

Новокузнецкий институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
“Кемеровский государственный университет”

На правах рукописи



**БУРНЫШЕВА Татьяна Витальевна**

**РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОЛОГИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО  
ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ РАСЧЕТЕ И ДИАГНОСТИКЕ АНИЗОГРИДНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ КОСМИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

05.07.03 - Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов

Диссертация на соискание ученой степени

доктора технических наук

Научный консультант:  
доктор технических наук, профессор

Каледин В. О.

Новокузнецк - 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
1 ОБЗОР И АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ И РЕЗУЛЬТАТОВ	
ИССЛЕДОВАНИЯ НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ СЕТЧАТЫХ	
КОМПОЗИЦИОННЫХ ОБОЛОЧЕК. ....	
17	
1.1 Применение сетчатых композиционных оболочек в силовых конструкциях и проблемы обеспечения их прочности .....	17
1.2 Обзор результатов моделирования сетчатых оболочечных конструкций . .	29
1.3 Анализ программных средств расчета напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочечных конструкций. ....	40
1.4 Цель и задачи диссертационной работы. ....	44
2 МЕТОДИКА ПОЛНОГО ДИСКРЕТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЧАТЫХ	
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ .....	
46	
2.1 Конструктивное членение, силовые воздействия и кинематика деформирования сетчатых композитных оболочек в конструкциях летательных аппаратов .....	46
2.2 Дискретная модель деформирования конструкции .....	69
2.3 Сопоставление дискретного и континуального подходов при расчете напряжений в окрестности вырезов .....	80
2.4 Математическая модель устойчивости сетчатой оболочечной конструкции при статическом воздействии .....	87
2.5 Применение методов вычислительного эксперимента в задачах обеспечения статической прочности сетчатых оболочек при проектировании и диагностике . .....	90
2.6 Выводы по главе .....	100
3 АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО	
СОСТОЯНИЯ СЕТЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ БЕЗ ВЫРЕЗОВ .....	
101	
3.1 Аналитический расчет фонового состояния реберной структуры конструкции без учета обшивки .....	101



3.1.1 Средние напряжения в ребрах . . . . .	101
3.1.2 Изгиб спиральных ребер в касательной плоскости. . . . .	105
3.1.3 Изгиб кольцевых ребер . . . . .	108
3.2 Сравнительный анализ результатов аналитического и численного решения задачи расчета напряженно-деформированного состояния реберной структуры . . . . .	111
3.2.1 Влияние приложения нагрузки . . . . .	112
3.2.2 Изгиб ребер . . . . .	113
3.3 Учет обшивки при расчете фоновых напряжений. . . . .	120
3.3.1 Учет жесткости обшивки в безмоментном приближении: аналитические результаты . . . . .	120
3.3.2 Влияние толщины и модулей упругости обшивки на напряженно- деформированное состояние оболочки . . . . .	125
3.3.3 Влияние выноса обшивки на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	127
3.4 Расчет поправочных коэффициентов к аналитическим оценкам напряженно- деформированного состояния сетчатой оболочки . . . . .	128
3.5 Выводы по главе. . . . .	140
<b>4 ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЕТЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ВЫРЕЗАМИ. . . . .</b>	<b>141</b>
4.1 Влияние некомпенсированного выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	141
4.2 Влияние компенсированного выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	160
4.3 Влияние геометрии компенсированного выреза на напряженно- деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	169
4.4 Взаимное влияние вырезов, компенсированных окантовками, на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	183
4.5 Влияние вырезов на устойчивость сетчатой оболочечной конструкции . .	200
4.6 Выводы по главе . . . . .	214

5 РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ .....	216
5.1 Рациональное проектирование сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры на основе методов вычислительного эксперимента .....	216
5.2 Описание отсека летательного аппарата и построение дискретной модели .....	221
5.3 Подбор усилений при рациональном проектировании отсека летательного аппарата .....	229
5.4 Напряженно-деформированное состояние конструкции при подобранных подкреплениях .....	254
5.5 Выводы по главе .....	287
6 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ .....	288
6.1 Формализация задач идентификации .....	288
6.2 Идентификация приложенной нагрузки для составного отсека летательного аппарата .....	292
6.3 Задача идентификации жесткости крышек люков составного отсека летательного аппарата .....	304
6.4 Идентификация переменной жесткости окантовок отсека летательного аппарата при нелинейном деформировании .....	309
6.5 Программная реализация вычислительного эксперимента .....	317
6.6 Выводы по главе .....	335
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	337
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	339
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Сопоставление дискретного и континуального подходов при расчете напряженно-деформированного состояния оболочки в окрестности выреза .....	363

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Влияние обшивки на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки . . . . .	367
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Влияние геометрии выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки. . . . .	392
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Влияние усиленных вырезов на концентрацию напряжений в сетчатой оболочке . . . . .	401
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Поля напряжений в конструктивных элементах оболочки с шестиугольным вырезом, усиленным окантовками переменной толщины. . . .	412
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. Расчет жесткостных характеристик конструктивных элементов сетчатой оболочечной конструкции . . . . .	416
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж. Физико-механические параметры материалов отсека летательного аппарата. . . . .	419
ПРИЛОЖЕНИЕ И. Фоновые напряжения и коэффициенты концентрации напряжений в конструктивных элементах отсека летательного аппарата. . . .	425
ПРИЛОЖЕНИЕ К. Поля напряжений в стрингерах и вертикальных балках отсека летательного аппарата. . . . .	434
ПРИЛОЖЕНИЕ Л. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ . . . . .	437
ПРИЛОЖЕНИЕ М. Акты внедрения результатов работы . . . . .	440

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы исследования

Основным классификационным признаком сетчатой оболочки является наличие нескольких семейств пересекающихся ребер, которые образуют регулярную структуру. В конструкциях современных летательных аппаратов сетчатые композитные оболочки используются либо как самостоятельные конструктивные элементы, соединяющие различные агрегаты, либо совместно с обшивкой, обеспечивая сплошную поверхность для герметизации или создания аэродинамических сил. Наличие вырезов и подкрепляющих элементов делает каждую сетчатую оболочку уникальной. Это существенно затрудняет и усложняет решение задачи по обеспечению прочности реальных изделий.

Проектирование каждой конкретной сетчатой конструкции, по сравнению с традиционными тонкостенными, в меньшей степени позволяет опираться на типовые решения и требует более трудоемкого расчета напряженно-деформированного состояния всей конструкции с использованием численных методов и комплексов программ для обеспечения прочности изделия. Методы расчета оболочек регулярной структуры в настоящее время наиболее разработаны и позволяют производить проектирование и оптимизацию по прочности, жесткости и устойчивости. В то же время нарушение регулярности (такое, как наличие вырезов) может быть учтено только в рамках дискретного моделирования конструкции с заданной топологией и геометрией, и для обеспечения прочности необходим многократный расчет семейств однотипных конструкций, например, методом конечных элементов. В связи с высокой трудоемкостью и продолжительностью такого расчета необходима разработка усовершенствованных методов и математических моделей, сохраняющих достоинства дискретного моделирования и в то же время позволяющих целенаправленно получать достаточно полные данные о напряжениях и деформациях при варьировании проектных параметров. Использование таких

методов и моделей позволит решать задачи, связанные с обеспечением прочности сетчатых конструкций летательных аппаратов на всех стадиях их жизненного цикла: рационального проектирования, оценки фактических параметров прочности и жесткости при доводке опытных конструкций, а также диагностики фактической прочности и жесткости при неразрушающих испытаниях серийных конструкций.

В настоящее время достаточно проработаны и известны методы вычислительного эксперимента, дискретный подход при моделировании конструкций, однако к классу сетчатых оболочек они совместно не применялись. Это делает актуальной разработку методов и алгоритмов решения задач, связанных с обеспечением прочности композитных сетчатых оболочечных конструкций нерегулярной структуры, на основе единой идеологии вычислительного эксперимента.

### **Степень разработанности темы исследования**

Основополагающий вклад в разработку сетчатых композиционных конструкций внесла школа В.В. Васильева. Известны аналитические оценки напряжений регулярной реберной структуры сетчатой оболочки, полученные В.В. Васильевым и В.А. Бунаковым при использовании вариационного принципа и безмоментной теории с учетом замены реберной структуры условно сплошным слоем с осредненной жесткостью. Континуальное описание деформирования сетчатой оболочки было усовершенствовано В.А. Бунаковым в 1992 году путем учета моментных эффектов в ребрах. Однако континуальная модель не вполне адекватна реальной сетчатой структуре вблизи кромок и нарушений регулярности, и в этих случаях необходимо использовать дискретные модели.

Дискретный подход к моделированию сетчатых анизотридных конструкций использовали В.В. Васильев, А.Ф. Разин, А.А. Бабичев, В.П. Булдаков, М.В. Никитин и др. в целях оценки эффективности типов механических соединений сетчатых композитных конструкций, исследования влияния формы ячейки

сетчатой структуры на напряженное состояние композитной сетчатой оболочки при локальном нагружении. Существующие универсальные методы позволяют рассчитать статическое напряженно-деформированное состояние, устойчивость и колебания сетчатых конструкций. Исследования сетчатого адаптера (без обшивки) на устойчивость с использованием дискретного моделирования проводили Морозов Е.В., Лопатин А.В., Нестеров В.А .

Известны примеры использования дискретных моделей при проектировании сетчатых конструкций летательных аппаратов. Так, задача о рациональном проектировании окантовок люков решалась А.Ф. Разиным и Вл. О. Калединым численно, методом конечных элементов. В качестве критерия рациональности окантовки выбрано условие минимума коэффициента концентрации напряжений в спиральных ребрах конструкции. Метод конечных элементов применялся В.П. Полиновским при выборе оптимальных параметров композитных сетчатых отсеков по критерию минимума массы конструкции. Морозовым Е.В., Лопатиным А.В. и Нестеровым В.А. были получены зависимости массы сетчатой цилиндрической реберной структуры от угла наклона спирального ребра к образующей и длины отсека.

Таким образом, в настоящее время достаточно разработаны методы дискретного конечно-элементного моделирования конструкций, однако при проведении многовариантных расчетов на этапе предпроектных исследований и проектирования они требуют весьма трудоемких и продолжительных расчетов. С другой стороны, известны подходы к сокращению числа вариантов расчета, основанные на методах планирования эксперимента. Однако к расчетам сетчатых оболочек они совместно не применялись, вследствие чего отсутствует единая методология целенаправленного исследования прочности анизотридных конструкций на основе вычислительного эксперимента. Это делает актуальной разработку методов и алгоритмов решения задач, связанных с обеспечением прочности композитных сетчатых оболочечных конструкций космических летательных аппаратов (КЛА), на основе единой идеологии вычислительного эксперимента.

**Цель работы** заключается в разработке методологии вычислительного эксперимента применительно к задачам рационального проектирования, поверочного расчета и технической диагностики анизотридных конструкций агрегатов космических летательных аппаратов.

**Идея работы** состоит в построении конечно-элементной модели деформирования анизотридной конструкции, допускающей варьирование ряда факторов – проектных параметров, проведение факторного вычислительного эксперимента, построение аппроксимирующих функциональных зависимостей откликов модели от варьируемых факторов и исследование полученных зависимостей для определения рациональных проектных или фактических параметров конструкции.

Для достижения этой цели в работе поставлены следующие **задачи**:

1. Разработка и обоснование многофакторных математических моделей статического деформирования сетчатых оболочек из композиционных материалов на основе расчетной схемы пространственной рамы, обеспечивающих совместное деформирование реберной структуры, обшивки и усиления (окантовок вырезов).

2. Разработка численных алгоритмов определения напряженно-деформированного состояния сетчатых конструкций КЛА регулярной и нерегулярной структуры, выполненных из композиционных материалов, под действием квазистатической нагрузки, и получение аналитических оценок для конструкций регулярной структуры.

3. Разработка программного обеспечения для вычислительного эксперимента с использованием разработанных математических моделей статического деформирования сетчатых конструкций из композиционных материалов.

4. Исследование методами вычислительного эксперимента закономерностей линейного деформирования и устойчивости нерегулярных сетчатых конструкций отсеков КЛА с вырезами и местными усилениями при статических нагрузках.

5. Разработка метода рационального проектирования сетчатых конструкций КЛА нерегулярной структуры, выполненных из композиционных материалов, на основе методологии вычислительного эксперимента.

6. Разработка метода интерпретации данных натурных испытаний агрегатов КЛА на основе идентификации математических моделей деформирования и разрушения сетчатых конструкций регулярной и нерегулярной структуры из композиционных материалов.

7. Практическая апробация разработанных методов, алгоритмов и программ при рациональном проектировании, опытной отработке и технической диагностике сетчатых конструкций агрегатов летательных аппаратов, выполненных из композиционных материалов.

### **Научная новизна работы**

1. Построено семейство многофакторных математических моделей статического деформирования анизотридных конструкций агрегатов КЛА, содержащих систему ребер с обшивкой или без неё, в которых система ребер описывается как пространственная рама, при наличии обшивки учитывается её совместное деформирование с ребрами, а при наличии вырезов – совместное деформирование ребер, обшивки и окантовки вырезов.

2. Доказана необходимость полного дискретного моделирования при расчете напряженно-деформированного состояния агрегатов КЛА, выполненных по конструктивно-силовой схеме анизотридной оболочки, поскольку известные континуальные модели приводят к завышению рассчитанных напряжений в обшивке и ребрах вблизи вырезов в анизотридной конструкции более чем в 3 раза при увеличении числа спиральных ребер в 4 раза при неизменной массе.

3. Получены аппроксимирующие аналитические зависимости перемещений, напряжений и деформаций от вариации конструктивных параметров анизотридной оболочки регулярной структуры при осевом сжатии, которые могут использоваться для расчета напряженно-деформированного состояния сетчатых отсеков КЛА без учета вырезов в расчетном случае полета с максимальной продольной перегрузкой.



4. Разработаны новые алгоритмы рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций летательных аппаратов по критерию статической прочности, использующие многофакторный вычислительный эксперимент и редуцирование конечно-элементной модели.

5. Разработаны новые постановки задач и алгоритмы идентификации фактических прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанные на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения.

6. Разработаны новые постановки задач и алгоритмы идентификации фактических нагрузок при натурных испытаниях конструкций летательных аппаратов, содержащих отсеки сетчатой структуры.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая значимость работы заключается:

- в разработанных методах и алгоритмах для рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций летательных аппаратов по критерию статической прочности с использованием многофакторного вычислительного эксперимента и редуцирования конечно-элементной модели;
- в разработанных методах и алгоритмах идентификации фактических прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанных на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения;
- в разработанных методах и алгоритмах идентификации нагрузок, фактически реализующихся при натурных испытаниях конструкций летательных аппаратов, содержащих отсеки сетчатой структуры;
- в разработанном программном обеспечении для проведения вычислительного эксперимента по определению напряжений, деформаций и критических нагрузок потери устойчивости при проектных и фактических нагрузках, реализующем алгоритмы численного моделирования сетчатых конструкций агрегатов летательных аппаратов;

- в возможности применять разработанные методы, алгоритмы и созданный программный комплекс для рационального проектирования, опытной отработки и технической диагностики сетчатых конструкций нерегулярной структуры, выполненных из композиционных материалов по силовой схеме оболочек сетчатой структуры.

Результаты работы внедрены:

- в ОАО «ЦНИИСМ» - разработанные методы решения задач рационального проектирования и интерпретации натуральных испытаний;
- в учебном процессе НФИ КемГУ – в качестве разделов учебных курсов бакалавров и магистров направления «Прикладная математика и информатика»;
- в научно-исследовательских и опытно-конструкторских работах НФИ КемГУ: при выполнении государственных контрактов №4546, 12-05/3-13, 12-05/8-14; гранта РФФИ № 06-01-00004-А; хоздоговорной научно-исследовательской работы «Разработка методики, алгоритмов и программного обеспечения для уточненных прочностных и тепловых расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов» по договору № 64п с ОАО «ЦНИИСМ», «Параметрические исследования прочности и жесткости многослойных оболочечных конструкций из полимерных композиционных материалов с силовым набором» по договору № 32к с ОАО «ЦНИИСМ»; «Проведение расчетов и разработка рекомендаций по конструктивному оформлению зон концентрации» по договору № 12-05.22 с ЗАО «ИСТРАН»; хоздоговорной научно-исследовательской работы «Разработка методики определения оптимальных технологических и конструктивных параметров сетчатых анизотридных конструкций с переменным жесткостными и прочностными характеристиками» по договору № 12-05/3-13 с ОАО «ЦНИИСМ».

### **Методология и методы исследования**

Методология и методы исследования основаны на использовании: метода конечных элементов для решения краевых задач теории упругости и строительной механики, методов вычислительного эксперимента, методов математической статистики для обработки экспериментальных данных.

## Положения, выносимые на защиту

1. Многофакторные математические модели статического деформирования анизотридных конструкций агрегатов КЛА регулярной и нерегулярной структуры, основанные на классе расчетных схем типа пространственной рамы, в которых обшивка и система ребер деформируются совместно, учитываются конструктивные вырезы и окантовки, а параметры прочности и жесткости могут быть переменными по длине ребер.

2. Аналитические оценки параметров напряженно-деформированного состояния сетчатых цилиндрических оболочек регулярной структуры как с обшивкой, так и без обшивки, при осевом сжатии, на основе расчетной схемы пространственной рамы.

3. Алгоритмы редуцирования конечно-элементной модели сетчатой конструкции типа пространственной рамы регулярной и нерегулярной структуры, основанные на многофакторном вычислительном эксперименте, для получения аппроксимирующих аналитических зависимостей перемещений, напряжений и деформаций элементов сетчатой конструкции от вариации конструктивных параметров.

4. Специализированный комплекс программ «Композит НК Анизотрид» для многофакторного вычислительного эксперимента по определению напряжений, деформаций и критических нагрузок потери устойчивости при проектных и фактических нагрузках КЛА.

5. Алгоритмы рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций летательных аппаратов по критерию статической прочности, использующие многофакторный вычислительный эксперимент и редуцирование конечно-элементной модели.

6. Постановки задач и алгоритмы идентификации фактических условий нагружения, прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанные на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения, для расчетно-

экспериментального обеспечения статической прочности анизотридных конструкций КЛА.

7. Применимость разработанных методов, алгоритмов и программ при рациональном проектировании, опытной отработке и технической диагностике конструкций агрегатов летательных аппаратов, выполненных из композиционных материалов по силовой схеме оболочек сетчатой структуры.

### **Достоверность результатов**

Достоверность результатов обеспечивается корректным применением апробированных теоретических положений, использованием проверенных численных математических методов и алгоритмов, и подтверждается согласием результатов расчета по методам и алгоритмам, предложенным в диссертационной работе, с результатами натурных измерений параметров напряженно-деформированного состояния.

### **Апробация результатов**

Основные положения и результаты работы докладывались на 8-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (г.Новокузнецк, 2006 г.), I Всероссийской конференции «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (г.Новосибирск, 2006 г.), VI Международной научно-практической конференции (г. Новочеркасск, 2006 г.), XXVI Российской школе по проблемам науки и технологий (г.Екатеринбург, 2006 г.), XV Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (г.Алушта, 2007 г.), VI Всероссийской научно-практической конференции «Инновационные недра Кузбасса. IT-технологии» (г.Кемерово, 2007 г.), 5-ой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2008 г.), 9-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (г.Новокузнецк, 2008 г.), на

XVI Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2009 г.), XIV Международной научной конференции «Решетневские чтения» (г. Красноярск, 2010 г.), IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механики (г. Нижний Новгород, 2010 г.), 10-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (г.Новокузнецк, 2010 г.), XV Международной научной конференции «Решетневские чтения» (г. Красноярск, 2011 г.), XVII Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2011 г.), II Всероссийская конференция «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (г.Новосибирск, 2011 г.), XXII Всероссийской конференции «Численные методы решения задач упругости и пластичности» (г. Барнаул, 2011 г.), X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г.Нижний Новгород, 2011 г.), XXIII Всероссийской конференции «Численные методы решения задач упругости и пластичности» (г.Барнаул, 2013 г.), III Всероссийской конференции «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (г.Новосибирск, 2014 г.), на 12-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (г.Новокузнецк, 2014 г.), на IV Всероссийской научно-практической конференции «Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социально-экономических системах» (г. Новокузнецк, 2016 г.).

### **Личный вклад автора**

Личный вклад автора заключается в формулировке цели и идеи исследования, определении его программы, построении усовершенствованных дискретных математических моделей отсеков летательных аппаратов, математической формулировке задач для проектировочных и идентификационных расчетов, проведении вычислительных экспериментов по исследованию конструкций отсеков летательных аппаратов. Под руководством и при непосредственном участии автора разработано программное обеспечение для

расчетов фактических жесткостных параметров отсеков летательных аппаратов по данным натурных испытаний и идентификации фактических условий нагружения. Отдельные расчеты проведены совместно с соавторами по публикациям, приведенным в автореферате.

Доля личного участия автора составляет: в постановке задач исследования, в выборе методов их решения -100 %, в разработке многофакторных моделей статического деформирования сетчатых оболочек из композиционных материалов на основе расчетной схемы пространственной рамы – 80%, в проведении численных экспериментов – 80%, в анализе и обобщении полученных результатов - 100%, в формулировке выводов и положений, выносимых на защиту – 100%, в разработке и реализации программного обеспечения – 25%, во внедрении результатов – 25%. Соавторы не возражают против использования совместных результатов в диссертации.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликованы: 38 научных статей, в том числе 14 статей в изданиях, рекомендованных ВАК, получены 2 свидетельства о государственной регистрации № 2010611370 и № 201461334 на разработанные компьютерные программы.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка используемой литературы из 230 наименований и 11 приложений. Общий объем основной части составляет 362 страницы и включает 201 рисунок и 21 таблицу.

# **1 ОБЗОР И АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ И РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ ОБОЛОЧЕК**

## **1.1 Применение сетчатых композиционных оболочек в силовых конструкциях и проблемы обеспечения их прочности**

Сетчатые оболочечные конструкции находят все большее применение во многих отраслях промышленности. Использование для изготовления сетчатых оболочек композиционных материалов, как правило, гарантирует высокую прочность и относительно малую массу конструкции.

Основным классификационным признаком сетчатой композитной оболочки является наличие нескольких семейств пересекающихся ребер, которые образуют регулярную структуру. В конструкциях летательных аппаратов сетчатая оболочка используется либо как самостоятельный конструктивный элемент, либо – при необходимости обеспечить сплошную поверхность для герметизации или создания аэродинамических сил - совместно с обшивкой (одной или двумя, расположенными на внутренней и внешней поверхности).

Изобретение сетчатой оболочки, а точнее реберного каркаса с ромбовидными ячейками, связывают с именем известного русского инженера В.Г. Шухова. Он является автором идеи применения в строительстве в качестве несущей решетки системы из металлических стержней, перекрещивающихся в двух направлениях. При статическом нагружении такой решетки стержни испытывают примерно одинаковую нагрузку, т.е. конструкция проектируется как равнонапряженная [93, 191, 192]. Рост объема производства металла и улучшение его качества позволили в конце XIX и первой половине XX века применить сетчатые оболочки в промышленном строительстве. Так, для перекрытия больших пролетов выставочных павильонов или производственных цехов использовались каркасы из металлических стержней, крытые сверху стеклом. Примерами могут служить построенные по проекту В.Г. Шухова: в 1893 году перекрытие Выксунского завода в виде оболочки двоякой кривизны, а в 1896 году - сетчатые шатровые навесы павильонов для Всероссийской промышленной и

художественной выставки в Нижнем Новгороде. Заметим, что здание 1893 года постройки существует до сих пор. Также до настоящего времени сохранилась Шаболовская башня, построенная по проекту В.Г. Шухова и имеющая сетчатую конструкцию без обшивки.

В современной строительной индустрии сетчатые оболочки связывают со стилем «Hi-Tech» из-за возможности использовать их для придания сооружениям нетрадиционной формы. В качестве примера можно привести здание факультета права в Кембридже или купол в проекте реконструкции Рейхстага в Берлине (архитектор Норманн Фостер).

Использование сетчатых оболочек в ответственных высоконагруженных конструкциях ограничивается проблемой соединения перекрещивающихся стержней. При сборке строительных конструкций небольших размеров стержни свариваются газовой или электросваркой в узлах стыковки. При возведении сложных крупногабаритных сооружений число узлов возрастает, что приводит к необходимости разрабатывать специальные соединительные узловы элементы, увеличивающие массу конструкции. Большое число стыков приемлемо для строительных конструкций, но в конструкциях летательных аппаратов снижает весовую эффективность. По-видимому, поэтому до 70-х годов XX века в конструкциях летательных аппаратов сетчатые оболочки не могли составить конкуренцию традиционным металлическим оболочкам, подкрепленным продольно-поперечным силовым набором (стрингерами и шпангоутами), в конструкциях ракет-носителей космических аппаратов сетчатые оболочки получили применение в последние десятилетия [17, 117], а в авиационных конструкциях это положение сохраняется до сих пор [22, 86, 114, 140, 144].

Только благодаря появлению и совершенствованию новых композиционных материалов [118, 125, 145, 167, 170, 171, 188, 209, 221] сетчатые оболочки нашли применение в конструкциях летательных аппаратов, в первую очередь ракетно-космических. Современные однонаправленно армированные композиционные материалы обладают высокой удельной прочностью и жесткостью, однако эти механические характеристики реализуются только при нагружении материала вдоль волокон. Такая особенность требует разработки специальных принципов проектирования, отличающихся от традиционных. Существенным моментом



является также одновременное изготовление конструкции и материала; это приводит к взаимообусловленности конструктивных и технологических решений и требует рассматривать конструкцию в контексте технологии её производства.

На максимально полную реализацию потенциально высокой прочности волокнистого композита направлен принцип дифференциального проектирования В.Е. Гайдачука [88], который применялся при проектировании опытных самолетостроительных конструкций, в том числе балок и кессонов.

Примерно в то же время И.Ф. Образцовым, В.В. Васильевым и В.А. Бунаковым [139] для оболочечных конструкций, нагруженных внутренним давлением, было предложено армирование волокном вдоль траекторий главных напряжений и показано, что такая конструкция может быть спроектирована равнонапряженной, т.е. высокая прочность волокнистого композита вдоль волокон реализуется в такой конструкции полностью. Этот подход к проектированию реализован на практике при создании баллонов высокого давления, изготавливаемых методом непрерывной намотки волокна [8].

Сетчатые композитные конструкции стали вторым классом конструкций, в которых полностью реализуется высокая прочность волокнистого композита на растяжение вдоль волокон. Основополагающий вклад в разработку сетчатых композиционных конструкций внесла школа В.В. Васильева [4, 76, 77, 79, 82, 165, 166, 226, 227]. Начало проектирования и производства сетчатых конструкций можно отнести к концу 70-х годов прошлого века.

Говоря об использовании сетчатых оболочек в конструкциях космических летательных аппаратов, выделяют два их характерных класса.

Конструкции первого класса - это сетчатые композиционные оболочки, которые в процессе эксплуатации летательного аппарата должны выдерживать значительные нагрузки, при этом соответствовать требованиям по прочности и жесткости при наименьшем весе [73, 80, 81, 83, 213]. Примерами таких оболочек могут служить переходной отсек, верхняя и нижняя проставки второй ступени ракеты-носителя «Протон-М» [17, 83, 195]. Наибольший выигрыш по массе удалось получить для переходного отсека (адаптера). Адаптер является высоконагруженным элементом ракеты-носителя, при этом сетчатая

конструктивно-силовая схема позволяет обеспечить значительную жесткость при достаточно малой массе. Масса сетчатого адаптера, выполненного из углепластика на эпоксидном связующем, на 60% меньше массы аналога из алюминиевого сплава. Применение сетчатых оболочек в качестве соединительных отсеков ракеты-носителя «Протон-М» привело к снижению их массы, что позволило соответственно увеличить выводимую на орбиту полезную нагрузку [17].

