_1 + 1) + (m_3 n_2 - 1) \\ (m_3 n_1 - 1) - (m_3 n_2 + 1) \end{cases} = \begin{cases} -(m_3 n + 1) + (m_3 (n+1) - 1) \\ (m_3 (n+1) - 1) - (m_3 n + 1) \end{cases} = \begin{cases} m_3 - 2 \\ m_3 - 2 \end{cases} = \begin{cases} 3 - 2 \\ 3 - 2 \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases}.$$

Таким образом, гармонический состав МДС ДЗО способствует созданию радиальных сил при взаимодействии пар гармоник любого порядка,

удовлетворяющих описанным условиям. В качестве примера в таблице 3.1 представлены некоторые пары гармоник МДС ДЗО с различным числом фазных зон, взаимодействие которых приводит к образованию искомых радиальных сил.

Таблица 3.1 - Пары гармоник МДС ДЗО, взаимодействие которых приводит к образованию радиальных сил

n	$m_3=6$		$m_3=3$	
	Прямобегающие $-v_1=-m_3n+1=-6n+1$	Обратнобегающие $v_2=m_3n-1=6n-1$	Прямобегающие $-v_1=-m_3n+1=-3n+1$	Обратнобегающие $v_2=m_3n-1=3n-1$
0	-1	-	-1	-
1	-7	5	-4	2
2	-13	11	-7	5
3	-19	17	-10	8

При взаимодействии гармоник МДС, вращающихся в разных направлениях, с порядками, отличными от описанных выше, будет происходить образование радиальных сил высокого порядка, не вызывающих значительных колебаний статора.

$$2) \quad (k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha \text{ и } (k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha$$

Аргументы этих слагаемых отражают влияние гармонических составляющих МДС, созданных ПМ. Вследствие особенности гармонического состава МДС ДЗО, электрические машины с применением таких обмоток преимущественно выполняются с большим числом полюсов. Тогда при умножении выражения $(k_1 \pm k_2)$ на число пар полюсов p в коэффициенте при α , вне зависимости от значений k_1 и k_2 коэффициент при α , т.е. создаваемые радиальные силы, будет иметь высокий порядок.

В качестве исключения стоит выделить ДЗО, имеющую число пазов на полюс и фазу $q=1/2$ ($q=1/4$). Такая обмотка создает следующие рабочие гармоники МДС: прямобегающая $v_1=1$ и обратнобегающая $v_2=2$. Таким образом, число пар полюсов ротора в такой электрической машине может быть равно $p_1=1$ или $p_2=2$. В этом случае возможно подобрать бесконечное множество значений k_1 и k_2 , приводящих к образованию радиальных сил низкого порядка.

$$3) \quad \omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha \text{ и } \omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha$$

Аргументы этих слагаемых отражают влияние результата взаимодействия гармонических составляющих МДС обмотки с МДС, созданной ПМ.

Как уже было показано выше, ДЗО создает две основные гармоники МДС с большой амплитудой, каждая из которых может выступать в качестве рабочей. Таким образом, необходимо рассмотреть два возможных варианта числа пар полюсов поля возбуждения (ПМ).

Коэффициент при α в аргументах рассматриваемых функций в общем виде можно записать как:

$$\mp\nu \pm kp_{1,2}.$$

Рассмотрим ДЗО с различным числом фазных зон по отдельности. Как было показано во второй главе диссертации, для обмоток с шестью фазными зонами ($m_3=6$) возможное число пар полюсов поля возбуждения в общем виде можно записать следующим образом:

$$p_{1,2} = m_3 \frac{c}{2} \pm 1 = 6 \times \frac{c}{2} \pm 1, \quad (3.10)$$

верхний знак соответствует числу пар полюсов для работы на прямобегущей гармонике МДС обмотки, нижний знак – на обратобегущей.

Для любой ДЗО возможно такое соотношение n и k , комбинация которых будет приводить к созданию радиальных сил низких порядков $r=0,1,2,3$. В таблице 3.2 представлены соотношения для наиболее распространенных ДЗО с шестью фазными зонами.

Таблица 3.2 - Соотношения коэффициентов n и k , приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с шестью фазными зонами

$q=2/5$						$q=4/11$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_2$											
0	4	25	5	5	25	0	9	55	5	11	55
	9	55	11	5	55		20	121	11	11	121
1	3	19	4	5	20	1	7	43	4	11	44
	5	31	6	5	30		11	67	6	11	66
2	1	7	1	5	5	2	2	13	1	11	11
	2	13	3	5	15		5	31	3	11	33
3	1	7	2	5	10	3	3	19	2	11	22
	2	13	2	5	10		4	25	2	11	22

Продолжение таблицы 3.2

$q=2/5$						$q=4/11$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$\nu - kp_2$											
0	1	5	1	5	5	0	2	11	1	11	11
	6	35	7	5	35		13	77	7	11	77
1	2	11	2	5	10	1	4	23	2	11	22
	5	29	6	5	30		11	65	6	11	66
2	3	17	3	5	15	2	6	35	3	11	33
	4	23	5	5	25		9	53	5	11	55
3	3	17	4	5	20	3	7	41	4	11	44
	4	23	4	5	20		8	47	4	11	44
$q=2/7$						$q=4/13$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_1$											
0	1	7	1	7	7	0	2	13	1	13	13
	8	49	7	7	49		15	91	7	13	91
1	2	13	2	7	14	1	4	25	2	13	26
	7	43	6	7	42		13	79	6	13	78
2	3	19	3	7	21	2	6	37	3	13	39
	6	37	5	7	35		11	67	5	13	65
3	4	25	4	7	28	3	8	49	4	13	52
	5	31	4	7	28		9	55	4	13	52
$\nu - kp_1$											
0	6	35	5	7	35	0	11	65	5	13	65
	13	77	11	7	77		24	143	11	13	143
1	5	29	4	7	28	1	9	53	4	13	52
	7	41	6	7	42		13	77	6	13	78
2	1	5	1	7	7	2	2	11	1	13	13
	4	23	3	7	21		7	41	3	13	39
3	2	11	2	7	14	3	4	23	2	13	26
	3	17	2	7	14		5	29	2	13	26

Проанализировав результаты, представленные в таблице 3.2, можно отметить, что в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами имеет место создание исследуемых радиальных сил для различных соотношений n и k . Однако следует выделить условия образования радиальных сил низкого порядка при взаимодействии основных гармоник рассматриваемых функций [89], что выделено в таблице:

– Радиальные силы порядка $r=0$ возникают для выражений коэффициента при α :

$$-\nu + kp_1 = 0 \text{ и } \nu - kp_2 = 0,$$

т.е. при взаимодействии гармоник МДС обмотки и МДС магнитов, вращающихся в одном направлении;

– Радиальные силы порядка $r=2$ возникают для выражений коэффициента при α :

$$-\nu + kp_2 = 0 \text{ и } \nu - kp_1 = 0,$$

т.е. при взаимодействии основной гармоники МДС магнитов и одной из основных гармоник МДС обмотки, имеющей противоположное направление вращения.

Для обмоток с тремя фазными зонами ($m_3=3$) число пар полюсов поля возбуждения в общем виде можно записать следующим образом:

$$p_{1,2} = m_3 \frac{c \mp 1}{2} \pm 1 = 3 \times \frac{c \mp 1}{2} \pm 1, \quad (3.11)$$

верхние знаки соответствуют числу пар полюсов для работы на прямобегущей гармонике МДС обмотки, нижние знаки – на обратнобегущей.

В таблице 3.3 представлены соотношения n и k , которые приводят к созданию различных радиальных сил низких порядков $r=0,1,2,3$, для наиболее распространенных ДЗО с тремя фазными зонами.

Таблица 3.3 - Соотношения коэффициентов n и k , приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с тремя фазными зонами

$q=1/2$						$q=3/8$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_1$											
0	0	1	1	1	1	0	1	4	1	4	4
	1	4	4	1	4		5	16	4	4	16
1	0	1	2	1	2	1	2	7	2	4	8
	1	4	3	1	3		4	13	3	4	12
2	0	1	3	1	3	2	3	10	2	4	8
	1	4	2	1	2		3	10	3	4	12
3	0	1	4	1	4	3	0	1	1	4	4
	1	4	1	1	1		2	7	1	4	4
$\nu - kp_1$											
0	1	2	2	1	2	0	3	8	2	4	8
	2	5	5	1	5		7	20	5	4	20
1	1	2	1	1	1	1	2	5	1	4	4
	1	2	3	1	3		4	11	3	4	12
2	1	2	4	1	4	2	1	2	1	4	4
	2	5	3	1	3		5	14	3	4	12
3	1	2	5	1	5	3	2	5	2	4	8
	2	5	2	1	2		4	11	2	4	8

Продолжение таблицы 3.3

$q=1/4$						$q=3/10$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu + kp_2$											
0	1	4	2	2	4	0	3	10	2	5	10
	3	10	5	2	10		8	25	5	5	25
1	0	1	1	2	2	1	1	4	1	5	5
	2	7	3	2	6		5	16	3	5	15
2	1	4	1	2	2	2	2	7	1	5	5
	1	4	3	2	6		4	13	3	5	15
3	0	1	2	2	4	3	2	7	2	5	10
	2	7	2	2	4		4	13	2	5	10
$\nu - kp_2$											
0	1	2	1	2	2	0	2	5	1	5	5
	3	8	4	2	8		7	20	4	5	20
1	2	5	2	2	4	1	4	11	2	5	10
	2	5	3	2	6		5	14	3	5	15
2	1	2	2	2	4	2	3	8	2	5	10
	3	8	3	2	6		6	17	3	5	15
3	2	5	1	2	2	3	1	2	1	5	5
	2	5	4	2	8		3	8	1	5	5

Проанализировав результаты, представленные в таблице 3.3, можно отметить, что в электрических машинах с ДЗО с тремя фазными зонами также имеет место создание исследуемых радиальных сил для различных соотношений n и k . Однако следует отметить условия образования радиальных сил низкого порядка при взаимодействии основных гармоник рассматриваемых функций, что выделено в таблице:

– Радиальные силы порядка $r=0$ возникают для выражений коэффициента при α :

$$-\nu + kp_1 = 0 \text{ и } \nu - kp_2 = 0,$$

т.е. при взаимодействии гармоник МДС обмотки и МДС магнитов, вращающихся в одном направлении, также как и в случае ДЗО шестью фазными зонами;

– Радиальные силы порядка $r=1$ возникают для выражений коэффициента при α :

$$-\nu + kp_2 = 0 \text{ и } \nu - kp_1 = 0$$

т.е. при взаимодействии основной гармоники МДС возбуждения и одной из основных гармоник МДС якоря, имеющей противоположное направление вращения.

Таким образом, можно выделить, что при гладком немагнитном зазоре в исследуемом классе электрических машин имеют место радиальные силы, образованные с участием основных гармоник МДС, созданной ДЗО, и МДС, образованной ПМ. В электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами это радиальные силы порядка $r=2$, а с обмоткой с тремя фазными зонами - $r=1$ и $r=2$. Радиальные силы порядка $r=0$ возникают в машинах с любой ДЗО вне зависимости от числа фазных зон.

3.4 Образование радиальных сил низкого порядка при односторонней зубчатости со стороны статора

В полученном выражении радиальной силы на единицу площади (3.7) функция удельной магнитной проводимости воздушного зазора была представлена в виде суммы постоянной и переменной составляющих. Постоянная составляющая определяется величиной немагнитного зазора, а переменная – односторонней зубчатостью со стороны статора. Выше были получены условия образования радиальных сил низкого порядка при наличии только постоянной составляющей магнитной проводимости. Для учета зубчатости со стороны статора к описанным выше радиальным силам необходимо добавить силы, образованные при наличии переменной составляющей магнитной проводимости. Для этого необходимо в выражении (3.7) умножить выражение в первой скобке на переменную составляющую магнитной проводимости, являющуюся вторым и третьим слагаемым второй скобки. Тогда выражение радиальной силы имеет вид:

$$F(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{v_1=1}^{\infty} \sum_{v_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{v_1 m} F_{v_2 m} \left[\cos((\mp v_1 - (\mp v_2))\alpha) + \cos(2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2)\alpha) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2)p\omega_r t - (k_1 - k_2)p\alpha) + \cos((k_1 + k_2)p\omega_r t - (k_1 + k_2)p\alpha) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) \right] \times \\
& \times \left[\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] \right] \Bigg\}. \quad (3.12)
\end{aligned}$$

В выражении (3.12) рассмотрим произведение первой скобки на каждое слагаемое второй скобки по отдельности. При умножении на первое слагаемое:

$$\begin{aligned}
F(\alpha, t) &= \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2))\alpha) + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2)\alpha) \right] + \right. \\
& + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2)p\omega_r t - (k_1 - k_2)p\alpha) + \cos((k_1 + k_2)p\omega_r t - (k_1 + k_2)p\alpha) \right] + \\
& \left. + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) \right] \right\} \times \\
& \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha).
\end{aligned}$$

Для более наглядного представления результатов по отдельности рассмотрим почленное умножение на ряд проводимости:

$$\begin{aligned}
1) \quad & \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2))\alpha) + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2)\alpha) \right] \times \\
& \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \times \left\{ \cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2))\alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \\
& \quad \left. + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2)\alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \times \left\{ \cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2))\alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \\
& \quad \left. + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2)\alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \times \left\{ \cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2) - \varepsilon Z_1)\alpha) + \cos((\mp\nu_1 - (\mp\nu_2) + \varepsilon Z_1)\alpha) \right. \\
& \quad \left. + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2 - \varepsilon Z_1)\alpha) + \cos(2\omega t + (\mp\nu_1 \mp\nu_2 + \varepsilon Z_1)\alpha) \right\}; \quad (3.13)
\end{aligned}$$

$$2) \quad \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2)p\omega_r t - (k_1 - k_2)p\alpha) + \right.
\right.$$

$$\begin{aligned}
& + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \Big] \Big\} \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha) + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha) \right] \right\}; \tag{3.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad & \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right] \times \right. \\
& \quad \left. \times \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \times \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \times \cos(\varepsilon Z_1 \alpha) \right] \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_0 \Lambda_{\varepsilon m} \times \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp - \varepsilon Z_1) \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp + \varepsilon Z_1) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp - \varepsilon Z_1) \alpha) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp + \varepsilon Z_1) \alpha) \right] \right\}. \tag{3.15}
\end{aligned}$$

Далее рассмотрим произведение первой скобки выражения (3.12) на второе слагаемое второй скобки:

$$\begin{aligned}
F(\alpha, t) & = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \right] + \right. \\
& \quad \left. + \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \right] + \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right] \right\} \times
\end{aligned}$$

$$\times \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right].$$

Для более наглядного представления результатов по отдельности рассмотрим почленное умножение на ряд проводимости:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \left[\cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \right] \times \right. \\ & \times \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] = \\ & = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \times \left[\cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \right] \times \\ & \times \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] = \\ & = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \times \left\{ \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \right. \\ & + \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2)) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \\ & + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \left. \right\} = \\ & = \frac{1}{2\mu_0} \times \sum_{\nu_1=1}^{\infty} \sum_{\nu_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{8} F_{\nu_1 m} F_{\nu_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \times \left\{ \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \right. \\ & + \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\ & + \cos((\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\ & + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\ & + \cos(2\omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) \left. \right\}; \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \right. \right. \\ & + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \left. \right] \times \\ & \times \left\{ \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] \right\} = \\ & = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \Big] \times \Big[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \Big] = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left\{ \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \right. \right. \\
& \quad + \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - (k_1 - k_2) p \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \\
& \quad \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - (k_1 + k_2) p \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right\} = \\
& = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{8} F_{k_1 m} F_{k_2 m} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left\{ \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \right. \right. \\
& \quad + \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) + \\
& \quad \left. \left. + \cos((k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha) \right\}; \right. \tag{3.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad & \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} F_{\nu m} F_{km} \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right] \times \\
& \times \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{2} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left\{ \left[\cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \right] \times \right. \\
& \quad \left. \times \left[\cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) \right] \right\} = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{4} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \left\{ \cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \right. \\
& \quad + \cos(\omega t + kp \omega_r t + (\mp \nu - kp) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \\
& \quad \left. + \cos(\omega t - kp \omega_r t + (\mp \nu + kp) \alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1 \alpha) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) \times \cos((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1\alpha) \Big\} = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{8} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \Big\{ \cos((\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) - ((\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) + ((\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) - ((\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) + ((\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) - ((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp)\alpha) + ((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) - ((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1\alpha)) + \\
& \quad + \cos((\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp)\alpha) + ((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1\alpha)) \Big\} = \\
& = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_1=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon_2=1}^{\infty} \frac{1}{8} F_{\nu m} F_{km} \Lambda_{\varepsilon_1 m} \Lambda_{\varepsilon_2 m} \Big\{ \cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha) + \\
& \quad + \cos(\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha) \Big\}. \tag{3.18}
\end{aligned}$$

Перечислим все аргументы полученных косинусоидальных функций выражений (3.13) - (3.18):

1. $(\mp\nu_1 - (\mp\nu_2) - \varepsilon Z_1)\alpha;$
2. $(\mp\nu_1 - (\mp\nu_2) + \varepsilon Z_1)\alpha;$
3. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 - \varepsilon Z_1)\alpha;$
4. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 + \varepsilon Z_1)\alpha;$

5. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha ;$
6. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha ;$
7. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + \varepsilon Z_1) \alpha ;$
8. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - \varepsilon Z_1) \alpha ;$
9. $\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p - \varepsilon Z_1) \alpha ;$
10. $\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p + \varepsilon Z_1) \alpha ;$
11. $\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p - \varepsilon Z_1) \alpha ;$
12. $\omega t + k p \omega_r t + (\mp \nu - k p + \varepsilon Z_1) \alpha ;$
13. $(\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
14. $(\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
15. $(\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
16. $(\mp \nu_1 - (\mp \nu_2) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
17. $2 \omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
18. $2 \omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
19. $2 \omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
20. $2 \omega t + (\mp \nu_1 \mp \nu_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
21. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
22. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
23. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
24. $(k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
25. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
26. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
27. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
28. $(k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
29. $\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$
30. $\omega t - k p \omega_r t + (\mp \nu + k p + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Z_1) \alpha ;$

31. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha;$
32. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)Z_1)\alpha;$
33. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha;$
34. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha;$
35. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha;$
36. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha.$

Некоторые из полученных косинусоидальных функций не изменяются во времени и имеют только пространственное распределение. Эти функции можно не рассматривать в ходе анализа радиальных сил, вызывающих деформацию статора.

В отношении остальных функций необходимо обозначить следующее: вариантов комбинаций ν , k и ε , приводящих к образованию радиальных сил низких порядков, может быть бесконечное множество. С точки зрения описания удельной эквивалентной проводимости наибольший интерес представляет основная гармоническая составляющая, обладающая наибольшей амплитудой. С ростом порядка гармоники ее амплитуда падает. Таким образом, ввиду большого числа рассматриваемых функций в достаточной степени допустимо ограничить область проводимых исследований основной гармоникой переменной магнитной проводимости. Далее будем считать, что $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$.

Тогда список аргументов исследуемых функций будет иметь вид:

1. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 - \varepsilon Z_1)\alpha = 2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 - Z_1)\alpha;$
2. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 + \varepsilon Z_1)\alpha = 2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 + Z_1)\alpha;$
3. $(k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p + \varepsilon Z_1)\alpha = (k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p + Z_1)\alpha;$
4. $(k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p - \varepsilon Z_1)\alpha = (k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p - Z_1)\alpha;$
5. $(k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p + \varepsilon Z_1)\alpha = (k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p + Z_1)\alpha;$
6. $(k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p - \varepsilon Z_1)\alpha = (k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p - Z_1)\alpha;$
7. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - \varepsilon Z_1)\alpha = \omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - Z_1)\alpha;$
8. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + \varepsilon Z_1)\alpha = \omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + Z_1)\alpha$

9. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - \varepsilon Z_1)\alpha = \omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - Z_1)\alpha;$
10. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + \varepsilon Z_1)\alpha = \omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + Z_1)\alpha;$
11. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = 2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 - 2Z_1)\alpha;$
12. $2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = 2\omega t + (\mp\nu_1 \mp \nu_2 + 2Z_1)\alpha;$
13. $(k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = (k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p - 2Z_1)\alpha;$
14. $(k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = (k_1 - k_2)p\omega_r t - ((k_1 - k_2)p + 2Z_1)\alpha;$
15. $(k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = (k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p - 2Z_1)\alpha;$
16. $(k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = (k_1 + k_2)p\omega_r t - ((k_1 + k_2)p + 2Z_1)\alpha;$
17. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = \omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp - 2Z_1)\alpha;$
18. $\omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = \omega t - kp\omega_r t + (\mp\nu + kp + 2Z_1)\alpha;$
19. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = \omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp - 2Z_1)\alpha;$
20. $\omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)Z_1)\alpha = \omega t + kp\omega_r t + (\mp\nu - kp + 2Z_1)\alpha.$

Получившийся список уместно разделить на группы согласно природе функций, участвующих в создании радиальных сил:

- при взаимодействии МДС обмотки и переменной составляющей магнитной проводимости;
- при взаимодействии МДС постоянных магнитов и составляющей переменной магнитной проводимости;
- при взаимодействии результирующей МДС и переменной составляющей магнитной проводимости.

Далее рассмотрим описанные группы условий создания радиальных сил по отдельности.

3.4.1 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии магнитодвижущей силы обмотки и переменной магнитной проводимости

Список коэффициентов при α в аргументах данной группы функций:

$$\begin{cases} 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 - Z_1)\alpha \\ 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 + Z_1)\alpha \\ 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 - 2Z_1)\alpha \\ 2\omega t + (\mp v_1 \mp v_2 + 2Z_1)\alpha \end{cases}$$

Как было показано ранее, номера гармоник МДС, созданной обмоткой, а также число пазов статора связано с числом фазных зон обмотки [30]:

$$Z_1 = m_3 c.$$

Таким образом, номера гармоник МДС обмотки, участвующих в создании исследуемых радиальных сил, будут различны для обмоток с разным числом фазных зон. Номер и направление вращения гармоники МДС определяется согласно (3.9). В данной группе рассматриваемых функций присутствует только МДС, созданная обмоткой, что напрямую не указывает, какая из двух основных гармоник выбрана рабочей. Представленные результаты справедливы для схемы обмотки в целом, вне зависимости от выбора рабочей гармоники.

Рассмотрим наиболее часто используемые ДЗО с шестью фазными зонами. Некоторые возможные комбинации n_1 (v_1) и n_2 (v_2), приводящие к созданию радиальных сил низкого порядка представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 - Соотношения коэффициентов n_1 (v_1) и n_2 (v_2), приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с шестью фазными зонами

$q=2/5$ ($q=2/7$)					$q=4/11$ ($q=4/13$)				
r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2
$-v_1-v_2+Z_1$									
2	1	7	1	7	2	1	7	3	19
	-	-	-	-		2	13	2	13
	-	-	-	-		3	19	1	7
$-v_1+v_2+Z_1$									
2	3	19	1	5	2	5	31	1	5
	4	25	2	11		-	-	-	-
	5	31	3	17		-	-	-	-
$-v_1+v_2-Z_1$									
2	1	7	3	17	2	1	7	5	29
	2	13	4	23		-	-	-	-
	3	19	5	29		-	-	-	-
$v_1-v_2+Z_1$									
2	1	5	3	19	2	1	5	5	31
	2	11	4	25		-	-	-	-
	3	17	5	31		-	-	-	-

Продолжение таблицы 3.4

$q=2/5$ ($q=2/7$)					$q=4/11$ ($q=4/13$)				
r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2
$v_1-v_2-Z_1$									
2	3	17	1	7	2	5	29	1	7
	4	23	2	13		-	-	-	-
	5	29	3	19		-	-	-	-
$v_1+v_2-Z_1$									
2	1	5	1	5	2	1	5	3	17
	-	-	-	-		2	11	2	11
	-	-	-	-		3	17	1	5
$-v_1-v_2+2Z_1$									
2	1	7	3	19	2	3	19	5	31
	2	13	2	13		4	25	4	25
	3	19	1	7		5	31	3	19
$-v_1+v_2+2Z_1$									
2	5	31	1	5	-	-	-	-	-
$-v_1+v_2-2Z_1$									
2	1	7	5	29	-	-	-	-	-
$v_1-v_2+2Z_1$									
2	1	5	5	31	-	-	-	-	-
$v_1-v_2-2Z_1$									
2	5	29	1	7	-	-	-	-	-
$v_1+v_2-2Z_1$									
2	1	5	3	17	2	3	17	5	29
	2	11	2	11		4	23	4	23
	3	17	1	5		5	29	3	17

Представленные в таблице 3.4 результаты показывают, что в машинах с ДЗО с шестью фазными зонами для данной группы условий возникновения радиальных сил имеет место образование сил только второго порядка. Следует отметить, что образование радиальных сил возможно для основных гармоник МДС, что выделено в таблице, для выражений коэффициента при α типа:

$$-\nu_1 - \nu_2 + Z_1 \text{ и } \nu_1 + \nu_2 - Z_1.$$

Это можно объяснить тем, что возможное число пар полюсов для основных гармоник ДЗО с шестью фазными зонами всегда отличается от числа зубцов на два, вне зависимости от того, какую из основных гармоник выбрать в качестве рабочей [89].

Далее рассмотрим наиболее часто используемые ДЗО с тремя фазными зонами. Некоторые возможные сочетания n_1 , v_1 и n_2 , v_2 , приводящие к созданию радиальных сил низкого порядка, представлены в таблице 3.5. Ранее было показано, что в машинах с обмоткой с $q=1/2$ ($q=1/4$) существует больше условий создания исследуемых радиальных сил. Вследствие этого, для установления зависимостей в машинах с большим числом полюсов, также рассмотрена обмотка с $q=5/14$ ($q=5/16$).