Ко второму классу относят конструкции, не испытывающие в процессе эксплуатации существенных нагрузок, для которых приоритетом имеют требования по минимальной массе при регламентированной жесткости. Данный класс представлен элементами конструкций космических аппаратов (искусственных спутников Земли) различного назначения. К ним, в частности, относятся ферменные конструкции солнечных батарей, антенн и т.д. [5, 7, 19].

В целом для сетчатых конструкций характерна регулярная реберная структура, элементами которой являются два семейства: спиральные и кольцевые ребра. Спиральные ребра представляют собой систему симметрично расположенных стержней, образующих ромбовидную сетку. Как правило, спиральные ребра располагаются по геодезическим линиям на поверхности оболочки. Кольцевые ребра расположены по окружности конструкции на равном или неравном расстоянии друг от друга, они проходят через узлы пересечения спиральных ребер или между ними.

Наличие меридианных ребер в рассматриваемых сетчатых оболочках не является обязательным и объясняется технологией изготовления конструкций. Меридианные ребра выматываются без натяжения углеродных нитей, так как служат для вывода нитей из рабочей зоны при изготовлении сетчатой оболочки, и поэтому имеют пониженную жесткость и нагружены менее спиральных. В большинстве случаев меридианные ребра присутствуют в сетчатых оболочках без обшивки.

Первые сетчатые оболочки из композиционных материалов для летательных аппаратов изготавливались методом свободной намотки [17, 168, 203, 219]. Намотка ребер проводилась путем укладки углеродных нитей «друг на

друга», а обшивка изготавливалась свободной намоткой нити по окружности изделия.

Затем технология получила усовершенствование, что позволило значительно повысить качество поверхности реберной структуры, сохранив при этом высокую весовую эффективность конструкции в целом. В современном процессе производства сетчатых конструкций с обшивкой (или без неё) применяется метод намотки реберной структуры в пазы эластичных матриц. Поверхность технологической оправки покрывается эластичными подложками (ковриками), которые изготавливаются прессованием из силиконовой резины. В процессе прессования на поверхности подложек выполняются паза требуемой геометрии и формы для последующего формообразования рёбер сетчатой структуры. Ранее вместо эластичных подложек применялся пенопласт, который наносился методом напыления на оправку, с последующей механической обработкой на станке для образования системы пазов под рёбра. Спиральные и кольцевые ребра получаются с помощью технологии непрерывной «мокрой» намотки перекрещивающихся лент армирующего материала, формируемых из однонаправленных нитей.

При отверждении реберной структуры оболочки, её наружную поверхность иногда протачивают, что позволяет реализовать заданное изменение высоты сечения ребер по образующей.

Пересечение в одной и той же точке двух спиральных ребер и кольцевого ребра технологически осуществимо, однако это приводит к увеличению толщины в зоне пересечения ребер, при этом пролет ребра оказывается слабо проармированным. Этот недостаток устраняется двумя типовыми конструктивно-технологическими решениями (рисунок 1.1). Одно из них заключается в расположении кольцевого ребра на середине отрезков между пересечениями спиральных ребер (рисунок 1.1. - а). Другое решение состоит в том, что кольцевые ребра выполняются парными, с небольшим отступом в обе стороны от окружности, на которой расположены точки пересечения спиральных ребер (рисунок 1.1. - б). В работе [74] показано, что второе решение выгоднее, поскольку уменьшает изгибающие моменты в ребрах.

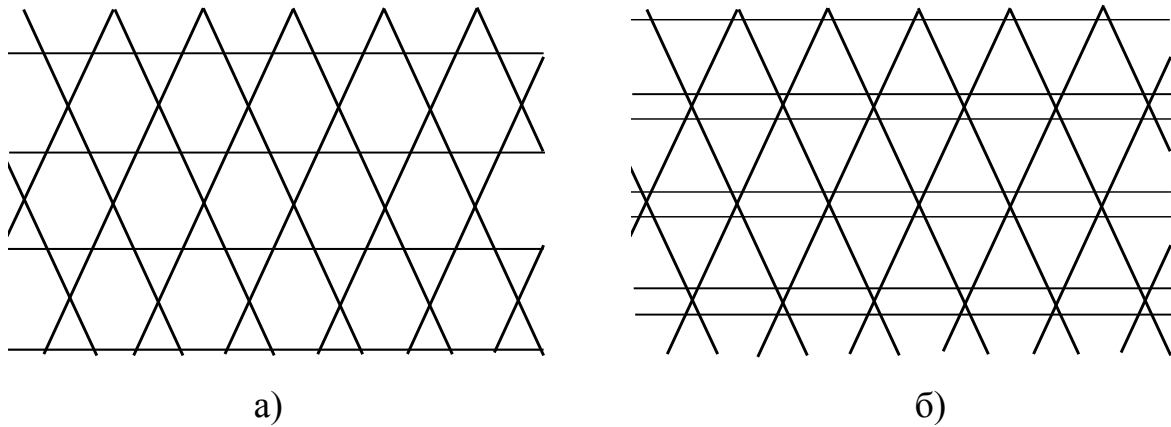


Рисунок 1.1 – Схема расположения кольцевых ребер в сетчатой структуре:

а – непарные кольцевые ребра; б – парные кольцевые ребра

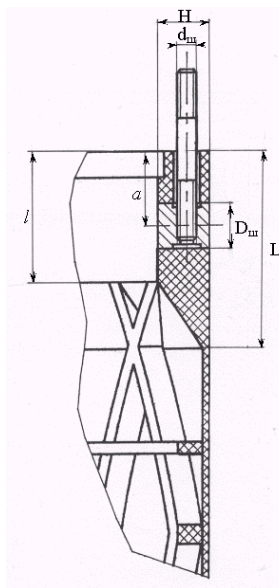
Использование сетчатых оболочек в качестве элементов корпусных конструкций требует наличия в них вырезов различного назначения и местных усилений для восприятия сосредоточенных нагрузок. Такие особенности нарушают регулярность структуры сетчатой оболочки и приводят к нарушению равнонапряженности ребер, что представляет собой дополнительную сложность при проектировании. Кроме того, сетчатая оболочка должна быть соединена со смежными агрегатами летательного аппарата.

Торцы сетчатой оболочки подкрепляются шпангоутами, которые предназначены для соединения конструкции с другими отсеками летательного аппарата. Кроме стыковочных шпангоутов, в оболочках нередко используют промежуточные шпангоуты в качестве подкрепляющих элементов для усиления мест крепления приборов и оборудования.

Соединение отсеков производится механически, с помощью торцевых шпангоутов. Шпангоуты соседних отсеков стягиваются продольными болтами, шпильками или фитингами.

Существуют различные варианты конструктивного исполнения подобных соединений. Чаще всего применяется переходное кольцо, которое представляет собой широкий шпангоут [17]. Крепление производится с помощью штифто-шпильчных или штифто-болтовых соединений [132]. Поскольку шпангоут имеет слоистую структуру с небольшой межслоевой прочностью, соединение продольными болтами может приводить к его расслоению. Во избежание этого в

конструкцию соединения вводят радиально расположенные штифты, в которых выполнены поперечные резьбовые отверстия под продольные болты или шпильки, работающие на растяжение и уравнивающие внешнюю нагрузку (рисунок 1.2). В отличие от типичных авиационных конструкций, соединение на радиально расположенных элементах используется редко, поскольку в этом случае внешняя нагрузка воспринимается срезом этих элементов, что неэффективно. Таким образом, в стыковых узлах нагрузка прикладывается к сетчатой оболочке в ряде точек, расстояние между которыми, как правило, больше, чем шаг спиральных ребер по окружности.



а)



б)

Рисунок 1.2 – Штифто-шпильчное соединение сетчатой конструкции:

а – схема; б – вид конструкции

Вырезы технологического или конструктивного назначения в сетчатых конструкциях требуют усиления, в качестве подкрепляющих элементов используются окантовки (рисунок 1.3). Характер подкрепления во многом зависит от особенностей оболочечной конструкции и определяется в первую очередь размерами выреза и его местом расположения.

Наиболее распространенным конструктивным исполнением окантовок является заполнение пространства между ребрами заливочной композицией, образующей единый монолит с сеткой. Такой подход характерен для

подкрепления небольших вырезов в слабонагруженных конструкциях [17]. В крупногабаритных сетчатых конструкциях, вырезы в которых обладают значительными размерами, для усиления окантовок дополнительно применяют накладки, изготавливаемые выкладкой в процессе намотки сетчатого слоя салфеток стеклянной, стеклянно-арамидной или углеродной ткани [17, 154, 168]. Для снижения концентрации напряжений в элементах сетчатой конструкции, примыкающих к вырезам, окантовки выполняются переменной толщины, со ступенчатым уменьшением толщины по мере удаления от выреза. В целях предотвращения расслоений, окантовки могут дополняться алюминиевыми накладками, которые стягивают радиальными болтами.



а)



б)

Рисунок 1.3 –Подкрепления вырезов конструкций:

а – усиление иллюминатора заливочной композицией; б – окантовки люков сетчатой оболочки из углеродной ткани

Другим вариантом конструктивного исполнения окантовок, применяемым в высоко нагруженных конструкциях или при сравнительно больших размерах вырезов, является использование металлических окантовочных элементов, в которых выполнены пазы, смыкающиеся с пазами в прилегающих к ним эластичных подложках. Таким образом, рёбра сетчатой структуры оказываются «вмотанными» в окантовку [154].

В местах приложения сосредоточенных сил выполняется местное усиление сетчатой конструкции, причем используется широкий набор конструктивных

решений: заливочные композиции, шпангоуты и стрингеры, а также закладные детали других видов. Выбор вида местного усиления обусловлен величиной сосредоточенной нагрузки и жесткостью подкрепляемой конструкции. Местное усиление, как правило, приводит к концентрации напряжений; для её снижения принимаются специальные конструктивные меры – например, использование стрингеров переменного по длине сечения [153].

Обеспечение прочности на этапе проектирования сетчатой конструкции осуществляется путем проведения оптимизационных, проектировочных и поверочных расчетов прочности и жесткости. При проведении проектировочного расчета по изначально заданным габаритным размерам оболочки, физико-механическим характеристикам материалов конструктивных элементов, расчетной нагрузке, размерам, геометрии и расположению вырезов определяются размеры сечений ребер, толщина обшивки, число и толщина окантовок вырезов так, чтобы выполнялись ограничения, определяемые техническими условиями (по прочности, жесткости, устойчивости и т.п.) [23, 52, 53, 108, 111, 126, 134, 154, 168, 185, 187, 206, 207, 210, 225, 227, 230]. Этот расчет проводится в несколько этапов и включает определение конструктивных параметров регулярной сетчатой конструкции, а затем – параметров подкрепляющих элементов.

Поверочный расчет проводится для уточнения концентрации напряжений, критических нагрузок, для выявления перегруженных элементов конструкции. Поверочный расчет, как правило, выполняется для нескольких вариантов, из которых выбирается наилучший. Существующая методика проектирования включает последовательное улучшение конструкции, которое может потребовать значительного числа трудоемких поверочных расчетов.

Наличие вырезов и подкрепляющих элементов делает каждую сетчатую оболочку уникальной. Это существенно затрудняет построение общей методики проектирования и усложняет обеспечение прочности реальных изделий. По-видимому, проектирование каждой конкретной сетчатой конструкции, по сравнению с традиционными тонкостенными, в меньшей степени позволяет опираться на типовые решения и требует более трудоемкого расчета напряженно-

деформированного состояния (НДС) всей конструкции с использованием численных методов и комплексов программ.

На этапе опытной отработки проводят натурные стендовые испытания изготовленного образца сетчатой оболочечной конструкции. При проведении натурального эксперимента на сжатие оболочка устанавливается вертикально и нижней кромкой опирается на жесткое металлическое кольцо. Верхняя кромка нагружается сжимающей силой посредством специального нагружающего устройства через жесткую плиту, опираемую на верхнюю кромку [52, 53]. С помощью закрепленных в характерных точках конструкции датчиков перемещений и деформаций в процессе нагружения регистрируются параметры деформированного состояния. Параметры нагружения контролируются как по давлению в нагружающей гидросистеме, так и по специально устанавливаемым датчикам силы. Эти датчики размещаются в нескольких точках на нагружающей плите. Заметим, что полностью проконтролировать параметры нагружения не удастся, т.е. распределение погонной нагрузки по нагруженной кромке известно с некоторой долей неопределенности. Это делает актуальной задачу идентификации нагрузки в статическом испытании.

Натурный эксперимент позволяет получить опытное подтверждение механизмов деформирования и разрушения конструкции, выявить несоответствия в поведении реальной конструкции расчетной модели. При необходимости проводится корректировка расчетной модели. Рассчитываются прогнозируемые характеристики прочности, жесткости и устойчивости при реальном нагружении эксплуатационными нагрузками, которые, как правило, не совпадают с нагрузками в эксперименте.

Результаты натурных испытаний реальных конструкций используются при проверке расчетных моделей оболочек на адекватность и идентификации параметров модели, например, для уточнения физико-механических и/или геометрических параметров конструктивных элементов оболочки.

Так, физико-механические параметры обшивки, реберной структуры, местных усилений зависят от объемной доли связующего, влияния на него



внешней среды, случайных отклонений угла намотки волокна и других параметров, зависящих от технологических факторов при изготовлении конструкции из композиционного материала. К задачам идентификации можно отнести задачу уточнения приложенной нагрузки при натурном эксперименте, задачу уточнения фактической жесткости обшивки конструкции, жесткостных параметров подкрепляющих элементов, поведения крышек люков при нагружении оболочки и т.д.

При производстве сетчатых оболочечных конструкций их прочность обеспечивается методами неразрушающего контроля. К ним относится выявление дефектов структуры материала и прямое измерение прочностных характеристик на образцах-свидетелях и образцах, вырезанных из технологического припуска [36, 175].

Методы неразрушающего контроля включают рентгенографические, голографические, тепловые, электрические и акустические методы [24, 127, 175].

Рентгенография относится к наиболее распространенным методам неразрушающего контроля [36, 127, 225], она позволяет выявить технологические дефекты композитных конструкций, если трещины, образованные разрывами волокон или расслоениями связующего, имеют выход на поверхность конструктивных элементов. В схему рентгеновского контроля входит: источник излучения (рентгеновская трубка), контролируемый объект, электронно-оптический преобразователь, система регистрации и обработки рентгеновского изображения. Надежность контроля качества конструкции зависит от получаемого изображения – возможности визуально распознать на изображении скрытые дефекты. Точность изображения напрямую зависит от пространственных характеристик и энергии излучения, свойств электронно-оптического преобразователя [36]. Контроль качества этим методом оболочечных конструкций больших габаритов вызывает затруднения.

Качество внутренней структуры композиционных материалов можно определить радиографией. Однако этот метод имеет существенное ограничение:

позволяет выявлять дефекты сплошности материала, размеры которых превышают длину волны излучения.

Акустический метод позволяет обнаруживать нарушения сплошности материала с помощью анализа спектра упругих колебаний тонкостенной конструкции при возбуждении ультразвуком и/или звуком с диапазоном частоты от 50 Гц до 50 МГц, интенсивность колебаний не превышает  $1 \text{ кВт/м}^2$ , что соответствует упругим деформациям. Для обнаружения скрытых дефектов рассчитывается амплитудно-частотная характеристика, которая получается путем преобразования Фурье принимаемого акустическим дефектоскопом временного сигнала от колеблющейся поверхности. С помощью контрольного образца определяется пороговое значение информационного параметра. При акустическом исследовании многослойных конструкций используются дополнительные специальные фильтры шумов, а для более точного определения порогового значения информационного параметра – метод кластерного анализа.

Для обнаружения и распознавания дефектов крупногабаритных цилиндрических оболочек применяют автоматизированный ультразвуковой контроль [36]. Сканирование конструкции происходит с помощью механизированной системы, которая перемещает бесконтактные низкочастотные преобразователи по поверхности контролируемой оболочки. При наличии дефекта, дефектоскоп передаёт сигнал в ЭВМ. По окончании процесса контроля данные обрабатываются с помощью специализированного программного обеспечения.

Методика теплового неразрушающего контроля включает нагрев конструкции, регистрацию значений температурного поля поверхности оболочки и обработку данных термографическими программно-аппаратными средствами. Особенность применения данной методики при неразрушающем контроле сетчатых оболочечных конструкций заключается в следующем: площадь поверхности изделия может достигать достаточно больших величин, что создаёт трудности при её нагревании; интерпретация результатов измерения требует построения математической модели распространения тепла в конструкции.

Таким образом, акустический и тепловой методы требуют применения математических моделей реакции контролируемой конструкции на воздействие зондирующего сигнала для интерпретации данных натуральных измерений. В случае сетчатых оболочек эти модели существенно сложнее, чем для гладких тонкостенных конструкций. Это делает актуальной задачу построения и использования математических моделей сетчатых оболочек для обеспечения прочности на этапе производства конструкций летательных аппаратов.

## 1.2 Обзор результатов моделирования сетчатых оболочечных конструкций

Сетчатая оболочечная конструкция по своим свойствам занимает промежуточное положение между классическими ребренными (конструктивно ортотропными) оболочками и пространственными рамами. В соответствии с этим, процессы деформирования и разрушения таких конструкций описываются моделями, которые строятся на двух основных подходах: континуальном [33-35, 78, 79, 148, 149, 196, 211] и дискретном [6, 74, 84, 122, 146, 153, 154, 200, 212, 216, 223].

Наиболее значимые теоретические результаты для регулярных сетчатых структур получены в рамках континуального подхода. Аналитические оценки напряжений реберной структуры сетчатой оболочки, полученные при использовании вариационного принципа [1, 121] и безмоментной теории, представлены в работе [78] В.В. Васильева. Реберная структура заменялась условно сплошным слоем, обладающим некоторыми эффективными жесткостями (рисунок 1.4).

Нормальные и касательные напряжения в ребрах в этой работе приводятся к условным напряжениям сплошного слоя с учетом типов семейств ребер сетчатой оболочки (спиральные с наклоном влево и право, кольцевые ребра):

$$\sigma_{\alpha}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \cos^2 \varphi_j, \quad \sigma_{\beta}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin^2 \varphi_j,$$

$$\tau_{\alpha\beta}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin \varphi_j \cos \varphi_j. \quad (1.1)$$

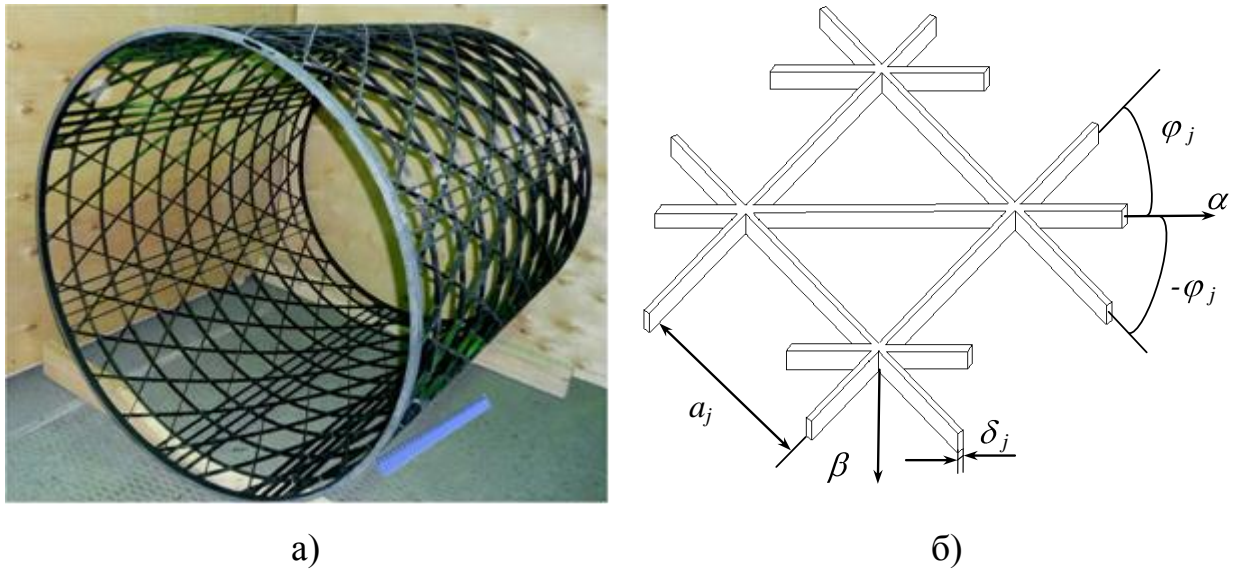


Рисунок 1.4– Сетчатая оболочка:

а - реберная структура, б - геометрические параметры реберной структуры

Как видно из (1.1), изгибающие моменты в ребрах не учитываются. Из (1.1) далее получаются соотношения для вычисления приведенных жесткостей континуальной оболочки, условно заменяющей сетчатую структуру.

Описанная модель не вполне адекватна реальной сетчатой структуре вблизи кромок и нарушений регулярности. Так, в работе [84] В.В. Васильева, А.В. Лопатина было получено аналитическое выражение для расчета прогиба пластины с учетом дискретного расположения ребер. Рассматривалась оболочка, подкрепленная ребрами произвольного направления. Построена система интегрально-дифференциальных уравнений, порядок которой определяется числом ребер и узлов их пересечения. Перемещения, найденные при решении системы, сравнивались с перемещениями при осреднении реберной структуры. Показано, что для прямоугольной пластины найденные прогибы отличаются в два раза, особенно вблизи кромки. Таким образом, континуальное и дискретное описание дают существенно разные результаты.

Континуальное описание деформирования сетчатой оболочки было усовершенствовано В.А. Бунаковым [33] путем учета моментных эффектов в ребрах. Математическая модель деформирования оболочки строилась на основе

моментной теории упругости, в которой, в отличие от обычной теории Коши, на гранях бесконечно малого объема действуют конечные распределенные моменты. Теории такого типа используются при описании больших нелинейных деформаций, а также при описании армированных сред. Предложенный В.А. Бунаковым двухуровневый подход позволяет по известным параметрам реберной структуры определить обобщенные жесткости оболочки, включая жесткости на изгиб и кручение. Затем по найденным перемещениям и деформациям всей сетчатой оболочки (включая обшивку и реберную структуру) рассчитываются продольные и поперечные силы, изгибающие и крутящие моменты в ребрах конструкции. Модель В.А. Бунакова позволила решить задачу оптимального армирования сетчатой оболочки при осевом сжатии при минимизации конструкции по массе. Задача решалась при заданных габаритах конструкции, ограничениях на прочность ребер и обшивки и на устойчивость. В качестве варьируемых параметров выступали характеристики реберной структуры и обшивки: ширина ребер в поперечном сечении, расстояние между ребрами, толщина обшивки и высота реберной структуры по образующей.

Показано, что при больших углах армирования сетчатой оболочки при расчете напряженного состояния конструкции необходимо учитывать сосредоточенные моменты, возникающие в узлах реберной структуры. Заметим, что сосредоточенные моменты наиболее естественно получаются в расчетной схеме пространственной рамы, а континуальный подход дает только оценочные величины.

В той же работе [33] рассматривалась задача определения предельной нагрузки, соответствующей местной потере устойчивости ребер. Ребра при решении этой задачи предполагались шарнирно соединенными, а для учета сдвиговых деформаций ребер использовалась модель Тимошенко. В результате показано, что максимальную несущую способность имеют оболочки с углом армирования ребер от  $30^\circ$  до  $40^\circ$ , а игнорирование сдвиговых деформаций приводит к значительным погрешностям.

Ещё одним важнейшим результатом, полученным в рамках моментной континуальной модели, является оценка несущей способности сетчатой оболочки

по общей потере устойчивости. Показано, что оптимальный угол армирования реберной структуры оболочки при ограничении по устойчивости составляет  $26,5^\circ$  и не зависит от характеристик материала и параметров конструкции [33].

Оценка массовой эффективности оптимально спроектированной сетчатой конструкции показывает её преимущество в сравнении с гладкой металлической оболочкой, трехслойной с легким наполнителем и гладкой металлической оболочкой, подкрепленной продольно-поперечным набором.

В работе [77] В.В. Васильева и А.Ф. Разина рассматривалась возможность использования композитных сетчатых балок в качестве структурных элементов, работающих на изгиб, конструкций планера пассажирских самолетов. Сравнивались тонкостенные балки, состоящие из поясов, стоек и тонкой стенки, выполненные из алюминиевых сплавов и углепластика. Для балки из композиционного материала обоснована конструкторско-технологическая концепция. Приведены примеры разрушения стенки из углепластика и стенки, образованной системой расчалок из углепластика, при потере устойчивости в ходе проведения натурных испытаний. Обоснована перспективность использования сетчатой композитной балки в качестве лонжеронов и нервюр композитного крыла и оперения и в качестве балок пола фюзеляжа пассажирского самолета.

Расчет деформирования композитных стержней как частного случая конструкции сетчатой структуры представлен в работах [5, 7]. При большой длине конструкции по сравнению с поперечным размером описание деформирования не требует привлечения теории оболочек [12, 13, 92, 97, 124, 135, 178]. Можно использовать более простую теорию тонкостенных стержней, которая позволяет свести задачу к одномерной и тем самым приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

В статье [5] В.И. Халимановича, А.Ф. Разина и А.В. Азарова рассматривается гладкий слоистый тонкостенный стержень из однонаправленного углепластика и сетчатый стержень, образованный системой спиральных и кольцевых ребер. Приведены аналитические соотношения, описывающие деформации сетчатых стержней при действии осевых и поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов. Представлено сравнение результатов

натурных испытаний рассматриваемых стержней на жесткость и аналитических расчетов.

Решение задачи оптимального проектирования сетчатого композитного стержня приведено в работе [7] А.В. Азарова. Определялись проектные параметры стержня, обеспечивающие его заданную изгибную жесткость при минимальной массе. В качестве варьируемых параметров выступали: угол наклона спиральных ребер, размеры сечения ребер и расстояние между спиральными ребрами. Предложен итерационный процесс решения поставленной задачи. Показано, что увеличение числа кольцевых ребер позволяет компенсировать снижение жесткости сетчатого стержня по сравнению с обычным тонкостенным.

При нарушении регулярности реберной структуры модель деформирования сетчатой оболочки, построенная на континуальном подходе, дает большую погрешность решения в зонах нарушения регулярности (зоны вырезов, зоны подкреплений и локальных усилений). В этих случаях приходится использовать альтернативный подход к построению модели – дискретный. Как правило, используется метод конечных элементов [18, 21, 25-27, 31, 77, 89, 91, 105, 113, 116, 129, 136, 138, 142, 147, 160, 163, 164, 172, 174, 194, 201, 202, 220], причем обшивка представляется элементами тонкой оболочки, а ребра – элементами пластин или балок.

Так, в статье [153] А.Ф. Разина этот подход применен к решению задачи о включении стрингера применительно к сетчатым оболочечным конструкциям при локально приложенных осевых нагрузках. Рассматривается модель плоской безмоментной сетчатой структуры, усиленной стрингером, с равнонапряженными спиральными ребрами. В аналитическом виде с учетом континуального подхода получен закон изменения жесткости стрингера, в предположении совместного деформирования стрингера и оболочки, обеспечивающий равнонапряженность спиральных ребер. Автор статьи использует этот результат при построении численного решения прямой задачи о включении стрингера при описании сетчатой оболочки, край которой подкреплён жестким шпангоутом из углепластика. Дискретная модель позволяет учесть

конструктивные особенности соединения шпангоута оболочки со стрингером, выполненным из алюминиевого сплава. В результате дискретного моделирования подтверждено, что напряжения в спиральных ребрах при выбранном законе изменения сечения стрингера практически постоянны.