Таблица 3.5 - Соотношения коэффициентов n_1 (v_1) и n_2 (v_2), приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с тремя фазными зонами

$q=1/2$ ($q=1/4$)					$q=3/8$ ($q=3/10$)					$q=5/14$ ($q=5/16$)					
r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2	
$-v_1-v_2+Z_1$															
1	0	1	0	1	1	0	1	2	7	1	0	1	4	13	
	-	-	-	-		1	1	4	1		4	1	4	3	10
	-	-	-	-		2	2	7	0		1	2	7	2	7
2	0	1	1	4	2	0	1	3	10	2	0	1	5	16	
	1	4	0	1		1	1	4	2		7	1	4	4	13
	-	-	-	-		2	2	7	1		4	2	7	3	10
$-v_1+v_2+Z_1$															
1	1	4	1	2	1	3	10	1	2	1	5	14	1	2	
	2	7	2	5		4	13	2	5		-	-	-	-	
	3	10	3	8		5	14	3	8		-	-	-	-	
2	2	7	1	2	2	4	13	1	2	2	-	-	-	-	
	3	10	2	5		5	16	2	5		-	-	-	-	
	4	13	3	8		-	-	-	-		-	-	-	-	
$-v_1+v_2-Z_1$															
1	0	1	2	5	1	0	1	4	11	1	-	-	-	-	
	1	4	3	8		1	4	5	14		-	-	-	-	
	2	7	4	11		-	-	-	-		-	-	-	-	
2	0	1	1	2	2	0	1	3	8	2	0	1	5	14	
	1	4	2	5		1	4	4	11		-	-	-	-	
	2	7	3	8		2	7	5	14		-	-	-	-	
$v_1-v_2+Z_1$															
1	1	2	1	4	1	1	2	3	10	1	1	2	5	16	
	2	5	2	7		2	5	4	13		-	-	-	-	
	3	8	3	10		3	8	5	16		-	-	-	-	
2	1	2	2	7	2	1	2	4	13	2	-	-	-	-	
	2	5	3	10		2	5	5	16		-	-	-	-	
	3	8	4	13		-	-	-	-		-	-	-	-	

Продолжение таблицы 3.5

$q=1/2\ (q=1/4)$					$q=3/8\ (q=3/10)$					$q=5/14\ (q=5/16)$				
r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2
$v_1-v_2-Z_1$														
1	2	5	0	1	1	4	11	0	1	1	-	-	-	-
	3	8	1	4		5	14	1	4		-	-	-	-
	4	11	2	7		-	-	-	-		-	-	-	-
2	1	2	0	1	2	3	8	0	1	2	5	14	0	1
	2	5	1	4		4	11	1	4		-	-	-	-
	3	8	2	7		5	14	2	7		-	-	-	-
$v_1+v_2-Z_1$														
1	1	2	1	2	1	1	2	3	8	1	1	2	5	14
	-	-	-	-		2	5	2	5		2	5	4	11
	-	-	-	-		3	8	1	2		3	8	3	8
2	-	-	-	-	2	1	2	2	5	2	1	2	4	11
	-	-	-	-		2	5	1	2		2	5	3	8
	-	-	-	-		-	-	-	-		3	8	2	5
$-v_1-v_2+2Z_1$														
1	0	1	1	4	1	0	1	5	16	1	4	13	5	16
	1	4	0	1		1	4	4	13		5	16	4	13
	-	-	-	-		2	7	3	10		-	-	-	-
2	0	1	2	7	2	1	4	5	16	2	5	16	5	16
	1	4	1	4		2	7	4	13		-	-	-	-
	2	7	0	1		3	10	3	10		-	-	-	-
$v_1+v_2-2Z_1$														
1	1	2	2	5	1	2	5	5	14	1	-	-	-	-
	2	5	1	2		3	8	4	11		-	-	-	-
	-	-	-	-		4	11	3	8		-	-	-	-
2	1	2	1	2	2	1	2	5	14	2	5	14	5	14
	-	-	-	-		2	5	4	11		-	-	-	-
	-	-	-	-		3	8	3	8		-	-	-	-
$-v_1+v_2+2Z_1$														
1	2	7	1	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	10	2	5		-	-	-	-		-	-	-	-
	4	13	3	8		-	-	-	-		-	-	-	-
2	3	10	1	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	13	2	5		-	-	-	-		-	-	-	-
	5	16	3	8		-	-	-	-		-	-	-	-
$-v_1+v_2-2Z_1$														
1	0	1	3	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	4	4	11		-	-	-	-		-	-	-	-
	2	7	5	14		-	-	-	-		-	-	-	-
2	0	1	2	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	4	3	8		-	-	-	-		-	-	-	-
	2	7	4	11		-	-	-	-		-	-	-	-

Продолжение таблицы 3.5

$q=1/2 \ (q=1/4)$					$q=3/8 \ (q=3/10)$					$q=5/14 \ (q=5/16)$				
r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2	r	n_1	v_1	n_1	v_2
$v_1-v_2+2Z_1$														
1	1	2	2	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5	3	10		-	-	-	-		-	-	-	-
	3	8	4	13		-	-	-	-		-	-	-	-
2	1	2	3	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5	4	13		-	-	-	-		-	-	-	-
	3	8	5	16		-	-	-	-		-	-	-	-
$v_1-v_2-2Z_1$														
1	3	8	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	11	1	4		-	-	-	-		-	-	-	-
	5	14	2	7		-	-	-	-		-	-	-	-
2	2	5	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	8	1	4		-	-	-	-		-	-	-	-
	4	11	2	7										

Представленные в таблице 3.5 результаты показывают, что в машинах с ДЗО с тремя фазными зонами для данной группы условий возникновения радиальных сил имеет место образование сил первого и второго порядков. В машинах с ДЗО с $q=1/2 (q=1/4)$ имеется больше условий создания исследуемых радиальных сил, чем для ДЗО с более высокими порядками основных гармоник. Также имеет место создание радиальных сил первого порядка с участием основных гармоник МДС, что и выделено в таблице. При этом выражения коэффициента при α такие же, как и для обмоток с шестью фазными зонами:

$$-v_1 - v_2 + Z_1 \text{ и } v_1 + v_2 - Z_1.$$

В данном случае возможное число пар полюсов для основных гармоник ДЗО отличается от числа зубцов на единицу, вне зависимости от того, какую из основных гармоник выбрать в качестве рабочей [89].

3.4.2 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии магнитодвижущей силы магнитов и переменной магнитной проводимости

Список коэффициентов при α в аргументах данной группы функций:

$$\left\{ \begin{array}{l} (k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + Z_1) \alpha \\ (k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - Z_1) \alpha \\ (k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + Z_1) \alpha \\ (k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - Z_1) \alpha \\ (k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p - 2Z_1) \alpha \\ (k_1 - k_2) p \omega_r t - ((k_1 - k_2) p + 2Z_1) \alpha \\ (k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p - 2Z_1) \alpha \\ (k_1 + k_2) p \omega_r t - ((k_1 + k_2) p + 2Z_1) \alpha \end{array} \right.$$

Поскольку электрическая машина может быть спроектирована для работы на одной из двух основных гармоник МДС обмотки, необходимо рассмотреть оба возможных варианта числа пар полюсов возбуждения (ротора).

Для обмоток с шестью фазными зонами возможное количество пар полюсов возбуждения определяется согласно (3.10). Здесь и далее число полюсов, соответствующее работе на прямобегающей гармонике МДС обмотки, обозначено как p_1 , а на обратнотекущей – p_2 . Возможные комбинации k_1 и k_2 , приводящие к созданию радиальных сил низкого порядка для наиболее часто используемых ДЗО с шестью фазными зонами, представлены в таблице 3.6. Для наглядности представления результатов выражения $(k_1 + k_2)$ или $(k_1 - k_2)$ в зависимости функции приведено как k' .

Таблица 3.6 - Соотношения коэффициентов k_1 и k_2 , приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с шестью фазными зонами

$q=2/5$					$q=4/11$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1-k_2)p_2+Z_1$									
2	1	3	5	-10	2	1	3	11	-22
	2	4	5	-10		2	4	11	-22
3	1	4	5	-15	-	-	-	-	-
	2	5	5	-15		-	-	-	-
$(k_1-k_2)p_2-Z_1$									
2	3	1	5	10	2	3	1	11	22
	4	2	5	10		4	2	11	22
3	4	1	5	15	-	-	-	-	-
	5	2	5	15		-	-	-	-

Продолжение таблицы 3.6

$q=2/5$					$q=4/11$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1 + k_2) p_2 - Z_1$									
2	1	1	5	10	2	1	1	11	22
3	1	2	5	15	-	-	-	-	-
	2	1	5	15		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_2 - 2Z_1$									
1	1	4	5	25	-	-	-	-	-
	2	3	5	25		-	-	-	-
$q=2/7$					$q=4/13$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1 - k_2) p_1 + Z_1$									
2	1	3	7	-14	2	1	3	13	-46
	2	4	7	-14		2	4	13	-46
$(k_1 - k_2) p_1 - Z_1$									
2	3	1	7	14	2	3	1	13	46
	4	2	7	14		4	2	13	46
$(k_1 + k_2) p_1 - Z_1$									
2	1	1	7	14	2	1	1	13	26
$(k_1 - k_2) p_1 + 2Z_1$									
3	1	4	7	21	-	-	-	-	-
	2	5	7	21		-	-	-	-
$(k_1 - k_2) p_1 - 2Z_1$									
3	4	1	7	21	-	-	-	-	-
	5	2	7	21		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_1 - 2Z_1$									
3	1	2	7	21	-	-	-	-	-
	2	1	7	21		-	-	-	-

Представленные в таблице 3.6 результаты показывают, что для данной группы функций в машинах с ДЗО с шестью фазными зонами существуют условия возникновения радиальных сил различных порядков. Также имеет место возникновение сил порядка $r=2$ с участием основных гармоник рассматриваемых функций, что выделено в таблице. При этом число полюсов возбуждения может быть выполнено для работы с любой из основных гармоник МДС обмотки. Такие выражения коэффициента при α имеют вид:

$$(k_1 + k_2) p_1 - Z_1 \text{ и } (k_1 + k_2) p_2 - Z_1.$$

Для обмоток с тремя фазными зонами возможное количество пар полюсов возбуждения определяется согласно (3.11). Возможные комбинации k_1 и k_2 ,

приводящие к созданию радиальных сил низкого порядка для наиболее часто используемых ДЗО с тремя фазными зонами, представлены в таблице 3.7. Здесь, как и ранее, дополнительно рассмотрим ДЗО с $q=5/14$ ($q=5/16$).

Таблица 3.7 - Соотношения коэффициентов k_1 и k_2 , приводящие к созданию радиальных сил низких порядков для ДЗО с тремя фазными зонами

$q=1/2$					$q=3/8$					$q=5/14$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1 - k_2) p_1 + Z_1$														
0	1	4	1	-3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5	1	-3		-	-	-	-		-	-	-	-
1	1	3	1	-2	1	1	3	4	-8	1	1	3	7	-14
	1	5	1	-2		2	4	4	-8		2	4	7	-14
2	1	2	1	-1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	3	1	-1		-	-	-	-		-	-	-	-
3	1	1	1	0	3	1	4	4	-12	-	-	-	-	-
	2	2	1	0		2	5	4	-12		-	-	-	-
$(k_1 - k_2) p_1 - Z_1$														
0	4	1	1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	2	1	3		-	-	-	-		-	-	-	-
1	3	1	1	2	1	3	1	4	8	0	3	1	7	14
	4	2	1	2		4	2	4	8		4	2	7	14
2	2	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3	2	1	1		-	-	-	-		-	-	-	-
3	1	1	1	0	3	4	1	4	12	-	-	-	-	-
	2	2	1	0		5	2	4	12		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_1 - Z_1$														
0	1	2	1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	1	1	3		-	-	-	-		-	-	-	-
1	1	1	1	2	1	1	1	4	8	1	1	1	7	14
	1	3	1	4										
2	1	4	1	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	3	1	5		-	-	-	-		-	-	-	-
3	1	5	1	6	3	1	2	4	12	-	-	-	-	-
	2	4	1	6		-	-	-	-		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_1 - 2Z_1$														
0	1	5	1	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	4	1	6		-	-	-	-		-	-	-	-
1	1	5	1	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	4	1	6		-	-	-	-		-	-	-	-
2	1	3	1	4	2	1	3	4	16	2	1	3	7	28
	2	2	1	4		1	4	4	20		2	2	7	28
3	1	2	1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	1	1	3		-	-	-	-		-	-	-	-

Продолжение таблицы 3.7

$q=1/2$					$q=3/8$					$q=5/14$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1 - k_2) p_1 - 2Z_1$														
2	5	1	1	4	2	5	1	4	-16	2	5	1	7	28
3	4	1	1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	2	1	3		-	-	-	-		-	-	-	-
$(k_1 - k_2) p_1 + 2Z_1$														
2	1	5	1	-4	2	1	5	4	-16	2	1	5	7	-28
3	1	4	1	-3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5	1	-3		-	-	-	-		-	-	-	-
$q=1/4$					$q=3/10$					$q=5/16$				
r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$	r	k_1	k_2	p	$k'p$
$(k_1 - k_2) p_2 + Z_1$														
1	1	2	2	-2	1	1	3	5	-10	1	3	1	8	16
	1	3	2	-4		2	4	5	-10		4	2	8	16
3	1	1	2	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1	4	2	-6		-	-	-	-		-	-	-	-
$(k_1 - k_2) p_2 - Z_1$														
1	2	1	2	2	1	3	1	5	10	-	-	-	-	-
	3	1	2	4		4	2	5	10		-	-	-	-
3	1	1	2	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	2	2	0		-	-	-	-		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_2 - Z_1$														
-	-	-	-	-	1	1	1	5	10	1	1	1	8	16
$(k_1 - k_2) p_2 + 2Z_1$														
0	1	4	2	-6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5	2	-6		-	-	-	-		-	-	-	-
-	-	-	-	-	2	1	5	5	-20	2	1	5	8	-32
	-	-	-	-		-	-	-	-		-	-	-	-
3	1	3	2	-4	3	1	4	5	-15	-	-	-	-	-
	1	5	2	-4		2	5	5	-15		-	-	-	-
$(k_1 - k_2) p_2 - 2Z_1$														
0	4	1	2	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	2	2	6		-	-	-	-		-	-	-	-
-	-	-	-	-	2	5	1	5	20	2	5	1	8	-32
	-	-	-	-		-	-	-	-		-	-	-	-
3	3	1	2	8	3	4	1	5	15	-	-	-	-	-
	4	2	2	8		5	2	5	15		-	-	-	-
$(k_1 + k_2) p_2 - 2Z_1$														
0	1	2	2	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	1	2	6		-	-	-	-		-	-	-	-
-	-	-	-	-	2	1	3	5	20	2	1	3	8	32
	-	-	-	-		2	2	5	20		2	2	8	32
2	1	1	2	4	3	1	2	5	15	-	-	-	-	-
	1	3	2	8		2	1	5	15		-	-	-	-

Представленные в таблице 3.7 результаты показывают, что для данной группы функций в машинах с ДЗО с тремя фазными зонами также существуют условия возникновения радиальных сил различных порядков. Как и ранее, для ДЗО с $q=1/2$ ($q=1/4$) имеется больше условий образования низкочастотных радиальных сил вследствие низкого числа полюсов. Следует отметить, что в электрических машинах с ДЗО с тремя фазными зонами имеет место возникновение сил порядка $r=1$ с участием основных гармоник рассматриваемых функций, что выделено в таблице. В этих случаях число полюсов возбуждения может быть выполнено для работы с любой из основных гармоник МДС обмотки. Выражения коэффициента при α аналогичны случаю для ДЗО с шестью фазными зонами:

$$(k_1 + k_2) p_1 - Z_1 \text{ и } (k_1 + k_2) p_2 - Z_1.$$

Возникновение описанных радиальных сил для данной группы функций с участием основных гармоник в машинах с ДЗО вне зависимости от числа фазных зон связано с тем, что число пар полюсов возбуждения, созданного ПМ, близко к числу зубцов статора.

3.4.3 Радиальные силы, возникающие при взаимодействии результирующей магнитодвижущей силы и переменной магнитной проводимости

Список коэффициентов при α в аргументах данной группы функций:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp - Z_1)\alpha \\ \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp + Z_1)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp - Z_1)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp + Z_1)\alpha \\ \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp - 2Z_1)\alpha \\ \omega t - kp\omega_r t + (\mp v + kp + 2Z_1)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp - 2Z_1)\alpha \\ \omega t + kp\omega_r t + (\mp v - kp + 2Z_1)\alpha \end{array} \right.$$

Как и ранее, для рассматриваемой группы функций необходимо проанализировать возможность создания радиальных сил низкого порядка для каждого возможного числа полюсов МДС возбуждения.

Очевидно, что множество различных комбинаций гармонических составляющих исследуемых функций может приводить к созданию рассматриваемых радиальных сил. Однако основное внимание необходимо уделить основным гармоникам МДС обмотки и МДС возбуждения. В таблице 3.8 представлены основные гармонические составляющие исследуемых функций, для которых имеет место создание радиальных сил низкого порядка для наиболее часто используемых ДЗО.

Таблица 3.8- Соотношения коэффициентов n , k и Z_1 , приводящие к созданию радиальных сил низких порядков

$q=2/5$						$q=4/11$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu - kp_2 + Z_1$											
0	1	7	1	5	5	0	2	13	1	11	11
$\nu + kp_2 - Z_1$											
2	1	5	1	5	5	2	2	11	1	11	11
$q=2/7$						$q=4/13$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$\nu + kp_1 - Z_1$											
0	1	5	1	7	7	0	2	11	1	13	13
$-\nu - kp_1 + Z_1$											
2	1	7	1	7	7	2	2	13	1	13	13
$q=1/2$						$q=3/8$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$\nu + kp_1 - Z_1$											
0	1	2	1	1	1	0	2	5	1	4	4
$-\nu - kp_1 + Z_1$											
1	0	1	1	1	1	1	1	4	1	4	4
$\nu + kp_1 - Z_1$											
0	1	2	1	1	1	-	-	-	-	-	-
$\nu - kp_1 + Z_1$											
1	0	1	1	1	1	-	-	-	-	-	-
$q=1/4$						$q=3/10$					
r	n	ν	k	p	kp	r	n	ν	k	p	kp
$-\nu - kp_2 + Z_1$											
0	0	1	1	2	2	0	1	4	1	5	5
$\nu + kp_2 - Z_1$											
1	1	2	1	2	2	1	2	5	1	5	5

Проанализировав результаты, представленные в таблице 3.8, можно заключить следующее. В электрических машинах с ДЗО как с тремя, так и с

шестью фазными зонами имеет место образование радиальных сил порядка $r=0$. Такие силы возникают для основной гармоники эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС возбуждения и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в противоположном направлении. Причем в качестве рабочей гармоники МДС обмотки может быть выбрана любая из основных гармоник. Выражения коэффициента при α функций, приводящих к созданию таких сил:

$$-\nu - kp_2 + Z_1 \text{ и } \nu + kp_1 - Z_1.$$

Для данной группы функций также существуют условия создания сил другого порядка: в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами порядка $r=2$, а в машинах с ДЗО с тремя фазными зонами - порядка $r=1$. Такие силы возникают для основной гармоники эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС возбуждения и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в том же направлении. Выражения коэффициента при α функций, приводящих к созданию таких сил:

$$-\nu - kp_1 + Z_1 \text{ и } \nu + kp_2 - Z_1.$$

Необходимо добавить, что в случае ДЗО с $q=1/2$ ($q=1/4$), как и для групп функций описанных выше, имеется больше условий образования низкочастотных радиальных сил.

Выводы по третьей главе

1. Установлены аналитические зависимости, описывающие возникновение низкочастотных составляющих радиальной электромагнитной силы, приводящих к вибрациям активных частей электрических машин с ДЗО и ПМ, и являющихся результатом взаимодействия пространственных гармонических составляющих МДС ДЗО, МДС поля ПМ и гармоник удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора. Полученные аналитические выражения позволяют определить порядковые номера гармоник исследуемых функций, являющихся причиной возникновения низкочастотных составляющих радиальной электромагнитной силы.

2. Показано, что порядок возникающих радиальных сил различен для электрических машин с ДЗО с тремя и шестью фазными зонами.

3. Приведены условия образования радиальных сил низкого порядка при гладком немагнитном зазоре. Получены порядковые номера гармоник МДС обмотки и МДС магнитов, взаимодействие которых приводит к созданию радиальных сил низкого порядка, для наиболее распространенных ДЗО.

4. Показано, что при гладком немагнитном зазоре существуют условия создания радиальных сил низкого порядка с участием основных гармоник, обладающих наибольшей амплитудой, МДС обмотки и МДС магнитов. В машинах с любой ДЗО вне зависимости от числа фазных зон возникают радиальные силы нулевого порядка при взаимодействии гармоник МДС обмотки и МДС магнитов, вращающихся в одном направлении. Кроме этого, в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами образуются радиальные силы второго порядка, а машинах с ДЗО с тремя фазными зонами – первого и второго порядков. Такие силы возникают при взаимодействии основной гармоники МДС магнитов и одной из основных гармоник МДС обмотки, имеющей противоположное направление вращения.

5. Приведены условия образования радиальных сил низкого порядка при учете односторонней зубчатости со стороны статора. Получены порядковые номера гармоник МДС обмотки и МДС магнитов для основной гармоники удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора, являющихся причиной возникновения радиальных сил низкого порядка, для наиболее распространенных ДЗО.

6. Показано, что при односторонней зубчатости со стороны статора существуют условия создания радиальных сил низкого порядка при взаимодействии основных гармоник, обладающих наибольшей амплитудой, МДС обмотки и МДС магнитов. В машинах с любой ДЗО вне зависимости от числа фазных зон возникают радиальные силы нулевого порядка. Такие силы возникают для основной гармоники удельной эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС поля ПМ и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в противоположном направлении. Кроме этого, в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами возникают

радиальные силы второго порядка, а в машинах с ДЗО с тремя фазными зонами – первого порядка. Такие силы возникают для основной гармоники эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС поля ПМ и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в том же направлении.

7. В электрических машинах с ДЗО с числом пазов на полюс и фазу $q=1/2$ ($q=1/4$) имеется больше условий образования низкочастотных радиальных сил вследствие низкого порядка рабочих гармоник МДС, создаваемой обмоткой. Причем это справедливо, как и при гладком немагнитном зазоре, так и при учете односторонней зубчатости со стороны статора. Таким образом, данную обмотку следует избегать при применении электрической машины в областях с особыми требованиями к вибрациям и шумам.

8. Полученные аналитические выражения могут быть практически использованы для оптимизации конструкций ротора и/или ДЗО с целью снижения пульсаций электромагнитного момента и магнитных вибраций и шумов электрических машин с ДЗО и ПМ.

ГЛАВА 4 СРАВНИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОСОБОВ УЛУЧШЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКИ

4.1 Описание расчетной модели

Как было показано в первой главе, исследователями ведутся работы на предмет улучшения пространственного гармонического состава МДС, создаваемой ДЗО. Результаты освещаются на международных конференциях и публикуются в научно-технической литературе [40-75]. В свою очередь, во второй и третьей главах показано влияние гармоник МДС на такие нежелательные эффекты, как пульсации момента и радиальные силы притяжения между статором и ротором. Следует отметить, что исследования улучшения гармонического состава МДС обмотки зачастую ограничиваются непосредственно предлагаемым подходом к решению задачи. Комплексный сравнительный анализ различных подходов в аспекте их эффективности, воздействия на ключевые параметры электрических машин, а также уровня сложности конструктивной реализации в настоящее время отсутствует.

В настоящей главе проведено сравнение представленных ранее способов улучшения пространственного гармонического состава МДС ДЗО на базе общей модели электрической машины. Эскиз данной машины представлен на рисунке 4.1. Конструкция магнитной системы соответствует рассматриваемой в предыдущих главах: (1) изменение магнитной проводимости воздушного зазора вдоль расточки обусловлено только зубчатой структурой статора (односторонняя зубчатость); (2) возбуждение осуществляется с использованием ПМ с радиальной намагниченностью, магнитная проводимость которых мало отличается от проводимости воздуха, расположенных на поверхности цилиндрического ротора. В качестве исследуемой обмотки рассматривалась двухслойная ДЗО с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$, для которой описано применение каждого из представленных ранее способов улучшения гармонического состава МДС

обмотки [90]. Схема исследуемой обмотки представлена на рисунке 4.2. В ходе проведения расчетов, учитывающих насыщение стали магнитопровода, материалом выступает электротехническая сталь марки 2412, кривая намагничивания которой приведена на рисунке 4.3. Параметры исследуемой модели электрической машины приведены в таблице 4.1.

В рамках настоящей работы рассмотрены следующие способы улучшения пространственного гармонического состава МДС ДЗО:

- введение магнитных барьеров в ярмо статора;
- введение магнитных барьеров в зубцы статора;
- увеличение числа слоев обмотки до четырех;
- питание обмотки от двух независимых источников;
- выполнение обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах.

Приведенные способы улучшения пространственного гармонического состава МДС рассматривались на основе представленной модели без изменения геометрических размеров магнитной системы, в том числе величины воздушного зазора, величина фазного тока также оставалась неизменной.

Расчет параметров и характеристик электрической машины проводился с использованием программного обеспечения, реализующего метод конечно-элементного анализа с двухмерной постановкой задачи, *FEMM*. Для проведения последующего сравнения был сформирован ряд критериев:

- гармонический состав индукции магнитного поля в воздушном зазоре;
- обмоточный коэффициент рабочей гармоники;
- пульсации момента, возникающие в процессе работы электрической машины и ухудшающие плавность вращения;
- низкочастотная составляющая радиальной силы, вызывающая магнитные вибрации и шум;
- пульсации магнитной индукции в объеме постоянных магнитов, приводящие к потерям на вихревые токи в магнитах;
- индуктивности по осям d и q , отражающие уровень дифференциального рассеяния.