Актуальной проблемой при разработке конструкций из композиционных материалов является конструирование соединений. Для стыковки с другими отсеками летательного аппарата в сетчатые оболочки включают торцевые силовые элементы, аналогичные шпангоутам. Различные типы механических соединений сетчатых композитных конструкций рассматриваются в статье [132] В. В. Васильева, А. Ф. Разина, А. А. Бабичева и В. П. Булдакова. Наиболее эффективными являются соединения, при формировании которых не нарушается непрерывность волокон в ребрах и элементах усиления.

Расчет напряженного состояния соединительных элементов, размер которых меньше или сопоставим с размером реберной ячейки, требует использования метода конечных элементов. В статье [132] на подробной конечно-элементной модели механического соединения получены результаты численного расчета распределения напряжений в болтовом соединении по длине прямоугольной накладки. Приведена оценка разрушающей нагрузки, действующей на болт, и рассчитана предельная нагрузка, определяемая смятием материала силового пояса конструкции, которая в 2,2 раза меньше разрушающей нагрузки болта.

Особый интерес вызывают задачи расчета напряженно-деформированного состояния сетчатой конструкции, содержащей вырезы и их усиления [154, 205].

Задача о рациональном проектировании окантовок люков композитных сетчатых оболочек рассмотрена в статье [154] А.Ф. Разина и Вл. О. Каледина. Решение получено численно, методом конечных элементов. В качестве критерия рациональности окантовки выбрано условие минимума коэффициента концентрации напряжений в спиральных ребрах конструкции. Варьируемыми параметрами выступали модуль упругости материала окантовки и отношение ширины окантовки к размеру ячейки реберной структуры. Рассматривалась плоская сетчатая структура с жестким креплением в узлах (рама) с обшивкой и



квадратным вырезом под действием равномерно распределенной по ребрам сжимающей силы. Ребра сетчатой структуры моделировались балочными элементами, в том числе и в окантовке, сама окантовка описывалась прямоугольными элементами. Для сравнения численно рассчитывались напряжения в двух предельных случаях: в структуре с неподкрепленным вырезом и с абсолютно жестким включением, повторяющим форму выреза.

В результате проведенного численно параметрического анализа авторы статьи [153] показали, что существуют оптимальные сочетания варьируемых ими параметров, обеспечивающие минимальное значение концентрации напряжений в спиральных ребрах для выреза четырехугольной формы. По сравнению с неподкрепленным вырезом, окантовка позволяет значительно снизить концентрацию напряжений в спиральных ребрах конструкции, но не устранить её полностью. Определенные численно результаты хорошо согласовались с данными натурных экспериментов. В заключении приводятся параметры оптимальных окантовок четырехугольных вырезов.

В работе В.В. Васильева, М.В. Никитина и А.Ф. Разина [74] представлены результаты исследования влияния формы ячейки сетчатой структуры на напряженное состояние композитной сетчатой оболочки при локальном нагружении. В зависимости от расположения кольцевых ребер в регулярной структуре, рассматриваются треугольная и ромбовидная формы ячеек. Для определения напряжений, значительно меняющихся на расстоянии, соизмеримом с размером ячейки, авторы используют дискретную модель. Применение континуального подхода в данной задаче невозможно, так как осреднение сетчатой структуры приводит к нивелированию различий форм ячеек. В этой статье представлен эксперимент, который проводился на сетчатой панели, вырезанной из цилиндрической сетчатой оболочки. Панель нагружалась локально, путем приложения к центральному верхнему узлу пересечения спиральных ребер сжимающей силы. Нижнее основание панели равномерно опиралось по всем узлам, боковые кромки были свободными. Деформацию нагруженных ребер измеряли тензодатчиками, установленными на спиральных ребрах между узлами пересечения.

Для численного расчета использовался метод конечных элементов. Предложены три варианта модели сетчатой панели. В первом случае предлагается условно заменить ребра стержневой фермой, в которой ребра-стержни в местах их пересечения соединены шарнирно (могут иметь разные углы поворота в двух плоскостях). Во втором случае рассматривалась рамная модель, в которой предполагалось, что стержни жестко связаны в узлах пересечения. Третья модель представляет сетчатую структуру в виде системы перекрестных балок, которые в узлах пересечения имеют одинаковые перемещения, но допускается их поворот на разные углы в плоскости ячейки (соединение в виде цилиндрического шарнира). Численные расчеты хорошо согласуются с результатами физического эксперимента, различия наблюдались лишь вблизи места приложения нагрузки. Вторая и третья модель дают верхнюю и нижнюю оценку моментов в соединении, которое в действительности имеет конечную податливость.

Авторами статьи [74] показано, что деформированное состояние панели с треугольной ячейкой является более благоприятным, однако изготовить такую сетчатую структуру технологически затруднительно. При этом показано, что структура ромбовидной ячейки с незначительно смещенными от узлов парными кольцевыми ребрами является значительно более эффективной, нежели структура, где кольцевые ребра пересекают спиральные на серединах их пролетов.

Результаты, приведенные в работе В.В. Васильева, М.В. Никитина и А.Ф. Разина [74], могли быть получены только благодаря применению расчетной модели, основанной на дискретном подходе.

В задачах обеспечения прочности сетчатых конструкций актуальным является учет структурных повреждений сетчатых оболочек и оценка влияния этих повреждений на прочность конструкций [77, 96]. Поскольку появление трещины нарушает регулярность сетчатой структуры, наиболее обоснованным представляется дискретный подход к моделированию поврежденной сетчатой оболочки, несмотря на неизбежную приближенность получаемых результатов. Основные результаты в этом направлении получены с использованием метода конечных элементов.

Так, при моделировании трещины в ребрах сетчатой оболочечной конструкции, которая представляла собой масштабную модель фюзеляжа пассажирского самолета [77], использовался дискретный подход. Частое разбиение ребер регулярной структуры использовалось для точного описания напряженного состояния конструкции и оценки влияния на него повреждений ребер. Прохождение трещины моделировалось путем удаления соответствующих конечных элементов модели. М.В. Никитин рассматривал три варианта расположения трещины в ребрах оболочки: осевое расположение, вдоль кольцевого ребра и спиральное расположение. Численно оценивалось влияние длины трещины на напряженное состояние спиральных и кольцевых ребер конструкции при сжимающей нагрузке. Анализ коэффициентов концентрации напряжений в ребрах показал, что при нагружении оболочки внутренним давлением наиболее опасной является осевая трещина. Автор отмечает линейную зависимость коэффициента концентрации напряжений от длины осевой и кольцевой трещины. Описан процесс распространения всех трех видов трещин, что потребовало построения достаточно густой сетки конечных элементов. Следует отметить, что в упомянутых работах речь не идет об анализе напряжений у вершины трещины; использованные в них модели отражают влияние ослабления жесткости, вызванном трещиной в одном конструктивном элементе, на напряженное состояние остальных элементов.

Дискретный подход используется при исследовании сетчатых конструкций на устойчивость [197-199, 204, 208, 218, 222, 224, 228, 229].

Метод конечных элементов применялся также В.П. Полиновским в работе [146] при проектировании композитных сетчатых отсеков. Предлагаемая им методика выбора оптимальных параметров конструкции по критерию минимума массы базируется на начальном приближении – результате оптимизации регулярной структуры. Методика состоит из двух этапов. На первом этапе предлагается строить конечно-элементную модель конструкции с тремя различными значениями углов наклона спиральных ребер, которые выбираются, исходя из технологических и компоновочных требований. На втором этапе подбирают высоту кольцевых, спиральных ребер и ширину спирального ребра

так, чтобы масса конструкции была минимальной с учетом ограничений по прочности и устойчивости.

Оптимальный угол наклона спиральных ребер к образующей предлагается находить, используя метод квадратичной интерполяции, исходя из трех рассчитанных значений массы оболочки. Для определения оптимального значения ширины спирального ребра также использован метод квадратичной интерполяции и метод перебора допустимых значений. Для построения квадратичной интерполяции в качестве весов базисных функций предлагается: первое значение, рассчитанное по аналитическим формулам, приведенным в работе, или выбранное по аналогии из конструкции-прототипа; два значения, полученные на основе первого с приращением в 2 мм в зависимости от формы потери устойчивости спирального ребра. Описанная методика использована для уточненного проектирования приборного отсека второй ступени ракетносителя «Протон-М».

Таким образом, в работе [146] содержатся элементы технологии вычислительного эксперимента, однако число фактически рассчитываемых вариантов невелико в силу трудоемкости конечно-элементного расчета и не позволяет гарантировать достоверность отыскания оптимума. Задача оптимизации на основе конечно-элементных моделей сетчатых оболочек в настоящее время изучена недостаточно.

Более глубоко проблема влияния углов ориентации спиральных ребер на напряженное состояние сетчатых оболочек изучена в статье [137] В.В. Васильева, В.А. Никитюка, А.Ф. Разина и В.В. Федорова. В работе приведены результаты исследования влияния углов ориентации спиральных ребер на перемещения и массу сетчатых конструкций. Здесь конечно-элементные модели ортотропных сетчатых оболочек в виде конуса и цилиндра использовались при расчете полей деформации при действии сил – осевой и перерезывающей – изгибающего момента. Представлен подход к решению задачи многокритериальной оптимизации по массе конструкции, состоящей из конической и цилиндрической частей. В то же время этот подход реализован применительно к конструкции, не имеющей вырезов и локальных усилений.

В статье [214] Морозова Е.В., Лопатина А.В., Нестерова В.А. приведены результаты исследования сетчатого адаптера на устойчивость при изменении угла наклона спирального ребра к образующей, вида приложенной нагрузки и отношения толщины реберной структуры к ширине в поперечном сечении ребер. Построение дискретной модели конструкции и расчеты проводились авторами в программном пакете *COSMOS/M*. В статье приведены поля перемещений и масса конструкции при изменении рассматриваемых параметров. В своей работе авторы Морозова Е.В., Лопатина А.В., Нестерова В.А. [215] приводят зависимости массы сетчатой цилиндрической реберной структуры от угла наклона спирального ребра к образующей и длины конструкции по образующей. Данные результаты получены путем построения конечно-элементной модели и численного расчета полей перемещений реберной структуры при статическом нагружении в пакете программ *ANSYS*. В статье, также, приведены поля перемещений конструкции с шестиугольным вырезом, расположенном посередине образующей, при статическом сжатии.

Данные результаты получены для сетчатых анизотридных конструкций без обшивки. Авторами получены важные результаты, которые потребовали трудоемкого и продолжительного исследования, связанного с многократными расчетами. Представляется, что экономичность подобных исследований можно повысить за счет использования методологии вычислительного эксперимента: построения план-матрицы вычислительных экспериментов и аппроксимации получаемых по результатам расчетов параметрических зависимостей.

Таким образом, в настоящее время расчетные схемы, используемые при обеспечении прочности сетчатых оболочечных конструкций, основываются: в случае регулярных сетчатых структур – на континуальной модели; в случае структур с нарушением регулярности – на дискретной конечно-элементной модели. Первый подход допускает аналитическое решение получаемых уравнений и используется при оптимизации; в случае конструкций с вырезами и местными усилениями он дает начальное приближение для последующего рационального проектирования. Второй подход наиболее часто находит

применение в поверочных расчетах, при вариантном проектировании, а в отдельных случаях – при параметрических исследованиях.

### **1.3 Анализ программных средств расчета напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочечных конструкций**

В целом процесс моделирования напряженно-деформированного состояния пространственных оболочечных конструкций сводится к построению математической модели объекта на основе краевой задачи и численному решению этой задачи. Математическое моделирование сложных объектов не обходится без использования упрощающих гипотез и предположений, что приводит к необходимости проверки модели на адекватность. Для согласования расчетных данных по модели с результатами эксперимента или известными аналитическими решениями, проводят настройку модели. Настройка модели проводится с помощью проведения вычислительных экспериментов, позволяющих оценить точность модели, чувствительность к изменению параметров, оценить устойчивость решения. Анализируемые выходные параметры настраиваемой модели зависят от входных, как показывает опыт, нелинейно. Следует отметить, что проведение параметрического исследования модели сетчатой оболочки, которая, в свою очередь, представляет многоэлементную конструкцию сложной структуры, весьма трудоёмко. Таким образом, в качестве инструмента моделирования сетчатых оболочек должен выступать программный продукт, ориентированный на проведение вычислительного эксперимента и содержащий проблемно-ориентированные средства, предназначенные для сетчатых конструкций.

К настоящему времени разработаны многочисленные универсальные пакеты прикладных программ конечно-элементного анализа, которые могут выступать в качестве инструмента моделирования и исследования оболочечных конструкций. К известным отнесем комплексы программ *ANSYS* и *DesignSpace* фирмы *ANSYS Corporation* [32, 115, 141], *NASTRAN* [189, 190], *Solidworks* [176],

«Космос», SCAD, ЛИРА, АМП *WinMachine* Центра программного и научного обеспечения АПМ и др.

К признанным лидерам следует отнести универсальную интегрированную программную систему конечно-элементного анализа *NEiNastran*, которая позволяет, в том числе, решать линейные и нелинейные задачи механики конструкций, задачи динамики и прочности; задачи механики композитных структур и т.д. [94].

В настоящее время все современные программные пакеты содержат препроцессоры и постпроцессоры, имеют развитый графический интерфейс и, как правило, развитую библиотеку конечных элементов. Так, пакет *NASTRAN* развивался и модернизировался, начиная с 60-х годов XX века, и в итоге имеет универсальный препроцессор *PATRAN*, который позволяет пользователю автоматизировать подготовку исходных данных модели.

Представленные выше известные программные пакеты ориентированы в первую очередь на моделирование типовых оболочечных конструкций. Задание многоэлементной сетчатой оболочки, в которой предполагается наличие конструктивных вырезов и усилений, нарушающих регулярность реберной структуры, вызывает значительные трудности [17, 146, 154]. Так, при варьировании параметров необходимо каждый раз перестраивать конструкцию заново, что приводит к большим временным затратам. В качестве решения обозначенных проблем может выступать встроенный в пакет язык программирования или открытый программный код, позволяющий учесть специфику частных классов сетчатых оболочек. Однако подавляющая часть программных комплексов нацелена на универсальность, что затрудняет возможность решения задач, выходящих за рамки прямого предназначения пакета; закрытый программный код, недоступный для доработки исследователем; и как следствие, высокую стоимость.

Наряду с универсальными пакетами, исследователями активно эксплуатируются узко специализированные программные продукты. Как правило, они нацелены на решение какого-либо частного вида задач или моделирования

специфического типа конструкций. К достоинствам исследовательских пакетов следует также отнести возможность доработки за счет открытости программного кода, низкую стоимость за приобретение и сопровождение.

В качестве примера можно привести пакет программ, предназначенный для расчета напряженно-деформированного состояния пространственных неоднородных горных массивов с учетом нарушений, разработанный под руководством д.техн. наук Фрянова В.Н. (заведующий кафедрой геотехнологии СибГИУ). Программный комплекс за счет включения специальных функциональных возможностей позволяет провести настройку расчетной модели по данным натурного эксперимента и тем самым позволяет учесть заранее неизвестные свойства исследуемых объектов, что в универсальных пакетах невозможно или связано с высокой трудоемкостью.

Отметим также недостаточность средств универсальных пакетов для реализации технологии факторного вычислительного эксперимента. Так, лишь в немногих программах реализована параметризация модели, которая позволяет путем изменения небольшого числа варьируемых параметров получить полный набор данных для расчета по измененной модели. Во всех упомянутых пакетах отсутствует возможность автоматического формирования план-матрицы вычислительного эксперимента и возможность его реализации. Отсутствуют специализированные генераторы данных, ориентированные на сетчатые оболочки. Важной особенностью вычислительного эксперимента для многоэлементных конструкций является необходимость построения редуцированных моделей на основе аппроксимации отклика по данным факторного вычислительного эксперимента [107]; эта методика также не являлась предметом реализации в известных универсальных программных комплексах.

К специализированным программным продуктам отнесем пакет программ математического моделирования пространственных оболочечных конструкций «Композит НК», разработанный коллективом сотрудников кафедры математики и математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет». Прототипом программного



комплекса «Композит НК» стала программа, написанная в 1978 году д. техн. наук Калединым В.О., для расчета напряженно-деформированного состояния самолетостроительных конструкций из композиционных материалов.

Первые версии пакета «Композит» были разработаны на языке *Fortran IV* для ЭВМ серии ЕС и позволяли проводить расчет полей напряжений методом конечных элементов ограниченного класса тонкостенных конструкций. Дальнейшее развитие пакета заключалось в расширении библиотеки конечных элементов, разработке и включении препроцессора и постпроцессора, что привело к расширению класса решаемых задач [155-159].

В настоящий момент программный комплекс «Композит НК» представляет собой программный продукт с частично открытым кодом, включающий средства визуального программирования, справочно-информационную систему поддержки открытого кода и контроля релевантности, библиотеку функциональных объектов, а также средства подготовки исходных данных и представления результатов вычислительного эксперимента [37, 51, 57, 152]. Для этого в программный комплекс «Композит НК» был встроены язык программирования «Ядро», который предназначался для формирования регулярных массивов данных [110]. Исходный код, написанный на языке «Ядро», может повторно использоваться для задания похожих по структуре объектов моделирования. Это позволяет проводить параметрические исследования конструкций с быстрой перестройкой модели при варьировании относительно небольшого числа входных параметров.

Данный программный продукт успешно эксплуатируется на протяжении 30 лет и может составить базу для программной реализации задач обеспечения прочности сетчатых конструкций. Для этого представляется необходимым внесение в него средств реализации факторного вычислительного эксперимента, средств автоматизированного построения расчетных моделей сетчатых оболочек, а также реализация алгоритмов решения частных задач, необходимых для обеспечения прочности оболочечных конструкций.

## 1.4 Цель и задачи диссертационной работы

**Объектом исследования** являются сетчатые композиционные оболочки переходных отсеков КЛА, реберная структура которых определяется пересечением семейств спиральных и кольцевых ребер с возможным наличием обшивки, вырезов и их подкреплений, а также меридианных ребер.

Основным расчетным случаем для рассматриваемых агрегатов КЛА является разгон с максимальной продольной перегрузкой. Переходные отсеки не испытывают действия избыточного давления, что позволяет ограничиться воздействием на них осевой сжимающей силы. В работе не рассматривается аэродинамический нагрев, поскольку переходные отсеки КЛА имеют теплозащиту. Однонаправленно армированный углепластик имеет высокую жесткость, а конструкция при эксплуатационных нагрузках должна сохранять аэродинамическую форму (прогибы должны быть малы). Поэтому расчет напряженно-деформированного состояния основывается на физически и геометрически линейной постановке задач и не учитывает температурных деформаций.

В работе используется следующий **критерий прочности** сетчатой оболочки из однонаправленно армированных композиционных материалов: напряжения вдоль направления армирования, поперек направления армирования и напряжения поперечного сдвига одновременно не должны превышать соответствующих пределов прочности материала.

**Цель работы:** разработка методологии вычислительного эксперимента применительно к задачам рационального проектирования, поверочного расчета и технической диагностики сетчатых анизотридных конструкций агрегатов космических летательных аппаратов.

### **Задачи:**

1. Разработка и обоснование многофакторных математических моделей статического деформирования сетчатых оболочек из композиционных материалов

на основе расчетной схемы пространственной рамы, обеспечивающих совместное деформирование реберной структуры, обшивки и усиления (окантовок вырезов).

2. Разработка численных алгоритмов определения напряженно-деформированного состояния сетчатых конструкций КЛА регулярной и нерегулярной структуры, выполненных из композиционных материалов, под действием квазистатической нагрузки, и получение аналитических оценок для конструкций регулярной структуры.

3. Разработка программного обеспечения для вычислительного эксперимента с использованием разработанных математических моделей статического деформирования сетчатых конструкций из композиционных материалов, включающего средства автоматизированного построения расчетных моделей сетчатых оболочек и реализацию алгоритмов решения частных задач расчета прочности сетчатых оболочечных конструкций.

4. Исследование методами вычислительного эксперимента закономерностей линейного деформирования и устойчивости нерегулярных сетчатых конструкций отсеков КЛА с вырезами и местными усилениями при статических нагрузках.

5. Разработка метода рационального проектирования сетчатых конструкций КЛА нерегулярной структуры, выполненных из композиционных материалов, на основе методологии вычислительного эксперимента.

6. Разработка метода интерпретации данных натурных испытаний агрегатов КЛА на основе идентификации математических моделей деформирования и разрушения сетчатых конструкций регулярной и нерегулярной структуры из композиционных материалов.

7. Практическая апробация разработанных методов, алгоритмов и программ при рациональном проектировании, опытной отработке и технической диагностике сетчатых конструкций агрегатов летательных аппаратов, выполненных из композиционных материалов.

## **2 МЕТОДИКА ПОЛНОГО ДИСКРЕТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Статическое нагружение сетчатых оболочечных конструкций вызывает в них напряжения и деформации, расчет которых базируется на двух взаимодополняющих подходах: континуальном и дискретном моделировании. Методы, основанные на континуальных моделях, хорошо разработаны и зарекомендовали себя на ранних стадиях проектирования. Однако ряд важных особенностей напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочек недостаточно адекватно описывается в рамках континуального подхода. Это требует дискретного моделирования, которое в настоящее время производится методом конечных элементов, используется при поверочных расчетах и не предназначено для получения обобщающих выводов. Вместе с тем, представляется актуальным расширение сферы применения дискретных моделей для обеспечения прочности конструкций летательных аппаратов. Аппарат дискретного моделирования может применяться на стадии предпроектных исследований и эскизного проектирования, а также на стадии производства для информационной поддержки выходного контроля качества. Для этого необходимо выработать методологию дискретного моделирования сетчатых оболочечных конструкций, основанную на современных методах вычислительного эксперимента.

### **2.1 Конструктивное членение, силовые воздействия и кинематика деформирования сетчатых композитных оболочек в конструкциях летательных аппаратов**

Основным классификационным признаком сетчатой композитной оболочки является наличие нескольких семейств пересекающихся ребер. Далее ограничимся рассмотрением оболочек вращения, в которых ребра расположены регулярно и образуют два семейства – спиральные и кольцевые ребра. Технология

их изготовления основана на программированной намотке непрерывным волокном и позволяет получить как собственно сетчатую структуру, так и обшивку, которая наматывается поверх ребер. Кроме того, в конструкциях летательных аппаратов присутствуют вырезы, либо некомпенсированные, либо усиленные окантовками.

Для соединения оболочки с другими отсеками летательного аппарата сетчатая оболочка подкрепляется торцевыми шпангоутами по верхней и нижней кромке. Шпангоуты соседних отсеков стягиваются продольными болтами, шпильками или фитингами. Существуют различные варианты конструктивного исполнения подобных соединений. Часто используются переходные кольца, которые крепятся к отсеку радиальными болтами. Кольцо представляет собой цилиндрическую оболочку малой высоты с двумя полками, которые крепятся к шпангоутам соединяемых частей летательного аппарата.

Кроме того, места приложения сосредоточенных нагрузок подкрепляются элементами усиления: заливочными композициями, образующими единый монолит с сеткой, и традиционными конструктивными элементами, закрепляемыми на обшивке и/или ребрах с помощью неразъемных либо разъемных соединений.

Типовые схемы расположения ребер, вырезов и окантовок в оболочке показаны на рисунке 2.1.

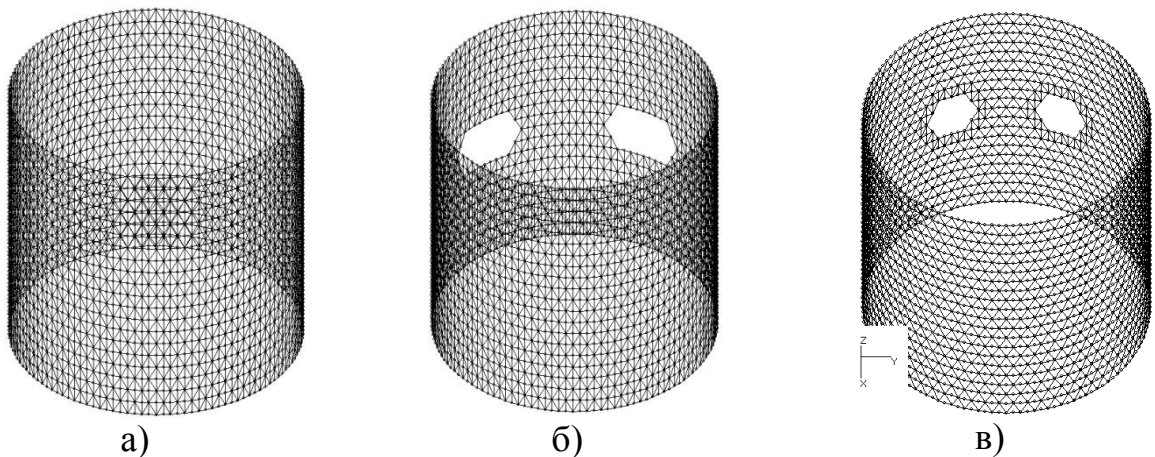


Рисунок 2.1 – Структурные модели цилиндрических оболочечных конструкций: а) без вырезов; б) с некомпенсированными вырезами; в) с усиленными вырезами

Основным видом нагружения рассматриваемого класса конструкций является осевое сжатие, которое может быть внецентренным, т.е. в крайних сечениях сетчатой оболочки могут действовать сжимающие осевые силы и изгибающие моменты. Кроме того, на силовые конструкции летательных аппаратов действуют массовые силы, обусловленные перегрузкой. Массовые силы действуют главным образом вдоль оси оболочки, а поперечная составляющая этих сил существенно меньше (хотя и не пренебрежимо мала). Эти особенности нагружения приводят к тому, что спиральные ребра в основных расчетных случаях оказываются сжатыми, а кольцевые – растянутыми.

Континуальные модели, как будет показано ниже, недостаточно адекватно описывают местные возмущения напряженного состояния вблизи вырезов, резко завышая напряжения в угловых точках их контура. Избежать появления сингулярности подобного типа позволяет модель, основанная на полном дискретном моделировании ребер. Такая модель ближе к пространственной раме, чем к оболочке, и решение задачи об упругом деформировании на её основе не содержит особенностей. Поэтому её использование позволяет получить реальную картину полей напряжений в окрестности вырезов с учетом моментных эффектов в ребрах.

Данный подход широко применялся и применяется в настоящее время, однако НДС рассчитывалось либо для части конструкции, например, сетчатой панели без обшивки, вырезанной из цилиндрической оболочки [74], либо для сетчатой конструкции без технологических вырезов [133].

Полное дискретное моделирование также применялось для рационального проектирования конкретных сетчатых конструкции и расчета концентрации напряжений в них: например, секционной крепи тоннелей в виде оболочечной конструкции сетчатой структуры [173]. Следует отметить, что результаты расчетов описывали НДС конкретной рассматриваемой конструкции при определенных нагрузках и не обобщались для всего класса сетчатых оболочек. Таким образом, и в настоящее время отсутствуют общие результаты исследования

концентрации напряжений, необходимые при проектировании сетчатых оболочечных конструкций с технологическими или конструктивными вырезами.

Расчетная модель при дискретном моделировании имеет структуру, повторяющую конструктивное членение изделия, и включает систему спиральных и кольцевых ребер, подкрепленную двумя торцевыми шпангоутами, обшивку и элементы местного усиления, в том числе окантовки. Обшивка может быть как однослойной, так и многослойной.