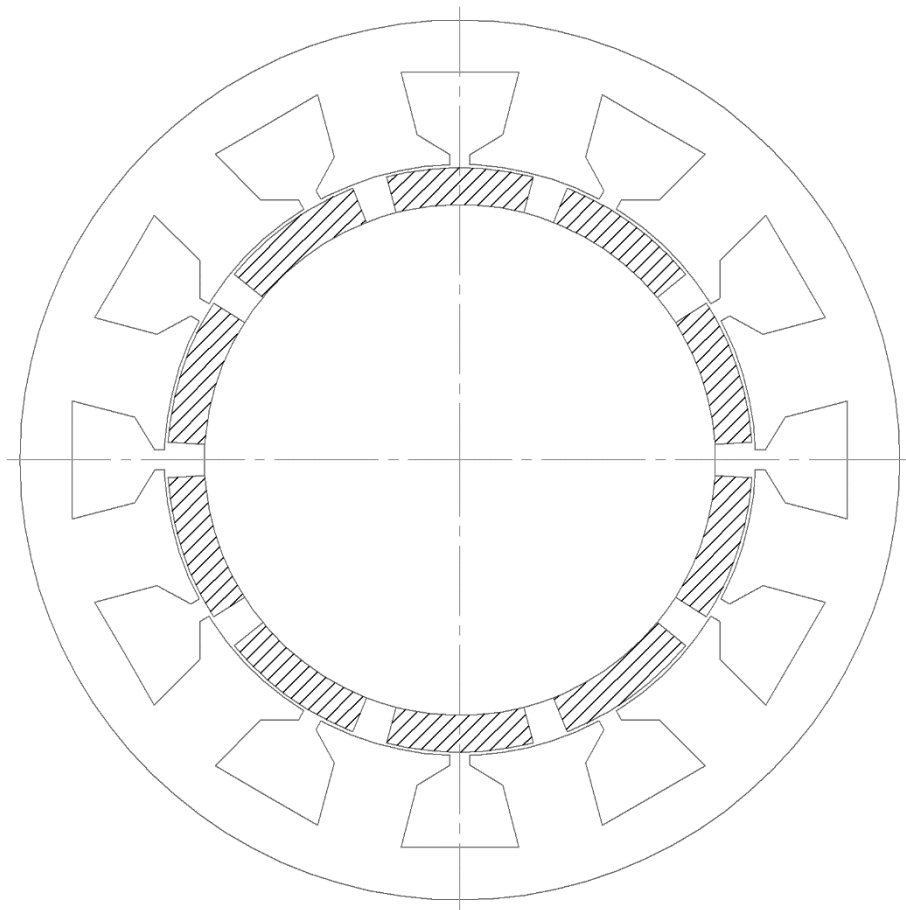


Рисунок 4.1 – Эскиз исследуемой электрической машины

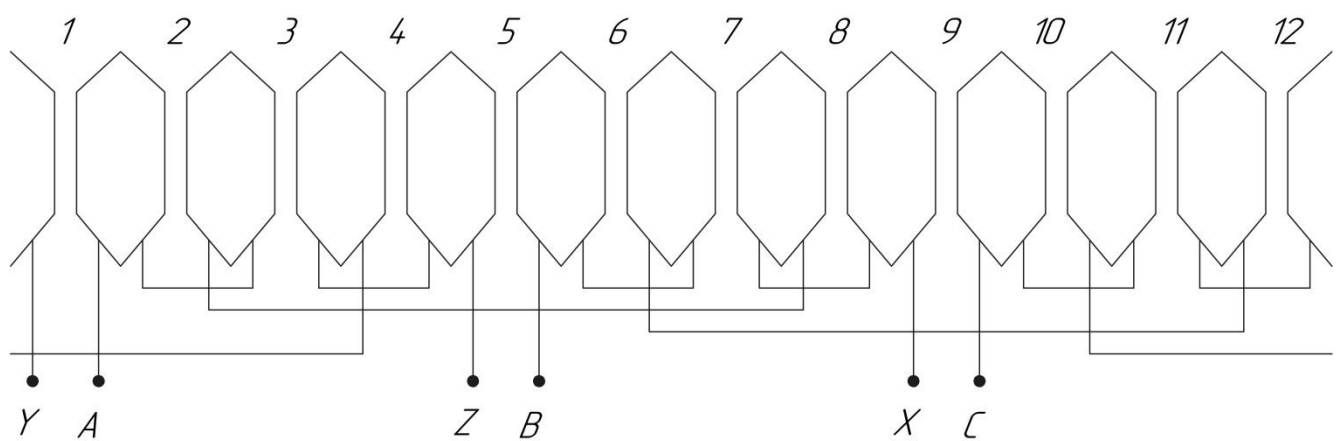


Рисунок 4.2 – Схема исследуемой обмотки с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$

В, Тл	H, А/м
0,4	67
0,5	77
0,6	90
0,7	109
0,8	133
0,9	166
1,0	217
1,1	295
1,2	399
1,3	585
1,4	1230
1,5	2500
1,6	5000
1,7	10000
1,8	15600
1,9	23900
2,0	59000
2,1	149000
2,2	239000
2,3	329000
2,4	419000

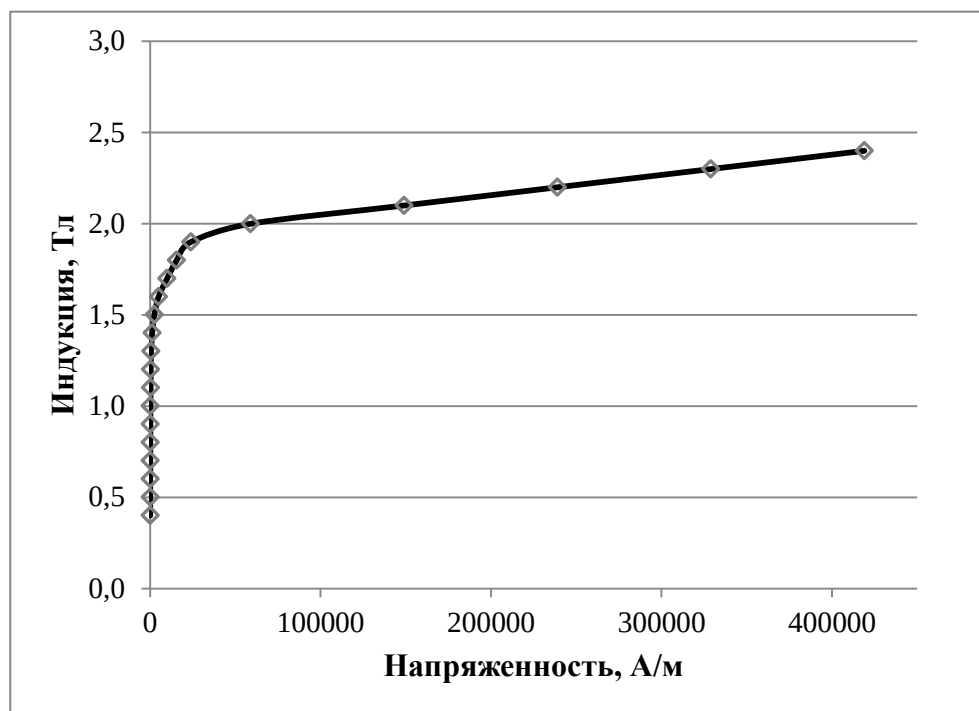


Рисунок 4.3 – Кривая намагничивания электротехнической стали марки 2412

Таблица 4.1– Параметры исследуемой модели электрической машины

Параметр	Единица измерения	Значение
Внешний диаметр	мм	134
Диаметр расточки	мм	90
Величина воздушного зазора	мм	0,5
Длина сердечника	мм	65
Ширина зубца	мм	13
Высота ярма	мм	8
Число пазов статора	-	12
Число полюсов	-	10
Высота постоянного магнита	мм	5,6
Полюсный угол магнита	эл. град.	145
Магнитная индукция постоянных магнитов	Т	1,44
Коэрцитивная сила постоянных магнитов	кА/м	835
Число витков катушки	-	46
Число параллельных ветвей	-	1
Номинальный фазный ток	А	7,37

Далее представлены методика расчета и подробный анализ параметров и характеристик, выбранных в качестве критериев сравнения эффективности способов улучшения пространственного гармонического состава МДС обмотки.

Приведенные методики расчета описаны на базе анализа модели электрической машины с исходной ДЗО с $q=2/5$.

Необходимо отметить, что способ введения магнитных барьеров в конструкцию статора основан на локальном увеличении сопротивления магнитной цепи. Таким образом, он не оказывает прямого влияния на МДС, создаваемую обмоткой, но позволяет изменять гармонический состав магнитной индукции в области воздушного зазора, являющейся функцией МДС и магнитной проводимости [38, 39]. Очевидно, что от размера магнитных барьеров непосредственно зависит величина дополнительного магнитного сопротивления и изменение параметров магнитной цепи в целом. Таким образом, для дальнейшего сравнения данного подхода с другими прежде всего требовалось определить оптимальный размер магнитных барьеров. Для этого было проведено моделирование с применением метода конечно-элементного анализа, в ходе которого были рассмотрены магнитные барьеры разного размера. Поскольку данный способ основан именно на локальных сопротивлениях магнитной цепи, моделирование проводилось с учетом насыщения стали магнитопровода. При моделировании ротор был заменен магнитопроводящим цилиндром с сохранением величины воздушного зазора. В качестве критерия оптимального размера магнитного барьера выбраны амплитуды пространственных гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре, обладающие наибольшей амплитудой: первая субгармоника, пятая рабочая гармоника и седьмая высшая гармоника, поскольку рассматривающие данный способ авторы работ ориентировались на эти гармоники [40, 41, 43-47]. Более подробно методика расчета магнитной индукции в воздушном зазоре приведена ниже при описании соответствующего критерия сравнения.

При применении магнитных барьеров в ярме статора в машине с исследуемой двухслойной ДЗО барьер размещается над пазами, в которых лежат катушки одной фазы [40-42]. В ходе моделирования объем магнитного барьера считался заполненным немагнитным материалом. Также были рассмотрены две

формы магнитных барьеров: прямоугольные и трапецеидальные [42]. Эскиз конструкции статора с рассматриваемыми барьерами представлен на рисунке 4.4.

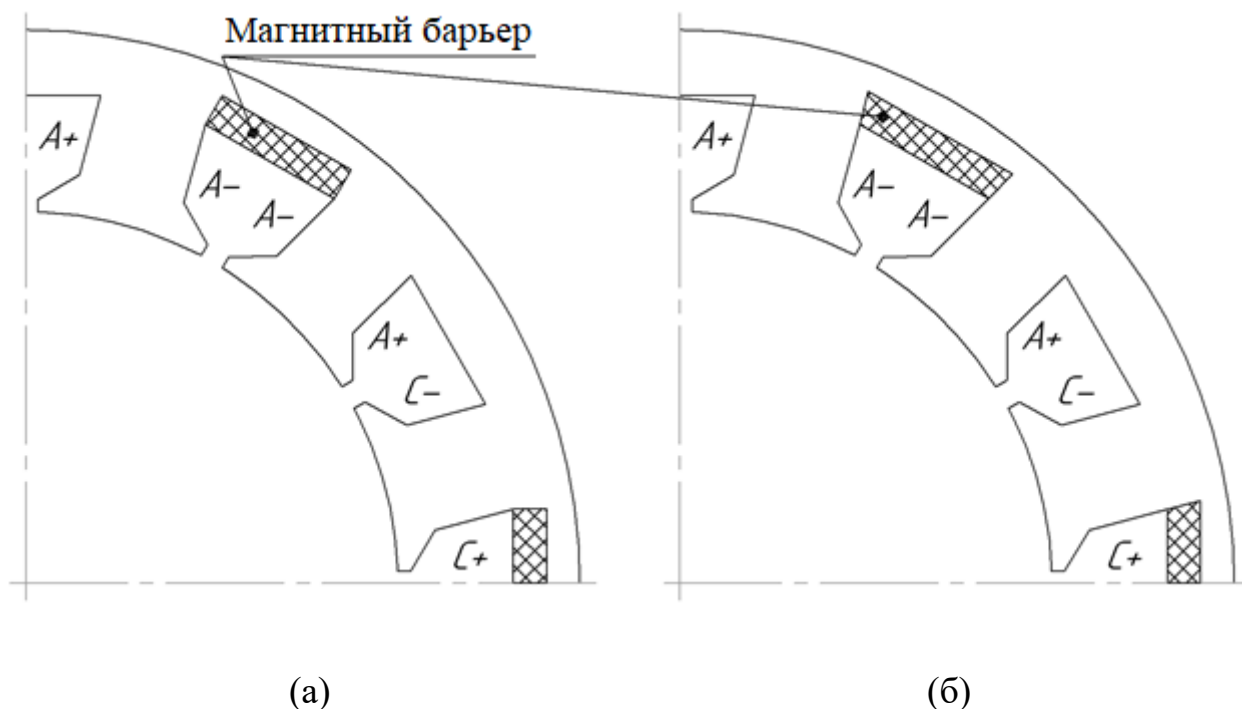


Рисунок 4.4 – Эскиз статора с включением магнитных барьеров в ярмо:
а – прямоугольные, б – трапецеидальные

Согласно результатам моделирования, исследуемые формы барьеров в ярме показывают практически идентичные результаты. Таким образом, при применении данного подхода предпочтительная форма барьеров может быть выбрана исходя из используемой технологии изготовления магнитопровода статора. На рисунке 4.5 представлены зависимости амплитуд рассматриваемых гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре от размера магнитных барьеров в ярме. Размер барьеров представлен в относительных единицах: размер барьера отнесен к размеру ярма. Показано, что увеличение размера магнитного барьера сопровождается уменьшением амплитуд пятой и седьмой гармоник. При этом первая гармоника демонстрирует немонотонную зависимость с ярко выраженным минимумом. На основании полученных результатов был выбран размер барьера, обеспечивающий данный минимум первой гармоники. Относительный размер барьера, используемый при дальнейшем сравнении:

$$h_{fb} = 0,25h_a .$$

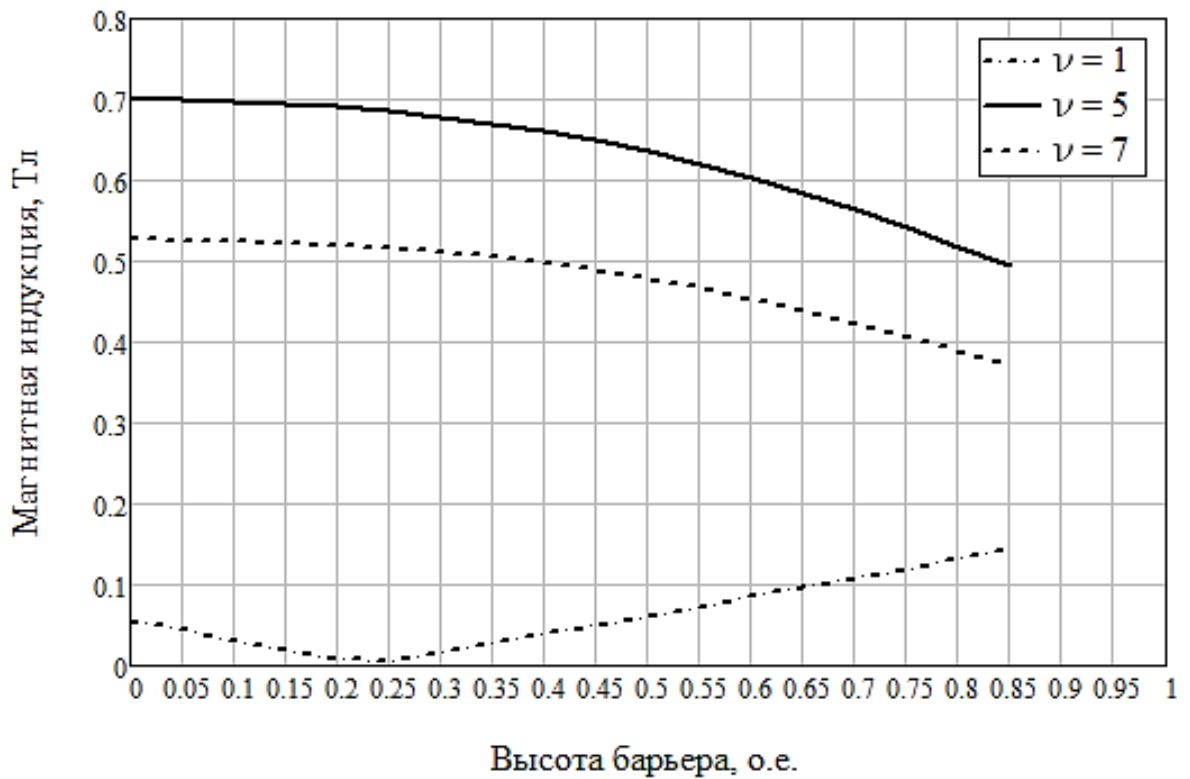


Рисунок 4.5 – Зависимость амплитуд пространственных гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре от размера магнитных барьеров в ярме статора (размер барьеров представлен в относительных единицах: размер барьера отнесен к размеру ярма)

Для применения магнитных барьеров в зубце статора необходимо отметить следующее: в разделе, посвященном обзору различных подходов к улучшению пространственного гармонического состава МДС, было изложено, что применение магнитных барьеров в зубце описано только для однослойных ДЗО. Для таких обмоток магнитный барьер помещается либо в зубец между катушками разных фаз, либо в зубец между катушками одной фазы [43-47]. Отмечается также возможность применения указанного способа и к двухслойным ДЗО, но работы по данной тематике отсутствуют. Таким образом, необходимо дополнительно провести исследование с различными вариантами размещения магнитных барьеров.

В настоящей работе применительно к рассматриваемой обмотке исследованы следующие варианты размещения магнитных барьеров в зубце статора:

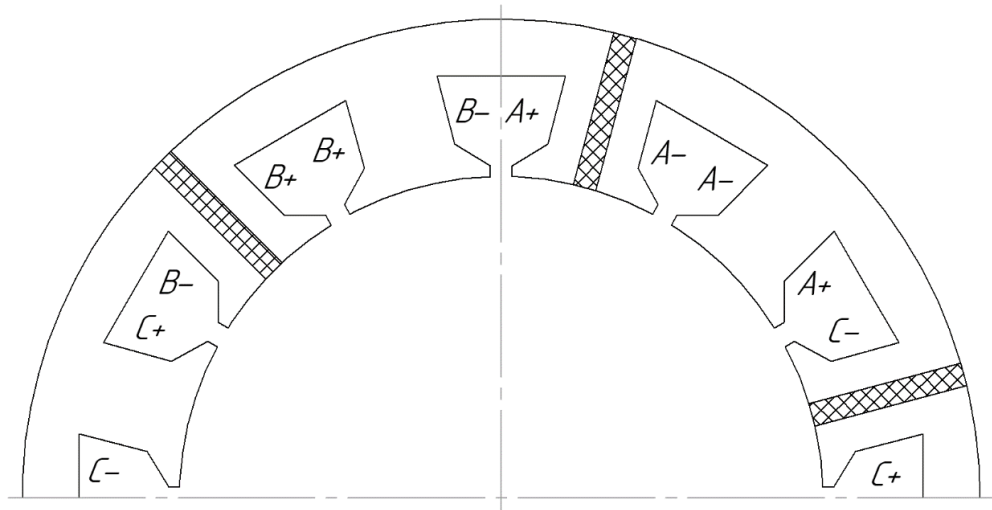
- 1) в зубце, вокруг которого намотана «первая» катушка в фазы;
- 2) в зубце, вокруг которого намотана «вторая» катушка фазы;
- 3) в каждом зубце статора.

Первые два варианта соответствуют применению данного подхода к однослойным ДЗО, когда магнитный барьер размещается через один зубец. Эскизы конструкций статора с рассматриваемыми вариантами размещения барьеров представлены на рисунке 4.6.

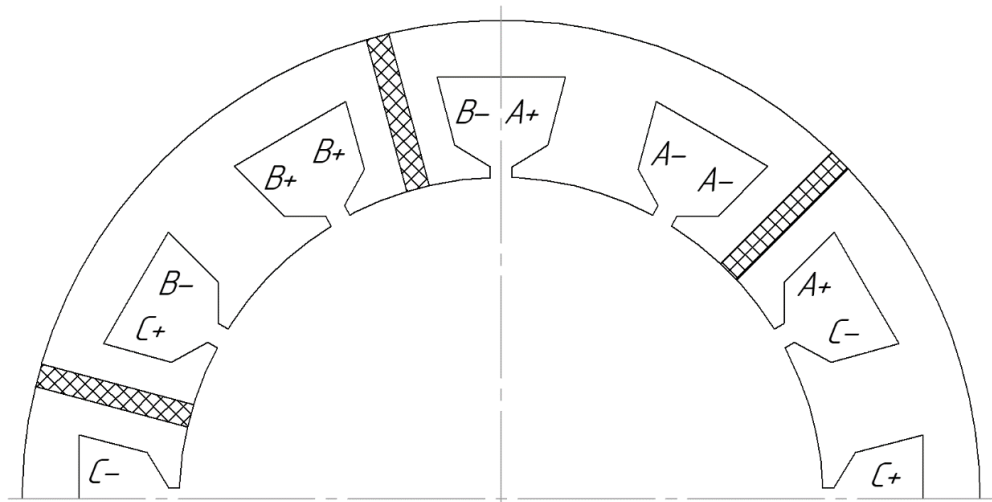
На рисунке 4.7 представлены зависимости амплитуд рассматриваемых гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре от размера магнитных барьеров в зубце. Размер барьеров представлен в относительных единицах: ширина барьера отнесена к ширине зубца статора. По результатам моделирования определено, что варианты размещения магнитного барьера через один зубец показывают идентичные результаты (рисунок 4.7 а). Размещение магнитных барьеров в каждом зубце статора приводит к иному результату: с увеличением размера барьера постепенно снижаются и все амплитуды рассматриваемых гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре. Следует отметить вариант с размещением магнитных барьеров в каждом зубце статора. При ширине барьера, равной:

$$b_{\text{п}} = 0,04b_z$$

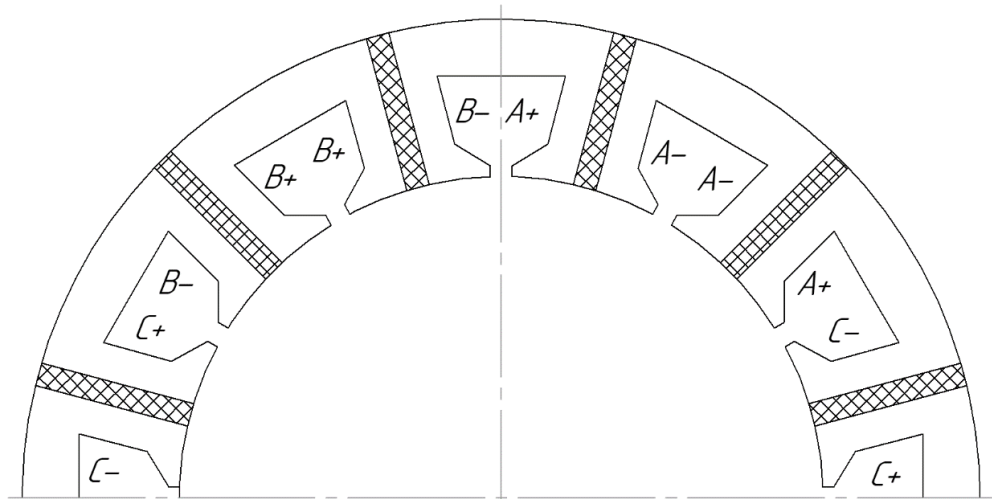
наблюдается наибольшее снижение первой гармоники магнитной индукции относительно других рассмотренных вариантов размещения магнитных барьеров при наименьшем уменьшении рабочей гармоники магнитной индукции.



(a)

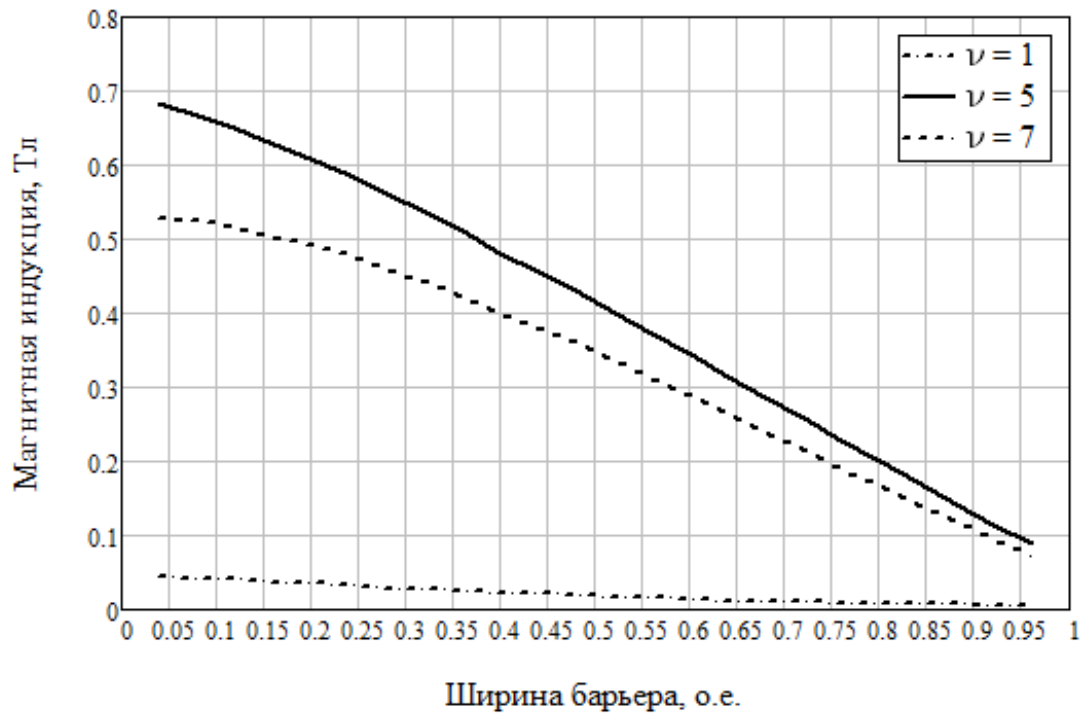


(б)

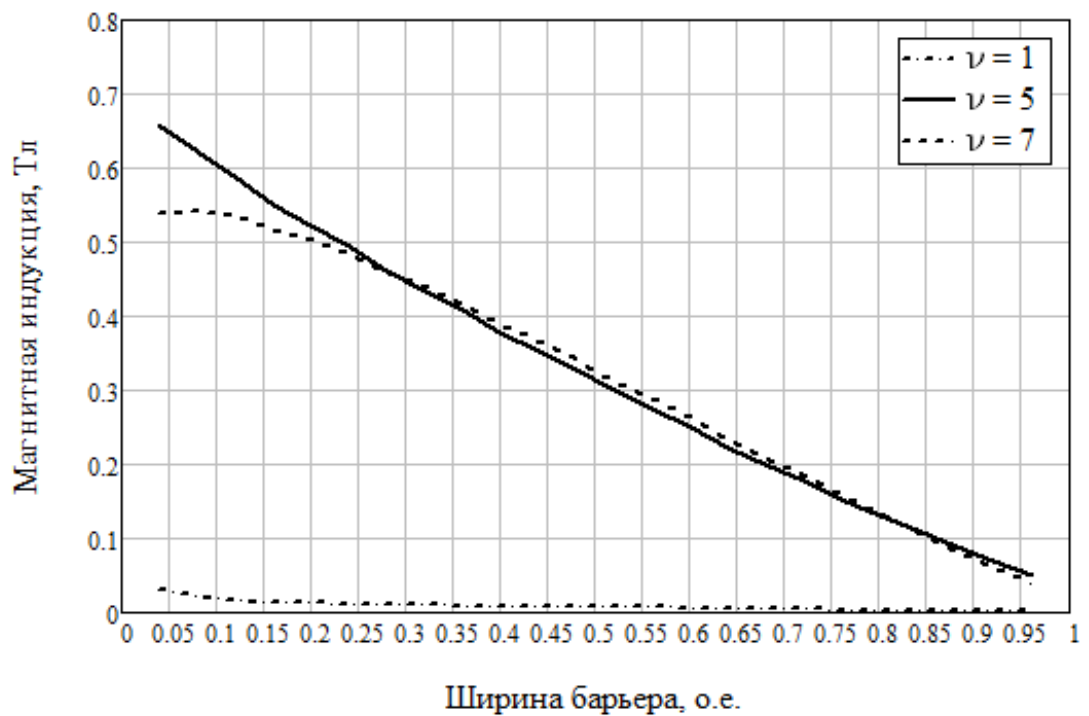


(в)

Рисунок 4.6 - Эскиз статора с включением магнитных барьеров в зубцы:
 а – в зубце, вокруг которого намотана «первая» катушка в фазы, б – в зубце,
 вокруг которого намотана «вторая» катушка фазы, в – в каждом зубце



(a)



(б)

Рисунок 4.7 - Зависимость амплитуд пространственных гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре от размера магнитных барьеров в зубце:
 а – магнитный барьер размещается через один зубец, б – магнитный барьер размещается в каждом зубце (размер барьеров представлен в относительных единицах: ширина барьера отнесена к ширине зубца статора)

Несмотря на то, что применение магнитных барьеров в зубце статора для двухслойных ДЗО не показывает таких же результатов, как в случае однослойных ДЗО [43-47], в ходе сравнения необходимо рассмотреть применение данного подхода. В последующем сравнении будет использован вариант размещения магнитных барьеров в каждом зубце статора.

4.2 Описание критериев сравнения и методики их расчета

4.2.1 Гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре

Использование программного обеспечения, реализующего метод конечно-элементного анализа, позволяет рассчитать магнитное поле во всем активном объеме электрической машины, в том числе распределение магнитной индукции в воздушном зазоре. Однако при использовании данного метода отсутствует возможность прямого определения МДС. Как было показано ранее, магнитная индукция в воздушном зазоре зависит от МДС и магнитной проводимости воздушного зазора. Таким образом, результат применения рассматриваемых способов улучшения пространственного гармонического состава МДС можно оценить по их влиянию на пространственный гармонический состав распределения магнитной индукции в воздушном зазоре.

Поскольку рассматриваемые подходы направлены только на улучшение гармонического состава МДС, созданной обмоткой, для исключения влияния ПМ на картину распределения магнитного поля, ротор был заменен на сплошной магнитопроводящий цилиндр без ПМ с сохранением величины воздушного зазора. В этом случае изменение гармонического состава МДС обмотки напрямую отразится на гармоническом составе магнитной индукции в воздушном зазоре.

В ходе расчета задавались мгновенные значения токов фаз обмотки, соответствующие симметричной трехфазной системе токов, когда в фазе А протекает максимальный ток, а в фазах В и С – вдвое меньший. Ротор позиционировался произвольным образом, и производился расчет модели. В результатах расчета снималось значение распределения нормальной

составляющей магнитной индукции в центре воздушного зазора. После чего полученное распределение раскладывалось в ряд Фурье, и выделялись пространственные гармонические составляющие. Анализ проводился как без учета насыщения стали магнитопровода, так и с его учетом. При отсутствии насыщения относительная проницаемость стали задавалась во много раз больше реальной относительной проницаемости электротехнической стали, поскольку в программном обеспечении отсутствует возможность задания магнитной проницаемости равной бесконечности. При учете насыщения в свойствах материала магнитопровода задавалась кривая намагничивания, представленная выше (рисунок 4.3).

Пространственный гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре без учета насыщения стали представлен на рисунке 4.8. Полученный гармонический состав пропорционален гармоническому составу МДС исследуемой обмотки.

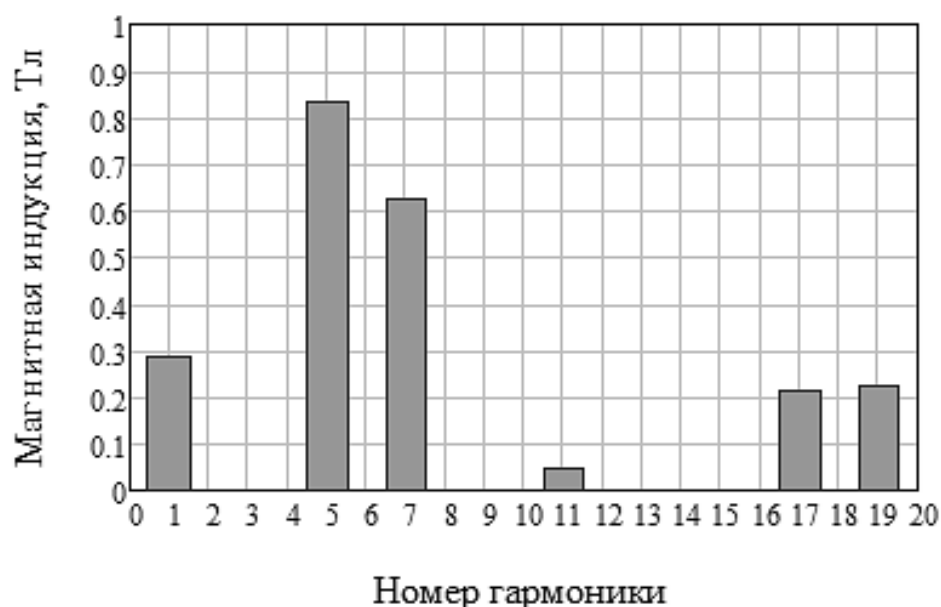


Рисунок 4.8 – Пространственный гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре без учета насыщения стали

Рассматриваемая ДЗО создает две основные гармоники, обладающие высокой амплитудой: пятую, которая является рабочей для рассматриваемой электрической машины, и седьмую. Помимо этого, сравнительно большие

амплитуды имеют первая субгармоника, а также семнадцатая и девятнадцатая высшие гармоники.

Результаты, полученные при учете насыщения стали магнитопровода, представлены на рисунке 4.9. Ввиду того, что магнитная проницаемость материала магнитопровода уменьшается с ростом насыщения, имеет место снижение амплитуд всех гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре относительно моделирования без насыщения стали. Кроме того, имеют место кратные трем гармоники, появление которых связано с местным насыщением магнитопровода.

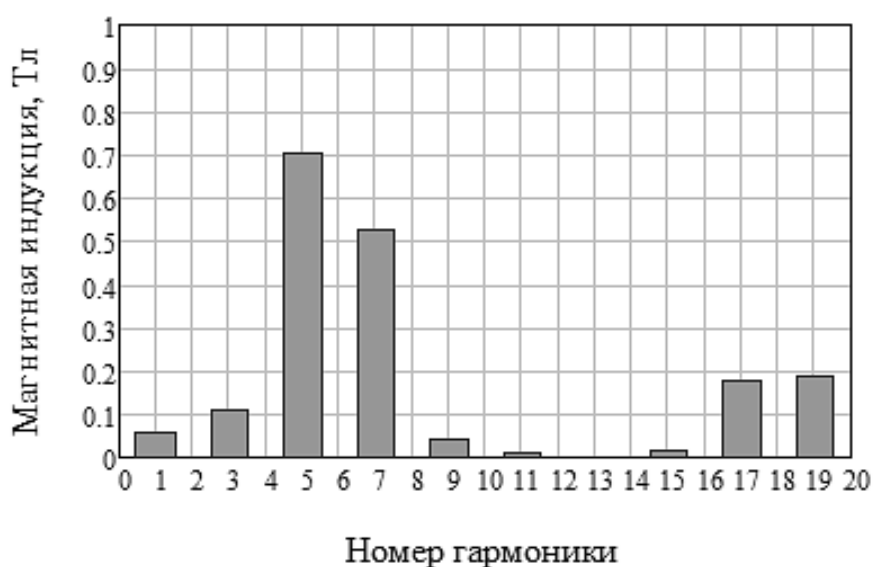


Рисунок 4.9 - Пространственный гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре с учетом насыщения стали

4.2.2 Обмоточный коэффициент рабочей гармоники

Процесс преобразования энергии связан с рабочей гармоникой магнитного поля в воздушном зазоре. Качество преобразования энергии зависит от обмоточного коэффициента рабочей гармоники поля и ЭДС. Исходя из этого, оценка влияния способов улучшения пространственного гармонического состава МДС обмотки на величину обмоточного коэффициента является значимым параметром для сравнения. Ниже обмоточный коэффициент будет рассчитан с

применением конечно-элементного анализа согласно методике, изложенной в работе [91].

Обмоточный коэффициент входит в выражение амплитуды потокосцепления для фазы ν -й гармоники:

$$\Psi_{\phi\nu} = W_{\phi} k_{об.\nu} \Phi_{\nu}, \quad (4.1)$$

где Φ_{ν} – магнитный поток ν -й гармоники магнитного поля на полюсном делении, W_{ϕ} – число последовательных витков фазы.

Из выражения (4.1) обмоточный коэффициент можно выразить как:

$$k_{об.\nu} = \frac{\Psi_{\phi\nu}}{W_{\phi} \Phi_{\nu}}. \quad (4.2)$$

В выражении (4.2):

$$\Phi_{\nu} = \frac{2}{\pi} \tau_{\nu} l_{\delta} B_{\nu}; \quad (4.3)$$

$$W_{\phi} = \frac{2pW_k q}{a_1},$$

где $\tau_{\nu} = \pi D / 2p$ – полюсное деление ν -й гармоники, p – число пар полюсов, B_{ν} – амплитуда ν -й гармоники индукции магнитного поля, q – число пазов на полюс и фазу, a_1 – число параллельных ветвей, W_k – число витков катушки.

Соотношение (4.2) было использовано при определении обмоточного коэффициента. Необходимые для расчета значения магнитного потока на полюсном делении и потокосцепления фазы были получены с использованием конечно-элементного анализа без влияния эффекта насыщения стали магнитопровода. Реальная геометрия ротора заменялась сплошным магнитопроводящим цилиндром, на поверхности которого задавалось синусоидальное распределение вектора магнитного потенциала с сохранением величины воздушного зазора. Такая модель ротора позволяет рассматривать обмоточный коэффициент, исключая влияние конструкции ротора с ПМ.

В ходе расчета токи фаз обмотки задавались равными нулю. Ротор позиционировался произвольным образом, и производился расчет модели. В результатах расчета снималось значение потокосцепления какой-либо выбранной

фазы, например, фазы А. После чего ротор поворачивался на некоторый угол, и расчет производился вновь. При последовательном изменении углового положения ротора, снималась зависимость потокоцепления выбранной фазы от угла поворота ротора. Полученное изменение потокоцепления на полюсном делении представлено на рисунке 4.10.

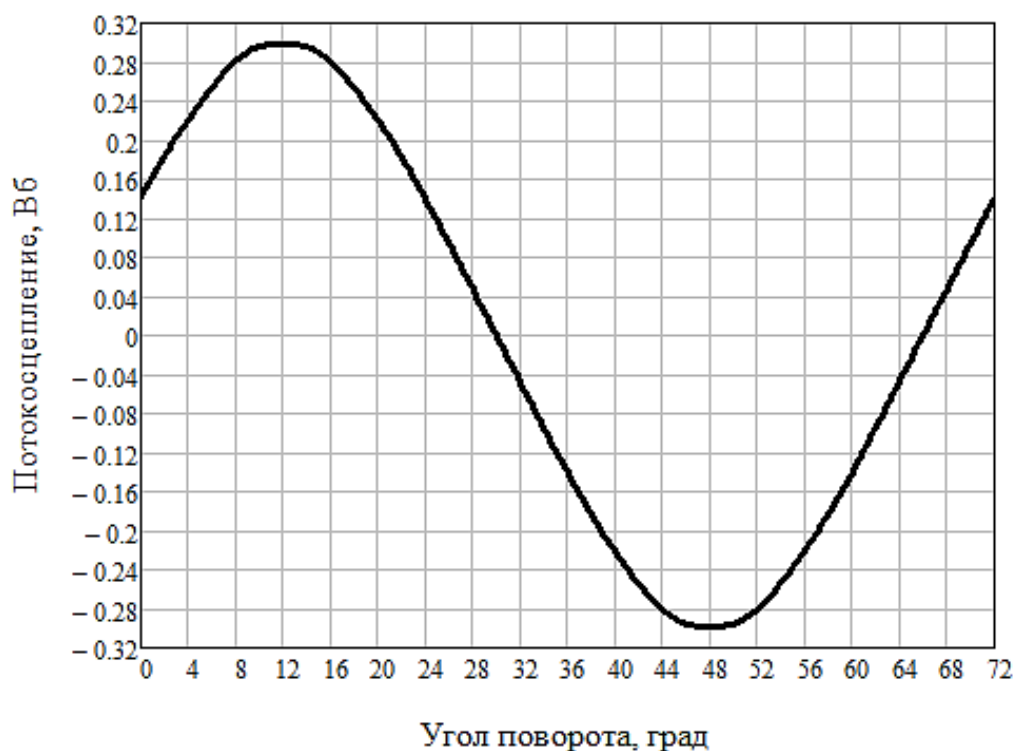


Рисунок 4.10 – Зависимость потокоцепления фазы от угла поворота ротора

Из полученной зависимости была выделена основная рабочая гармоника потокоцепления фазы обмотки. Далее согласно полученной зависимости ротор ориентировался таким образом, чтобы потокоцепление выбранной фазы было максимальным, после чего рассчитывалась магнитная индукция в воздушном зазоре, и выделялась ее рабочая гармоника, используемая в расчете магнитного потока согласно выражению (4.3). Далее производился расчет обмоточного коэффициента рабочей гармоники с использованием выражения (4.2).

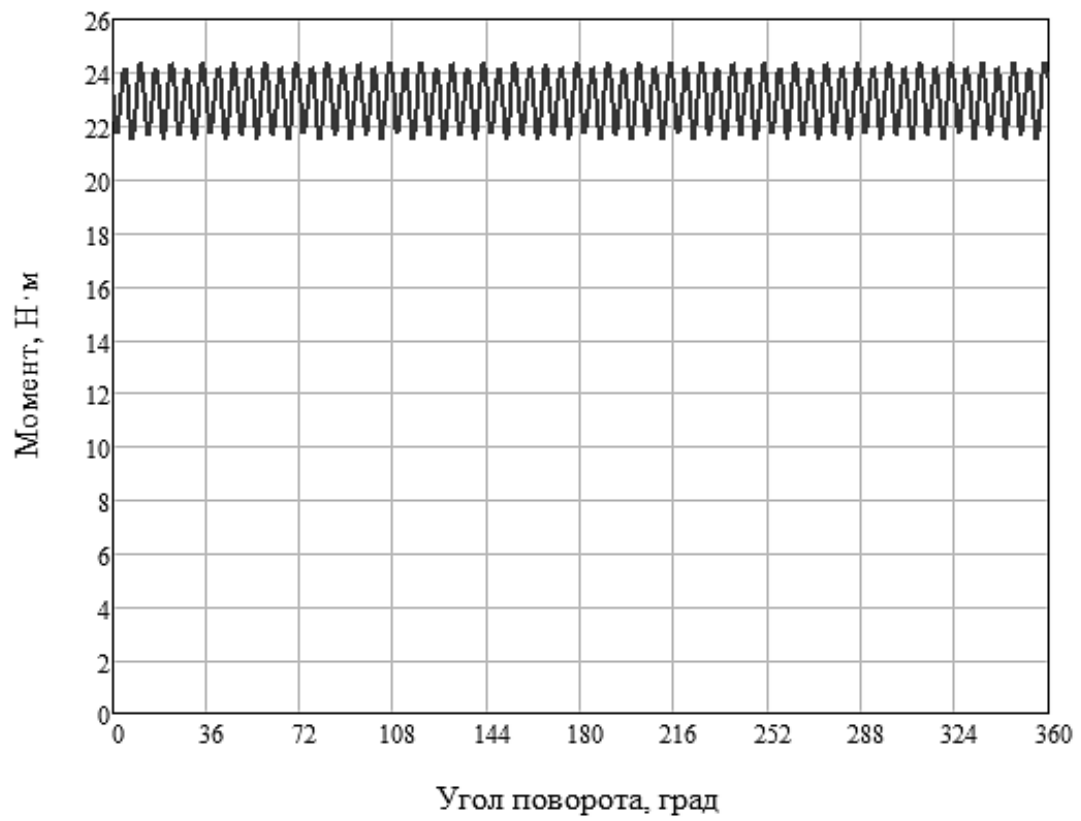
Данная методика расчета обмоточного коэффициента позволяет учесть потоки рассеяния и потоки, замыкающиеся через коронки зубцов статора, не связанные с обмоткой, т.е. с учетом зубчатости статора.

4.2.3 Пульсации момента

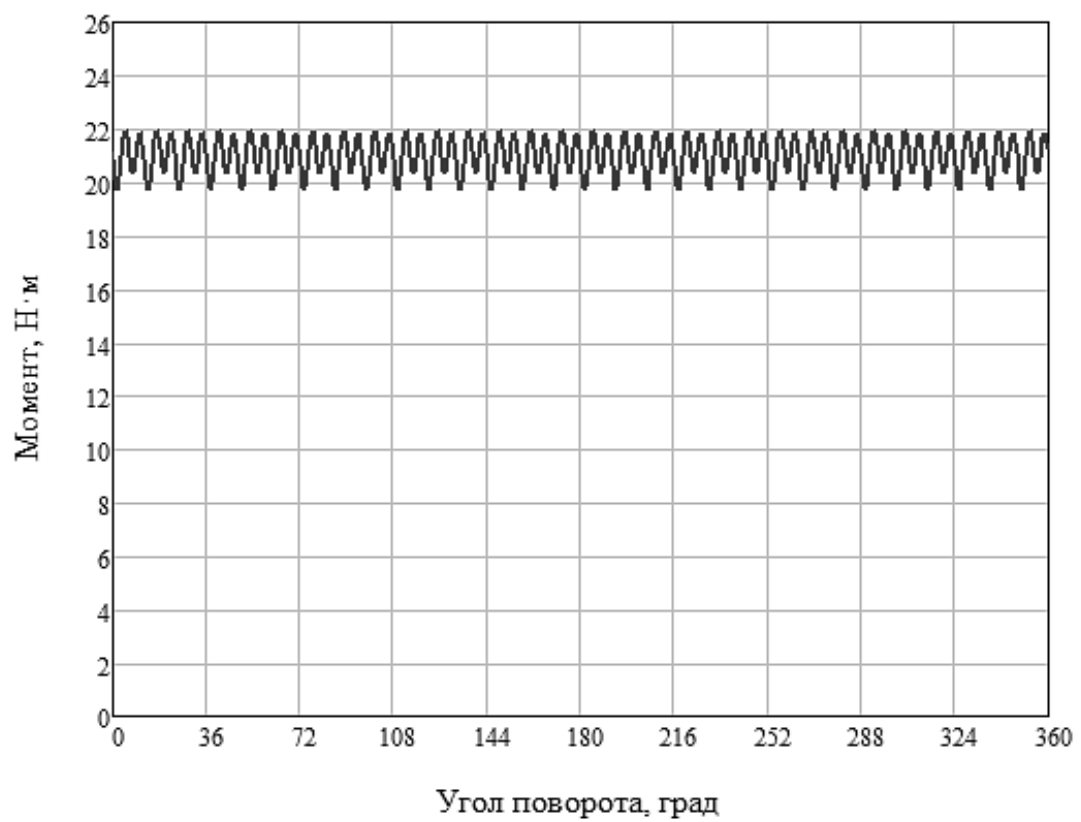
Пульсации момента, возникающие при работе электрической машины, негативно сказываются на плавности ее вращения. В некоторых областях применения электрических машин, например, таких как прецизионные электроприводы, данный параметр является принципиально важным. Во второй главе диссертации, посвященной исследованию образования электромагнитного момента, было показано влияние пространственного гармонического состава МДС обмотки и удельной эквивалентной магнитной проводимости при односторонней зубчатости со стороны статора на пульсации момента в исследуемом классе машин.

Величина пульсаций момента получена с использованием метода конечно-элементного анализа. Расчет проводился для конструкции магнитной системы, представленной на рисунке 4.1. В ходе моделирования работы электрической машины поддерживался угол между магнитным полем ротора и магнитным полем статора $\theta = \pi/2$. С этой целью значения токов фаз обмотки задавались соответственно какому-либо мгновенному значению для симметричной трехфазной системы. Для заданных значений токов (вектора магнитного поля статора) ротор позиционировался таким образом, чтобы соблюдался выбранный угол между магнитным полем ротора и магнитным полем статора θ . Величина момента, действующая на ротор, рассчитывалась с использованием тензора натяжения Максвелла. После чего токи фаз обмотки задавались соответственно следующему моменту времени, а ротор поворачивался таким образом, чтобы сохранить постоянным угол между магнитным полем ротора и магнитным полем статора θ , и расчет производился вновь. Таким образом моделируется синхронное вращение поля статора и ротора. Расчеты проводились с определенным шагом до тех пор, пока ротором не совершался полный оборот. Анализ проводился как без эффекта насыщения стали магнитопровода, так и с его учетом. Полученные зависимости представлены на рисунке 4.11. Используя полученную функцию, была выделена постоянная составляющая момента, относительно которой рассчитывалась амплитуда пульсаций в процентах.

Как было показано выше, при учете насыщения стали магнитопровода в силу того, что магнитная проницаемость материала магнитопровода уменьшается с ростом насыщения, имеет место снижение амплитуды рабочей гармоники магнитной индукции, что приводит к снижению постоянной составляющей вращающего момента, как отражено на представленных графиках (рисунок 4.11).



(a)



(б)

Рисунок 4.11 – Изменение вращающего момента при вращении ротора:
а – без насыщения стали, б – с учетом насыщения стали

4.2.4 Низкочастотная составляющая радиальной силы

В третьей главе диссертации, посвященной исследованию образования электромагнитных радиальных сил между статором и ротором, была выявлена их зависимость от магнитного поля в воздушном зазоре [89]. Такие негативные факторы, как магнитные вибрации и шумы, возникают вследствие наличия радиальных сил низкого порядка. Было показано, что в машинах с ДЗО с шестью фазными зонами, которой является исследуемая обмотка с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$, преобладают радиальные силы второго порядка, стремящиеся деформировать статор к форме эллипса.

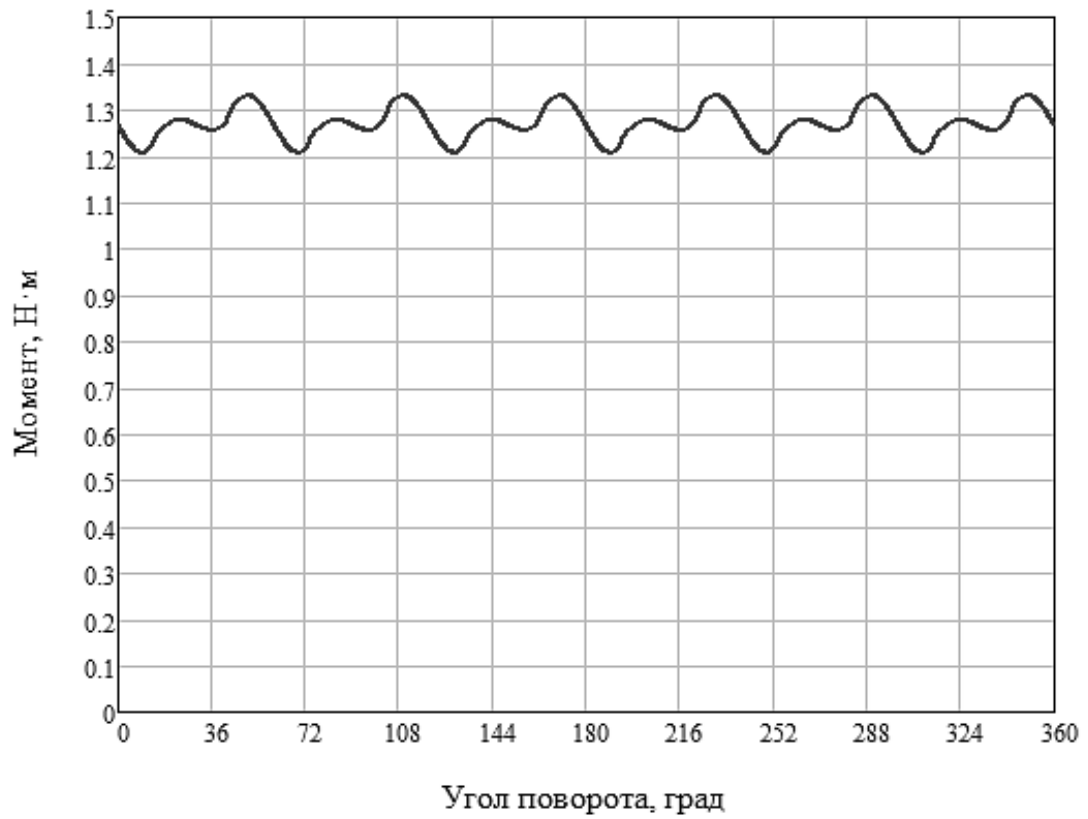
Расчет радиальной силы производился с использованием метода конечно-элементного анализа. Расчет проводился для конструкции магнитной системы, представленной на рисунке 4.1. Моделирование работы электрической машины проводилось при поддержании угла между магнитным полем ротора и магнитным полем статора $\theta=\pi/2$ аналогично методике, описанной в п. 4.3.3. Расчет радиальных сил проводился с использованием тензора напряжений Максвелла. Для каждого рассчитанного углового положения ротора снималась функция распределения радиальной силы в воздушном зазоре. Полученные зависимости радиальной силы раскладывались в ряд Фурье, и выделялась вторая гармоническая составляющая. Для дальнейшего анализа использовалась амплитуда второй гармоники радиальной силы, усредненная для всех рассчитанных угловых положений ротора.