Для построения математической модели деформирования конструкции введем декартову систему координат (рисунок 2.2), в которой оси  $Y$  и  $Z$  лежат в плоскости нижнего сечения, ось  $X$  направлена вертикально вверх по образующей оболочки. Эту систему координат будем называть **общей**. При дискретизации модели в общей системе задаются координаты узлов сетки (рисунок 2.6 - а). Особо отметим, что узлы сетки не обязательно находятся только в точках пересечения осей ребер, а могут находиться также в пролёте ребра и на гладкой части обшивки, что позволяет сгущать сетку для достижения необходимой точности.

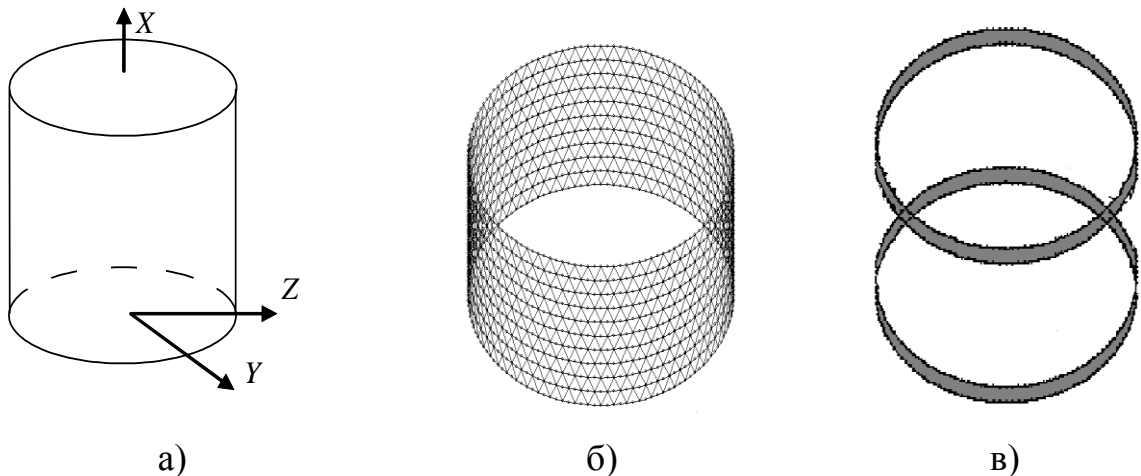


Рисунок 2.2 – Геометрия подкрепленной оболочки и общая система координат:

- а) обшивка и общая система координат, б) система кольцевых и спиральных ребер, в) шпангоуты

Использование вариационного принципа Лагранжа [1, 104] для вывода дискретных уравнений равновесия требует такого построения базисных функций, аппроксимирующих перемещения, чтобы при всяком наборе значений узловых переменных поле перемещений отвечало требованиям непрерывности на

межэлементных границах и на границах раздела конструктивных элементов. Кинематические гипотезы, используемые для моделирования тонкостенных конструкций, предполагают линейную зависимость перемещений от нормальной координаты в каждом из конструктивных элементов, но с различными коэффициентами (производными по нормали).

Уравнения деформирования тонкостенных оболочек традиционно строятся на основе упрощающих гипотез, которые разделяются на статические и кинематические [184]. Кинематические гипотезы используют представление о нормали к срединной поверхности оболочки, причём различают материальную и геометрическую нормаль [119]. Далее под материальной нормалью будем понимать совокупность материальных точек, находившихся до деформации на одной нормали к поверхности приведения. Под геометрической нормалью - совокупность точек, расположенных на одной нормали к деформированной поверхности приведения (нормаль проводится после деформации поверхности). При наличии поперечных сдвигов эти множества не совпадают, а угол между материальной и геометрической нормалью равен деформации поперечного сдвига.

Для корректного описания деформирования анизотридных конструкций следует рассмотреть два случая сетчатых оболочек, определяемых особенностями их структуры. Общий случай: сетчатая оболочка содержит реберную структуру и обшивку. Частный случай: конструкция представляет собой реберную структуру без обшивки.

Для описания совместного деформирования обшивки и реберной структуры (общий случай) будем использовать следующие кинематические гипотезы.

1. Деформирование обшивки соответствует классической гипотезе Кирхгофа-Лява, согласно которой материальная нормаль совпадает с геометрической, не искривляется и не изменяет своей длины, т.е. деформации нормали и поперечные сдвиги отсутствуют [13].

2. Каждое ребро будем представлять в виде набора коротких балок, при этом балки будут иметь высоту сечения, соизмеримую с длиной балки.



Деформирование балки соответствует гипотезе Тимошенко: поперечные сечения балки не изменяют формы и размеров, но не остаются перпендикулярными к изогнутой оси балки [177].

3. Перемещения точек балок разных семейств (спиральных, кольцевых) в местах их пересечения непрерывны и одинаковы.

4. Перемещения ребер и обшивки совпадают на линиях поверхности их контакта, проходящих параллельно осям ребер.

Последнее условие – более слабое, чем точное сопряжение перемещений ребер и обшивки на поверхности контакта (рисунок 2.3).

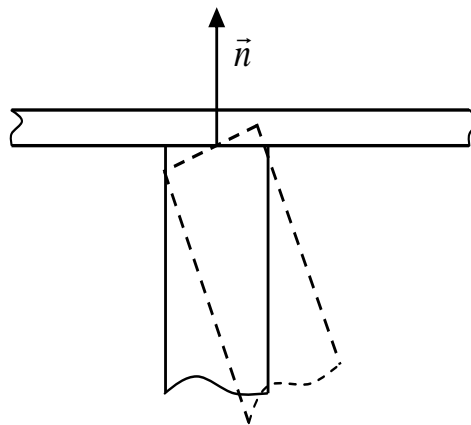


Рисунок 2.3 – Поворот ребер при деформировании относительно поверхности контакта ребер и обшивки

Кинематическая гипотеза для балки не учитывает деформацию сечения. Поэтому при равенстве перемещения ребра и балки на поверхности контакта следовало бы положить поворот сечения балки относительно её продольной оси равным нулю. Это не представляется допустимым ввиду того, что высота сечения превышает ширину в 10 раз и более. Таким образом, более слабое условие равенства перемещений на линии контакта можно считать допущением «в запас» по жесткости и более рациональным для описания кинематики, чем допущение о совпадении перемещений на всей поверхности контакта, приводящее к завышению жесткости.

Для представления совместного деформирования обшивки и реберной структуры рассмотрим взаимное расположение геометрической нормали к

поверхности приведения и материальных нормалей для обшивки и рёберной структуры.

На рисунке 2.4 представлена схема совместного деформирования обшивки и рёберной структуры. Материальная нормаль в обшивке совпадает с геометрической; при деформации она поворачивается из исходного положения на угол  $\tilde{\theta}$ . В ребре материальная нормаль поворачивается в пространстве на угол  $\theta$ , причем угол  $\gamma$  между геометрической и материальной нормалью равен деформации поперечного сдвига.

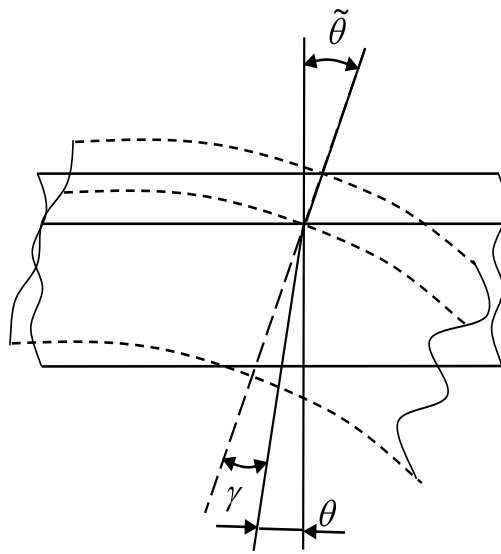


Рисунок 2.4 – Совместное деформирование обшивки и рёберной структуры:

- - - - геометрическая нормаль, ——— материальная нормаль;

$\tilde{\theta}$  - угол поворота геометрической нормали к обшивке,

$\theta$  - угол поворота материальной нормали к ребрам,  $\gamma$  - угол сдвига

Покажем, что сформулированные кинематические гипотезы могут быть выполнены, и построим соответствующую структуру поля перемещений.

Для этого введём поверхность приведения, перемещения которой являются функциями двух криволинейных координат. Выбор поверхности приведения зависит от объекта моделирования. Если конструкция содержит и обшивку, и рёбра, за поверхность приведения логично выбрать поверхность соединения рёберной структуры и обшивки. Если моделируется сетчатая структура без обшивки, то выбор поверхности приведения не так существенен, поскольку

нормаль после деформации остаётся прямой. В этом случае поверхность приведения может быть выбрана, например, посередине поперечного сечения кольцевого ребра.

В соответствии с гипотезой 4, перемещения ребер и обшивки совпадают на линиях поверхности приведения, проходящих параллельно осям ребер (линиях приведения для ребер). Таким образом, структура поля перемещений должна включать линейные перемещения поверхности приведения, а также добавочные перемещения, различные для обшивки и ребер, которые зависят от угла поворота материальной нормали и обращаются в нуль на поверхности приведения.

Покажем, что для описания деформирования анизогридной оболочки в общем случае достаточно определить восемь функций, непрерывных на поверхности приведения: три функции линейных перемещений, два угла поворота геометрической нормали для обшивки и три угла поворота сечения для балок. В частном случае при моделировании сетчатой структуры анизогридной конструкции без обшивки достаточно шести функций, непрерывных на поверхности приведения: трёх линейных перемещений и трёх углов поворота сечения для ребер.

Вначале покажем, что непрерывное поле перемещений может быть построено заданием перемещений поверхности приведения и их производных по нормали отдельно для ребер и обшивки. Для этого введём **вспомогательную цилиндрическую систему координат**  $(z, \varphi, r)$ , где ось  $z$  совпадает с осью оболочки, угол  $\varphi$  отсчитывается от произвольно выбранной образующей, ось  $r$  направлена по внешней нормали к поверхности приведения. В каждой точке поверхности приведения введём базис  $(s', t', n')$ , в котором ось  $s'$  направлена по касательной к оболочке, ось  $t'$  - по образующей от задней кромки оболочки к передней, ось  $n'$  - по внешней нормали (рисунок 2.6 - б). К этому базису будем относить перемещения точек моделируемого объекта. На поверхности приведения нормальная координата  $n'$  равна нулю, в любой точке реберной структуры эта координата не больше нуля (причём равенство имеет место только на поверхности приведения), а в любой точке обшивки нормальная координата не

меньше нуля, причём равенство опять достигается только на поверхности приведения.

Поверхность приведения в цилиндрической системе зададим в виде:  $r=r(z)$ . Это позволяет рассмотреть как цилиндрические оболочки, так и конические.

Нормальная координата точки может быть выражена через осевую и радиальную координаты. Пусть меридиан имеет уравнение  $r_0=r_0(z)$ , тогда нормальная координата произвольной точки  $(z, r)$  может быть найдена как

$$n(z, r) = \frac{r - r_0(z)}{\sqrt{1 + \left(\frac{dr_0}{dz}\right)^2}}. \text{ Это позволяет перейти от параметризации } (z, r, \varphi) \text{ к}$$

переменным  $(z, n, \varphi)$  и рассматривать перемещения как функции осевой, нормальной и окружной координат.

Представим векторное поле перемещений в виде пучка функций:

$$\vec{u}(z, n, \varphi) = \vec{u}_0(z, \varphi) + n \cdot \vec{\psi}(z, n, \varphi), \quad (2.1)$$

где  $\vec{u}_0(z, \varphi)$  – вектор перемещений точки поверхности приведения,

$\vec{\psi}(z, n, \varphi)$  – вектор нормальных производных перемещений точек, не лежащих на поверхности приведения.

Функция  $\vec{\psi}(z, n, \varphi)$  зависит от нормальной координаты, но является кусочно постоянной функцией: при положительных  $n$  это нормальная производная перемещений обшивки, при отрицательных  $n$  – перемещений рёберной структуры. Таким образом, функция  $\vec{\psi}(z, n, \varphi)$  разрывна на поверхности приведения и непрерывна как при строго положительных, так и при строго отрицательных значениях нормальной координаты. Далее будет предполагаться, что эта функция является кусочно постоянной функцией нормальной координаты; это позволит ввести в (2.1) вместо одной функции  $\vec{\psi}(z, n, \varphi)$  две функции  $\vec{\psi}^+$  и  $\vec{\psi}^-$ , зависящие от двух координат:

$$\vec{u}(z, n, \varphi) = \vec{u}_0(z, \varphi) + n \cdot \begin{cases} \vec{\psi}^+(z, \varphi), & n > 0 \\ \vec{\psi}^-(z, \varphi), & n < 0 \end{cases}. \quad (2.2)$$

Функция  $\vec{u}_0(z, \varphi)$  определена только на поверхности раздела (является функцией двух координат) и непрерывна. Тогда пучок функций (2.2) является непрерывным при произвольных непрерывных неопределенных компонентах пучка  $u_0$ ,  $\vec{\psi}^+$  и  $\vec{\psi}^-$ .

Неопределенными компонентами пучка являются векторные функции, каждая из которых имеет по три координаты, т.е. общее число неопределенных скалярных коэффициентов равно девяти. Однако производные от перемещений в пределах обшивки могут быть выражены через два кинематических параметра – углы поворота нормали (не учитывается поворот относительно нормали к поверхности приведения), тогда как в пределах ребра необходимо учитывать три поворота сечения относительно всех трёх координатных осей. Таким образом, число скалярных неопределенных коэффициентов в пучке (2.2) может быть уменьшено до восьми: три координаты вектора  $\vec{u}_0$ , три координаты вектора  $\vec{\psi}^-$  и две независимые координаты вектора  $\vec{\psi}^+$ . Для этого необходимо специальным образом выбрать систему координат для  $\vec{\psi}^+$ .

Векторы перемещений  $\vec{u}_0$ ,  $\vec{\psi}^+$  и  $\vec{\psi}^-$  могут быть отнесены к любой системе координат.

Перемещения точек поверхности приведения, выраженные в координатах введенной выше системы  $(s', t', n')$ , обозначим через  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , где  $u$  – перемещения вдоль оси  $s'$ ;  $v$ ,  $w$  – перемещения вдоль осей  $t'$ ,  $n'$  соответственно.

Линейные перемещения поверхности приведения вдоль осей  $(s', t', n')$  обозначим через  $u_{s'}$ ,  $u_{t'}$ ,  $u_{n'}$ . С учетом выше сказанного, каждая точка конструкции на поверхности приведения может быть определена координатами  $(z, \varphi)$  (координата  $n$  на поверхности приведения равна нулю):

$$u_{s'} = u_{s'}(z, \varphi), u_{t'} = u_{t'}(z, \varphi), u_{n'} = u_{n'}(z, \varphi). \quad (2.3)$$

Функции линейных перемещений (2.3) определяют  $\vec{u}_0(z, \varphi)$  пучка (2.2).

Определим координаты вектора  $\vec{\psi}^+$  и  $\vec{\psi}^-$ , для этого рассмотрим поворот

геометрической нормали от исходного состояния до деформированного (рисунок 2.5).

Координаты вектора  $\vec{\psi}^-$  зададим как углы поворота сечений ребер относительно осей  $s'$ ,  $t'$  и  $n'$  в виде  $\theta_{s'}$ ,  $\theta_{t'}$ ,  $\theta_{n'}$ .

Координаты вектора  $\vec{\psi}^+$  в системе координат  $(s', t', n')$  поверхности приведения определим как  $\tilde{\theta}_{s'} = \frac{\partial w}{\partial s'}$  и  $\tilde{\theta}_{t'} = \frac{\partial w}{\partial t'}$  – углы поворота геометрической нормали обшивки от исходного состояния до деформированного (рисунок 2.5).

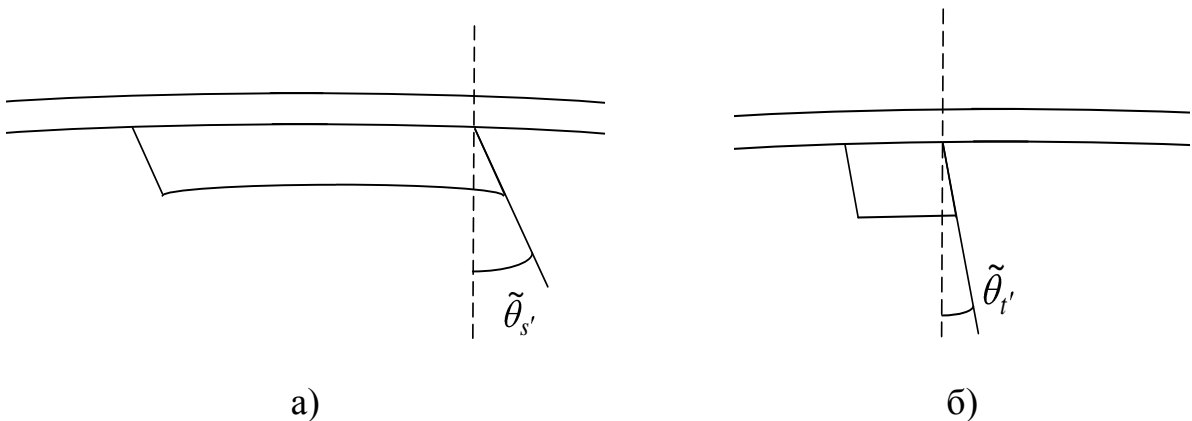


Рисунок 2.5 – Материальная и геометрическая нормаль в ребрах и обшивке:

а – продольное сечение ребер, б – поперечное сечение ребер

Таким образом, поле перемещений сетчатой конструкции с обшивкой однозначно определяется **восьмью функциями двух координат**  $z$  и  $\varphi$ :

- тремя функциями линейных перемещений поверхности приведения  $u_{s'}(z, \varphi)$ ,  $u_{t'}(z, \varphi)$ ,  $u_n(z, \varphi)$ ;
- тремя углами поворота сечения балок в реберной структуре  $\theta_{s'}(z, \varphi)$ ,  $\theta_{t'}(z, \varphi)$ ,  $\theta_n(z, \varphi)$ ;
- двумя углами поворота геометрической нормали к обшивке  $\tilde{\theta}_{s'}(z, \varphi)$ ,  $\tilde{\theta}_{t'}(z, \varphi)$ .

При рассмотрении частого случая (оболочки без обшивки) введенные выше углы поворота геометрической нормали к обшивке  $\tilde{\theta}_{s'}(z, \varphi)$ ,  $\tilde{\theta}_{t'}(z, \varphi)$  будут отсутствовать. Таким образом, модель деформирования реберной структуры будет включать **шесть функций двух координат**  $z$  и  $\varphi$ :

- три функции линейных перемещений поверхности приведения  $u_s(z, \varphi)$ ,  $u_t(z, \varphi)$ ,  $u_n(z, \varphi)$ ;
- три угла поворота сечения балок в реберной структуре  $\theta_s(z, \varphi)$ ,  $\theta_t(z, \varphi)$ ,  $\theta_n(z, \varphi)$ .

В каждом узле сетки, кроме описанных ниже «жестких» узлов, введём собственную систему координат, базис которой совпадает с введенной  $(s', t', n')$ . Такую систему координат далее будем называть **главной системой координат узла** (рисунок 2.6). К главной системе будем относить перемещения узла и внешние силы, приложенные к узлу.

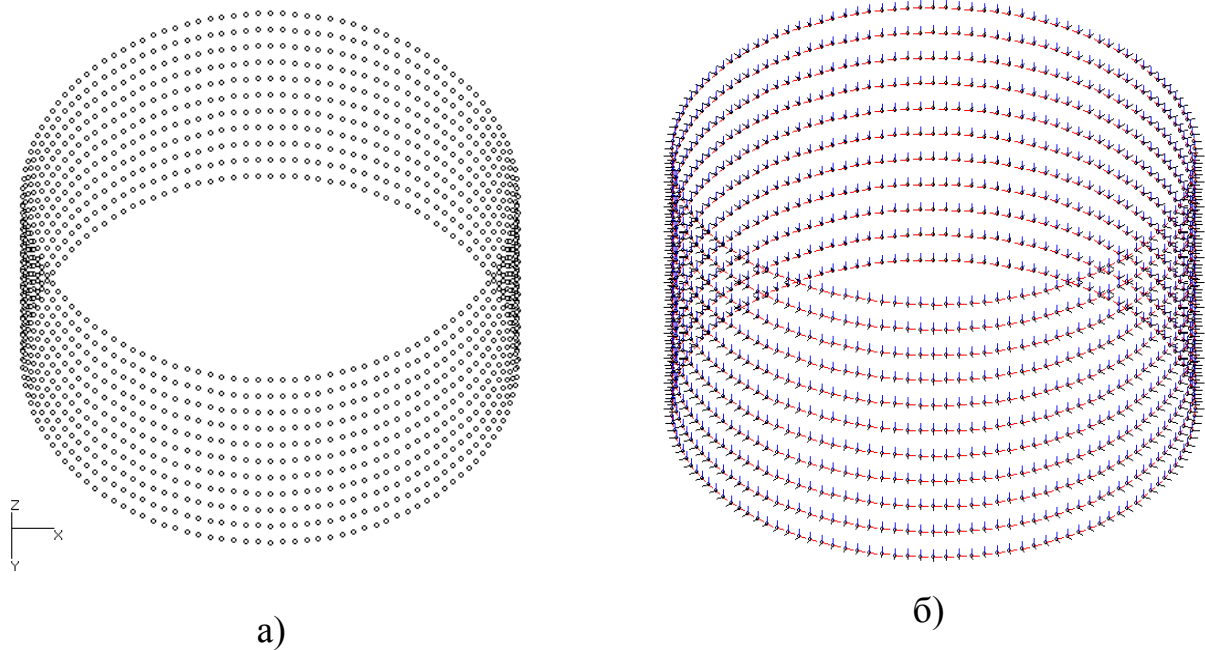


Рисунок 2.6 – Оси главной системы координат:

а – узлы сетки, б – задание главной системы координат в узлах сетки

Введенные главные системы координат узлов позволяют определить конечное множество степеней свободы всей модели. Каждый узел имеет собственную главную систему и, вообще говоря, своё число степеней свободы. Для того, чтобы обеспечить совместность перемещений отдельных конструктивных элементов, необходимо по дискретному множеству перемещений узлов построить непрерывное поле перемещений. Это поле получается интерполяцией перемещений по конечным элементам. Для интерполяции необходимо ввести системы координат, соотнесённые с конечными элементами (местные системы координат элементов). Такие системы координат не могут быть

выбраны независимо для элементов обшивки и рёбер, иначе не удаётся обеспечить совместность. Для согласования интерполяционных функций примем, что начало местной системы координат элемента расположено на поверхности приведения, одна из осей совпадает с нормалью к недеформированной поверхности приведения, а две другие касательные к этой поверхности.

Каждый конструктивный элемент моделируемой оболочки задается соответствующим конечным элементом. Так спиральные, кольцевые ребра конструкции и шпангоуты представлены в виде балок, а обшивка виде треугольных пластин.

Схема разбиения обшивки на треугольные конечные элементы получается естественным образом наложением оребрения (с возможным дополнением осей рёбер промежуточными линиями сетки между рёбрами для сгущения сетки). При этом границы треугольных элементов составляют проекции осей спиральных ребер и линии, проходящие через точки их пересечения параллельно продольной оси оболочки и вдоль окружности. Эта же сетка узлов используется при разбивке каждого ребра на конечные элементы типа балок.

Топологическая схема балок спиральных и кольцевых ребер, а также сетки треугольных элементов обшивки представлена на рисунках 2.7 – а, 2.8 – а, 2.9 – а соответственно.

Для каждого конечного элемента выбирается **местная система координат**  $(s^{(e)}, t^{(e)}, n^{(e)})$ . Начало местной системы находится в точке проекции центра элемента на поверхность приведения. Ось  $n^{(e)}$  направлена по внешней нормали к поверхности оболочки, оси  $t^{(e)}$  и  $s^{(e)}$  выбираются так, чтобы образовалась правая тройка векторов  $(\vec{n}^{(e)} = \vec{s}^{(e)} \times \vec{t}^{(e)})$ , в соответствии с типом элемента. Отметим, что базисные векторы местной системы координат не параллельны базисным векторам рассмотренной выше вспомогательной цилиндрической системы.

Для элементов спиральных ребер ось  $s^{(e)}$  направлена вдоль ребра от задней кромки к передней, ось  $t^{(e)}$  – по касательной к координатной поверхности по часовой стрелке, если смотреть со стороны передней кромки, а ось  $n^{(e)}$  – по внешней нормали (рисунок 2.7).



Для кольцевых ребер и шпангоутов ось  $s^{(e)}$  направлена вдоль ребра по касательной к координатной поверхности против часовой стрелки, если смотреть со стороны передней кромки, ось  $t^{(e)}$  – вдоль образующей от задней кромки к передней, а ось  $n^{(e)}$  – по внешней нормали (рисунок 2.8).

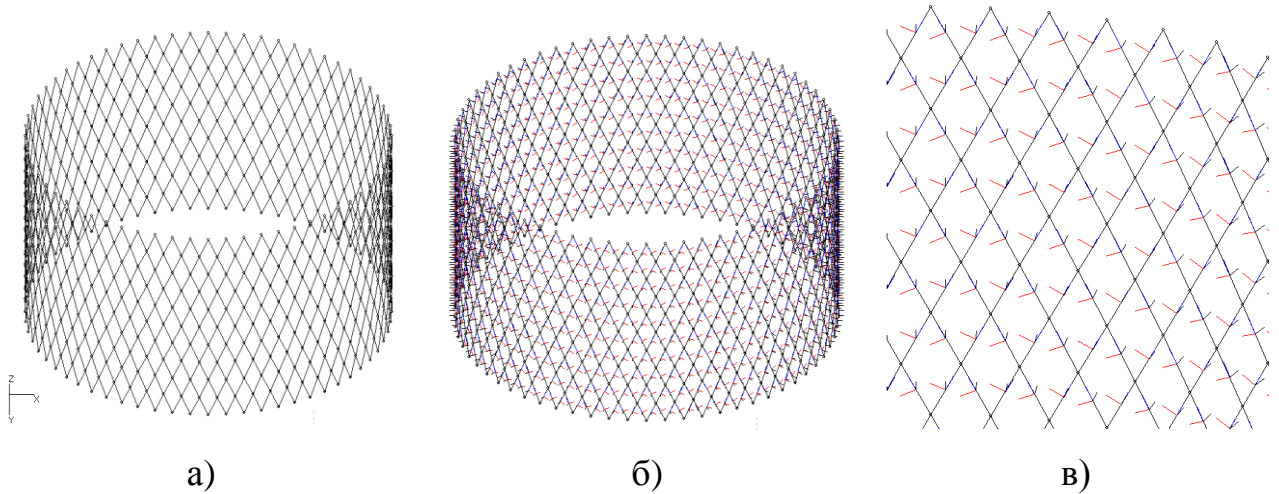


Рисунок 2.7 – Оси местной системы координат в спиральных ребрах:

а – топологическая схема балок спиральных ребер модели;

б, в – местная система координат спиральных ребер

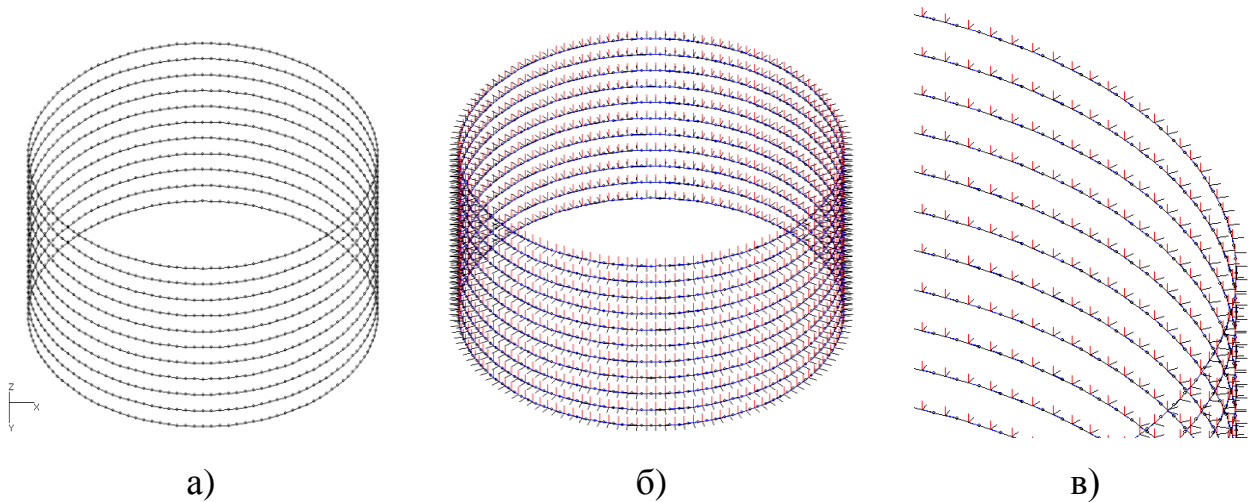


Рисунок 2.8 – Оси местной системы координат в кольцевых ребрах:

а – топологическая схема балок кольцевых ребер модели;

б, в – местная система координат кольцевых ребер

Для элементов обшивки ось местной системы  $s^{(e)}$  направлена вдоль образующей оболочки от задней кромки к передней, а ось  $t^{(e)}$  – вдоль окружности по часовой стрелке, если смотреть со стороны передней кромки (рисунок 2.9).

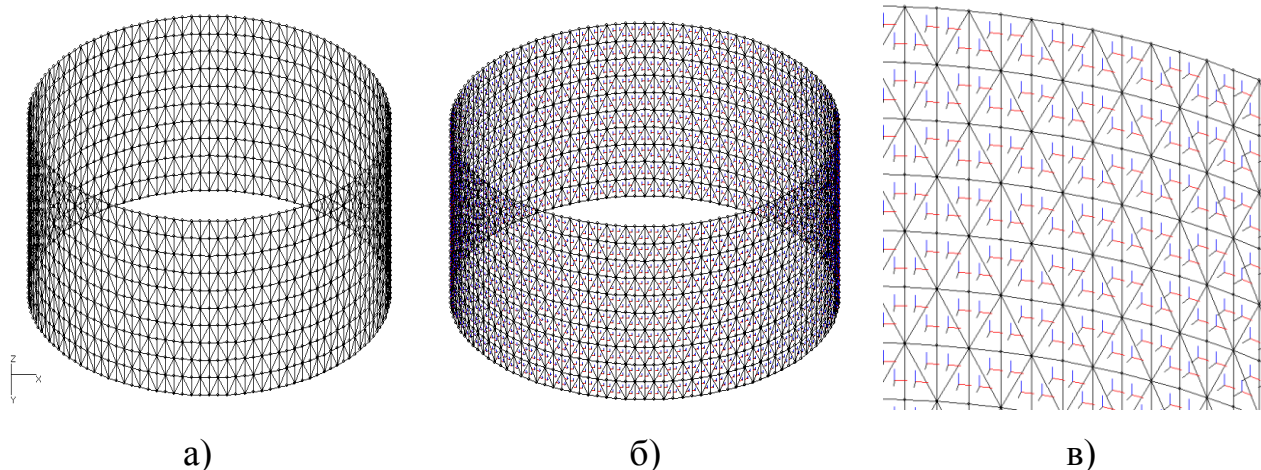


Рисунок 2.9 – Оси местной системы координат в обшивке:

а – топологическая схема треугольных элементов обшивки;

б, в – местная система координат обшивки

В местных системах координат будем рассчитывать перемещения во внутренних точках ребер и обшивки, а также деформации и напряжения в них.

Функции перемещений  $u$ ,  $v$ ,  $w$  точек поверхности приведения можно преобразовать к координатам вектора перемещений в местной системе координат, не нарушая непрерывность. Это даёт возможность использовать линейные перемещения  $u_s$ ,  $u_t$ ,  $u_n$  (в местной системе координат) наряду с  $u, v, w$  в главной системе координат.

Перемещения во всех точках реберной структуры в местной системе координат можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 u^{pe\delta}(s,t,n) &= u_s - n\theta_t - t\theta_n, \\
 v^{pe\delta}(s,t,n) &= u_t - n\theta_s, \\
 w^{pe\delta}(s,t,n) &= w^{обш}(s,t,n),
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

где  $u_s$ ,  $u_t$ ,  $u_n$  - координаты линейных перемещений линии приведения в местной системе координат;

$\theta_s$ ,  $\theta_t$ ,  $\theta_n$  - углы поворотов сечений ребер.

Третье равенство в формулах (2.4) позволит обеспечить совместность деформирования реберной структуры и обшивки.

Исходя из условия  $n=0$ , на поверхности приведения перемещения в ребрах в местной системе координат принимают вид:

$$\begin{aligned}
u^{pe\delta}(s,t,n) &= u_s - t\theta_n, \\
v^{pe\delta}(s,t,n) &= u_t, \\
w^{pe\delta}(s,t,n) &= w^{обш}(s,t,n),
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

а на линиях приведения при  $t=0$  совпадают с перемещениями в обшивке.

Данное поле перемещений описывает деформирование только системы ребер и является непрерывным в пределах ребер. Оно не относится к точкам, расположенным между ребрами.

Перемещения обшивки в местной системе координат представим так:

$$\begin{aligned}
u^{обш}(s,t,n) &= u_s - \tilde{\theta}_s n, \\
v^{обш}(s,t,n) &= u_t - \tilde{\theta}_t n, \\
w^{обш}(s,t,n) &= u_n,
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

$\tilde{\theta}_s, \tilde{\theta}_t$  - углы поворота нормали в пределах обшивки вокруг осей  $s$  и  $t$ .

Исходя из формул (2.4), на поверхности приведения при  $n=0$  перемещения в обшивке совпадают с функциями линейных перемещений поверхности приведения в главной системе координат:

$$\begin{aligned}
u^{обш}(s,t,n) &= u(s',t',n') = u_s, \\
v^{обш}(s,t,n) &= v(s',t',n') = u_t, \\
w^{обш}(s,t,n) &= w(s',t',n') = u_n.
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

В результате (2.7) следует, что на поверхности приведения обшивки те же перемещения, что и на линиях приведения для ребер.

При построении конечно-элементной модели конструкции для дискретизации обшивки использовался двумерный трехузловой конечный элемент (рисунок 2.10-а) в виде пластины Зенкевича-Аргириса [104].

Перемещение в произвольной точке треугольного конечного элемента в местной системе координат выразим через перемещения узлов в виде:

$$u^{(e)} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1^{(e)} & N_2^{(e)} & N_3^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}^{(e)}, \tag{2.8}$$

где  $\delta_i = \begin{bmatrix} u_s \\ u_t \\ u_n \\ \tilde{\theta}_s \\ \tilde{\theta}_t \end{bmatrix}$  - перемещения  $i$ -го узла конечного элемента обшивки,

$N_i^{(e)}$  - матрица базисных интерполяционных функций для  $i$ -го узла элемента.

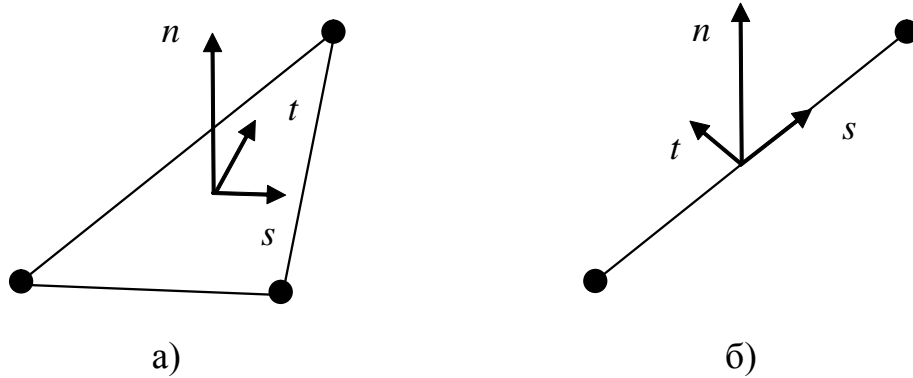


Рисунок 2.10 – Конечные элементы: а – для пластины, б – для балки

В главной системе координат (2.8) будет иметь вид:

$$u^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1^{(e)} & N_2^{(e)} & N_3^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{L}_1^{(e)} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{L}_2^{(e)} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{L}_3^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}^{(e)}, \quad (2.9)$$

где  $\hat{L}_i^{(e)}$  - матрица перехода для  $i$ -го узла от местной системы элемента к главной системе координат этого узла.

В развернутом виде матрица перехода  $\hat{L}_i^{(e)}$  от местной системы элемента обшивки  $(s, t, n)$  к главной системе узла  $(s', t', n')$  будет иметь вид:

$$\hat{L}_i^{(e)} = \begin{bmatrix} \cos(s', s) & \cos(s', t) & \cos(s', n) & 0 & 0 \\ \cos(t', s) & \cos(t', t) & \cos(t', n) & 0 & 0 \\ \cos(n', s) & \cos(n', t) & \cos(n', n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(s', s) & \cos(s', t) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(t', s) & \cos(t', t) \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Аппроксимируем каждую компоненту вектора перемещений  $u^{(e)}$  плоского конечного элемента в виде неполного кубического многочлена:

$$u_i^{(e)} = \sum_{l=1}^3 c_l \tilde{N}_l + \sum_{l=1}^3 \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq l}}^3 c'_{lm} \tilde{N}_l^2 \tilde{N}_m + c'' \tilde{N}_1 \tilde{N}_2 \tilde{N}_3, \quad (2.11)$$

где  $\tilde{N}_1, \tilde{N}_2, \tilde{N}_3$  - линейные функции формы элемента;  $c, c', c''$  - весовые коэффициенты, вычисленные с учетом углов поворота пластины относительно осей местной системы координат [104]. Коэффициенты  $c'$  и  $c''$  равны нулю для мембранных перемещений (в плоскости треугольника). Выражения для коэффициентов при прогибах известны [104].

Для дискретизации балки используем одномерный двухузловой конечный элемент (рисунок 2.10 - б).

Представим перемещения балки в произвольной точке конечного элемента в местной системе координат через узловые перемещения:

$$u^{(e)} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1^{(e)} & N_2^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

где  $\delta_i = \begin{bmatrix} u_s \\ u_t \\ u_n \\ \theta_s \\ \theta_t \\ \theta_n \end{bmatrix}$  - перемещение  $i$ -го узла элемента,  $N_i^{(e)}$  - матрица базисных

интерполяционных функций для  $i$ -го узла элемента. Компоненты вектора перемещений  $u^{(e)}$  аппроксимируем эрмитовым многочленом 3-го порядка [155].

Вектор перемещений  $u^{(e)}$  рассматриваемого одномерного конечного элемента в главной системе координат будет иметь вид:

$$u^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1^{(e)} & N_2^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{L}_1^{(e)} & 0 \\ 0 & \hat{L}_2^{(e)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}^{(e)}, \quad (2.13)$$

где  $\hat{L}_i^{(e)}$  - матрица перехода для  $i$ -го узла от местной системы элемента к главной системе координат этого узла.

В развернутом виде для  $i$ -го узла матрица перехода  $\hat{L}_i^{(e)}$  от местной системы балочного элемента  $(s, t, n)$  к главной системе узла  $(s', t', n')$  будет иметь вид:

$$\hat{L}_i^{(e)} = \begin{bmatrix} \cos(s', s) & \cos(s', t) & \cos(s', n) & 0 & 0 & 0 \\ \cos(t', s) & \cos(t', t) & \cos(t', n) & 0 & 0 & 0 \\ \cos(n', s) & \cos(n', t) & \cos(n', n) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(s', s) & \cos(s', t) & \cos(s', n) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(t', s) & \cos(t', t) & \cos(t', n) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(n', s) & \cos(n', t) & \cos(n', n) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Отдельно следует рассмотреть кинематику «жесткого» узла. Пусть «жесткий» узел расположен в центре окружности, определяющей верхнюю кромку оболочки (рисунок 2.11).

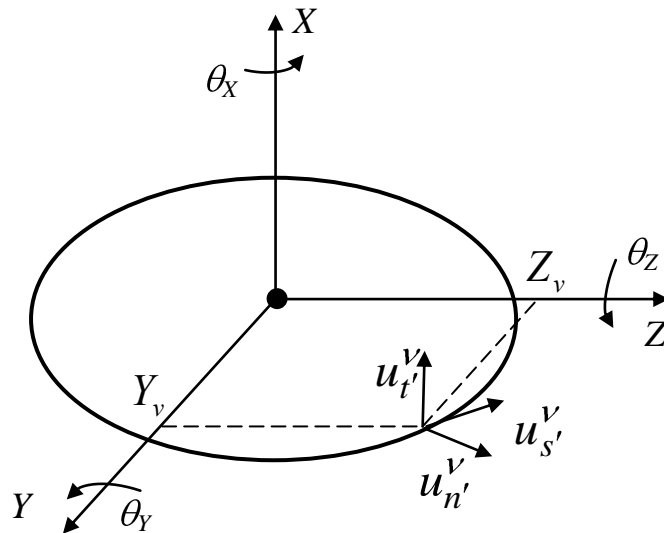


Рисунок 2.11 – Схема расположения «жесткого» узла и узла  $v$  на верхней кромке оболочки

«Жесткий» узел, со всеми присоединенными к нему элементами, может перемещаться только как жесткое тело, это позволяет привести нагрузку, распределенную по кромке произвольным образом, к действию сосредоточенных сил и моментов, приложенных в «жестком» узле.

«Жесткий» узел имеет шесть степеней свободы – три поступательных и три вращательных, причем эти перемещения отсчитываются в главной системе

координат этого узла. Удобно выбирать оси этой системы параллельными осям общей декартовой системы координат  $(Y, Z, X)$  (рисунок 2.11).

Тогда степени свободы «жесткого» узла определим как:

$$\delta = \begin{bmatrix} u_Y \\ u_Z \\ u_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \\ \theta_X \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Перемещения всех точек элементов, присоединенных к жесткому узлу, выражаются через перемещения жесткого узла и эксцентриситеты (координаты точек в главной системе жесткого узла) следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{s'}^v &= u_X \cdot \cos(X, s') + u_Y \cdot \cos(Y, s') + u_Z \cdot \cos(Z, s') + \\ &\quad + \theta_X [-Z_v \cdot \cos(Y, s') + Y_v \cdot \cos(Z, s')] + \theta_Y Z_v \cdot \cos(X, s') - \theta_Z Y_v \cdot \cos(X, s'), \\ u_{t'}^v &= u_X \cdot \cos(X, t') + u_Y \cdot \cos(Y, t') + u_Z \cdot \cos(Z, t') + \\ &\quad + \theta_X [-Z_v \cdot \cos(Y, t') + Y_v \cdot \cos(Z, t')] + \theta_Y Z_v \cdot \cos(X, t') - \theta_Z Y_v \cdot \cos(X, t'), \\ u_{n'}^v &= u_X \cdot \cos(X, n') + u_Y \cdot \cos(Y, n') + u_Z \cdot \cos(Z, n') + \\ &\quad + \theta_X [-Z_v \cdot \cos(Y, n') + Y_v \cdot \cos(Z, n')] + \theta_Y Z_v \cdot \cos(X, n') - \theta_Z Y_v \cdot \cos(X, n'), \end{aligned} \quad (2.16)$$

где  $Y_v, Z_v, X_v$  - эксцентриситеты узла элемента относительно «жесткого» узла  $v$ .

Для узла  $v$ , расположенного на верхней кромке оболочки и входящего в одномерный балочный элемент спирального или кольцевого ребра, (2.16) в матричном виде будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} u_{s'} \\ u_{t'} \\ u_{n'} \\ \theta_{s'} \\ \theta_{t'} \\ \theta_{n'} \end{bmatrix} = \hat{L}_v \cdot \begin{bmatrix} u_Y \\ u_Z \\ u_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \\ \theta_X \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

где матрица перехода от главной системы «жесткого узла»  $(Y, Z, X)$  к главной системе  $(s', t', n')$  узла  $v$  имеет вид:

$$\hat{L}_v = \begin{bmatrix} \cos(s', Y) & \cos(s', Z) & \cos(s', X) & Z_v \cos(s', X) & -Y_v \cos(s', X) & Y_v \cos(s', Z) - Z_v \cos(s', Y) \\ \cos(t', Y) & \cos(t', Z) & \cos(t', X) & Z_v \cos(t', X) & -Y_v \cos(t', X) & Y_v \cos(t', Z) - Z_v \cos(t', Y) \\ \cos(n', Y) & \cos(n', Z) & \cos(n', X) & Z_v \cos(n', X) & -Y_v \cos(n', X) & Y_v \cos(n', Z) - Z_v \cos(n', Y) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(s', Y) & \cos(s', Z) & \cos(s', X) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(t', Y) & \cos(t', Z) & \cos(t', X) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(n', Y) & \cos(n', Z) & \cos(n', X) \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Для узла  $v$ , расположенного на верхней кромке оболочки и входящего в треугольный конечный элемент обшивки, (2.16) в матричном виде будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} u_{s'} \\ u_{t'} \\ u_{n'} \\ \tilde{\theta}_{s'} \\ \tilde{\theta}_{t'} \end{bmatrix} = \hat{L}_v \cdot \begin{bmatrix} u_Y \\ u_Z \\ u_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \\ \theta_X \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

где матрица перехода от главной системы «жесткого узла»  $(Y, Z, X)$  к главной системе  $(s', t', n')$  узла  $v$  имеет вид:

$$\hat{L}_v = \begin{bmatrix} \cos(s', Y) & \cos(s', Z) & \cos(s', X) & Z_v \cos(s', X) & -Y_v \cos(s', X) & Y_v \cos(s', Z) - Z_v \cos(s', Y) \\ \cos(t', Y) & \cos(t', Z) & \cos(t', X) & Z_v \cos(t', X) & -Y_v \cos(t', X) & Y_v \cos(t', Z) - Z_v \cos(t', Y) \\ \cos(n', Y) & \cos(n', Z) & \cos(n', X) & Z_v \cos(n', X) & -Y_v \cos(n', X) & Y_v \cos(n', Z) - Z_v \cos(n', Y) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(s', Y) & \cos(s', Z) & \cos(s', X) \\ 0 & 0 & 0 & \cos(t', Y) & \cos(t', Z) & \cos(t', X) \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Итак, перемещения каждого элемента отсчитываются в «местной» системе координат, связанной с этим элементом. Каждый элемент имеет свою собственную местную систему.

Перемещения узла отсчитываются в главной системе координат, связанной с узлом. Каждый узел имеет, вообще говоря, свою собственную главную систему координат, причём главные системы координат регулярных узлов образованы касательными к координатным линиям цилиндрической системы  $(z, \varphi, r)$ , а главная система «жесткого» узла совпадает с общей декартовой системой координат. Каждый регулярный узел может иметь от 5 до 8 степеней свободы, в



зависимости от того, какие элементы примыкают к этому узлу. «Жесткий» узел имеет 6 степеней свободы. Необходимое число перемещений узла конечного элемента (в местной системе координат) может быть выражено через перемещения узла в главной системе с учетом формул взаимосвязи систем (2.10), (2.14) и (2.20). «Лишние» степени свободы узла, от которых не зависят перемещения ни одного элемента, примыкающего к этому узлу, вычёркиваются из множества степеней свободы конечно-элементной модели. Это позволяет избежать вырождения глобальной матрицы жесткости системы уравнений.

Схема формирования степеней свободы в конечно-элементной модели сетчатой оболочки представлена на рисунке 2.12.

На нижней кромке сетчатой оболочки будем проводить закрепление в узлах перемещений и углов поворота либо шарнирным закреплением, либо заделкой. Под заделкой здесь понимается жесткое закрепление всех линейных перемещений и углов поворота узлов на нижней кромке конструкции. Шарнирное закрепление должно учитывать расположение точки крепления по толщине ребра (например, кольцевого) в физической модели и соотносить его с местом расположения в дискретной модели; в эту точку должен быть помещён узел конечно-элементной модели.

На рисунке 2.13 представлена схема шарнирного закрепления перемещений  $u_t$  в точке со сдвигом по толщине спирального ребра. Точка  $O'$  расположена на нижней кромке оболочки и сдвинута по толщине кольцевого ребра на величину  $e_n$  от узла  $O$  на поверхности приведения.

Закрепление перемещений вдоль оси  $t$  в точке  $O'$  будет соответствовать следующему условию:

$$u_t + e_n \cdot \theta_s = 0, \quad (2.21)$$

где  $e_n$  – эксцентриситет для точки  $O'$ .

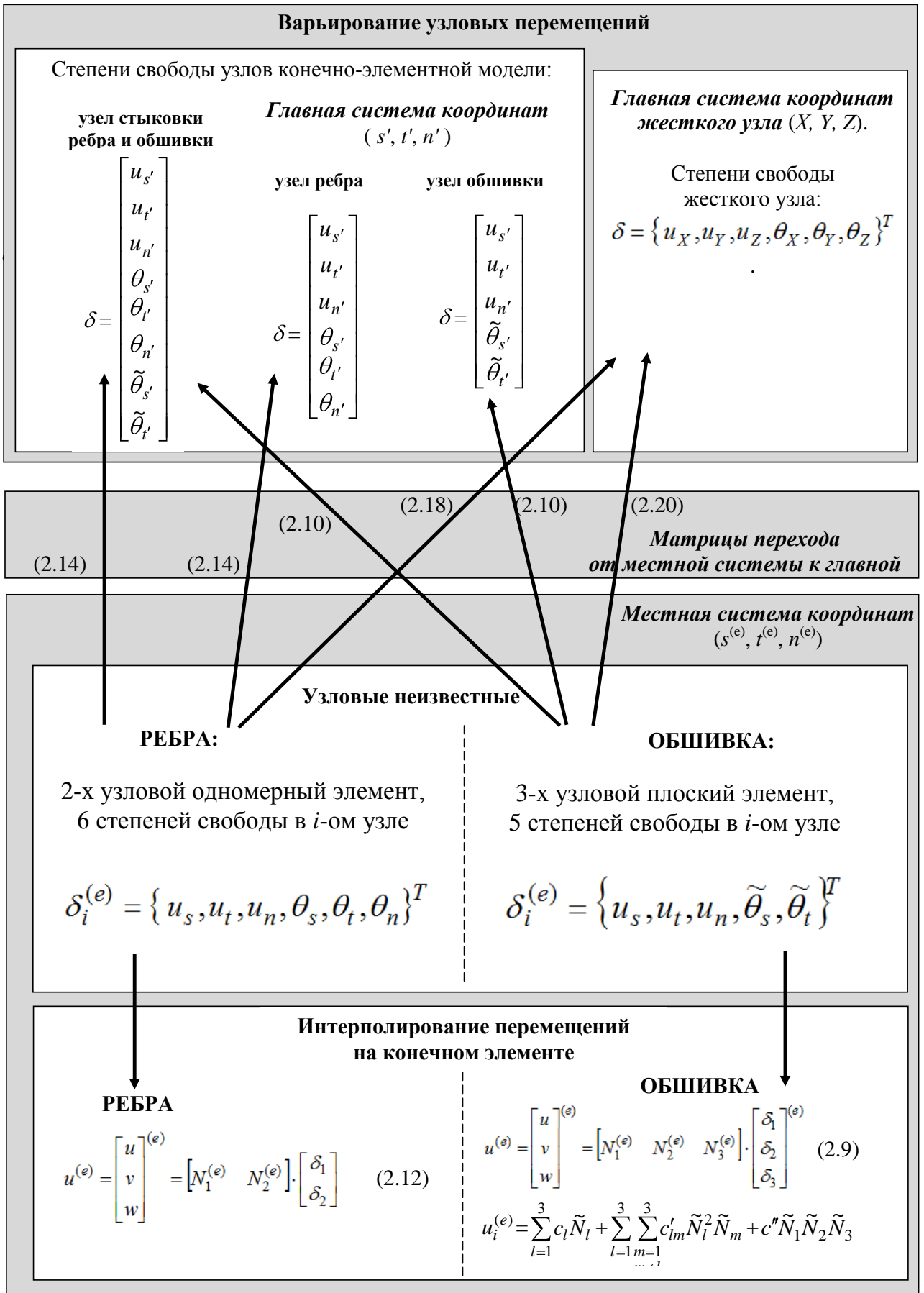


Рисунок 2.12 – Логическая схема формирования степеней свободы в узлах конечно-элементной модели анизотридной оболочки

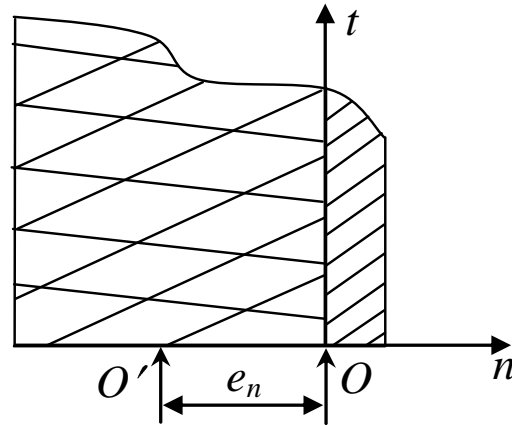


Рисунок 2.13 – Схема шарнирного закрепления в точке, отстоящей от поверхности приведения на нижней кромке оболочки:

крупная штриховка – кольцевое ребро, мелкая штриховка - обшивка

Если же выбрать узел в точке  $O$ , то граничное условие принимает канонический вид:

$$u_t = 0. \quad (2.22)$$

Положение сечения относительно узла корректируется заданием эксцентриситета и введением дополнительного преобразования перемещений, аналогичного (2.16).

## 2.2 Дискретная модель деформирования конструкции

Рассмотрим задачу расчета напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочечной конструкции в вариационной постановке. При её решении используем метод перемещений и принцип Лагранжа [104]: из всех кинематически допустимых полей перемещений уравнениям равновесия и статическим граничным условиям удовлетворяет то, которое доставляет минимум потенциальной энергии конструкции.

Такой подход позволяет естественным образом выполнить все уравнения теории упругости и граничные условия.

Для построения пространства всех допустимых полей перемещений обозначим за  $\Gamma$  – поверхность оболочечной конструкции. Для задания граничных условий разобьем  $\Gamma$  на три множества:  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_3$ . За  $\Gamma_1$  обозначим свободный

верхний край оболочки, на котором не закреплены перемещения и к которому приложена внешняя нагрузка  $P$ . За  $\Gamma_2$  обозначим нижний край (торец) оболочки, на котором линейные перемещения и углы поворота нормали принимают нулевые значения. За  $\Gamma_3$  – дополнение  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$  до  $\Gamma$ .

При моделировании сетчатых оболочек будем использовать следующие способы задания нагрузки:

- равномерное или неравномерное распределение нагрузки в узлах модели на верхней кромке;
- приложение сосредоточенной силы или моментов в «жестком» узле.