4.2.5 Пульсации магнитной индукции в объеме постоянных магнитов

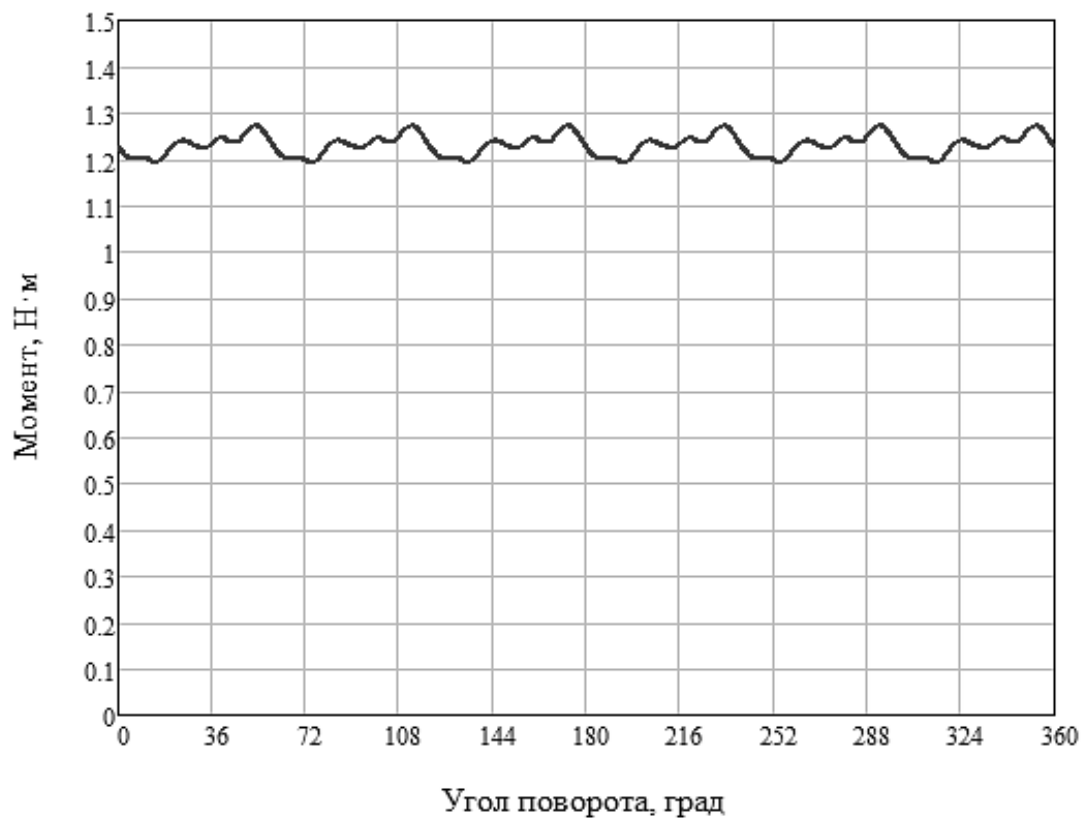
В ходе работы электрической машины поле реакции якоря и зубцово-пазовая структура магнитопровода оказывают влияние на магнитное поле ПМ. Данное изменение магнитного поля является причиной возникновения вихревых токов и, как следствие, потерь в постоянных магнитах ротора.

Данные потери не только повышают общий уровень потерь в электрической машине, но и вызывают дополнительный нагрев магнитов. Следует отметить, что чрезмерный нагрев ПМ сопровождается ухудшением их магнитных свойств, что, в свою очередь, приводит к снижению эксплуатационных характеристик электрической машины. Кроме того, данное явление может привести к выходу электрической машины из строя, что является недопустимым. Отмеченная проблема является значимой в рассматриваемом классе электрических машин, поскольку сложный гармонический состав поля реакции якоря оказывает значительное влияние на величину пульсаций магнитной индукции в ПМ.

Величину потерь от вихревых токов можно качественно оценить по данным о пульсациях магнитного поля в объеме постоянных магнитов. Определение данной величины производилось с использованием метода конечно-элементного анализа. Уровень пульсаций магнитной индукции в объеме ПМ также непосредственно зависит от их расположения и конструкции магнитной системы ротора. В данной работе оценка уровня пульсации проводилась для конструкции ротора с ПМ с радиальной намагниченностью, расположенными на поверхности цилиндрического ротора (см. рисунок 4.1). Моделирование работы электрической машины проводилось при поддержании угла между магнитным полем ротора и магнитным полем статора $\theta = \pi/2$ аналогично методике, описанной в п. 4.3.3. Для каждого рассчитанного углового положения ротора рассчитывался модуль магнитной индукции в объеме ПМ. В результате была получена зависимость изменения магнитной индукции ПМ от угла поворота ротора. Анализ проводился как без эффекта насыщения стали магнитопровода, так с его учетом. Полученные зависимости представлены на рисунке 4.12. Используя полученную функцию, была выделена постоянная составляющая, относительно которой рассчитывалась амплитуда пульсации магнитной индукции магнита.



(a)



(б)

Рисунок 4.12 – Изменение магнитной индукции в постоянных магнитах при вращении ротора: а – без насыщения стали, б – с учетом насыщения стали

4.2.6 Индуктивность обмотки статора по продольной и поперечным осям

Как уже было отмечено ранее, работа электрической машины основана на действии рабочей гармоники магнитного поля. Наличие ряда нерабочих гармоник приводит к созданию полей дифференциального рассеяния, и, как следствие, к увеличению полной индуктивности обмотки статора. Индуктивные параметры электрической машины оказывают значительное влияние на ее работу как в установившихся, так и в переходных режимах. Данный фактор наиболее важен при работе электрической машины в режиме генератора при работе на автономную нагрузку. Чем больше величина индуктивности обмотки, тем меньше жесткость внешней характеристики генератора.

В ходе анализа индуктивных параметров использовалась общепринятая теория синхронных машин, согласно которой индуктивность рассматривается по продольной и поперечным осям (L_d , L_q). Определение величин индуктивностей производилось с использованием метода конечно-элементного анализа. Следует отметить, что поскольку в используемом программном обеспечении производилось решение двухмерной задачи, то моделировался только активный объем электрической машины. То есть в результатах моделирования не учитывалась индуктивность лобового рассеяния, однако она может быть дополнительно учтена отдельно с помощью классических аналитических методик. Принимая во внимание тот факт, что нерабочие гармоники магнитного поля вращаются несинхронно с ротором, то для определения влияния полей дифференциального рассеяния на уровень индуктивности моделирование поля недостаточно проводить для одного значения мгновенных токов в обмотках. Поэтому для расчета индуктивных параметров с учетом насыщения магнитной цепи и дифференциального рассеяния применялась следующая методика [81]:

1. ротор ориентировался произвольным образом;
2. моделировалось поле в режиме холостого хода, на основе чего определялось потокосцепление ψ_{ϕ_m} какой-либо выбранной фазы;
3. моделировалось магнитное поле для n значений мгновенных фазных токов i_{ϕ} , соответствующих различным моментам времени трехфазной симметричной системы токов обмотки на полном периоде изменения токов;
4. снималось n значений мгновенных потокосцеплений выбранной фазы обмотки статора, соответствующих мгновенным значениям фазных токов;
5. рассчитывались среднеквадратичные (действующие) значения потокосцепления Ψ_{ϕ} и тока I_{ϕ} по соотношениям:

$$\Psi_{\phi} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\psi_{\phi.i} - \psi_{\phi_m})^2},$$

$$I_{\phi} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n i_{\phi.i}^2};$$

6. определялась синхронная индуктивность обмотки для данного углового положения ротора:

$$L = \frac{\Psi_{\phi}}{I_{\phi}};$$

7. ротор поворачивался на некоторый угол, и расчет производился вновь, начиная с п. 2.

При изменении угла поворота ротора была получена функция индуктивности обмотки. Положение ротора по оси d соответствовало созданию максимального потокосцепления от потока постоянного магнита для фазы, относительно которой производился расчет; положение по оси q – потокосцеплению, равному нулю. Эти функции представлены на рисунке 4.13. Исходя из этого, были получены индуктивности по осям d и q .

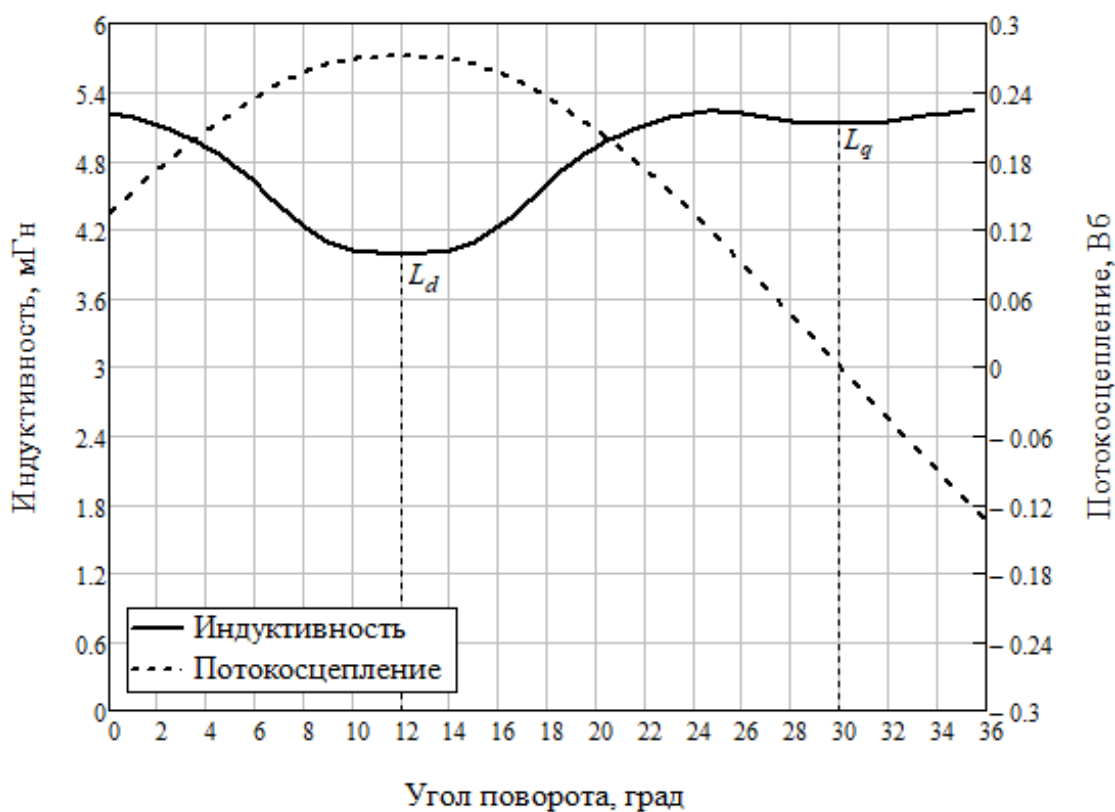


Рисунок 4.13 – Изменение индуктивности обмотки и потокосцепления фазы от положения ротора

4.3 Сравнение результатов

Согласно описанным выше методикам были рассчитаны параметры, являющиеся критериями сравнения рассматриваемых подходов улучшения пространственного гармонического состава МДС ДЗО. Полученные результаты разделены на две части. В таблице 4.2 представлены критерии, которые были рассчитаны без учета эффекта насыщения стали магнитопровода. В таблице 4.3 сведены результаты, полученные при моделировании с учетом насыщения стали. Рассчитанные параметры в таблицах обозначены как: $B_{\delta, \nu}$ – амплитуда ν -й гармоники магнитной индукции воздушного зазора, отнесенная к амплитуде ν -й гармоники исходной ДЗО; $k_{06.5}$ – обмоточный коэффициент пятой рабочей гармоники рассматриваемой обмотки; M_{const} – постоянная составляющая электромагнитного момента; M_{rip} – амплитуда пульсаций электромагнитного момента относительно его постоянной составляющей; F_{r2} – вторая пространственная гармоника радиальной силы между статором и ротором;

$B_{m.const}$ – постоянная составляющая магнитной индукции в объеме ПМ; $B_{m.rip}$ – амплитуда пульсаций магнитной индукции ПМ относительно постоянной составляющей; L_d – индуктивность обмотки по продольной оси, L_q – индуктивность обмотки по поперечной оси.

Таблица 4.2– Расчетные параметры без учета эффекта насыщения стали

		Исходная обмотка	Магнитные барьеры в ярме статора	Магнитные барьеры в зубце статора	Четырех-слойная обмотка	Питание от двух источников	Две элементарные обмотки
$B_{\delta, \nu}, \%$	$\nu=1$	100	100	23	26	0	74
	$\nu=5$	100	100	94	97	103	90
	$\nu=7$	100	100	104	97	103	11
$k_{06.5}$		0,917	0,92	0,915	0,887	0,917	0,906
$M_{const}, \text{Н} \cdot \text{м}$		23,0	23,0	22,8	22,2	19,9	22,4
$M_{rip}, \%$		6,5	6,4	8,0	6,4	8,8	0,7
$F_{r2}, \text{Н}$		0,545	0,545	0,583	0,527	0,524	0,085
$B_{m.const}, \text{Тл}$		1,27	1,27	1,25	1,27	1,27	1,26
$B_{m.rip}, \%$		4,9	5,9	4,8	3,2	10,5	2,6

Таблица 4.3– Расчетные параметры с учетом эффекта насыщения стали

		Исходная обмотка	Магнитные барьеры в ярме	Магнитные барьеры в зубце	Четырех-слойная обмотка	Питание от двух источников		Две элементарные обмотки
$B_{\delta, \nu}, \%$	$\nu=1$	100	5	52	44	7		212
	$\nu=5$	100	98	94	98	102		100
	$\nu=7$	100	98	102	98	102		11
$M_{const}, \text{Н} \cdot \text{м}$		21,0	20,4	20,6	20,3	18,0		20,0
$M_{rip}, \%$		6,1	7,1	7,1	4,9	8,5		1,6
$F_{r2}, \text{Н}$		0,331	0,316	0,324	0,32	0,253		0,048
$B_{m.const}, \text{Тл}$		1,23	1,22	1,21	1,23	1,24		1,20
$B_{m.rip}, \%$		3,5	5,2	2,9	2,4	4,1		1,6
$L_d, \text{мГн}$		4	3,4	3,8	3,7	1,9	1,9	2,3
$L_q, \text{мГн}$		5,1	5,1	5,1	4,7	2,6	2,6	3,1

Ниже представлен анализ результатов применения каждого из рассмотренных способов улучшения гармонического состава МДС ДЗО в отдельности.

— **Магнитные барьеры в ярме статора.** Поскольку способ введения магнитных барьеров основан на локальном увеличении магнитного сопротивления, он не оказывает влияния на индукцию в воздушном зазоре в расчетной модели без учета насыщения стали. При учете насыщения стали снижение пятой и седьмой гармоник магнитной индукции незначительно, в то время как первая субгармоника снижается на 95%. Однако данный подход не приводит к значительному улучшению других рассматриваемых параметров и характеристик электрической машины вне зависимости от учета эффекта насыщения.

— **Магнитные барьеры в зубце статора.** При учете насыщения стали магнитопровода данный подход показал наибольшее снижение рабочей гармоники среди рассматриваемых способов. Основное влияние направлено на снижение первой субгармоники магнитной индукции в воздушном зазоре – снижение составило ~50%. В качестве недостатка также следует отметить, что для достижения представленных результатов необходимая ширина барьера в зубце достаточно мала, что может вызвать сложности при изготовлении магнитопровода статора. В свою очередь, увеличение размера барьера приводит к значительному падению рабочей гармоники, что было показано в п. 4.2.2. Данный подход также не вносит значительного улучшения в исследуемые параметры и характеристики электрической машины.

— **Четырехслойная обмотка.** В результате увеличения числа слоев происходит уменьшение обмоточного коэффициента рабочей гармоники на ~3%. Пятая и седьмая гармоники магнитной индукции воздушном зазоре уменьшаются незначительно (на 2%), в то время как первая субгармоника показывает более чем двукратное снижение. Следует также отметить снижение пульсации магнитной индукции постоянных магнитов на ~30%. Кроме того, техническая реализация данного метода в случае автоматизированной намотки статора не потребует

значительного изменения в технологии производства. Однако применение данного подхода не показывает улучшения других параметров и характеристик электрической машины.

— **Питание от двух независимых источников.** Данный способ демонстрирует почти полное уничтожение первой гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре при отсутствии насыщения магнитопровода. При учете эффекта насыщения первая гармоника магнитной индукции в воздушном зазоре также достаточно мала – снижение составило $>90\%$. Однако оценивая другие показатели, следует отметить, что применение данного способа не приводит к улучшению большинства оцениваемых параметров и характеристик электрической машины. В качестве преимущества следует выделить повышение отказоустойчивости электрической машины: при обрыве питания одной из независимых частей трехфазной обмотки машина сохраняет работоспособность, хотя и с некоторым ухудшением характеристик. Вместе с тем, необходимость дополнительного источника питания повышает итоговую стоимость электропривода.

— **Две элементарные обмотки, уложенные в отдельных пазах.** Построение обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, позволяет уменьшить седьмую гармонику магнитной индукции в воздушном зазоре: снижение составляет 90% . Данный эффект проявляется как без учета насыщения стали, так и с его учетом. К негативным факторам можно отнести некоторое снижение постоянной составляющей электромагнитного момента и несколько большее размагничивание постоянных магнитов в сравнении с исходной обмоткой. Однако снижение данных показателей составляет менее 10% . В качестве положительных эффектов данного способа можно выделить: уменьшение пульсации момента на $\sim 90\%$ без насыщения стали и на $\sim 75\%$ с учетом насыщения; снижение радиальной силы второго порядка как с насыщением стали, так и без - на $\sim 85\%$; уменьшение пульсации магнитной индукции постоянных магнитов как с насыщением стали, так и без - на $\sim 50\%$; снижение индуктивности на $\sim 50\%$. Следует отметить конструктивную

особенность данного способа - катушка охватывает два зубца, а не один, как в случае классических ДЗО. Указанная особенность исключает возможность автоматизированной челночной намотки в паз.

Исследуемая обмотка с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ создает две основные гармоники МДС, обладающие наибольшей амплитудой – пятую, являющуюся рабочей, и седьмую. Также сравнительно высокой амплитудой обладает первая гармоника. Представленные результаты показывают, что большинство методов улучшения гармонического состава МДС, создаваемой обмоткой, направлены на снижение первой гармоники. Только способ выполнения обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, направлен на снижение седьмой гармоники. Согласно результатам численного моделирования, в сравнении с другими данный подход оказывает наиболее существенное улучшение исследуемых параметров и характеристик электрической машины. Наблюдается уменьшение пульсаций электромагнитного момента, значительное снижение низкочастотной составляющей радиальной силы, действующей между статором и ротором, уменьшение пульсации магнитной индукции в объеме постоянных магнитов, снижение индуктивности обмотки.

Во второй главе диссертации, посвященной исследованию пульсаций момента, было показано, что имеет место возникновение пульсации момента при односторонней зубчатости со стороны статора с участием основной пространственной гармоники МДС обмотки, не являющейся рабочей. В третьей главе диссертации, посвященной исследованию электромагнитных радиальных сил, показано, что в электрических машинах, имеющих ДЗО с шестью фазными зонами, которой является исследуемая обмотка, возникают силы второго порядка, в создании которых также участвует основная гармоника МДС обмотки, не являющаяся рабочей. Следовательно, уменьшение основной гармоники МДС обмотки, обладающей высокой амплитудой и не являющейся рабочей, должно приводить к снижению пульсаций момента и радиальных сил второго порядка, вызывающих магнитные вибрации. Для исследуемой ДЗО с $q=2/5$ такой

гармоникой является седьмая гармоника МДС. Применение способа выполнения обмотки из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, позволяет уменьшить эту гармонику, о чем свидетельствует гармонический состав магнитной индукции в воздушном зазоре. В свою очередь, результаты, полученные с использованием численного моделирования, показывают снижение пульсаций момента и радиальных сил низкого порядка. Таким образом, можно сделать вывод о корректности представленной теории и полученных аналитических выражений в рамках второй и третьих глав диссертационной работы.

Учитывая вышеизложенное, способ выполнения ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, можно рекомендовать для улучшения ряда параметров и характеристик электрических машин с ДЗО и возбуждением от ПМ.

Выводы по четвертой главе

1. Проведено сравнительное моделирование способов улучшения пространственного гармонического состава МДС ДЗО по комплексу критериев. Сравнение выполнено с применением метода конечно-элементного анализа на основе общей модели электрической машины с сохранением главных размеров и уровня электромагнитных нагрузок.

2. Проведен анализ влияния каждого из рассматриваемых способов улучшения пространственного гармонического состава МДС обмотки на ряд параметров и характеристик электрической машины.

3. Показано, что в случае исследуемой обмотки с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ большинство рассмотренных способов улучшения пространственного гармонического состава МДС обмотки направлено на снижение первой субгармоники МДС. Однако их применение не приводит к заметному улучшению рассматриваемых параметров и характеристик исследуемой электрической машины.

4. Применение способа выполнения ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, направлено на снижение седьмой гармоники МДС обмотки, имеющей амплитуду, сопоставимую с пятой рабочей гармоникой. Данный способ демонстрирует наилучшие показатели по большинству исследуемых критериев: уменьшение пульсации электромагнитного момента на $\sim 90\%$ без насыщения стали и на $\sim 75\%$ с учетом насыщения; снижение радиальной силы второго порядка как с насыщением стали, так и без - на $\sim 85\%$; уменьшение пульсации магнитной индукции постоянных магнитов как с насыщением стали, так и без - на $\sim 50\%$; снижение индуктивности обмотки на $\sim 50\%$.

5. С использованием моделирования методом конечных элементов подтверждена корректность представленной теории и аналитических выражений, полученных в рамках второй и третьей глав диссертационной работы. Показано, что подход, основанный на выполнении ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, позволяет уменьшить исследуемые пульсации электромагнитного момента и низкочастотные составляющие электромагнитной радиальной силы за счет снижения основной гармоники МДС обмотки, обладающей высокой амплитудой и не являющейся рабочей.

6. Способ выполнения ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах можно рекомендовать для улучшения ряда параметров и характеристик электрических машин с ДЗО и ПМ.

ГЛАВА 5 АНАЛИЗ МАСШТАБИРУЕМОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СПОСОБА ВЫПОЛНЕНИЯ ДРОБНЫХ ЗУБЦОВЫХ ОБМОТОК ИЗ ДВУХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ И УЛОЖЕННЫХ В ОТДЕЛЬНЫХ ПАЗАХ

5.1 Постановка задачи

В четвертой главе, посвященной сравнению способов улучшения пространственного гармонического состава МДС ДЗО, продемонстрировано влияние существующих подходов на параметры и характеристики электрической машины. Представленные результаты сравнения показывают, что в качестве наиболее эффективного можно выделить способ построения ДЗО из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах с определенным сдвигом. Как было отмечено ранее, ДЗО создают в пространственном гармоническом составе МДС две основные гармоники с высокой амплитудой, каждая из которых может выступать в качестве рабочей. Подход построения обмотки из двух элементарных направлен на снижение основной гармоники, не являющейся рабочей. В главах диссертации, посвященным пульсациям момента и радиальным силам низкого порядка, были также получены выражения, показывающие, что такая гармоника участвует в создании описываемых эффектов.

Для применения данного способа магнитопровод статора необходимо выполнить с удвоенным числом пазов. После чего исходную обмотку необходимо разделить на две элементарные части с одинаковым числом витков. Первую часть обмотки необходимо уложить согласно схеме исходной ДЗО, но с шагом обмотки, равным двум. Таким образом, каждая катушка будет обхватывать два зубца, а не один, как в случае классической ДЗО. Вторая часть обмотки укладывается в свободные пазы аналогично первой: схема обмотки соответствует исходной, каждая катушка охватывает два зубца. Важной особенностью является наличие определенного пространственного сдвига между элементарными обмотками α_1 . Элементарные обмотки соединяются, образуя единую обмотку.

Однако применение подхода построения ДЗО из двух элементарных рассмотрено в научно-технической литературе только для обмоток с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ [70-75] и $q=3/8$ [68-70]. Схема ДЗО, выполненной из двух элементарных, для обмотки с $q=2/5$ представлена на рисунке 5.1, а для ДЗО с $q=3/8$ - на рисунке 5.2. Как показано на данных схемах, угол сдвига между элементарными обмотками α_d различен для разных обмоток. Причем механизм выбора величины угла сдвига непрозрачен и не подкреплён аналитическим описанием. Таким образом, применение данного подхода ко всему многообразию рассматриваемых ДЗО с $q < 1$ проблематично. Неизвестной величиной является угол сдвига α_d между двумя элементарными обмотками, обеспечивающий уменьшение гармоник МДС необходимого порядка. Для распространения способа построения ДЗО из двух элементарных на весь класс исследуемых обмоток необходимо разработать аналитическое представление МДС такой обмотки в зависимости от угла сдвига между элементарными обмотками.