Задание нагрузки через «жесткий» узел используется, если требуется обеспечить отсутствие деформаций отдельных частей модели, например, при нагружении через плиту. Перемещения элемента приводятся к перемещениям «жесткого» узла, не совпадающего с узловой точкой конечного элемента.

В качестве статической гипотезы примем следующую: нормальные напряжения  $\sigma_n$ , действующие вдоль нормали к поверхности приведения, отсутствуют, а касательные напряжения поперечного сдвига  $\tau_{sn}$  и  $\tau_{tn}$  на лицевых поверхностях равны нулю [184].

За основу при выводе разрешающих уравнений задачи статики принимается условие [25, 103, 164]

$$\Pi = \min_{u \in U} \Pi(u) \quad (2.23)$$

при граничных условиях в перемещениях  $u|_{\Gamma_2} = 0$  и внешних нагрузках  $P|_{\Gamma_1} = p$ ,

где  $u = [u, v, w]^T$ ,  $u \in U$  – варьируемое поле перемещений,

$U$  - пространство кинематически возможных полей перемещений,

$p$  - внешние нагрузки (внешняя сила, приложенная к верхней кромке оболочки),

$\Pi(u)$  – потенциальная энергия как функционал, зависящий от перемещений.

Потенциальная энергия равна разности энергии деформации и работы внешних сил

$$\Pi(u) = W(u) - A(u), \quad (2.24)$$

где  $W(u)$  – полная энергия деформации,

$A(u)$  – работа внешних сил.

Полная энергия деформации представляется в виде интеграла её плотности по объёму тела:

$$W(u) = \int_V \frac{1}{2} (\varepsilon^T \sigma - \varepsilon_0^T \sigma) dV, \quad (2.25)$$

где  $\varepsilon = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}]^T$  - вектор-столбец полной деформации,

$\varepsilon_0 = [\varepsilon_x^0 \quad \varepsilon_y^0 \quad \varepsilon_z^0 \quad \gamma_{xy}^0 \quad \gamma_{yz}^0 \quad \gamma_{xz}^0]^T$  - вектор-столбец начальной деформации,

$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}]^T$  - вектор-столбец напряжений.

Учитывая:

- обобщенный закон Гука  $\sigma = D\varepsilon - D\varepsilon_0$ , связывающий компоненты тензоров напряжений и деформаций ( $D$  – матрица упругих характеристик материала),

- дифференциальные соотношения между деформациями и перемещениями

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x},$$

- принятые статические и кинематические условия для обшивки и ребер,

полная энергия деформации (2.25) представляется в виде квадратичного функционала:

$$W(u) = \int_V \frac{1}{2} (u^T B^T D B u - 2u^T B^T D \varepsilon_0 + \varepsilon_0^T D \varepsilon_0) dV, \quad (2.26)$$

где  $D$  - матрица упругости,  $B$  – дифференциальный оператор, связывающий перемещения и деформации в виде  $\varepsilon = B u$ .

Работа внешних сил является линейным функционалом перемещений:

$$A(u) = \int_{\Gamma_1} p^T u dl_1 + \int_{\Gamma} g^T u dS + \int_V q^T u dV, \quad (2.27)$$

где  $\Gamma$  – поверхность оболочки,  $\Gamma_1$  – её верхняя кромка,  $V$  – объем,  $l_1$  – длина  $\Gamma_1$ ,  $S$  – площадь поверхности  $\Gamma$ .

С учетом (2.26) и (2.27) полная потенциальная энергия конструкции имеет вид:

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \left( u^T B^T D B u - 2u^T B^T D \varepsilon_0 + \varepsilon_0^T D \varepsilon_0 \right) dV - \int_{\Gamma_1} p^T u dl_1 - \int_{\Gamma} g^T u ds - \int_V q^T u dV. \quad (2.28)$$

Далее обычным образом представим искомое поле перемещений в виде линейной комбинации базисных функций с коэффициентами, равными узловым перемещениям  $\Delta$ :

$$u^{(e)} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}^{(e)} = [N^{(e)}]^T \cdot [L^{(e)}] \cdot \Delta,$$

где  $N^{(e)}$  – матрица функций формы на элементе,  $L^{(e)}$  – матрица перехода от местной системы элемента к главной системе координат.

Это приводит функционал (2.28) к его дискретному аналогу – квадратичной форме конечного числа узловых перемещений. Для её минимизации продифференцируем дискретный аналог (2.28) по  $\Delta$  и приравняем результат к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta} = \sum_{e=1}^E \left[ \int_{V^{(e)}} [L^{(e)}]^T [B^{(e)}]^T D^{(e)} [B^{(e)}] [L^{(e)}] dV \Delta - \int_{V^{(e)}} [L^{(e)}]^T [B^{(e)}]^T D^{(e)} \varepsilon_0 dV - \right. \\ \left. - \int_{\Gamma_1^{(e)}} [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T p dl_1 - \int_{\Gamma} [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T g ds - \int_V [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T q dV \right] = 0, \quad (2.29) \end{aligned}$$

где  $E$  – количество конечных элементов модели.

Выражение (2.29) определяет на каждом элементе вектор нагрузки

$$\begin{aligned} F^{(e)} = \int_{V^{(e)}} [L^{(e)}]^T [B^{(e)}]^T D^{(e)} \varepsilon_0 dV - \int_{\Gamma_1^{(e)}} [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T p dl_1 + \\ \int_{\Gamma} [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T g ds + \int_V [L^{(e)}]^T [N^{(e)}]^T q dV \quad (2.30) \end{aligned}$$

и матрицу жесткости

$$K^{(e)} = \int_{V^{(e)}} [L^{(e)}]^T [B^{(e)}]^T D^{(e)} [B^{(e)}] dV. \quad (2.31)$$

Глобальная матрица жесткости  $K = \sum_{e=1}^E [K^{(e)}]$  и глобальный вектор-столбец

$F = \sum_{e=1}^E [F^{(e)}]$  позволяют записать выражение (2.29) в виде системы линейных

уравнений равновесия:

$$K\Delta = F. \quad (2.32)$$

Решая систему (2.32), определяем узловые перемещения  $\Delta$ .

Для описания деформации обшивки и сетчатой структуры оболочечной конструкции при статическом нагружении применим теорию тонких пластин для обшивки и балочную теорию для ребер.

Рассмотрим деформирование обшивки оболочки. На рисунке (2.14) представлена местная система координат на элементе обшивки в виде треугольной пластины.

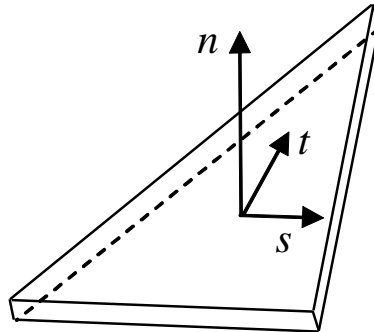


Рисунок 2.14 – Оси местной системы координат в треугольной пластине

Деформации поверхности приведения включают мембранные компоненты в виде линейных деформаций  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_t$  и деформацию сдвига  $\gamma_{st}$ , компоненты кривизны  $\kappa_s$ ,  $\kappa_t$  и кручения  $\chi$  [78]. С учетом гипотезы Кирхгофа-Лява их можно выразить через перемещения координатной поверхности [13]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{st} \\ \kappa_s \\ \kappa_t \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial s^2} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ 0 & 0 & -2\frac{\partial^2}{\partial s \partial t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

где  $u, v, w$  – соответственно перемещения в местной системе координат вдоль осей  $s, t, n$ .

Деформации материала пластины в каждой её точке вдоль нормали линейно зависят от нормальной координаты и выражаются через деформации координатной плоскости [131]:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_s(s, t, n) &= \varepsilon_s(s, t) + n \cdot \kappa_s(s, t), \\ \tilde{\varepsilon}_t(s, t, n) &= \varepsilon_t(s, t) + n \cdot \kappa_t(s, t), \\ \tilde{\gamma}_{st}(s, t, n) &= \gamma_{st}(s, t) + n \cdot \chi(s, t). \end{aligned} \quad (2.34)$$

В (2.34)  $\tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_t$  – линейные деформации вдоль осей  $s$  и  $t$  соответственно,  $\tilde{\gamma}_{st}$  – угловая деформация в плоскости  $(s, t)$ ,  $n$  – координата вдоль нормали.

Будем рассматривать конструкцию, выполненную из ортотропного композиционного материала. Плоскости упругой симметрии ортотропного материала совпадают с координатными плоскостями  $(s, t, n)$ . Материал пластины находится в условиях плоского напряженного состояния, поэтому принятая выше статическая гипотеза позволяет не учитывать в расчетах компоненты напряжений  $\sigma_n$  и деформаций  $\tilde{\varepsilon}_n$ .

Учитывая сказанное выше, запишем физический закон при плоском напряженном состоянии для ортотропного материала [131]:



$$\begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_s \\ \tilde{\varepsilon}_t \\ \tilde{\gamma}_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_s} & -\frac{\mu_{st}}{E_t} & 0 \\ -\frac{\mu_{ts}}{E_s} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{st}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_t \\ \tau_{st} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

где  $E_s, E_t$  – модули упругости в направлениях  $s$  и  $t$  соответственно,  $\mu_{st}, \mu_{ts}$  – коэффициенты поперечной деформации,  $G_{st}$  – модуль сдвига.

Учитывая (2.34), будем рассматривать вместо напряжений статически эквивалентные им погонные усилия и моменты [131]:

$$\left[ N_s \quad N_t \quad N_{st} \quad M_s \quad M_t \quad M_{st} \quad Q_s \quad Q_t \right]^T, \quad (2.36)$$

где  $N_s, N_t$  - погонные нормальные усилия,

$N_{st}$  - погонное касательное усилие,

$M_s, M_t$  - изгибающие моменты,

$M_{st}$  - крутящий момент,

$Q_s, Q_t$  - погонные поперечные усилия.

Пренебрежем далее погонными поперечными усилиями  $Q_s, Q_t$ , так как в теории тонких пластин эти усилия считаются малыми по сравнению с остальными.

Представим погонные усилия и моменты через мембранные деформации и деформации кривизны и кручения [131]:

$$\begin{bmatrix} N_s \\ N_t \\ N_{st} \\ M_s \\ M_t \\ M_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & C_{66} \\ C_{11} & C_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{st} \\ \kappa_s \\ \kappa_t \\ \chi \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

где  $B_{ml}, C_{ml}, D_{ml}, B_{mlml}, C_{mlml}, D_{mlml}$  ( $m, l=1, 2, 6$ ) - жесткостные характеристики обшивки, определяющиеся через упругие постоянные материала конечного элемента и его толщину  $h$ .

Расчет жесткостных характеристик конечного элемента обшивки проведем по приведенным ниже формулам:

$$B_{ml} = \int_0^h d_{ml} dn, \quad C_{ml} = \int_0^h d_{ml} n dn, \quad D_{ml} = \int_0^h d_{ml} n^2 dn, \quad (2.38)$$

где  $d_{ml}$  - компоненты матрицы упругости материала.

С учетом обращенного равенства (2.35)

$$\begin{bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_t \\ \tau_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & \frac{\mu_{st}E_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & 0 \\ \frac{\mu_{ts}E_t}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & \frac{E_t}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{st} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_s \\ \tilde{\varepsilon}_t \\ \tilde{\gamma}_{st} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$d_{11} = \frac{E_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}}, \quad d_{12} = d_{21} = \frac{\mu_{st}E_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}}, \quad d_{22} = \frac{E_t}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}}, \quad d_{66} = G_{st}.$$

В матричном виде физический закон (2.37) можно записать в виде  $\sigma = D\varepsilon$ , где матрица упругости  $D$  для обшивки будет иметь вид:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{hE_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & \frac{h\mu_{st}E_t}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & 0 & \frac{h^2E_s}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^2\mu_{st}E_t}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 \\ \frac{h\mu_{ts}E_s}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & \frac{hE_t}{1 - \mu_{st}\mu_{ts}} & 0 & \frac{h^2\mu_{ts}E_s}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^2E_t}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 \\ 0 & 0 & hG_{st} & 0 & 0 & h^2G_{st} \\ \frac{h^2E_s}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^2\mu_{st}E_t}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 & \frac{h^3E_s}{3(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^3\mu_{st}E_t}{3(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 \\ \frac{h^2\mu_{ts}E_s}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^2E_t}{2(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 & \frac{h^3\mu_{ts}E_s}{3(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & \frac{h^3E_t}{3(1 - \mu_{st}\mu_{ts})} & 0 \\ 0 & 0 & h^2G_{st} & 0 & 0 & \frac{h^3G_{st}}{3} \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Рассмотрим деформирование сетчатой структуры оболочки, для этого представим ребра в виде балок. На рисунке (2.15) изображена местная система координат в балке.

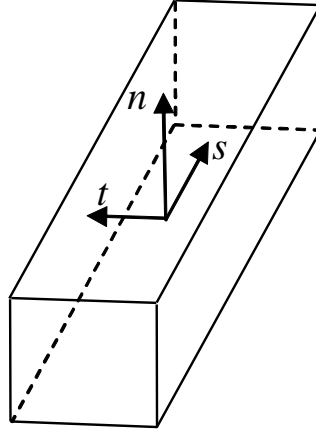


Рисунок 2.15 – Оси местной системы координат в балке

Согласно балочной теории, деформации линии поверхности приведения включают: продольную линейную деформацию балки  $\varepsilon_s$ , деформации поперечного сдвига  $\gamma_{st}$ ,  $\gamma_{sn}$ , компоненты кривизны  $\kappa_n$ ,  $\kappa_t$  и кручения  $\chi$  [78]. Представим деформации через перемещения координатной поверхности:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_s \\ \kappa_t \\ \kappa_n \\ \chi \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial n} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} & \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_s \\ \theta_t \\ \theta_n \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

где  $u, v, w$  - перемещения в местной системе координат вдоль осей  $s, t, n$ ;

$\theta_s, \theta_t, \theta_n$  - повороты сечений балки.

Деформации материала балки в каждой её точке выражаются через деформации поверхности приведения в виде:

$$\tilde{\varepsilon}_s(s, t, n) = \varepsilon_s(s, t) + n \cdot \kappa_t(s, t, n) + t \cdot \kappa_n(s, t, n),$$

$$\tilde{\gamma}_{st}(s, t, n) = \gamma_{st}(s, t) + F_1(t, n) \cdot \chi(s), \quad (2.42)$$

$$\tilde{\gamma}_{sn}(s, t, n) = \gamma_{st}(s, t) + F_2(t, n) \cdot \chi(s).$$

В формулах (2.42)  $\tilde{\varepsilon}_s$  - линейная деформация вдоль оси  $s$ ;  $\tilde{\gamma}_{st}$ ,  $\tilde{\gamma}_{sn}$  - угловые деформации в плоскостях  $(s, t)$  и  $(s, n)$  соответственно;  $t$  - координата вдоль оси  $t$ ;  $n$  - координата вдоль нормали,  $F_1(t, n)$ ,  $F_2(t, n)$  - функции, определяющие распределение деформаций в сечении.

Как условились выше, реберная структура оболочки выполнена из ортотропного композиционного материала, тогда физический закон Гука можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_s \\ \tilde{\gamma}_{st} \\ \tilde{\gamma}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_{st}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{sn}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_s \\ \tau_{st} \\ \tau_{sn} \end{bmatrix}, \quad (2.43)$$

где  $E_s$  - модуль упругости в направлении  $s$ ;  $G_{st}$ ,  $G_{sn}$  - модули сдвига.

Далее будем рассматривать вместо напряжений статически эквивалентные им сосредоточенные усилия и моменты [131]:

$$\left[ N_s \quad Q_t \quad Q_n \quad M_s \quad M_t \quad M_n \right]^T, \quad (2.44)$$

где  $N_s$  - сосредоточенное нормальное усилие,

$Q_t$ ,  $Q_n$  - поперечные усилия,

$M_t$ ,  $M_n$  - изгибающие моменты,

$M_s$  - крутящий момент.

Выразим напряжения в балке через деформации поверхности приведения с учетом обращенного равенства (2.43) и равенства (2.42):

$$\begin{bmatrix} \sigma_s \\ \tau_{st} \\ \tau_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & G_{sn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_s \\ \tilde{\gamma}_{st} \\ \tilde{\gamma}_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & G_{sn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_s + n \cdot \kappa_t + t \cdot \kappa_n \\ \gamma_{st} + F_1(t, n) \cdot \chi \\ \gamma_{st} + F_2(t, n) \cdot \chi \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

Сосредоточенные интегральные усилия и моменты представим в интегральном виде [131]:

$$\begin{aligned} N_s &= \int_F \sigma_s dF, & Q_t &= \int_F \tau_{st} dF, & Q_n &= \int_F \tau_{sn} dF, \\ M_t &= \int_F n \sigma_s dF, & M_n &= - \int_F t \sigma_s dF, & M_s &= \int_F (t \tau_{sn} - n \tau_{st}) dF. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Учитывая (2.45) перепишем (2.46) в матричном виде  $\sigma = D\varepsilon$ :

$$\begin{bmatrix} N_s \\ M_t \\ M_n \\ M_s \\ Q_t \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s F & E_s \int_F n dF & E_s \int_F t dF & 0 & 0 & 0 \\ E_s \int_F n dF & E_s \int_F n^2 dF & E_s \int_F n t dF & 0 & 0 & 0 \\ -E_s \int_F t dF & -E_s \int_F t n dF & -E_s \int_F t^2 dF & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \int_F (t G_{sn} F_2 - n G_{st} F_1) dF & -G_{st} \int_F n dF & G_{sn} \int_F t dF \\ 0 & 0 & 0 & G_{st} \int_F F_1 dF & G_{st} \int_F dF & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{sn} \int_F F_2 dF & 0 & G_{sn} \int_F dF \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_s \\ \kappa_t \\ \kappa_n \\ \chi \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{sn} \end{bmatrix},$$

где  $D$  - матрица упругости балки; функции  $F_1$ ,  $F_2$  определяются деформацией сечения.

Прогибы элемента выражаются через те же узловые переменные (линейные перемещения и углы поворота геометрической нормали), что и прогибы обшивки, и для них выбраны те же базисные функции. Это обеспечивает совместность прогибов.

Деформация поперечного сдвига определяется как разность между углами поворота геометрической и материальной нормали, т.е. между функциями  $\tilde{\theta}_t$  и  $\theta_t$ . При этом узловые значения  $\theta_t$  варьируются независимо от  $\tilde{\theta}_t$ .

Модель совместного деформирования элементов анизотридных сетчатых оболочек представлена в публикациях [45, 46].

### 2.3 Сопоставление дискретного и континуального подходов при расчете напряжений в окрестности вырезов

Рассмотрим вопрос о пределах применимости континуального подхода при расчете НДС сетчатых оболочечных конструкций, содержащих вырезы соизмеримые с размерами структурной ячейки, образованные ребрами.

Сопоставим два подхода к задаче расчета НДС сетчатых оболочек при статическом нагружении, основанные на полном дискретном моделировании системы ребер и на осреднении напряжений в рамках континуальной модели конструктивно-ортотропной оболочки.

При построении континуальной модели сетчатую оболочку можно представить как многослойную конструкцию: регулярную систему часто расположенных ребер можно заменить условным сплошным слоем, обладающим некоторыми осредненными жесткостными характеристиками. Воспользуемся методикой осреднения деформаций в ребрах оболочки, предложенной В.В. Васильевым для сетчатых структур [78].

Введем ортогональную систему координат с осями  $\alpha$  и  $\beta$ , направленными по окружности и по образующей сетчатой оболочки соответственно, и осью  $\gamma$ , направленной по нормали (рисунок 2.16). Спиральные ребра образуют два семейства, составляющие углы  $\pm\varphi_j$  с осью  $\alpha$  и характеризующиеся следующими геометрическими параметрами:  $\delta_j$  - толщиной ребра,  $a_j$  - расстоянием между спиральными ребрами.

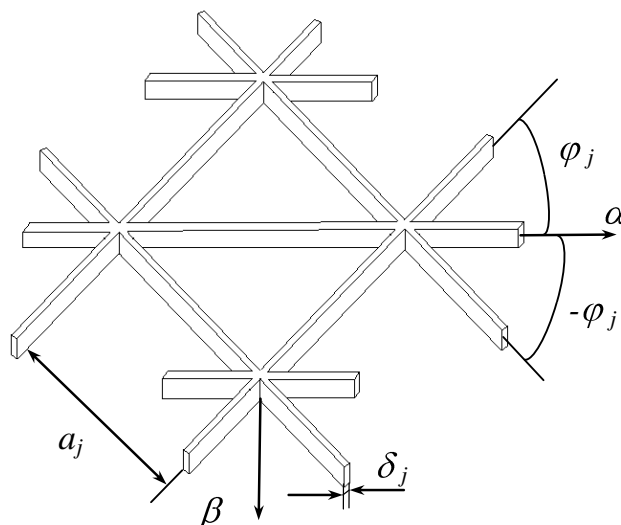


Рисунок 2.16 – Геометрические параметры сетчатой структуры

Нормальные и касательные напряжения в ребрах сетчатой структуры приводятся к условным напряжениям посредством формул [78]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha}^* &= \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \cos^2 \varphi_j, \quad \sigma_{\beta}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin^2 \varphi_j, \\ \tau_{\alpha\beta}^* &= \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin \varphi_j \cos \varphi_j,\end{aligned}\quad (2.47)$$

где  $n$  - число семейств ребер (в нашем случае три). Тогда условные напряжения выражаются через деформации формулами [78]:

$$\sigma_{\alpha}^* = A_{11}e_{\alpha} + A_{12}e_{\beta}, \quad \sigma_{\beta}^* = A_{12}e_{\alpha} + A_{22}e_{\beta}, \quad \tau_{\alpha\beta}^* = A_{33}e_{\alpha\beta}, \quad (2.48)$$

$$\tau_{\alpha\gamma}^* = G_{\alpha\gamma}e_{\alpha\gamma}, \quad \tau_{\beta\gamma}^* = G_{\beta\gamma}e_{\beta\gamma},$$

где  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{33}$ ,  $G_{\alpha\gamma}$ ,  $G_{\beta\gamma}$  - эффективные упругие постоянные однородной сетчатой структуры;  $e_{\alpha}$ ,  $e_{\beta}$ ,  $e_{\alpha\beta}$ ,  $e_{\alpha\gamma}$ ,  $e_{\beta\gamma}$  - деформации условной однородной оболочки.

Осредненные модули упругости вычисляются через модули упругости ребер по формулам [78]:

$$A_{11} = \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \cos^4 \varphi_j, \quad A_{22} = \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \sin^4 \varphi_j, \quad G_{\alpha\gamma} = \sum_j \frac{1}{a_j} G_j \delta_j \cos^2 \varphi_j, \quad (2.49)$$

$$A_{12} = A_{21} = A_{33} = \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \sin^2 \varphi_j \cos^2 \varphi_j, \quad G_{\beta\gamma} = \sum_j \frac{1}{a_j} G_j \delta_j \sin^2 \varphi_j.$$

Дальнейшее решение состоит в определении напряженно-деформированного состояния двухслойной оболочки, один из слоев которой имеет модули упругости обшивки, а второй – осредненные модули (2.49). После определения деформаций, по формулам (2.47) рассчитываем напряжения в ребрах.

Наличие вырезов, размеры которых соизмеримы с расстоянием между ребрами, нарушает одну из предпосылок применения континуальной модели: в окрестность выреза попадает малое число ребер, что заставляет предположить существенность изгибных эффектов в ребрах. Учет таких эффектов требует

моделирования всей дискретной структуры. Данный подход применяется при расчетах частных вариантов сетчатых оболочек с вырезами [74, 77, 80, 133, 173].

Проведем сравнительный анализ решений задачи расчета напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочечной конструкции при дискретном моделировании и при осреднении деформаций по слоям. В обоих случаях решение находим методом конечных элементов.

Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции при дискретном моделировании проведем в программном комплексе «Композит НК Анизогрид», а в случае осреднения деформаций ребер в программном комплексе «Композит-5.05» 1985 года. Комплекс эксплуатируется в ОАО «ЦНИИСМ».

Рассмотрим сетчатую цилиндрическую оболочечную конструкцию без вырезов и усилений с приложенной к верхней кромке сжимающей силой  $p$ . Радиус оболочки составляет  $R$ , высота по образующей  $H=1,95R$ . Материал спиральных и кольцевых ребер имеет следующие физико-механические характеристики:

$$E_1=E_2=3000 \text{ МПа}, G_{12}=500 \text{ МПа}, \mu=0,2;$$

материал обшивки:

$$E_1=408 \text{ МПа}, E_2=6329 \text{ МПа}, G_{12}=367 \text{ МПа}, \mu_1=0,72, \mu_2=0,046.$$

Расчеты напряжений в элементах сетчатой структуры проведем при последовательном уменьшении в два раза расстояния между ребрами с сохранением геометрического подобия ячейки и неизменной суммарной площади поперечного сечения ребер, что в пределе даст «размазывание» ребер в сплошной слой. Расчетная модель будет содержать от 32 до 512 пар спиральных ребер и от 5 до 80 кольцевых.

Расчеты проводились для оболочек без вырезов и для оболочек с шестиугольным отверстием, расположенным на середине высоты (рисунок 2.17). Размер выреза составлял две ромбические ячейки по образующей и четыре по окружности. При проведении численных расчетов размеры выреза оставались постоянными. Результаты численных расчетов представлены в приложении А.



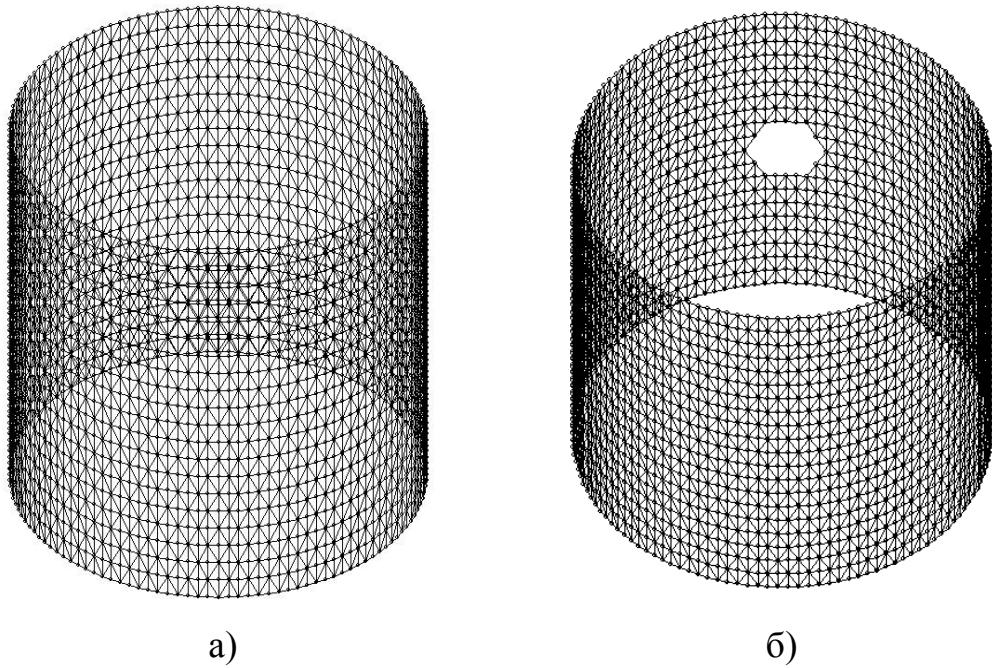
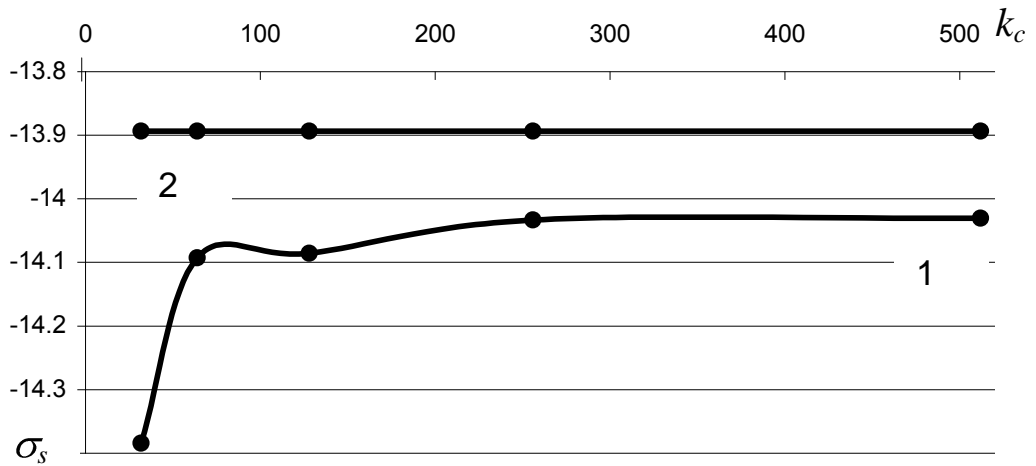


Рисунок 2.17 – Модели цилиндрических оболочечных конструкций:  
а) без вырезов; б) с некомпенсированным вырезом

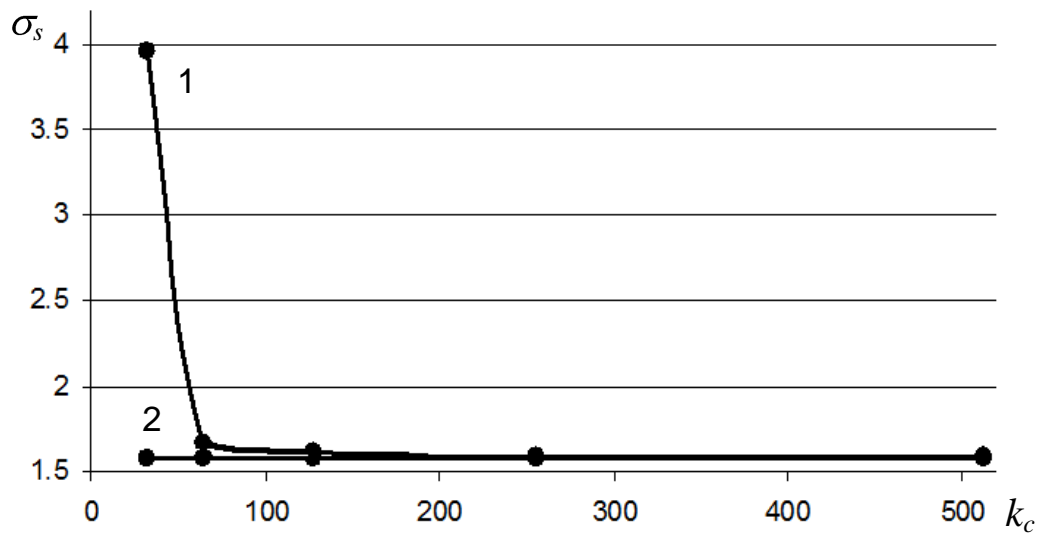
На рисунке 2.18 представлены напряжения  $\sigma_s$  спиральных и кольцевых ребер рассматриваемой конструкции при изменении числа пар спиральных ребер  $k_c$ .

Как видно из рисунка 2.18–а, для конструкции без вырезов дискретная модель дает тем меньшие (по абсолютной величине) напряжения в спиральных ребрах, чем больше число ребер, в то время как континуальная модель дает постоянные напряжения, не зависящие от числа ребер.

Наибольшая разница значений продольных напряжений кольцевых ребер, полученных дискретным моделированием и осреднением деформаций (рисунок 2.18–б), также характерна для оболочки с малым числом спиральных ребер. При этом различие между результатами расчетов уменьшается с увеличением показателя  $k_c$  и не превышает 1,5% для спиральных и 5,3% для кольцевых уже при 64 парах спиральных ребер. Это показывает высокую степень совпадения решений при расчете оболочек без вырезов.



а)



б)

Рисунок 2.18 – Напряжения  $\sigma_s$  в ребрах сетчатой структуры без вырезов:

а) спиральные ребра, б) кольцевые ребра;

1 – при дискретном моделировании, 2 – при непрерывном подходе

Рассмотрим оболочку с неподкрепленным вырезом. Особый интерес представляют напряжения реберной структуры в зоне выреза. Сравнения значений продольных напряжений ребер при «размазывании» реберной структуры в сплошной слой и дискретном моделировании проведем в расчетных точках двух балочных элементов спирального ребра и одном элементе кольцевого ребра (рисунок 2.19). В модели конечные элементы спирального (AB и CA) и кольцевого ребра (DA) стыкуются в углу выреза в точке А.

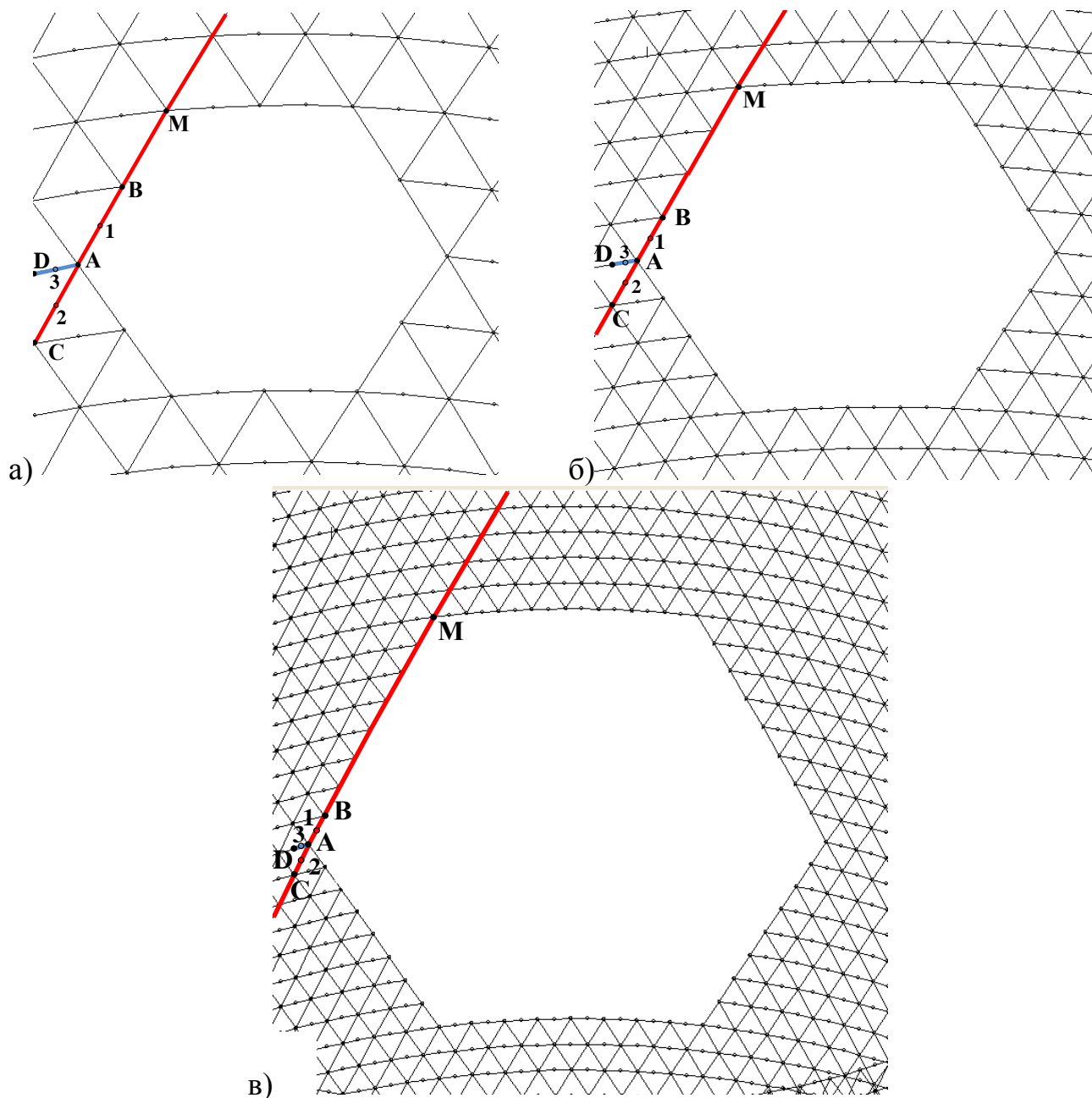


Рисунок 2.19 – Схема расположения расчетных точек 1, 2 на конечных элементах АВ, СА спирального ребра и точки 3 на элементе DA кольцевого ребра:

$$a - k_c=128; \text{ б} - k_c=256; \text{ в} - k_c=512$$

Для анализа будем использовать значения продольных напряжений ребер, которые численно рассчитывались в центре поперечного сечения конечного элемента (балки), расположенного вдоль этого элемента посередине.

На рисунке 2.19 показана схема расположения расчетных точек 1, 2, 3 для оболочки с шестиугольным вырезом при трех вариантах сгущения сетки: точка 1 на элементе АВ, точка 2 на элементе СА, точка 3 на элементе DA.

Следует отметить, что координаты точек А и М (углов выреза) в рассматриваемых моделях оставались неизменными, а расчетных точек 1, 2, 3 и точек В, С, D изменялись с учетом сгущения конечно-элементной сетки.

Обозначим за  $d_c$  отношение длины отрезка от расчетной точки 1 (или расчетной точки 2) до точки А к длине отрезка АМ.

На рисунке 2.20 представлены зависимости напряжений  $\sigma_s$  спиральных и кольцевых ребер конструкции с некомпенсированным шестиугольным вырезом при изменении показателя  $d_c$ .

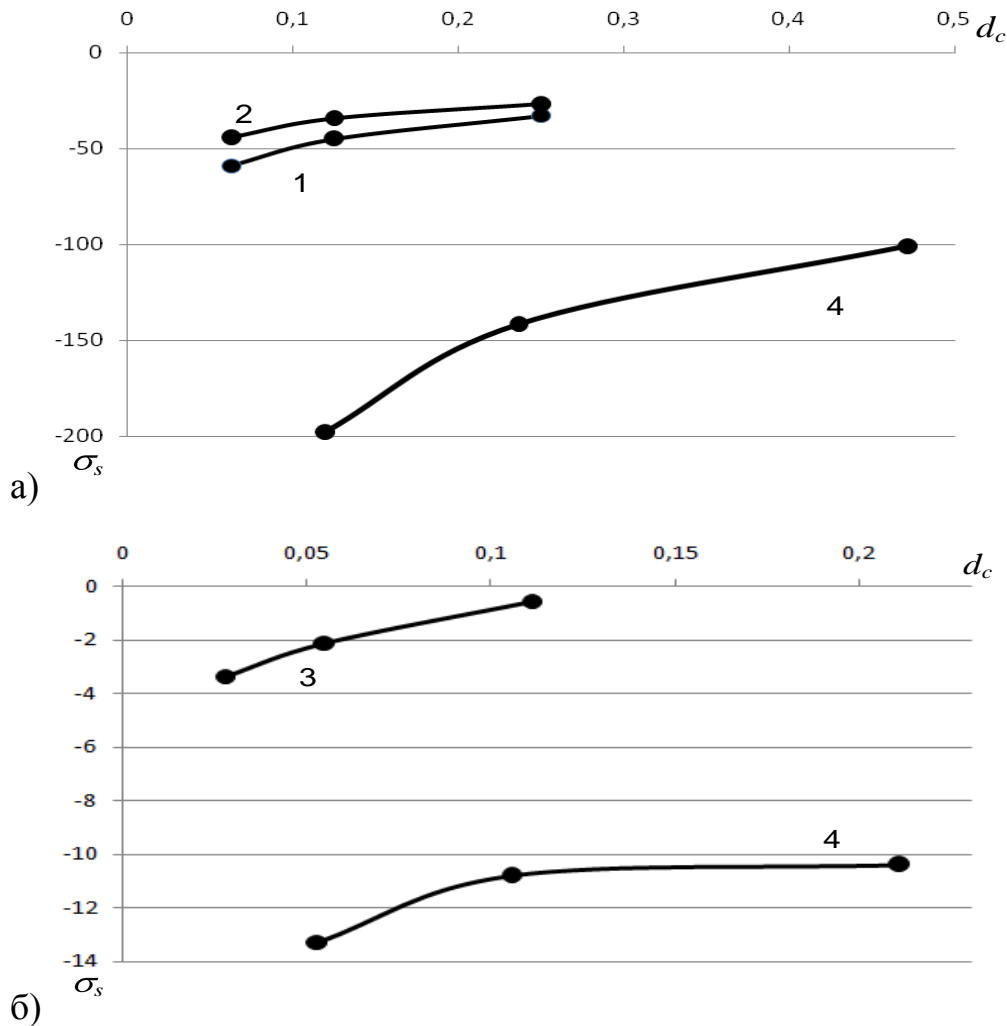


Рисунок 2.20 – Напряжения  $\sigma_s$  в ребрах сетчатой структуры конструкции с некомпенсированным вырезом: а) спиральные ребра, б) кольцевые ребра;

1, 2, 3 – при дискретном моделировании (расчетная точка 1, 2, 3),

4 – при непрерывном подходе

При наличии выреза картина становится качественно иной. Численное решение по непрерывной модели дает высокие значения напряжений, которые

растут при удвоении сетки (кривая 4 на рисунке 2.20); установление решения отсутствует, что может быть при наличии сингулярности. Напротив, дискретное моделирование ребер дает существенно меньшие напряжения в ребрах (кривые 1, 2 и 3 на рисунке 2.20). Так при  $k_c=0,249$  (128 парах спиральных ребер) продольные напряжения в спиральных ребрах, рассчитанные по континуальной модели, в 4,3 раза выше чем напряжения, полученные при дискретном моделировании; значения продольных напряжений кольцевых ребер больше в 15 раз (рисунок 2.20 - б).

Таким образом, исследованные модели дают существенно разные результаты. Континуальная модель в случае оболочек с вырезами малых размеров не учитывает всех моментных эффектов в ребрах, что приводит к завышению рассчитанных напряжений.

В заключение можно сделать вывод: дискретный подход необходимо использовать для расчета полей напряжений сетчатых оболочечных конструкций, содержащих вырезы с углами (соизмеримые с размерами структурных ячеек) [48, 62, 65].

#### **2.4 Математическая модель устойчивости сетчатой оболочечной конструкции при статическом воздействии**

Устойчивость равновесия сетчатой оболочки требует учета в математической модели нелинейных составляющих деформаций. Традиционно анализ статической устойчивости проводится путем кинематически допустимого варьирования поля перемещений и анализе зависимости потенциальной энергии от этой вариации при различных уровнях действующей нагрузки. Применительно к сетчатым оболочкам это требует учета следующих видов нелинейных деформаций:

- зависимости продольной деформации ребра от прогибов в двух плоскостях;
- зависимости мембранных деформаций обшивки от её прогибов.

Представленная выше математическая модель деформирования сетчатой оболочки строилась с учетом совместного деформирования большого числа взаимосвязанных конструктивных элементов (ребер конструкции, обшивки). Компоненты тензора деформаций реберной структуры и обшивки выражались через функции перемещения от координат поверхности приведения. Непрерывность перемещений реберной структуры и обшивки достигалась в узлах конечно-элементной модели на поверхности приведения. Это позволяет провести исследование сетчатой оболочки на устойчивость как монолитной конструкции.

В качестве метода решения обозначенной задачи используем метод конечных элементов [10, 21, 25, 31, 71, 89, 91, 129, 136, 138, 142, 160, 163, 164, 172, 174, 183] с учетом принятых выше статических и кинематических гипотез. Анализ известных подходов к решению задачи устойчивости конструкций при статическом воздействии [2, 9, 13, 14, 15, 16, 30, 72, 75, 87, 90, 95, 98, 99, 100 - 102, 106, 120, 123, 161, 162, 179, 181, 193] позволил представить математическую модель устойчивости сетчатой оболочечной конструкции из композиционных материалов при статическом нагружении в следующем известном виде.

Пусть в исходном состоянии равновесия для оболочки известна внешняя нагрузка  $P$ , перемещения  $u$  и напряжения  $\sigma$ . Пусть после малых возмущений внешней нагрузки, оболочка переходит в смежное состояние равновесия с перемещениями  $u + \tilde{u}$ .

С учетом конечно-элементных аппроксимаций для обшивки и ребер, описанных в п. 2.2, представим функционал полной потенциальной энергии конструкции в дискретном виде, как функцию приращений узловых переменных  $\delta^*$ :

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \left( \delta^{*T} K^{(e)} \delta^* + \delta^{*T} G^{(e)} \delta^* \right) - \tilde{P}^T \delta^{**}, \quad (2.50)$$

где  $K^{(e)}$  - матрица жесткости на элементе вида (2.30);  $\tilde{P}$  - приращение внешней

нагрузки;  $G = \int_V G_{ij} \sigma_{ij} dV$  - матрица геометрической жесткости элемента.

В общем виде матрицу геометрической жесткости элемента можно представить как

$$G^{(e)} = \int_{V^{(e)}} G_{ij}^{(e)} \sigma_{ij}^{(e)} dV^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \{ G_s^{(e)} \sigma_s^{(e)} + G_t^{(e)} \sigma_t^{(e)} + G_n^{(e)} \sigma_n^{(e)} + (G_{sn}^{(e)} + G_{ns}^{(e)}) \tau_{sn}^{(e)} + (G_{st}^{(e)} + G_{ts}^{(e)}) \tau_{st}^{(e)} + (G_{nt}^{(e)} + G_{tn}^{(e)}) \tau_{nt}^{(e)} \} dV^{(e)}, \quad (2.51)$$

где  $G_{ij}^{(e)}$  – матрицы нелинейных деформаций на элементе,

$\sigma_{ij}^{(e)}$  – напряжения на элементе, полученные при решении задачи статического деформирования.

Учитывая принятые статические, кинематические гипотезы и тип конечного элемента обшивки, выражение (2.51) для вычисления матрицы геометрической жесткости обшивки имеет вид:

$$G^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \left( G_s^{(e)} \sigma_s^{(e)} + G_t^{(e)} \sigma_t^{(e)} + (G_{st}^{(e)} + G_{ts}^{(e)}) \tau_{st}^{(e)} \right) dV^{(e)}. \quad (2.52)$$

Матрица геометрической жесткости балки, соответственно

$$G^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \left( G_s^{(e)} \sigma_s^{(e)} + (G_{st}^{(e)} + G_{ts}^{(e)}) \tau_{st}^{(e)} + (G_{sn}^{(e)} + G_{ns}^{(e)}) \tau_{sn}^{(e)} \right) dV^{(e)}. \quad (2.53)$$

Матрицы нелинейных деформаций на элементе рассчитываются путем дифференцирования базисных функций элемента:

$$G_s = \frac{\partial N^T}{\partial s} \frac{\partial N}{\partial s}, \quad G_t = \frac{\partial N^T}{\partial t} \frac{\partial N}{\partial t}, \quad G_{st} = \frac{\partial N^T}{\partial s} \frac{\partial N}{\partial t}, \quad G_{sn} = \frac{\partial N^T}{\partial s} \frac{\partial N}{\partial n}. \quad (2.54)$$

Суммируя по элементам, получим глобальные матрицы жесткости  $K$  и геометрической жесткости  $G$ . Условие стационарности функционала (2.50) для сетчатой оболочки в целом запишется в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$(K + G)\Delta^* = \tilde{P}, \quad (2.55)$$

где  $\Delta^*$  – приращение узловых перемещений,  $\tilde{P}$  – приращения эквивалентных узловых сил.

Предполагая, что приращение внешней нагрузки на элементе изменяется пропорционально параметру  $\lambda$  и смежное состояние конструкции близко к исходному, приращения перемещений в узлах  $\delta^*$  элемента также будут изменяться пропорционально  $\lambda$ .

Тогда для определения  $\Delta^*$  имеем следующую систему:

$$(K + \lambda G)\Delta^* = \lambda P_0, \quad (2.56)$$

где  $P_0$  - внешние нагрузки при исходном состоянии.

Корректное решение (2.56) существует в случае, когда  $\det(K + \lambda G) \neq 0$ , иначе малое изменение приложенной внешней нагрузки к конструкции приведет к появлению бесконечно больших приращений перемещений, что соответствует потере устойчивости оболочки. Поэтому задача определения критических параметров устойчивости конструкции сводится к обобщенной проблеме на собственные числа пары глобальных матриц (жесткости и геометрической жесткости) [20, 98, 143, 184, 180]:

$$(K + \lambda G)\Delta^* = 0. \quad (2.57)$$

Для нахождения собственных значений и соответствующих им собственных векторов использовался метод итераций в подпространстве [25, 143], реализованный в ПП «Композит НК».

## **2.5 Применение методов вычислительного эксперимента в задачах обеспечения статической прочности сетчатых оболочек при проектировании и диагностике**

Изложенные выше дискретные модели и методики расчетных оценок параметров НДС позволяют сформулировать методы и алгоритмы решения ряда частных задач по обеспечению прочности рассматриваемого класса конструкций на основе единой идеологии вычислительного эксперимента.

Для дальнейшего изложения разработанного подхода формализуем математическую модель исследуемой конструкции в виде [107]:

$$\chi = \Psi(\rho)\check{r}. \quad (2.58)$$



Здесь  $\chi$  – вектор переменных состояния (перемещений, напряжений и деформаций);

$\check{r}$  – вектор переменных воздействий (приложенные силы);

$\Psi$  – оператор модели, который отображает элементы пространства воздействий на элементы пространства состояний;

$\rho$  – вектор параметров модели, включающий «внутренние» характеристики моделируемого объекта (физико-механические константы материалов, геометрические размеры конструкции, размеры сечений конструктивных элементов и т.п.).

Рассмотрим основные постановки задач математического моделирования, решаемых на разных этапах проектирования и диагностики сетчатых оболочек.

На ранних стадиях проектирования проводится **оптимизация конструкции по массе**, которую можно сформулировать таким образом: найти значения структурных параметров  $\rho$ , обеспечивающих минимум критерия качества (обычно массы) при условии, что параметры состояния  $\chi$  удовлетворяют системе заданных ограничений. Применительно к сетчатым оболочкам рассматриваются ограничения по прочности, жесткости и устойчивости, а в отдельных случаях вводятся дополнительные условия.

Будем рассматривать модель (2.58) как модель «черного ящика», в которой внутреннее строение моделируемого объекта не раскрывается и констатируются причины той или иной реакции объекта на приложенные воздействия.

Тогда задача оптимизации конструкции по массе может быть поставлена в следующем виде.

**Известно:**

- начальные значения структурных параметров модели  $X_0 \in \rho$ ,
- вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ .

**Требуется определить:**

структурные параметры модели  $X \subseteq \rho$ , при которых выполняются ограничения структурных параметров  $\tilde{F}(\rho) \geq 0$  и ограничения параметров состояния  $\Phi(\chi) \geq 0$ ,

обеспечивающие минимум целевой функции  $M(\rho) \rightarrow \min$ . В качестве целевой функции  $M$  выбирается масса конструкции.

Задача **рационального проектирования** конструкции заключается в определении значений структурных параметров модели  $\rho$ , которые удовлетворяют изначально заданным ограничениям, без условия минимума критерия оптимизации. Для сетчатых оболочек в качестве ограничений структурных параметров рассматривают габариты конструкции (её радиус и высота), заданное число спиральных и/или кольцевых ребер и т.д., а также указанные выше ограничения по прочности, жесткости и устойчивости.

Запишем задачу рационального проектирования конструкции.

**Известно:**

- начальные значения структурных параметров модели  $X_0 \in \rho$ ,
- вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ .

**Требуется определить:**

структурные параметры модели  $X \subseteq \rho$ , при которых выполняются ограничения структурных параметров конструкции  $\tilde{F}(\rho) \geq 0$  и параметров состояния  $\Phi(\chi) \geq 0$ .

Решение задачи рационального проектирования сетчатых оболочек может быть получено путем проведения вычислительных экспериментов на разработанных дискретных моделях конструкций.

При производстве ответственных конструкций летательных аппаратов приобретает актуальность **задача диагностики** – определение степени соответствия конструкции поставленным техническим условиям по данным неразрушающих и разрушающих натуральных испытаний. По своей постановке задача диагностики относится к задачам идентификации. При этом интерпретация данных натуральных испытаний связана с двумя видами задач идентификации: идентификация фактических параметров прочности и жесткости конструкции и идентификация параметров нагружения.

Постановка задачи **определения фактических структурных параметров** объекта будет иметь следующий вид.

**Известно:**

- начальный (априорно заданный) вектор структурных параметров модели  $\rho$ ,
- вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ ,
- данные натурального эксперимента  $Q \stackrel{\approx}{=} \chi$ .

**Требуется определить:**

структурные параметры модели  $X \subseteq \rho$ , при которых выполняются условия ограничения на отклики модели  $\tilde{F}(\rho) \geq 0$  и обеспечивается минимум критерия качества идентификации  $\Psi = \|\chi - Q\| \rightarrow \min$ , где  $Q'$  – данные натурального эксперимента.

**Задача идентификации для нагрузок конструкции** может быть сформулирована следующим образом.

**Известно:**

- вектор структурных параметров модели  $\rho$ ,
- априорно заданный вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ ,
- данные натурального эксперимента  $Q \stackrel{\approx}{=} \chi$ .

**Требуется определить:**

параметры вектора нагрузок  $\tilde{R} \subseteq \check{r}$ , при которых выполняются ограничения на параметры нагрузок  $\tilde{F}(\check{r}) \geq 0$  и обеспечивается минимум критерия качества идентификации  $\Psi = \|\chi - Q\| \rightarrow \min$ , где  $Q'$  – данные натурального эксперимента.

Обозначенные выше задачи применительно к классу сетчатых оболочек решаются с помощью технологии вычислительного эксперимента [3, 85, 130, 186].

Метод полного дискретного моделирования обладает существенным недостатком, связанным с необходимостью трудоемких и продолжительных расчетов на компьютере, который не позволяет использовать только его в качестве общего универсального инструмента расчета НДС рассматриваемого класса оболочек. Так, на стадии проектирования при изменении или подборе

геометрических характеристик элементов конструкции или введении новых элементов в дискретную модель необходимо каждый раз перестраивать и проводить расчеты. Таким образом, всю работу по дискретизации требуется проводить заново.

Автором предложено использовать методы вычислительного эксперимента для параметрического исследования полей напряжений и деформаций в сетчатых оболочках, результаты которого далее используются в рациональном проектировании и при параметрической оптимизации. Тогда технология вычислительного эксперимента складывается из следующих этапов: кодирование факторов, составление план-матрицы вычислительного эксперимента, реализация плана вычислительного эксперимента, построение и проверка адекватности аппроксимирующей модели отклика, оценка значимости коэффициентов аппроксимации. Дополнительно добавляется этап решения поставленной задачи моделирования (рационального проектирования, оптимизации и идентификации) с использованием аппроксимирующей модели. Вопрос построения моделей, аппроксимирующих те или иные виды отклика сетчатой оболочки на различные виды воздействий, будет рассмотрен далее, в главах 5 и 6, для различных постановок задач.