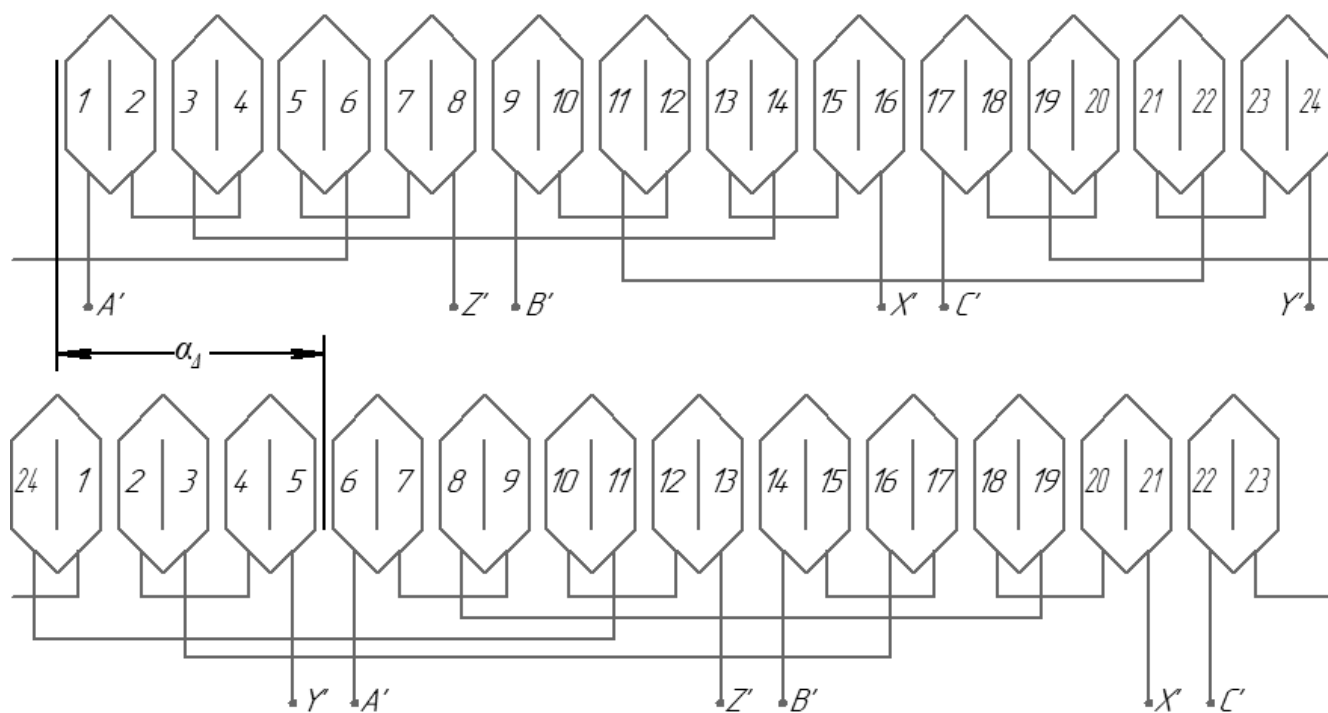


Рисунок 5.1 - Схема расположения элементарных обмоток для ДЗО с $q=2/5$

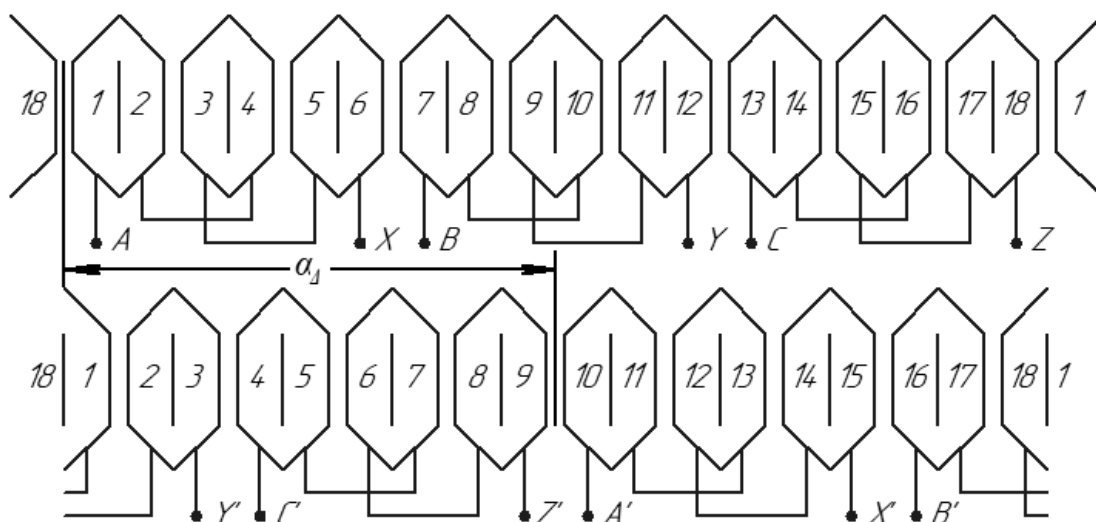


Рисунок 5.2 - Схема расположения элементарных обмоток для ДЗО с $q=3/8$

Как уже было показано выше, число пазов на полюс и фазу в рассматриваемом классе обмоток выражается как:

$$q = \frac{c}{d} < 1.$$

ДЗО формируются из некоторого числа подобных участков, именуемых фазными зонами m_z . Число фазных зон, в свою очередь, связано с числом фаз m и отлично для обмоток с разными знаменателями дробности d . Для рассматриваемых трехфазных обмоток при нечетном d число фазных зон равно $m_z = 2m = 6$, при четном d число фазных зон равно $m_z = m = 3$. Каждая фазная зона состоит из c катушек, которые включены последовательно (согласно).

В ходе проведения гармонического анализа МДС рассматриваемой обмотки примем следующие допущения: магнитная проницаемость стали сердечников бесконечно велика, т.е. насыщение магнитной системы отсутствует, воздушный зазор равномерный и гладкий.

5.2 Магнитодвижущие силы сдвинутых зубцовых контуров

Каждую элементарную обмотку можно представить в виде системы контуров. МДС всякого такого контура можно изобразить в виде прямоугольника [30]. На рисунке 5.3 приведено распределение МДС первых контуров фазных зон элементарных обмоток фаз A и A' . Эти контуры сдвинуты в пространстве друг

относительно друга на угол α_Δ . Величина МДС таких контуров равна $w_k i_k$, где w_k - число витков катушки контура, i_k - мгновенное значение тока катушки контура.

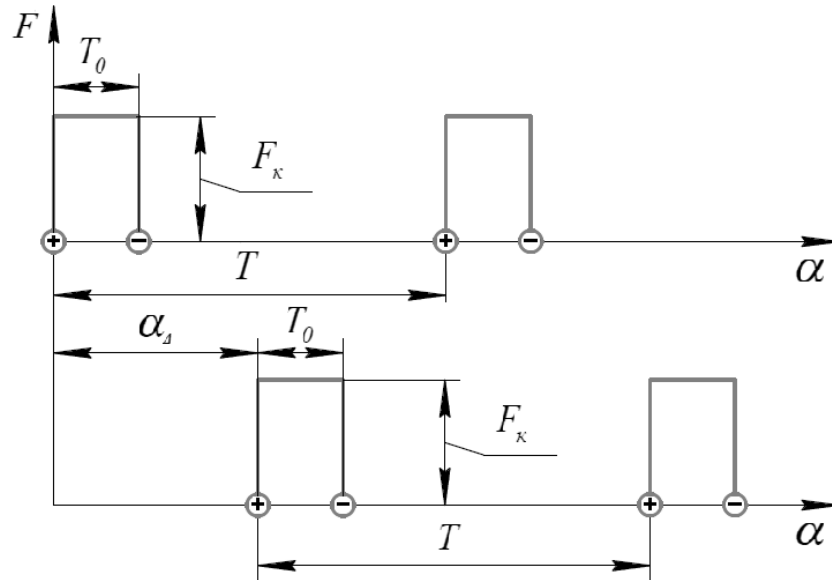


Рисунок 5.3 – Взаимное расположение МДС первых контуров фазных зон элементарных обмоток

Далее выражения, относящиеся к первой элементарной обмотке, будут содержать индекс 1, а относящиеся ко второй элементарной, сдвинутой на угол α_Δ , – индекс 2. При разложении МДС контура в гармонический ряд на периоде T при начале координат, находящемся посередине контура, ток контура создает как нечетные, так и четные гармоники МДС. Тогда МДС контура первой и второй элементарных обмоток можно записать как:

$$F_{1.kv}(\alpha) = F_{0k} + \sum_1^v F_{kvm} \cos(v\alpha); \quad (5.1)$$

$$F_{2.kv}(\alpha) = F_{0k} + \sum_1^v F_{kvm} \cos(v\alpha + \alpha_\Delta). \quad (5.2)$$

Постоянная составляющая МДС контура для каждой элементарной обмотки:

$$F_{0k} = i_k w_k \frac{T_0}{T}.$$

Амплитуда v -ой гармоники для каждой элементарной обмотки:

$$F_{kvm} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F_{kv}(\alpha) \cos\left(\frac{\nu\pi}{T} \alpha\right) d\alpha = \frac{2}{\nu\pi} i_k w_k \sin\left(\nu\pi \frac{T_0}{T}\right) = \frac{2}{\nu\pi} i_k w_k \sin\left(\nu \frac{\pi}{m_3 c}\right). \quad (5.3)$$

5.3 Магнитодвижущие силы фазной зоны

Как было отмечено выше, каждая фазная зона состоит из c числа катушек. Тогда используя выражения (5.1)-(5.2) можно записать МДС фазной зоны как сумму МДС всех зубцовых контуров, входящих в эту фазную зону. При этом суммировать необходимо с учетом их пространственного расположения и направления протекающих токов.

$$F_{1.3} = \sum_1^c F_{ko} + \sum_1^c F_{kv}(\alpha) = \sum_1^c F_{ko} + F_{kvm} \cos[\nu\alpha] - F_{kvm} \cos[\nu(\alpha - \alpha_n)] + \\ + F_{kvm} \cos[\nu(\alpha - 2\alpha_n)] - \dots \pm F_{kvm} \cos[\nu(\alpha - (c-1)\alpha_n)]; \quad (5.4)$$

$$F_{2.3} = \sum_1^c F_{ko} + \sum_1^c F_{kv}(\alpha + \alpha_\Delta) = \sum_1^c F_{ko} + F_{kvm} \cos[\nu\alpha + \alpha_\Delta] - F_{kvm} \cos[\nu(\alpha + \alpha_\Delta - \alpha_n)] + \\ + F_{kvm} \cos[\nu(\alpha + \alpha_\Delta - 2\alpha_n)] - \dots \pm F_{kvm} \cos[\nu(\alpha + \alpha_\Delta - (c-1)\alpha_n)], \quad (5.5)$$

где $\alpha_n = 2\pi \frac{T_0}{T} = \frac{2\pi}{m_3 c}$ - угол сдвига между соседними контурами.

Используя (5.4)-(5.5) сумму гармоник МДС зубцовых контуров фазной зоны для элементарных обмоток можно записать как:

$$F_{1.3\nu} = \sum_1^c F_{kvm} (-1)^{c-1} \cos[\nu(\alpha - (c-1)\alpha_n)]; \quad (5.6)$$

$$F_{2.3\nu} = \sum_1^c F_{kvm} (-1)^{c-1} \cos[\nu((\alpha + \alpha_\Delta) - (c-1)\alpha_n)]. \quad (5.7)$$

Воспользовавшись следующим тождеством:

$$\sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(\alpha + k\alpha') = \cos\left[\alpha + \frac{m-1}{2}(\alpha' + \pi)\right] \frac{\sin \frac{m(\alpha' + \pi)}{2}}{\cos \frac{\alpha'}{2}},$$

выражения (5.6) и (5.7) можно привести к виду:

$$\sum_1^c F_{kvm}(\alpha) = F_{kvm} \cos\left[\nu\alpha + \frac{c-1}{2}(\pi - \nu\alpha_n)\right] \frac{\sin \frac{c(\pi - \nu\alpha_n)}{2}}{\cos \frac{\nu\alpha_n}{2}}; \quad (5.8)$$

$$\sum_1^c F_{kvm}(\alpha + \alpha_\Delta) = F_{kvm} \cos\left[\nu(\alpha + \alpha_\Delta) + \frac{c-1}{2}(\pi - \nu\alpha_n)\right] \frac{\sin \frac{c(\pi - \nu\alpha_n)}{2}}{\cos \frac{\nu\alpha_n}{2}}. \quad (5.9)$$

Введя замену $\alpha_0 = \alpha - \frac{c-1}{2}\alpha_n$, выражения (5.8) и (5.9) примут вид:

$$\sum_1^c F_{kvm}(\alpha) = F_{kvm} \cos(\nu\alpha_0) \frac{\sin\left[\left(c - \frac{2\nu}{m_3}\right)\frac{\pi}{2}\right]}{\cos \frac{\pi\nu}{m_3 c}} = F_{gvm} \cos(\nu\alpha_0);$$

$$\sum_1^c F_{kvm}(\alpha + \alpha_\Delta) = F_{kvm} \cos[\nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta)] \frac{\sin\left[\left(c - \frac{2\nu}{m_3}\right)\frac{\pi}{2}\right]}{\cos \frac{\pi\nu}{m_3 c}} = F_{gvm} \cos[\nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta)].$$

Амплитуда постоянной составляющей фазной зоны с учетом (5.3) для каждой элементарной обмотки:

$$F_{30} = \sum_1^c F_{ko} = \frac{1 - (-1)^c}{2} \sqrt{2} I w_k \frac{T_0}{T}.$$

5.4 Магнитодвижущие силы трехфазной обмотки

При рассмотрении многофазных обмоток на период повторения укладывается m_3 фазных зон. В случае трехфазной обмотки с четным d фазная зона содержит три фазные зоны, а при d нечетном – шесть.

В случае, когда обмотка питается симметричной системой токов прямой последовательности, пространственный угол сдвига между фазными зонами $\beta = \frac{2\pi}{m_3}$ совпадает с временным углом сдвига между токами, протекающими в этих фазных зонах. Тогда выражение МДС для любой μ -ой фазной зоны элементарных обмоток можно представить в виде:

$$F_{1,\nu\mu} = \left[F_{30} + F_{gvm} \cos[\nu(\alpha_0 - (\mu-1)\beta)] \right] \cos(\omega t - (\mu-1)\beta); \quad (5.10)$$

$$F_{2,\nu\mu} = \left[F_{30} + F_{gvm} \cos[\nu((\alpha_0 + \alpha_\Delta) - (\mu-1)\beta)] \right] \cos(\omega t - (\mu-1)\beta). \quad (5.11)$$

Проведя тригонометрическое преобразование произведения косинусов в сумму и последующие упрощения в выражениях (5.10)-(5.11), после чего

просуммировав МДС всех фазных зон, МДС элементарных обмоток можно представить в виде:

$$F_1 = \sum_{\mu=1}^{m_3} F_{30} \cos[\omega t - (\mu-1)\beta] + \sum_{\mu=1}^{m_3} \frac{1}{2} F_{gvm} \cos[\omega t - \nu\alpha_0 + (\nu-1)(\mu-1)\beta] + \\ + \sum_{\mu=1}^{m_3} \frac{1}{2} F_{gvm} \cos[\omega t + \nu\alpha_0 - (\nu+1)(\mu-1)\beta]; \quad (5.12)$$

$$F_2 = \sum_{\mu=1}^{m_3} F_{30} \cos[\omega t - (\mu-1)\beta] + \sum_{\mu=1}^{m_3} \frac{1}{2} F_{gvm} \cos[\omega t - \nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta) + (\nu-1)(\mu-1)\beta] + \\ + \sum_{\mu=1}^{m_3} \frac{1}{2} F_{gvm} \cos[\omega t + \nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta) - (\nu+1)(\mu-1)\beta]. \quad (5.13)$$

В выражениях (5.12)-(5.13) первая сумма соответствует постоянной составляющей МДС обмотки. Вторая сумма – прямовращающимся составляющим МДС. Третья - обратновращающимся составляющим МДС.

Поскольку

$$\sum_{\mu=1}^{m_3} \cos[\omega t - (\mu-1)\beta] = 0,$$

то обмотки не создают постоянную составляющую МДС.

Аргументы косинусов сумм прямовращающихся и обратновращающихся составляющих МДС в выражениях (5.12) и (5.13) отличаются на угол:

$$(\nu \mp 1)\beta = (\nu \mp 1) \frac{2\pi}{m_3}.$$

Здесь верхние знаки соответствуют прямовращающимся составляющим МДС, а нижние - обратновращающимся составляющим МДС.

Эти суммы отличны от нуля только тогда, когда аргументы их членов кратны 2π , т.е.:

$$(\nu \mp 1) \frac{2\pi}{m_3} = 2\pi k \text{ или } \nu = km_3 \pm 1, \quad (5.14)$$

где $k=0,1,2,3,4,\dots$ В этом выражении верхние знаки соответствуют прямовращающимся гармоникам МДС, а нижние знаки - обратновращающимся.

Следует отметить, что трехфазные обмотки не создают гармоник, кратных трем ($\nu=3n$, $n=0,1,2,\dots$), поскольку

$$(3n \mp 1) \frac{2\pi}{m_3} = \frac{3n}{m_3} 2\pi \mp \frac{2\pi}{m_3},$$

что не кратно 2π .

Суммы гармоник МДС многофазных обмоток (5.12)-(5.13) с учетом равенства (5.14) в $m_3/2$ раз больше соответствующих гармоник фазных зон. Тогда амплитуды ν -х гармоник элементарных обмоток определяются выражением:

$$F_{1,\nu} = \frac{m_3}{2} F_{g\nu m} \cos(\omega t \mp \nu \alpha_0) = F_{j\nu m} \cos(\omega t \mp \nu \alpha_0); \quad (5.15)$$

$$F_{2,\nu} = \frac{m_3}{2} F_{g\nu m} \cos(\omega t \mp \nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta)) = F_{j\nu m} \cos(\omega t \mp \nu(\alpha_0 + \alpha_\Delta)). \quad (5.16)$$

В данных выражениях прямовращающиеся гармоники имеют знак «минус», а обратновращающиеся – «плюс».

Для получения результирующего выражения МДС обмотки, выполненной из двух элементарных, необходимо прямовращающиеся гармоники первой элементарной обмотки сложить с прямовращающимися гармониками второй элементарной обмотки, после чего аналогично поступить с обратновращающимися гармониками двух элементарных обмоток. В результате сложения соответственно прямых и обратных гармоник первой и второй элементарных обмоток выражений (5.15)-(5.16) с учетом преобразования суммы косинусов в произведение и последующих упрощений, результирующая МДС ν -й гармоники ДЗО, выполненной из двух элементарных имеет следующий вид:

$$F_\nu = F_{1,\nu} + F_{2,\nu} = 2F_{j\nu m} \cos\left(\omega t \mp \nu\left(\alpha_0 + \frac{\alpha_\Delta}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\nu\alpha_\Delta}{2}\right),$$

где прямовращающиеся гармоники имеют знак «минус», а обратновращающиеся – «плюс».

Конечная амплитуда ν -й гармоники МДС обмотки, выполненной из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах с определенным сдвигом:

$$F_{\nu m} = 2F_{j\nu m} = 2 \frac{m_3}{2} \frac{2\sqrt{2}}{\nu\pi} I w_k \sin\left(\nu \frac{\pi}{m_3 c}\right) \frac{\sin \frac{c(\pi - \nu\alpha_n)}{2}}{\cos \frac{\nu\alpha_n}{2}} \cos\left(\frac{\nu\alpha_\Delta}{2}\right) =$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \frac{m\sqrt{2}}{v\pi} Iw c \sin\left(v \frac{\pi}{m_3 c}\right) \frac{\sin \frac{c(\pi - v\alpha_n)}{2}}{c \cdot \cos \frac{v\alpha_n}{2}} \cos\left(\frac{v\alpha_\Delta}{2}\right) = \\
&= 2 \frac{m\sqrt{2}}{v\pi} Iw c k_{yv} k_{pv} k_{cdv} = 2 \frac{m\sqrt{2}}{v\pi} Iw c k_{об}, \tag{5.17}
\end{aligned}$$

где $k_{yv} = \sin\left(v \frac{\pi}{m_3 c}\right)$ - коэффициент укорочения v -й гармоники;

$k_{pv} = \frac{\sin \frac{c(\pi - v\alpha_n)}{2}}{c \cdot \cos \frac{v\alpha_n}{2}}$ - коэффициент распределения v -й гармоники;

$k_{cdv} = \cos\left(\frac{v\alpha_\Delta}{2}\right)$ - коэффициент сдвига v -ой гармоники.

Здесь w - число последовательно включенных витков каждой обмотки: $w=w_k c$ при четном d , $w=2w_k c$ при нечетном d .

Выражения для коэффициента укорочения и коэффициента распределения аналогичны выражениям для классических ДЗО. Однако в отличие от классической теории электрических машин, где обмоточный коэффициент есть произведение коэффициента укорочения и коэффициента распределения, в обмоточный коэффициент ДЗО, выполненной из двух элементарных, следует дополнительно ввести коэффициент сдвига v -ой гармоники. Этот коэффициент зависит от пространственного сдвига между обмотками α_Δ . Таким образом, варьируя угол сдвига между элементарными обмотками можно добиться снижения обмоточного коэффициента и, соответственно, амплитуды какой-либо конкретной пространственной гармоники МДС. В то же время необходимо принимать во внимание, что величина угла сдвига между элементарными обмотками может влиять и на пространственную гармонику МДС, выбранную в качестве рабочей.

В свою очередь, если положить, что угол сдвига между обмотками равен нулю, т.е. фактически сдвиг между обмотками будет отсутствовать, и обе обмотки будут расположены в одних и тех же пазах, то и коэффициент сдвига обратится в единицу для любой v -ой гармоники. Тогда амплитуда МДС v -ой гармоники выражения (5.17) будет арифметически вдвое больше амплитуды МДС исходной

ДЗО [30]. Это объясняется тем, что для обмотки, выполненной из двух элементарных, в выражении (5.17) w есть число витков каждой элементарной обмотки, которое выбирается вдвое меньшим относительно числа витков исходной обмотки. Таким образом, при угле сдвига равном нулю, когда обе элементарные обмотки уложены в одних и тех же пазах, получится исходная ДЗО с исходным числом витков, и выражение для амплитуды ν -й гармоники МДС такой обмотки будет тождественно выражению амплитуды МДС исходной ДЗО.

В связи с тем, что каждая элементарная обмотка укладывается в отдельных пазах, это приводит к удвоению числа пазов статора, т.е. к уменьшению зубцово-пазовой зоны и, соответственно, уменьшению площади каждого паза. Уменьшение вдвое числа витков катушки элементарной обмотки позволяет сохранить коэффициент заполнения паза приближенным к коэффициенту заполнения в исходной обмотке.

Кроме описанного выше варианта выполнения ДЗО из двух элементарных, также рассмотрен вариант, описанный в работе J. Wang и др. [67], когда по одной из элементарных обмоток протекает ток обратной полярности относительно первой. Выражение для тока обратной полярности можно также представить в виде косинусоидальной функции, имеющей сдвиг π относительно исходной функции. Пусть по второй элементарной обмотке протекает ток обратной полярности. Тогда выражения МДС для любой μ -ой фазной зоны элементарных обмоток (5.10)-(5.11) можно представить в виде:

$$F_{1,\nu\mu} = \left[F_{\text{з0}} + F_{g\nu m} \cos \left[\nu (\alpha_0 - (\mu - 1) \beta) \right] \right] \cos (\omega t - (\mu - 1) \beta);$$

$$F_{2,\nu\mu} = \left[F_{\text{з0}} + F_{g\nu m} \cos \left[\nu ((\alpha_0 + \alpha_{\Delta}) - (\mu - 1) \beta) \right] \right] \cos (\omega t - (\mu - 1) \beta + \pi).$$

Проведя последующие преобразования, аналогичные описанным выше, получено выражение МДС обмотки, выполненной из двух элементарных, для такого варианта питания элементарных обмоток. В этом случае отличие будет заключаться только в выражении для коэффициента сдвига ν -й гармоники в (5.17). При таком питании элементарных обмоток он принимает вид:

$$k_{\text{сдв}} = \sin \left(\frac{\nu \alpha_{\Delta}}{2} \right).$$

Таким образом, выбрав величину пространственного сдвига элементарных обмоток и какой-либо из вариантов их включения, можно добиться снижения обмоточного коэффициента определенной пространственной гармоники МДС ДЗО.

5.5 Рекомендации по выбору величины угла сдвига между элементарными обмотками

В четвертой главе диссертационной работы было показано, что снижение одной из основных гармоник МДС обмотки, не являющейся рабочей, приводит к уменьшению ряда негативных эффектов: пульсаций момента, радиальных сил низкого порядка между статором и ротором, пульсаций магнитной индукции в объеме ПМ, высокой индуктивности дифференциального рассеяния. Для распространения рассмотренного построения ДЗО исследованы наиболее часто используемые ДЗО с числом пазов на полюс и фазу с $q = 1/2$ ($1/4$), $q = 2/5$ ($2/7$), $q = 3/8$ ($3/10$), $q = 4/11$ ($4/13$) [92]. Предложены варианты включения элементарных обмоток, и выбрана величина угла сдвига между обмотками, позволяющая достичь снижения обмоточного коэффициента одной основной пространственной гармоники МДС обмотки при сохранении или небольшом уменьшении обмоточного коэффициента другой основной гармоники. Таким образом, разработчик электрической машины при использовании такой обмотки может выбрать любую из основных пространственных гармоник МДС обмотки в качестве рабочей. Результаты сведены в таблицы 5.1 - 5.4. Величина угла сдвига между элементарными обмотками α_d выражена в зубцовых делениях τ модифицированной конструкции статора с удвоенным числом пазов. Номера основных гармоник МДС выделены в таблицах полужирным шрифтом. Также для рассмотренных ДЗО на рисунках 5.4 - 5.7 представлены относительные амплитуды пространственных гармоник МДС, т.е. амплитуда ν -й гармоники МДС, отнесенная к полному току катушки:

$$F_{\nu}^* = \frac{F_{\nu m}}{I w_k}.$$

Таблица 5.1- Гармонический состав МДС ДЗО с $q = 1/2$ (1/4), выполненной из двух элементарных

$q = 1/2$ (1/4)						
v	Исходная ДЗО		ДЗО, выполненная из двух элементарных			
			Согласное включение элементарных обмоток		Встречное включение элементарных обмоток	
	$\alpha_A = 3\tau$					
	$k_{об.v}$	F_v^*	$k_{об.v}$	F_v^*	$k_{об.v}$	F_v^*
1	0,866	1,170	0,000	0,000	0,866	1,170
2	0,866	0,585	0,866	0,585	0,000	0,000
4	0,866	0,292	0,866	0,292	0,000	0,000
5	0,866	0,234	0,000	0,000	0,866	0,234
7	0,866	0,167	0,000	0,000	0,866	0,167
8	0,866	0,146	0,866	0,146	0,000	0,000
10	0,866	0,117	0,866	0,117	0,000	0,000
11	0,866	0,106	0,000	0,000	0,866	0,106
13	0,866	0,090	0,000	0,000	0,866	0,090
14	0,866	0,084	0,866	0,084	0,000	0,000
16	0,866	0,073	0,866	0,073	0,000	0,000
17	0,866	0,069	0,000	0,000	0,866	0,069
19	0,866	0,062	0,000	0,000	0,866	0,062
20	0,866	0,058	0,866	0,058	0,000	0,000
22	0,866	0,053	0,866	0,053	0,000	0,000
23	0,866	0,051	0,000	0,000	0,866	0,051

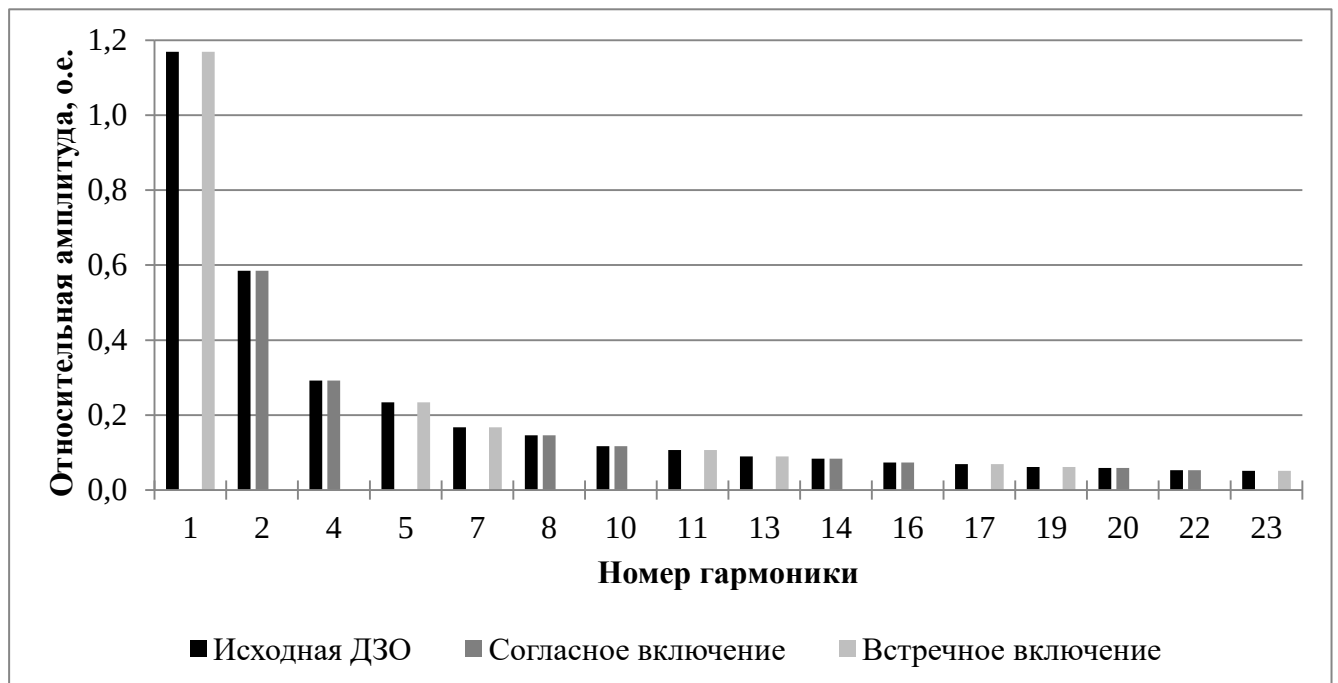


Рисунок 5.4 –Относительные амплитуды гармоник МДС ДЗО с $q=1/2$ (1/4)

Таблица 5.2 - Гармонический состав МДС ДЗО с $q = 2/5$ (2/7), выполненной из двух элементарных

$q = 2/5 \text{ (2/7)}$						
ν	Исходная ДЗО		ДЗО, выполненная из двух элементарных			
			Согласное включение элементарных обмоток		Встречное включение элементарных обмоток	
	$\alpha_A = 5\tau$					
	$k_{об,\nu}$	F_ν^*	$k_{об,\nu}$	F_ν^*	$k_{об,\nu}$	F_ν^*
1	0,067	0,362	0,053	0,287	0,041	0,220
5	0,933	1,008	0,925	0,999	0,122	0,132
7	0,933	0,720	0,122	0,094	0,925	0,714
11	0,067	0,033	0,041	0,020	0,053	0,026
13	0,067	0,028	0,041	0,017	0,053	0,022
17	0,933	0,296	0,122	0,039	0,925	0,294
19	0,933	0,265	0,925	0,263	0,122	0,035
23	0,067	0,016	0,053	0,012	0,041	0,010
25	0,067	0,014	0,053	0,011	0,041	0,009
29	0,933	0,174	0,925	0,172	0,122	0,023
31	0,933	0,163	0,122	0,021	0,925	0,161
35	0,067	0,010	0,041	0,006	0,053	0,008
37	0,067	0,010	0,041	0,006	0,053	0,008
41	0,933	0,123	0,122	0,016	0,925	0,122
43	0,933	0,117	0,925	0,116	0,122	0,015

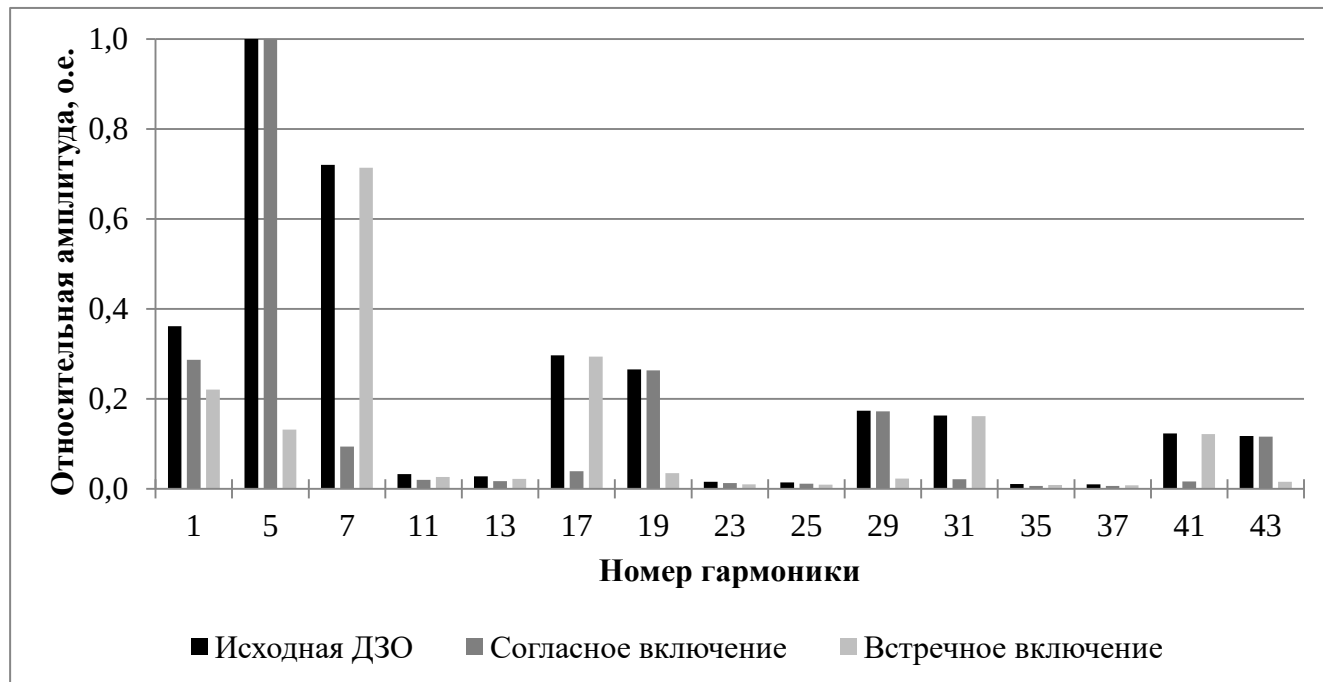


Рисунок 5.5 – Относительные амплитуды гармоник МДС ДЗО с $q=2/5$ (2/7)

Таблица 5.3 - Гармонический состав МДС ДЗО с $q = 3/8$ (3/10), выполненной из двух элементарных

$q = 3/8 \text{ (3/10)}$						
v	Исходная ДЗО		ДЗО, выполненная из двух элементарных			
			Согласное включение элементарных обмоток		Встречное включение элементарных обмоток	
	$\alpha_A = 9\tau$					
	$k_{об.v}$	F_v^*	$k_{об.v}$	F_v^*	$k_{об.v}$	F_v^*
1	0,061	0,246	0,000	0,000	0,061	0,246
2	0,140	0,283	0,140	0,283	0,000	0,000
4	0,945	0,957	0,945	0,957	0,000	0,000
5	0,945	0,766	0,000	0,000	0,945	0,766
7	0,140	0,081	0,000	0,000	0,140	0,081
8	0,061	0,031	0,061	0,031	0,000	0,000
10	0,061	0,025	0,061	0,025	0,000	0,000
11	0,140	0,052	0,000	0,000	0,140	0,052
13	0,945	0,295	0,000	0,000	0,945	0,295
14	0,945	0,274	0,945	0,274	0,000	0,000
16	0,140	0,035	0,140	0,035	0,000	0,000
17	0,061	0,014	0,000	0,000	0,061	0,014
19	0,061	0,013	0,000	0,000	0,061	0,013
20	0,140	0,028	0,140	0,028	0,000	0,000
22	0,945	0,174	0,945	0,174	0,000	0,000
23	0,945	0,166	0,000	0,000	0,945	0,166

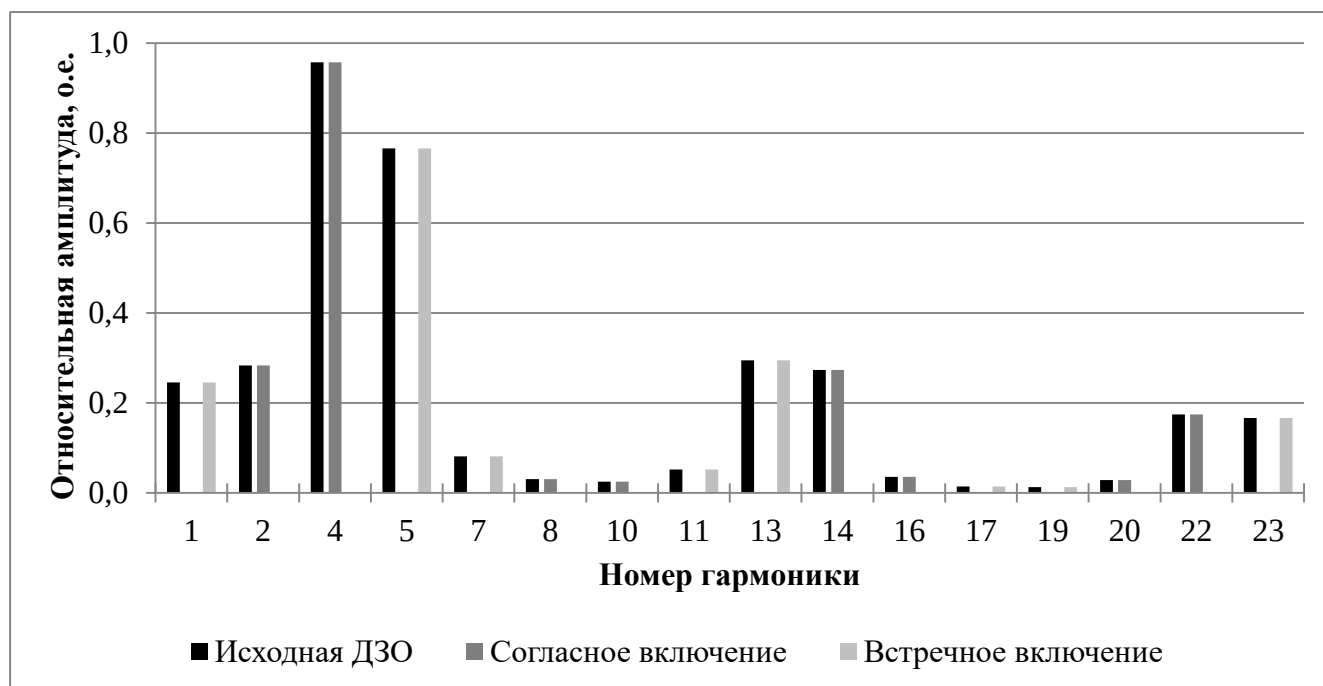


Рисунок 5.6 – Относительные амплитуды гармоник МДС ДЗО с $q=3/8$ (3/10)

Таблица 5.4 - Гармонический состав МДС ДЗО с $q = 4/11$ (4/13), выполненной из двух элементарных

$q = 4/11 \text{ (4/13)}$						
ν	Исходная ДЗО		ДЗО, выполненная из двух элементарных			
			Согласное включение элементарных обмоток		Встречное включение элементарных обмоток	
	$\alpha_A = 13\tau$					
	$k_{об.\nu}$	F_ν^*	$k_{об.\nu}$	F_ν^*	$k_{об.\nu}$	F_ν^*
1	0,016	0,178	0,014	0,148	0,009	0,099
5	0,096	0,207	0,094	0,203	0,019	0,040
7	0,163	0,251	0,091	0,140	0,135	0,209
11	0,949	0,933	0,931	0,915	0,185	0,182
13	0,949	0,789	0,185	0,154	0,931	0,774
17	0,163	0,104	0,135	0,086	0,091	0,058
19	0,096	0,055	0,019	0,011	0,094	0,053
23	0,016	0,008	0,009	0,004	0,014	0,006
25	0,016	0,007	0,009	0,004	0,014	0,006
29	0,096	0,036	0,019	0,007	0,094	0,035
31	0,163	0,057	0,135	0,047	0,091	0,032
35	0,949	0,293	0,185	0,057	0,931	0,287
37	0,949	0,277	0,931	0,272	0,185	0,054
41	0,163	0,043	0,091	0,024	0,135	0,036
43	0,096	0,024	0,094	0,024	0,019	0,005

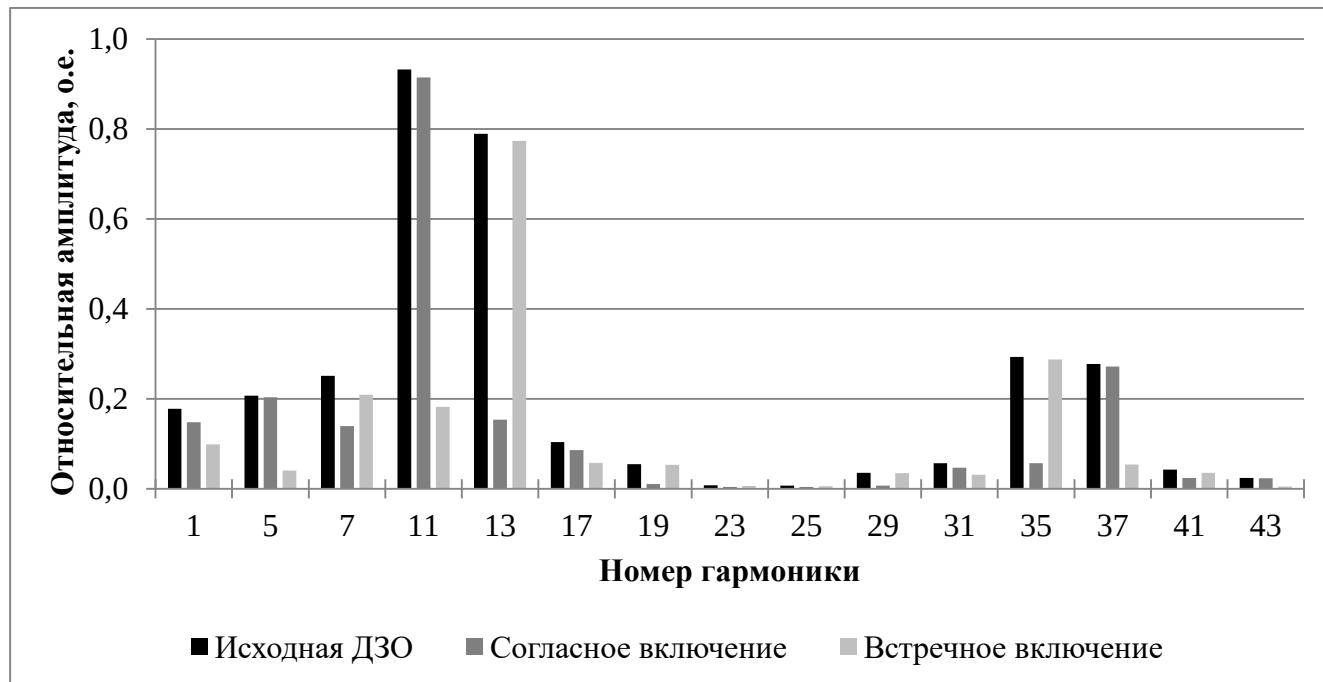


Рисунок 5.7 – Относительные амплитуды гармоник МДС ДЗО с $q=4/11$ (4/13)

Представленные результаты показывают, что построение ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, для обмоток с тремя фазными зонами, среди которых рассмотренные обмотки с $q = 1/2$ (1/4) и $q = 3/8$ (3/10),

позволяет полностью устранить одну из основных гармоник МДС обмотки, без уменьшения амплитуды другой основной гармоники. В свою очередь, для обмоток с шестью фазными зонами, среди которых рассмотренные обмотки с $q = 2/5$ ($2/7$) и $q = 4/11$ ($4/13$), при использовании данного способа построения обмотки имеется возможность достичь снижения амплитуды одной основной гармоники МДС обмотки более чем на 80 % при уменьшении другой основной гармоники менее чем на 2 %. Причем как для ДЗО тремя фазными зонами, так и для ДЗО с шестью, величина угла сдвига между элементарными обмотками α_d одинакова для снижения одной из основных пространственных гармоник МДС обмотки, а вариант включения элементарных обмоток влияет на то, какая из основных гармоник будет уменьшена.

Следует также отметить, что кроме представленных выше результатов, разработчики электрических машин могут применять полученные выражения для выбора угла сдвига между элементарными обмотками и их включения для снижения обмоточного коэффициента и амплитуды любых других пространственных гармоник МДС обмотки.

Выводы по пятой главе

1. На основе проведенного гармонического анализа МДС, создаваемой ДЗО, выполненными из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах с определенным пространственным сдвигом между обмотками, получены выражения обмоточного коэффициента и относительной амплитуды гармоник МДС таких обмоток.

2. Показано, что в отличие от классических ДЗО, в обмоточный коэффициент пространственных гармоник МДС ДЗО, выполненных из двух элементарных, входит дополнительный множитель, названный коэффициентом сдвига. Данный коэффициент показывает влияние величины угла сдвига между элементарными обмотками и их взаимного включения на величину обмоточного коэффициента гармоник МДС.

3. Сформированы рекомендации для наиболее распространенных ДЗО по включению элементарных обмоток и выбору величины угла сдвига между обмотками. Отмечено, что в качестве рабочей гармоники МДС обмотки может быть выбрана любая из двух основных пространственных гармоник ДЗО.

4. На примере распространенных ДЗО с тремя фазными зонами с числом пазов на полюс и фазу $q = 1/2$ ($1/4$) и $q = 3/8$ ($3/10$) показано, что при использовании представленных рекомендаций, имеется возможность полностью устранить одну из основных гармоник МДС обмотки, без уменьшения амплитуды другой основной гармоники.

5. На примере распространенных ДЗО с шестью фазными зонами с числом пазов на полюс и фазу $q = 2/5$ ($2/7$) и $q = 4/11$ ($4/13$) показано, что при использовании представленных рекомендаций, имеется возможность достичь снижения амплитуды одной основной гармоники МДС обмотки более чем на 80 % при уменьшении другой основной гармоники менее чем на 2 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Улучшение пространственного гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток, а именно уменьшение гармонических составляющих магнитодвижущей силы, не являющихся рабочими, является эффективным подходом к снижению нежелательных добавочных электромагнитных моментов и электромагнитных радиальных сил в синхронных электрических машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами. На основании проведенных исследований сформулированы следующие выводы.

1. Установлены аналитические зависимости, определяющие условия образования пульсаций электромагнитного момента в электрических машинах с ДЗО и ПМ, обусловленных электромагнитным взаимодействием МДС обмотки, МДС поля ПМ и удельной эквивалентной магнитной проводимости. С использованием полученных аналитических выражений определены порядковые номера гармоник исследуемых функций, являющихся причиной возникновения пульсаций электромагнитного момента как при гладком немагнитном зазоре, так и при односторонней зубчатости со стороны статора для наиболее распространенных ДЗО.

2. Показано, что при гладком немагнитном зазоре пульсации электромагнитного момента возникают при взаимодействии высших гармонических составляющих МДС магнитов с высшими гармоническими составляющими МДС обмотки, порядок которых совпадает, но скорости их вращения различны.

3. Установлено, что при учете односторонней зубчатости со стороны статора для электрических машин с любой ДЗО имеет место образование пульсаций момента для основных гармоник исследуемых функций, обладающих наибольшей амплитудой. Этот пульсирующий момент возникает для основной гармоники удельной эквивалентной магнитной проводимости при

взаимодействии основной гармоники МДС ПМ с одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в противоположном направлении.

4. Установлены аналитические зависимости, описывающие возникновение низкочастотных составляющих радиальной электромагнитной силы, приводящих к вибрациям активных частей электрических машин с ДЗО и ПМ, и являющихся результатом взаимодействия пространственных гармонических составляющих МДС ДЗО, МДС поля ПМ и гармоник удельной эквивалентной магнитной проводимости воздушного зазора. С использованием полученных аналитических выражений определены порядковые номера гармоник исследуемых функций, являющихся причиной возникновения низкочастотных составляющих радиальной электромагнитной силы, для наиболее распространенных ДЗО.

5. Показано, что при гладком немагнитном зазоре существуют условия создания радиальных сил низкого порядка с участием основных гармоник, обладающих наибольшей амплитудой, МДС обмотки и МДС магнитов. В машинах с любой ДЗО вне зависимости от числа фазных зон возникают радиальные силы нулевого порядка при взаимодействии гармоник МДС обмотки и МДС магнитов, вращающихся в одном направлении. Кроме этого, в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами образуются радиальные силы второго порядка, а машинах с ДЗО с тремя фазными зонами – первого и второго порядков. Такие силы возникают при взаимодействии основной гармоники МДС магнитов и одной из основных гармоник МДС обмотки, имеющей противоположное направление вращения.

6. Установлено, что при односторонней зубчатости со стороны статора существуют условия создания радиальных сил низкого порядка при взаимодействии основных гармоник, обладающих наибольшей амплитудой, МДС обмотки и МДС магнитов. В машинах с любой ДЗО вне зависимости от числа фазных зон возникают радиальные силы нулевого порядка. Такие силы возникают для основной гармоники удельной эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС поля ПМ и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в противоположном направлении. Кроме

этого, в электрических машинах с ДЗО с шестью фазными зонами возникают радиальные силы второго порядка, а в машинах с ДЗО с тремя фазными зонами – первого порядка. Такие силы возникают для основной гармоники эквивалентной магнитной проводимости при взаимодействии основной гармоники МДС поля ПМ и одной из основных гармоник МДС обмотки, вращающейся в том же направлении.

7. Проведено сравнительное моделирование и многокритериальная оценка эффективности различных способов улучшения гармонического состава МДС ДЗО. Сравнение выполнено с применением метода конечно-элементного анализа на основе общей модели электрической машины с сохранением главных размеров и уровня электромагнитных нагрузок. Установлено, что применение способа выполнения ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах, приводящего к уменьшению основной гармоники МДС обмотки, не являющейся рабочей, является наиболее рациональным. Данный способ демонстрирует наилучшие показатели по большинству исследуемых критериев: уменьшение пульсации электромагнитного момента на ~90% без насыщения стали и на ~75% с учетом насыщения; снижение низкочастотной составляющей радиальной силы как с насыщением стали, так и без - на ~85%; уменьшение пульсации магнитной индукции постоянных магнитов как с насыщением стали, так и без - на ~50%; снижение индуктивности на ~50%.

8. На основе проведенного гармонического анализа МДС, создаваемой ДЗО, выполненными из двух элементарных и уложенных в отдельных пазах с определенным пространственным сдвигом между обмотками, получены выражения для обмоточного коэффициента и относительной амплитуды гармоник МДС таких обмоток. Показано, что в отличие от классических ДЗО, в обмоточный коэффициент пространственных гармоник МДС ДЗО, выполненных из двух элементарных, входит дополнительный множитель, названный коэффициентом сдвига. Данный коэффициент показывает влияние величины угла сдвига между элементарными обмотками и их взаимного включения на величину обмоточного коэффициента гармоник МДС.

9. Сформированы научно-обоснованные рекомендации по применению способа выполнения ДЗО из двух элементарных, уложенных в отдельных пазах для наиболее распространенных ДЗО. Предложены варианты включения элементарных обмоток и выбор величины угла сдвига между обмотками. Отмечено, что в качестве рабочей гармоники МДС обмотки может быть выбрана любая из двух основных пространственных гармоник ДЗО.

10. На примере распространенных ДЗО с тремя фазными зонами с числом пазов на полюс и фазу $q = 1/2$ ($1/4$) и $q = 3/8$ ($3/10$) показано, что при использовании представленных рекомендаций, возможно полностью устранить одну из основных гармоник МДС обмотки, без уменьшения амплитуды другой основной гармоники. На примере распространенных ДЗО с шестью фазными зонами с числом пазов на полюс и фазу $q = 2/5$ ($2/7$) и $q = 4/11$ ($4/13$) показано, что использование представленных рекомендаций позволяет достичь снижения амплитуды одной основной гармоники МДС обмотки более чем на 80 % при уменьшении другой основной гармоники менее чем на 2 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балагуров, В. А. Электрические машины с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев, А. Н. Ларионов. – Москва : Энергия, 1964. – 480 с.
2. Балагуров, В. А. Перспективы применения постоянных магнитов в электрических машинах / В. А. Балагуров // Труды МЭИ. – Москва : МЭИ. – 1980. – № 483. – С. 3-8.
3. Балагуров, В. А. Перспективы развития магнитоэлектрических генераторов с применением высококоэрцитивных постоянных магнитов / В. А. Балагуров, А. А. Кецарис, В. В. Лохнин // Электричество. – 1977. – № 3. – С. 54-58.
4. Балагуров, В. А. Расчет внешних характеристик синхронных генераторов с магнитным возбуждением / В. А. Балагуров, Э. А. Колодезный // Вестник электропромышленности. – 1961. – № 2. – С. 41-44.
5. Балагуров, В. А. Предельная мощность синхронных генераторов с постоянными магнитами / В. А. Балагуров // Электротехника. – 1983. – № 5. – С. 22-24.
6. Балагуров, В. А. Электрические генераторы с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев. – Москва : Энергоатомиздат, 1988. – 279 с.
7. Галтеев, Ф. Ф. Исследование переходных процессов в синхронных магнитоэлектрических генераторах / Ф. Ф. Галтеев, В. П. Коробченко // Устройства электропитания и электропривода малой мощности. – 1970. – Т. 2. – С. 18-25.
8. Галтеев, Ф. Ф. К вопросу расчета внешних характеристик синхронных генераторов с постоянными магнитами / Ф. Ф. Галтеев // Научные доклады высшей школы. Электромеханика и автоматика Советская наука. – 1958. – № 4. – С. 59-69.

9. Галтеев, Ф. Ф. Учет нелинейности при работе синхронного подмагничиваемого генератора с постоянными магнитами / Ф. Ф. Галтеев, В. П. Коробченко // Электричество. – 1978. – № 4. – С. 23-27.
10. Ледовский, А. Н. Особенности проектирования электрических машин с цилиндрическими постоянными магнитами из сплава SmCo5 / А. Н. Ледовский // Электричество. – 1981. – № 10. – С. 54-58.
11. Ледовский, А. Н. Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами / А. Н. Ледовский. – Москва : Энергоатомиздат, 1985. – 168 с.
12. The brushless permanent magnet disk generator for new generation power stations / J. Danilevich, B. Mironov, I. Kruchinina, A. Ivanova // ICEF'2007, Prague, Czech Republic, 13th-15th of September 2007, Book of Digests. – 2007. – P. 63-64.
13. Антипов, В. Н. Анализ и исследование соизмерного ряда синхронных машин как ветрогенераторов в диапазоне частот вращения 75- 300 - / В. Н. Антипов, Я. Б. Данилевич // Электротехника. – 2009. – № 1. – С. 27-33.
14. Данилевич, Я. Б. Минитурбогенератор 200 кВт с возбуждением на постоянных магнитах Nd-Fe-B / Я. Б. Данилевич, В. Н. Антипов // Электротехника. – 2006. – № 3. – С. 36-37.
15. Данилевич, Я. Б. Прямоточная микро-ГЭС с встроенной гидротурбиной и синхронным генератором на постоянных магнитах / Я. Б. Данилевич, Ю. Ф. Антонов // Электротехника. – 2001. – № 7. – С. 11-16.
16. Данилевич, Я. Б. Электроэнергетические установки с синхронными генераторами нестандартной частоты / Я. Б. Данилевич, В. Е. Сигаев // Электричество. – 2000. – № 5. – С. 26-31.
17. Бут, Д. А. Бесконтактные электрические машины: учебное пособие / Д. А. Бут. – Москва : Высш. шк., 1990. – 255 с.
18. Шевченко, А. Ф. Результаты разработки высокомоментных синхронных электрических машин с постоянными магнитами на кафедре Электромеханики НГТУ / А. Ф. Шевченко // Электротехника, электромеханика и электротехнологии. – 2003. – № 2. – С. 24-31.

19. Шевченко, А. Ф. Статическая устойчивость синхронных машин с постоянными магнитами / А. Ф. Шевченко // Электричество. – 2007. – № 8. – С. 68-73.

20. Стартер-генераторное устройство для легковых автомобилей класса ВАЗ-2110 / А. Ф. Шевченко, А. С. Медведко, Ю. Г. Бухгольц [и др.] // Электротехника. – 2003. – Т. 9. – С. 15-19.

21. Авторское свидетельство № 1345291 А1 СССР, МПК H02K 19/02. Синхронный электродвигатель : № 4012660 : заявл. 21.01.1986 : опубл. 15.10.1987 / А. Ф. Шевченко ; заявитель Новосибирский электротехнический институт. – 3 с. : ил.

22. Патент № 2059994 С1 Российская Федерация, МПК H02K 19/12. Синхронный электродвигатель : № 4037981/63 : заявл. 17.03.1986 : опубл. 10.05.1996 / А. Ф. Шевченко ; заявитель Новосибирский государственный технический университет. – 7 с. : ил.

23. Патент на полезную модель № 16574 U1 Российская Федерация, МПК H02K 19/00. Синхронный электродвигатель : № 2000117831/20 : заявл. 05.07.2000 : опубл. 10.01.2001 / А. Ф. Шевченко, Л. Г. Шевченко ; заявитель Новосибирский государственный технический университет. – 5 с. : ил.

24. Патент № 2178615 С1 Российская Федерация, МПК H02K 1/27, H02K 21/14. ротор электрической машины : № 2000120729/09 : заявл. 02.08.2000 : опубл. 20.01.2002 / А. Ф. Шевченко, Р. В. Честюнин ; заявитель Новосибирский государственный технический университет. – 4 с. : ил.

25. Патент на полезную модель № 53828 U1 Российская Федерация, МПК H02K 21/14. многополюсная магнитоэлектрическая машина : № 2005113500/22 : заявл. 03.05.2005 : опубл. 27.05.2006 / А. Ф. Шевченко ; заявитель Новосибирский Государственный Технический Университет. – 11 с. : ил.

26. Шевченко, А. Ф. Многополюсные синхронные машины с дробными $q < 1$ зубцовыми обмотками с возбуждением от постоянных магнитов / А. Ф. Шевченко // Электротехника. – 2007. – № 9. – С. 3-8.

27. Безредукторный электромеханический усилитель рулевого управления легковых автомобилей / А. Ф. Шевченко, А. В. Комаров, О. И. Новокрещенов, В. В. Мизевич // Электротехника. – 2007. – № 9. – С. 32-35.

28. Особенности конструкции и проектирования энергоэффективных магнитоэлектрических электродвигателей общепромышленного назначения / А. Ф. Шевченко, А. Г. Приступ, О. И. Новокрещенов [и др.] // Электротехника. – 2014. – № 12. – С. 41-44.

29. Шевченко, А. Ф. Магнитодвижущие силы однозубцовых дробных обмоток с $q < 1$ / А. Ф. Шевченко // Научный вестник НГТУ. – 1996. – Новосибирск: НГТУ. – № 2. – С. 99-100.

30. Шевченко, А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком : специальность 05.09.01 "Электротехнические комплексы и системы" : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Шевченко Александр Федорович. – Новосибирск, 1999. – 346 с.

31. Патент на полезную модель № 215796 U1 Российская Федерация, МПК H02K 3/28, H02K 17/14. Обмотка электрической машины переменного тока : заявл. 19.07.2022 : опубл. 28.12.2022 / Г. А. Шаншуров, Д. Ю. Бабицкий, Д. М. Топорков, Т. В. Честюнина ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Новосибирский государственный технический университет".

32. Chen, Y. S. Vibration of PM Brushless Machines Having a Fractional Number of Slots Per Pole / Y. S. Chen, Z. Q. Zhu, D. Howe // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – Vol. 42. – № 10. – P. 3395-3397. – DOI 10.1109/TMAG.2006.879072.

33. Comparison of radial vibration forces in 10-pole/12-slot fractional slot surface-mounted and interior PM brushless AC machines / Z. P. Xia, Z. Q. Zhu, L. J. Wu, G. W. Jewell // The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010 The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010. – 2010. – P. 1-6.

34. Unequal teeth design to reduce electromagnetic vibration in fractional-slot concentrated-windings permanent-magnet machine / S. Zhu, J. Ji, W. Zhao [et al.] // Journal of Magnetism. – 2019. – Vol. 24. – № 4. – P. 657-667. – DOI 10.4283/JMAG.2019.24.4.657.

35. Приступ, А. Г. Потери на вихревые токи в магнитах ротора генератора аварийного динамического торможения / А. Г. Приступ, В. В. Корнеев // Электро. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. – 2016. – № 3. – С. 21-25.

36. Бабицкий, Д. Ю. Влияние температуры постоянных магнитов и конструкции магнитной системы ротора на внешнюю характеристику генератора с магнитоэлектрическим возбуждением, работающего на автономную нагрузку / Д. Ю. Бабицкий, Д. М. Топорков // Электротехника. – 2022. – № 5. – С. 34-39. – DOI 10.53891/00135860_2022_5_34.

37. Пахомин, С. А. Магнитные потери в статоре вентильного двигателя с постоянными магнитами / С. А. Пахомин, Л. С. Пахомин // Известия Высших Учебных Заведений. Электромеханика. – 2017. – Т. 60. – № 5. – С. 18-24. – DOI 10.17213/0136-3360-2017-5-18-24.

38. Вольдек, А. И. Электрические машины.–2-е изд., перераб. и доп / А. И. Вольдек. – Ленинград : Энергия, 1974. – 840 с.

39. Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины: Учебник для вузов / А. В. Иванов-Смоленский. – Москва : Энергия, 1980. – 928 с.

40. Dajaku, G. Analysis of different PM machines with concentrated windings and flux barriers in stator core / G. Dajaku, D. Gerling // 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2014. – P. 375-384.

41. Dajaku, G. Reduction of Low Space Harmonics for the Fractional Slot Concentrated Windings Using a Novel Stator Design / G. Dajaku, W. Xie, D. Gerling // IEEE Transactions on Magnetism. – 2014. – Vol. 50. – № 5. – P. 1-12. – DOI 10.1109/TMAG.2013.2294754.

42. Dajaku, G. A novel 12-teeth/10-poles PM machine with flux barriers in stator yoke / G. Dajaku, D. Gerling // 2012 XXth International Conference on Electrical Machines 2012 XXth International Conference on Electrical Machines. – 2012. – P. 36-40.
43. Gerold, J. W. Analysis of Different Arrangements of Flux Barriers and Different Pole Pairs in a Stator with Concentrated Winding / J. W. Gerold, D. Gerling // 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2018. – P. 58-64.
44. Spas, S. Comparison of PM machines with concentrated windings for automotive application / S. Spas, G. Dajaku, D. Gerling // 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2014. – P. 1996-2000.
45. Bilyi, V. Design of high-efficiency interior permanent magnet synchronous machine with stator flux barriers and single-layer concentrated windings / V. Bilyi, D. Gerling // 2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC) 2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC). – 2015. – P. 1177-1183.
46. Influence of Flux Gaps on Electromagnetic Performance of Novel Modular PM Machines / G. J. Li, Z. Q. Zhu, W. Q. Chu [et al.] // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2014. – Vol. 29. – № 3. – P. 716-726. – DOI 10.1109/TEC.2014.2312429.
47. Dajaku, G. Low costs and high-efficiency electric machines / G. Dajaku, D. Gerling // 2012 2nd International Electric Drives Production Conference (EDPC) 2012 2nd International Electric Drives Production Conference (EDPC). – 2012. – P. 1-7.
48. Torque Pulsation Reduction in Fractional-Slot Concentrated-Windings IPM Motors by Lowering Sub-Harmonics / G. Liu, F. Zhai, Q. Chen, G. Xu // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2019. – Vol. 34. – № 4. – P. 2084-2095. – DOI 10.1109/TEC.2019.2935016.

49. Wang, Y. Multilayer Windings Effect on Interior PM Machines for EV Applications / Y. Wang, R. Qu, J. Li // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2015. – Vol. 51. – № 3. – P. 2208-2215. – DOI 10.1109/TIA.2014.2385934.
50. Wang, Y. Multi-layer windings effect on interior PM machines for EV applications / Y. Wang, R. Qu, J. Li // 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2014. – P. 2038-2044.
51. Tassarolo, A. Improved four-layer winding design for a 12-slot 10-pole permanent magnet machine using unequal tooth coils / A. Tassarolo, M. Mezzarobba, N. Barbini // IECON 2016-42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – IEEE, 2016. – P. 1686-1691.
52. Kim, H.-J. Characteristic analysis for concentrated multiple-layer winding machine with optimum turn ratio / H.-J. Kim, D.-J. Kim, J.-P. Hong // IEEE transactions on magnetics. – 2014. – Vol. 50. – № 2. – P. 789-792. – DOI 10.1109/TMAG.2013.2279100.
53. Reddy, P. B. Effect of number of layers on performance of fractional-slot concentrated-windings interior permanent magnet machines / P. B. Reddy, A. M. El-Refaie, K.-K. Huh // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2014. – Vol. 30. – № 4. – P. 2205-2218. – DOI 10.1109/TPEL.2014.2328579.
54. Reddy, P. B. Effect of number of layers on performance of fractional-slot concentrated-windings interior permanent magnet machines / P. B. Reddy, A. M. El-Refaie, K.-K. Huh // 8th International Conference on Power Electronics-ECCE Asia. – IEEE, 2011. – P. 1921-1928.
55. Cistelecan, M. V. Three phase tooth-concentrated multiple-layer fractional windings with low space harmonic content / M. V. Cistelecan, F. J. Ferreira, M. Popescu // 2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. – IEEE, 2010. – P. 1399-1405.
56. Cistelecan, M. V. Three phase tooth-concentrated interspersed windings with low space harmonic content / M. V. Cistelecan, F. J. T. E. Ferreira, M. Popescu //

The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010 The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010. – 2010. – P. 1-6.

57. Alberti, L. Theory and design of fractional-slot multilayer windings / L. Alberti, N. Bianchi // 2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE),. – 2011. – P. 3112-3119.

58. Alberti, L. Theory and Design of Fractional-Slot Multilayer Windings / L. Alberti, N. Bianchi // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2013. – Vol. 49. – № 2. – P. 841-849. – DOI 10.1109/TIA.2013.2242031.

59. Barcaro, M. Six-phase supply feasibility using a PM fractional-slot dual winding machine / M. Barcaro, N. Bianchi, F. Magnussen // 2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition 2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. – 2010. – P. 1058-1065.

60. Barcaro, M. Six-Phase Supply Feasibility Using a PM Fractional-Slot Dual Winding Machine / M. Barcaro, N. Bianchi, F. Magnussen // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2011. – Vol. 47. – № 5. – P. 2042-2050. – DOI 10.1109/TIA.2011.2161859.

61. Abdel-Khalik, A. S. Low Space Harmonics Cancellation in Double-Layer Fractional Slot Winding Using Dual Multiphase Winding / A. S. Abdel-Khalik, S. Ahmed, A. M. Massoud // IEEE Transactions on Magnetics. – 2015. – Vol. 51. – № 5. – P. 1-10. – DOI 10.1109/TMAG.2014.2364988.

62. Barcaro, M. Analysis and Tests of a Dual Three-Phase 12-Slot 10-Pole Permanent-Magnet Motor / M. Barcaro, N. Bianchi, F. Magnussen // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2010. – Vol. 46. – № 6. – P. 2355-2362. – DOI 10.1109/TIA.2010.2070784.

63. Barcaro, M. Analysis and tests of a dual three-phase 12-slot 10-pole permanent magnet motor / M. Barcaro, N. Bianchi, F. Magnussen // 2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition 2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. – 2009. – P. 3587-3594.

64. Abdel-Khalik, A. S. A Nine-phase Six-Terminal Fractional-Slot-Winding for Interior Permanent-Magnet Machines with Low Space Harmonics / A. S. Abdel-

Khalik, S. Gadoue, S. Ahmed // 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2018. – P. 499-505.

65. Chen, X. A Generic Approach to Reduction of Magnetomotive Force Harmonics in Permanent-Magnet Machines With Concentrated Multiple Three-Phase Windings / X. Chen, J. Wang, V. I. Patel // IEEE Transactions on Magnetics. – 2014. – Vol. 50. – № 11. – P. 1-4. – DOI 10.1109/TMAG.2014.2320446.

66. A Nine-Phase 18-Slot 14-Pole Interior Permanent Magnet Machine With Low Space Harmonics for Electric Vehicle Applications / X. Chen, J. Wang, V. I. Patel, P. Lazari // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2016. – Vol. 31. – № 3. – P. 860-871. – DOI 10.1109/TEC.2016.2538321.

67. Wang, J. Fractional-Slot Permanent Magnet Brushless Machines with Low Space Harmonic Contents / J. Wang, V. I. Patel, W. Wang // IEEE Transactions on Magnetics. – 2014. – Vol. 50. – № 1. – P. 1-9. – DOI 10.1109/TMAG.2013.2280883.

68. Six-Phase Fractional-Slot-per-Pole-per-Phase Permanent-Magnet Machines With Low Space Harmonics for Electric Vehicle Application / V. I. Patel, J. Wang, W. Wang, X. Chen // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2014. – Vol. 50. – № 4. – P. 2554-2563. – DOI 10.1109/TIA.2014.2301871.

69. Analysis and design of 6-phase fractional slot per pole per phase permanent magnet machines with low space harmonics / V. I. Patel, J. Wang, W. Wang, X. Chen // 2013 International Electric Machines & Drives Conference 2013 International Electric Machines & Drives Conference. – 2013. – P. 386-393.

70. Reddy, P. B. Effect of stator shifting on harmonic cancellation and flux weakening performance of interior PM machines equipped with fractional-slot concentrated windings for hybrid traction applications / P. B. Reddy, K.-K. Huh, A. EL-Refaie // 2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE) 2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). – 2012. – P. 525-533.

71. Novel 24-slots14-poles fractional-slot concentrated winding topology with low-space harmonics for electrical machine / S. Zhu, T. Cox, Z. Xu, C. Gerada // The

Journal of Engineering. – 2019. – Vol. 2019. – № 17. – P. 3784-3788. – DOI 10.1049/joe.2018.8085.

72. Reddy, P. B. Generalized Approach of Stator Shifting in Interior Permanent-Magnet Machines Equipped With Fractional-Slot Concentrated Windings / P. B. Reddy, K.-K. Huh, A. M. EL-Refaie // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2014. – Vol. 61. – № 9. – P. 5035-5046. – DOI 10.1109/TIE.2013.2297515.

73. Abdel-Khalik, A. S. A Six-Phase 24-Slot/10-Pole Permanent-Magnet Machine With Low Space Harmonics for Electric Vehicle Applications / A. S. Abdel-Khalik, S. Ahmed, A. M. Massoud // IEEE Transactions on Magnetics. – 2016. – Vol. 52. – № 6. – P. 1-10. – DOI 10.1109/TMAG.2016.2535230.

74. A New Space Harmonics Minimization Strategy for Fractional Slot Concentrated Windings / M. S. Islam, M. A. Kabir, R. Mikail, I. Husain // 2018 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC) 2018 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC). – 2018. – P. 412-417.

75. Dajaku, G. A Novel 24-Slots/10-Poles Winding Topology for Electric Machines / G. Dajaku, D. Gerling // 2011 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC) 2011 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC). – 2011. – P. 65-70.

76. Babitsky, D. Investigation and improvement of flux density harmonic content in electrical machines with fractional slot tooth concentrated windings / D. Babitsky, D. Toporkov // 2019 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS). – IEEE, 2019. – P. 1-4.

77. Бабицкий, Д. Ю. Энергоэффективный тяговый электропривод переменного тока и исследование его модификации / Д. Ю. Бабицкий, Р. О. Никулин // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2022. – № 12. – С. 34-46.

78. Бабицкий, Д. Ю. Применение сдвига части обмотки статора для дробной зубцовой обмотки с числом пазов на полюс и фазу $q=4/11$ / Д. Ю. Бабицкий, А. С. Лобачева // Наука. Технологии. Инновации: Сборник

научных трудов XV Всероссийской научной конференции молодых ученых, посвященной Году науки и технологий в России. В 10-ти частях, Новосибирск, 06–10 декабря 2021 года / Под редакцией Д.О. Соколовой. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2021. – Т. Ч.5. – С. 60-64.

79. Геллер, Б. Высшие гармоники в асинхронных машинах / Б. Геллер, В. Гамата. – Москва : Энергия, 1981. – 351 с.

80. Топорков, Д. М. Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и возбуждением от постоянных магнитов : специальность 05.09.01 "Электромеханика и электрические аппараты" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Топорков Дмитрий Михайлович, 2016. – 139 с.

81. Честюнина, Т. В. Исследование многополюсных синхронных магнитоэлектрических генераторов с дробными зубцовыми обмотками : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Честюнина Татьяна Викторовна, 2012. – 176 с.

82. Выбор магнитных систем роторов синхронных двигателей с постоянными магнитами с повышенными удельными характеристиками / Д. Ю. Бабицкий, Г. О. Гейнрих, А. Г. Приступ, А. Ф. Шевченко // Труды XIX Международной Конференции «Электротехника, Электротехнологии, Электротехнические Материалы и Компоненты» (27 сентября-1 октября 2022 г., Алушта). – М.: Знак, 2022. – С. 90-94.

83. Бабицкий, Д. Ю. Исследование пульсаций момента в электрических машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами при гладком немагнитном зазоре / Д. Ю. Бабицкий, Г. О. Гейнрих // Наука. Технологии. Инновации: XVII Всероссийская научная конференция молодых ученых: Сборник научных трудов в 11-ти частях, Новосибирск, 04–08 декабря 2023 года. – Новосибирский государственный технический университет, 2024. – С. 49-53.

84. Бабицкий, Д. Ю. Пульсации момента в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами / Д. Ю. Бабицкий, Д. М. Топорков, Г. О. Гейнрих // Электротехника. – 2024. – № 3. – С. 20-27.

85. Вибрации и шум электрических машин малой мощности / Л. К. Волков, Р. Н. Ковалев, Г. Н. Никифорова, Е. Е. Чаадаева. – Ленинград : Энергия, Ленингр. отд-ние, 1979. – 206 с.

86. Шубов, И. Г. Шум и вибрация электрических машин / И. Г. Шубов. – Ленинград : Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1986. – 208 с.

87. Вибрация энергетических машин. Справочное пособие / ред. Н. В. Григорьев. – Ленинград : Машиностроение, 1974. – 464 с.

88. Иродов, И. Е. Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов. – 7-е. – Москва : Бином. Лаб. знаний, 2009. – 319 с.

89. Бабицкий, Д. Ю. Исследование радиальных электромагнитных сил в машинах с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2026. – № 3 (72). – С. 5–19. – DOI 10.17212/1727-2769-2026-3-5-19.

90. Способы улучшения гармонического состава магнитного поля в электрических машинах с дробными зубцовыми обмотками / Д. Ю. Бабицкий, Д. М. Топорков, А. Г. Приступ, З. С. Темлякова // Электротехника. – 2021. – № 6. – С. 31-36.

91. Корнеев, В. В. Расчетные коэффициенты и добавочные потери синхронных машин с постоянными магнитами и дробными зубцовыми обмотками: специальность 05.09.01 "Электромеханика и электрические аппараты": диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Корнеев Вячеслав Викторович, 2018. – 144 с.

92. Бабицкий, Д. Ю. Об улучшении гармонического состава магнитодвижущей силы дробных зубцовых обмоток / Д. Ю. Бабицкий, А. Ф. Шевченко // Электротехника. – 2023. – № 5. – С. 29-33.

ПРИЛОЖЕНИЕ А Патент на полезную модель

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 215796

Обмотка электрической машины переменного тока

Патентообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ" (RU)**

Авторы: **Шанишуров Георгий Алексеевич (RU), Бабицкий
Денис Юрьевич (RU), Топорков Дмитрий Михайлович
(RU), Честюнина Татьяна Викторовна (RU)**

Заявка № **2022119649**

Приоритет полезной модели **19 июля 2022 г.**

Дата государственной регистрации
в Государственном реестре полезных
моделей Российской Федерации **28 декабря 2022 г.**

Срок действия исключительного права
на полезную модель истекает **19 июля 2032 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 68b80077e14c40f0a94eabd24145d5c7
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 20.05.2022 по 26.05.2023

Ю.С. Зубов



ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт об использовании результатов диссертационной работы в учебном процессе

УТВЕРЖДАЮ

Проректор Новосибирского государственного
технического университета
по научной работе и инновациям, к.т.н.

А.И. Отто

2024 г.



АКТ

об использовании результатов диссертационной работы

Д.Ю. Бабицкого в учебном процессе

Настоящим актом подтверждается, что основные результаты диссертационной работы Дениса Юрьевича Бабицкого, представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, активно применяются в учебной и научной деятельности факультета мехатроники и автоматизации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Новосибирского государственного технического университета.

Полученные результаты используются при подготовке бакалавров и магистров, обучающихся на кафедре Электромеханики по направлениям 13.03.02 и 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника»: в лекционных курсах, при проведении практических и лабораторных работ, а также выполнении выпускных квалификационных работ студентов.

Заведующий кафедрой

Электромеханики

к.т.н., доцент

Топорков

Дмитрий Михайлович

Декан факультета

мехатроники и автоматизации,

к.т.н., доцент

Вильбергер

Михаил Евгеньевич