На первом этапе выбираем факторы, определяющие состояние объекта, в данном случае конструкции, и функции отклика. К особенностям вычислительного эксперимента следует отнести отсутствие этапа рандомизации опытов и стабилизации нужного уровня каждого фактора в течение всего опыта.

При выборе факторов следует учитывать априорную информацию о поведении конструкции при изменении предполагаемых факторов, возможность технической реализации изменений варьируемых параметров при реализации изделий. Выбор функции отклика определяется целью проводимого исследования с учетом решаемых задач, постановка которых приведена выше.

Так, при решении обозначенных задач варьируемые факторы выбираются из числа структурных параметров модели: геометрические размеры и вид конструктивных элементов, физико-механические константы материалов, число

конструктивных элементов в оболочке и т.д. В качестве отклика рассчитываются поля напряжений, деформаций, перемещений конструкции, её масса, а также критические нагрузки по устойчивости.

План-матрица вычислительного эксперимента составляется с учетом физических ограничений, например габаритов конструкций, и с учетом особенностей задания варьирования выбранных факторов в программном комплексе.

При полном факторном эксперименте определяется значение отклика при всех возможных сочетаниях уровней варьирования факторов. Если в вычислительный эксперимент входит  $m$  факторов, каждый из которых имеет  $b$  уровней, то для осуществления полного факторного эксперимента необходимо поставить  $n = b^m$  опытов.

При использовании линейной аппроксимации функции отклика количество опытов можно сократить путем проведения дробного факторного эксперимента, который представляет реплику (часть) от полного факторного эксперимента. Для получения дробных реплик на основе полного факторного эксперимента  $2^m$ , приравнивают  $s$  линейных эффектов к эффектам взаимодействия высшего порядка. В план-матрице это проявляется в виде добавления  $s$  столбцов к основным  $m-s$ , при этом добавленные столбцы формируются путем поэлементного умножения не менее двух и не более  $m-s$  основных факторов. Число опытов в дробном факторном эксперименте составляет  $n = 2^{m-s}$ , а предельное число факторов  $2^{m-s} - 1$ .

При выборе в качестве аппроксимации функции отклика полинома второго порядка, необходимо построение плана, в котором каждый фактор принимает хотя бы три различных значения. При построении планов второго порядка нежелательно использовать полный факторный эксперимент типа  $n = 3^m$ , так как он обладает избыточностью опытов. Для решения обозначенной проблемы можно использовать центральные композиционные планы: планы Бокса и Хартли [186].

Ядром плана Хартли является регулярная реплика  $2^{m-s}$ , в которой некоторые парные взаимодействия факторов по модулю равны линейным факторам.

После того, как выбраны факторы и определен отклик вычислительного эксперимента, сформирована план-матрица эксперимента, можно приступить к его проведению. В качестве инструмента вычислительного эксперимента должен выступать программный комплекс, который позволит быстро генерировать конечно-элементную модель конструкции с учетом варьируемых факторов.

Сотрудниками кафедры математики и математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) ФГБОУ ВПО «Кемеровский государственный университет» разработан и реализован пакет программ «Композит НК», предназначенный для решения задач статики, устойчивости и динамики машиностроительных конструкций сложной геометрии [37, 50, 57, 152]. Для задания дискретных моделей пространственных геометрических конструкций в ПП «Композит НК» используется встроенный язык программирования «Ядро», предназначенный для создания регулярных последовательностей числовых, булевых и строковых данных. Встроенный язык позволяет разработать конечно-элементную модель оболочки с учетом параметризации её структурных параметров. Это позволяет быстро перенастраивать модель конструкции при проведении вычислительных экспериментов.

Рассмотрим основные этапы разработанной методологии, включающей использование упрощенных аналитических оценок, численных методов и методов вычислительного эксперимента.

Регулярная структура спиральных и кольцевых ребер, нагруженная сжимающей силой вдоль оси, допускает получение приближенных аналитических оценок для усилий и изгибающих моментов в ребрах. В силу линейности деформирования соответствующие величины могут быть выражены в долях от некоторого условного напряжения, в качестве которого можно выбрать, например, отношение сжимающей силы к суммарной площади поперечного сечения всех спиральных ребер. Такие напряжения, действующие в оболочке без конструктивных вырезов, будем называть **фоновыми**. Оценка фоновых

напряжений и соответствующих деформаций будет приведена в следующих разделах.

Конструктивный вырез в оболочке изменяет напряженно-деформированное состояние. Местные возмущения поля напряжений в зоне выреза могут быть определены только с помощью дискретной модели. Целесообразно также относить их к условному напряжению и определять по дискретной модели **поправочные коэффициенты** в виде отношения рассчитанных напряжений в зоне выреза к фоновым напряжениям. Максимальные напряжения в элементах конструкции (ребрах, обшивке и окантовке) будут различными. Отношение максимального напряжения к фоновому представляет собой **коэффициент концентрации** напряжений на вырезе; очевидно, что таких коэффициентов будет несколько – отдельно для каждого семейства ребер, для обшивки и для окантовки.

Для использования методологии вычислительного эксперимента применительно к сетчатым оболочкам нерегулярной структуры целесообразно ограничить класс задач, подлежащих автоматизации. Вычисление поправочных коэффициентов требует автоматической генерации данных для получения значений откликов модели по построенному плану и аппроксимации зависимостей откликов от варьируемых факторов для последующего анализа. Конкретизация представленного подхода должна выполняться для частных задач и конкретных конструкций. Тем не менее, существует достаточно широкий класс инвариантных задач, программная реализация которых составляет основу предлагаемого инструментария.

На рисунке 2.21 представлена принципиальная схема алгоритма проведения вычислительного эксперимента, включающая расчет фоновых напряжений и поправочных коэффициентов к ним.

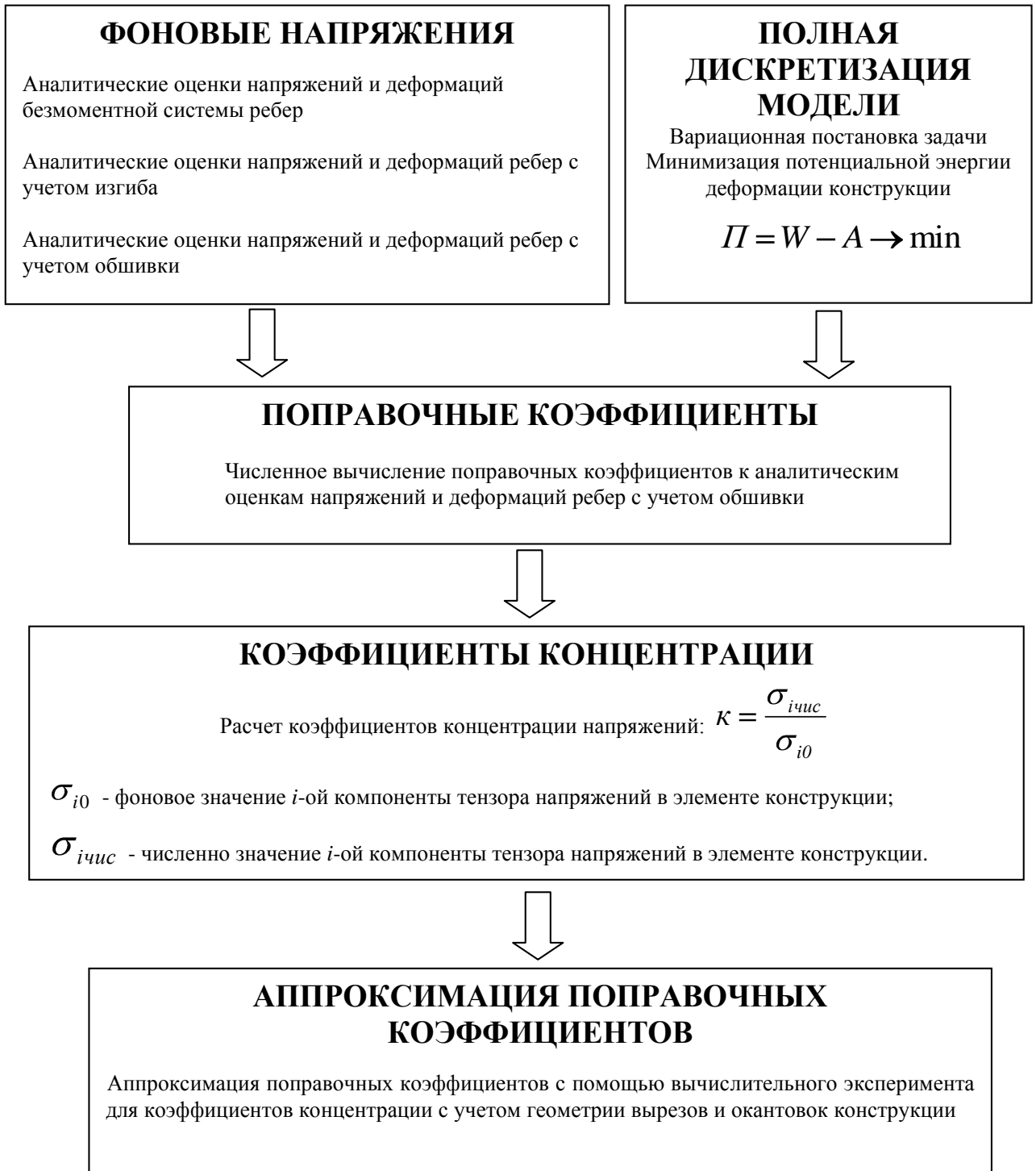


Рисунок 2.21 – Схема расчета коэффициентов концентрации напряжений в элементах сетчатых оболочечных конструкций из композиционных материалов

Основной задачей обработки результатов вычислительного эксперимента является построение аппроксимирующих моделей отклика, описание поверхности отклика.

В качестве основных шагов вычислительного эксперимента выделим: предварительную обработку результатов вычислительных экспериментов,



вычисление оценок коэффициентов аппроксимирующих функций отклика, проверку аппроксимирующих моделей на адекватность и значимость коэффициентов.

Сказанное выше позволяет представить общую последовательность действий при решении обозначенных выше частных задач обеспечения статической прочности сетчатых конструкций с применением методов вычислительного эксперимента (рисунок 2.22) [58, 61].

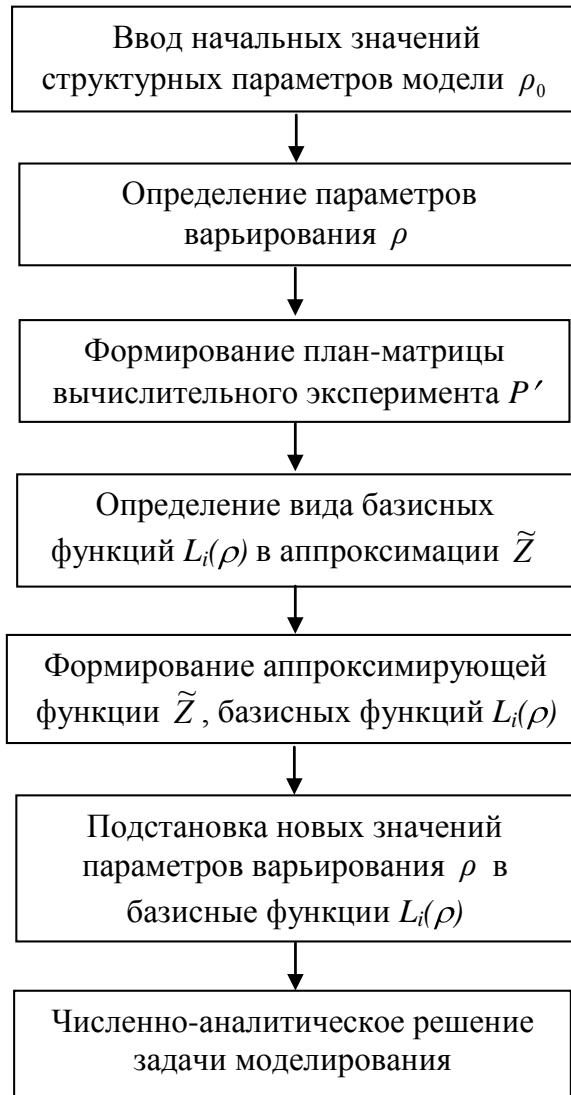


Рисунок 2.22 – Блок-схема алгоритма решения задач обеспечения статической прочности сетчатых конструкций с применением методов вычислительного эксперимента

Применение этого алгоритма к решению задач рационального проектирования и задач идентификации будет подробно рассмотрено в пятой и шестой главах.

## 2.6 Выводы по главе

1. На основе рассмотрения геометрических и конструктивных особенностей сетчатых оболочечных конструкций сформулированы кинематические и статические гипотезы, позволяющие описать статическое деформирование сетчатой оболочки в рамках модели статически неопределимой пространственной рамы. Для математического моделирования деформирования обшивки использованы соотношения теории тонких ортотропных пластин, для реберной структуры – соотношения балочной теории ребер с учетом гипотезы Тимошенко.

2. Построена обобщенная дискретная модель статического деформирования сетчатой оболочки регулярной и нерегулярной структуры, обеспечивающая совместность деформирования элементов пластин (обшивки) и ребер, так, что перемещения обшивки на поверхности приведения равны перемещениям ребер на их линиях приведения.

3. Показано, что разработанная дискретная модель хорошо согласуется с известными континуальными моделями эквивалентной оболочки при регулярной структуре конструкции. В то же время континуальная модель дает высокую погрешность при определении напряжений в углах вырезов сетчатой конструкции.

4. Разработан новый подход к решению задач проектирования и идентификации параметров сетчатых оболочечных конструкций нерегулярной структуры, основанный на параметрическом исследовании дискретной модели путем проведения серии вычислительных экспериментов, построении аппроксимирующей редуцированной модели и численно-аналитическом решении исходной задачи на редуцированной модели.

5. Методика проведения серии вычислительных экспериментов с расчетом НДС сетчатых оболочек регулярной и нерегулярной структуры реализована в комплексе прикладных программ.

6. Тем самым разработано программное и методическое обеспечение проектировочных и идентификационных расчетов крупногабаритных анизотропных сетчатых конструкций агрегатов летательных аппаратов из композиционных материалов при действии статических и квазистатических нагрузок.

### **3 АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЕТЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ БЕЗ ВЫРЕЗОВ**

Особенность реберной структуры сетчатой оболочечной конструкции, как отмечалось выше, заключается в соизмеримости высоты поперечного сечения ребра с его длиной. При этом, при действии погонных сил на сетчатую оболочку, в ребрах возникают изгибные напряжения. Аналитическая модель расчета напряженно-деформированного состояния ребер (2.47 – 2.49), предложенная В.В. Васильевым [78], не учитывает изгиб реберной структуры сетчатой конструкции, что понижает точность расчетов для рассматриваемого класса конструкций.

В этой главе предложен подход к описанию напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочек без вырезов аналитическим методом с учетом изгиба ребер конструкции путем расчета фонового состояния реберной структуры.

#### **3.1 Аналитический расчет фонового состояния реберной структуры конструкции без учета обшивки**

Под фоновым состоянием будем понимать напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочечной конструкции, не содержащей конструктивные вырезы и жесткие включения, при статических нагрузках.

##### **3.1.1 Средние напряжения в ребрах**

Для получения аналитического решения задачи о деформировании сетчатой структуры рассмотрим плоскую неограниченную двоякопериодическую систему горизонтальных и диагональных ребер, нагруженную вдоль вертикали (рисунок 3.1). После сворачивания плоской фермы в цилиндр горизонтальные ребра переходят в кольцевые, а диагональные – в спиральные ребра. Поэтому в дальнейшем не будет делаться различие между кольцевыми и горизонтальными, а также между диагональными и спиральными ребрами.

Каждая часть плоской фермы, состоящая из замкнутых треугольников, представляет собой геометрически неизменяемую систему. Поэтому можно рассмотреть взаимодействие между любыми такими частями. Разъединим мысленно места соединения спиральных и кольцевых ребер, получим, что в равновесии находятся части фермы, представляющие блок треугольников (рисунок 3.1-а).

При сжатии фермы вертикальной нагрузкой между основаниями треугольников верхней части и вершинами треугольников нижней части действуют вертикальные силы, равные по величине силе, приходящейся на пару спиральных ребер  $N$  (рисунок 3.1-б). В силу симметрии, на нижние вершины треугольника действуют силы величиной  $N/2$ , но при рассмотрении проекций сил на горизонтальную ось эта величина несущественна. Поэтому достаточно рассмотреть равновесие любого из треугольников под действием вертикальных сил, приложенных в вершинах.

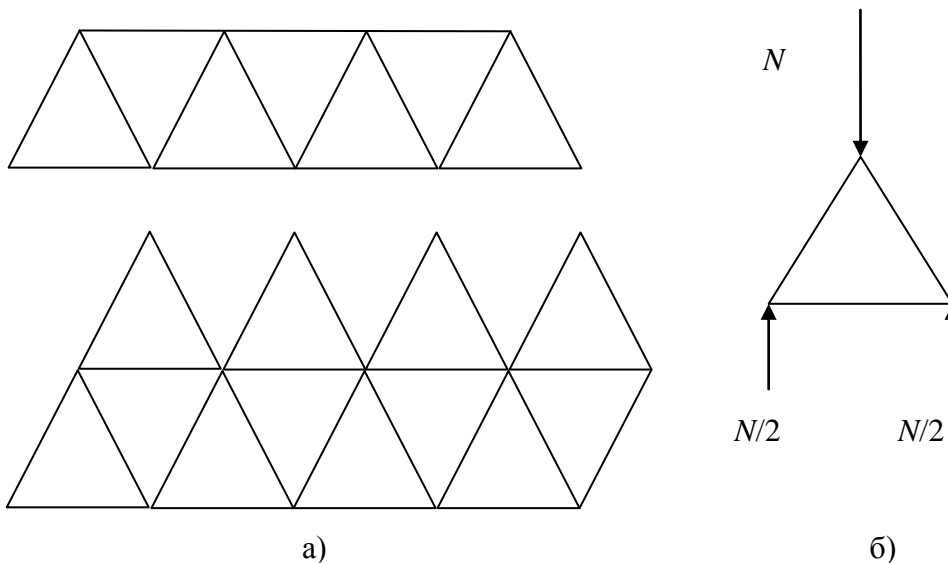


Рисунок 3.1 – Схема плоской фермы:

а – составляющие части; б- схема нагружения треугольной ячейки

Для определения продольных усилий в ребрах рассмотрим подробно равновесие элементарной треугольной ячейки, схема нагружения которой приведена на рисунке 3.2.

Для правой нижней вершины треугольной ячейки (рисунок 3.1-б) получаем крайнюю правую схему нагружения рисунка 3.2: узел находится в равновесии под

действием горизонтальной составляющей силы в кольцевом ребре, горизонтальной составляющей силы в спиральном ребре, а опорная сила в этом узле направлена по вертикали и уравнивает вертикальную составляющую силы в спиральном ребре. Тот же результат можно получить при рассечении верхней полосы плоской фермы (рисунок 3.1-а), нагруженной вертикальными силами в узлах, произвольным вертикальным сечением, пересекающим спиральное ребро в середине стороны треугольника: горизонтальная составляющая силы в спиральном ребре уравнивает силы в двух кольцевых ребрах.

Из равновесия сил, учитывая, что  $N$  внешняя сжимающая сила, приходящаяся на пару спиральных ребер, получим сжимающую силу в спиральном ребре  $N_c$  и растягивающую силу в кольцевом ребре  $N_k$  (рисунок 3.2):

$$N_c = \frac{N}{2 \cos \alpha}, N_k = \frac{N \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2}, \quad (3.1)$$

где  $\alpha$  - угол между спиральным ребром и образующей:

$$\cos \alpha = \frac{l_h}{l_c}, \sin \alpha = \frac{l_k}{l_c}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{l_k}{l_h}, l_c = \sqrt{l_h^2 + l_k^2}, \quad (3.2)$$

$l_c$  – длина спирального ребра в ромбической ячейки.

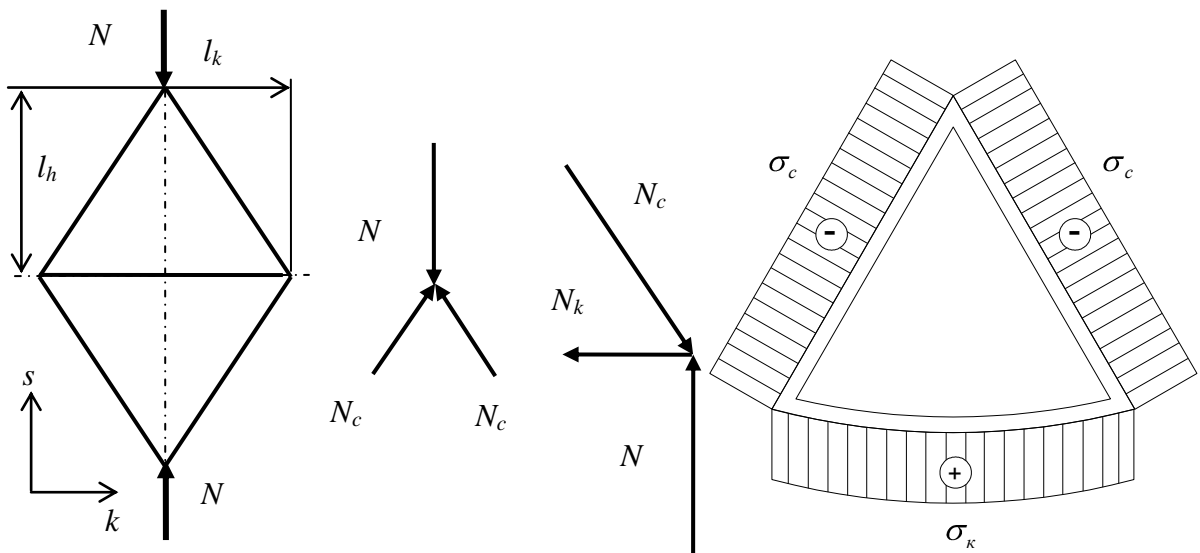


Рисунок 3.2 – Схема нагружения треугольной ячейки, равновесие сил и эпюра средних напряжений в ребрах

Пусть продольный модуль упругости спиральных и кольцевых ребер равен  $E_c$  и  $E_k$  соответственно, площади сечений  $F_c$  и  $F_k$ . Тогда продольные деформации ребер

$$\varepsilon_c = -\frac{N}{2E_c F_c} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \quad \varepsilon_k = \frac{N}{2E_c F_c} \cdot \frac{E_c F_c}{E_k F_k} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{N}{2E_c F_c} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{E F_k}. \quad (3.3)$$

Безразмерный комплекс  $\overline{E F_k} = \frac{E_k F_k}{E_c F_c}$  характеризует жесткость кольцевых ребер по отношению к спиральным. Введем комплекс  $\overline{F_k} = \frac{F_k}{F_c}$ , определяющий отношение площадей сечений кольцевых и спиральных ребер.

Обозначим через  $\sigma_0$  отношение  $\frac{N}{2F_c}$ . Эта величина характеризует интенсивность нагрузки. Отношение  $\frac{N}{2E_c F_c}$ , характеризующее деформацию, обозначим через  $\varepsilon_0$ . С учетом этих обозначений, для средних по сечению напряжений в ребрах и продольных деформаций ребер имеем:

$$\varepsilon_c = -\frac{\varepsilon_0}{\cos \alpha}, \quad \varepsilon_k = \varepsilon_0 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{E F_k}, \quad \sigma_c = -\frac{\sigma_0}{\cos \alpha}, \quad \sigma_k = \sigma_0 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{F_k}. \quad (3.4)$$

Найдем осевую деформацию ячейки. В осях  $(k, s)$ , связанных с ячейкой (рисунок 3.2), угловая деформация равна нулю, т.е. деформации  $\varepsilon_s$  и  $\varepsilon_k$  – главные деформации. Линейная деформация в направлении спирального ребра, составляющем угол  $\alpha$  с осью  $s$ , определится по формуле поворота базиса следующим образом:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_k \cdot \sin^2 \alpha, \quad (3.5)$$

откуда найдём  $\varepsilon_s$ :

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_k \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -\varepsilon_0 \left( \frac{1}{\cos^3 \alpha} + \frac{\operatorname{tg}^3 \alpha}{E F_k} \right). \quad (3.6)$$

Эти результаты являются точными, поскольку получены только на основе условий равновесия. Однако они не учитывают изгиба спиральных ребер.

### 3.1.2 Изгиб спиральных ребер в касательной плоскости

Для вычисления изгибающих моментов примем во внимание, что соединения ребер не являются шарнирными; деформирование по использованной выше схеме нарушает кинематическую совместность, поскольку спиральные ребра поворачиваются при деформации на угол  $\theta$  (рисунок 3.3).

В силу линейности деформирования результирующее напряженно-деформированное состояние можно представить как сумму решений двух задач: рассмотренной выше задачи о безмоментном деформировании ребер (с рассогласованием углов поворота сечений спиральных ребер по отношению к кольцевым) и задачи о деформировании спирального ребра при повороте крайних сечений на угол  $\theta$ .

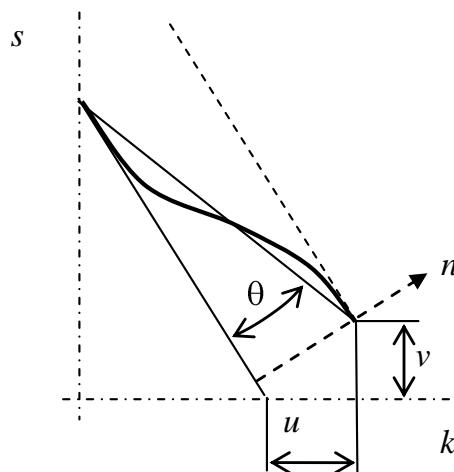


Рисунок 3.3 – К расчету изгибающего момента в спиральном ребре

Вычислим угол  $\theta$ . Исходя из рисунка 3.3. найдем перемещения нижнего конца спирального ребра относительно верхнего:

$$u = l_k \cdot \varepsilon_k, \quad v = -l_h \cdot \varepsilon_s. \quad (3.7)$$

В силу малости угла  $\theta$  его можно считать равным тангенсу этого угла, который равен проекции вектора  $(u, v)$  на нормаль к ребру, отнесенной к длине ребра:

$$\theta = \frac{u_n}{l_c}. \quad (3.8)$$

Перемещение по нормали к ребру найдем, зная координаты вектора перемещений в осях  $(k, s)$  и угол между этими осями координат и нормалью  $n$ :

$$u_n = u \cos \alpha + v \sin \alpha = \varepsilon_k l_k \frac{l_h}{l_c} - \varepsilon_s l_h \frac{l_k}{l_c} = \frac{l_k l_h}{l_c} (\varepsilon_k - \varepsilon_s). \quad (3.9)$$

Тогда с учетом формул (3.4) имеем:

$$\theta = \frac{l_k l_h}{l_c^2} \varepsilon_0 \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\overline{EF}_k} + \frac{1}{\cos^3 \alpha} + \frac{\operatorname{tg}^3 \alpha}{\overline{EF}_k} \right), \quad (3.10)$$

откуда после тождественных преобразований получаем:

$$\theta = \varepsilon_0 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \left( \frac{\overline{EF}_k + \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^3 \alpha}{\overline{EF}_k \cos^3 \alpha} \right) = \varepsilon_0 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\overline{EF}_k + \sin \alpha}{\overline{EF}_k \cos^3 \alpha}. \quad (3.11)$$

Рассмотрим, далее, упругое деформирование ребра при заданных углах поворота опорных сечений  $\theta^*$  (рисунок 3.4).

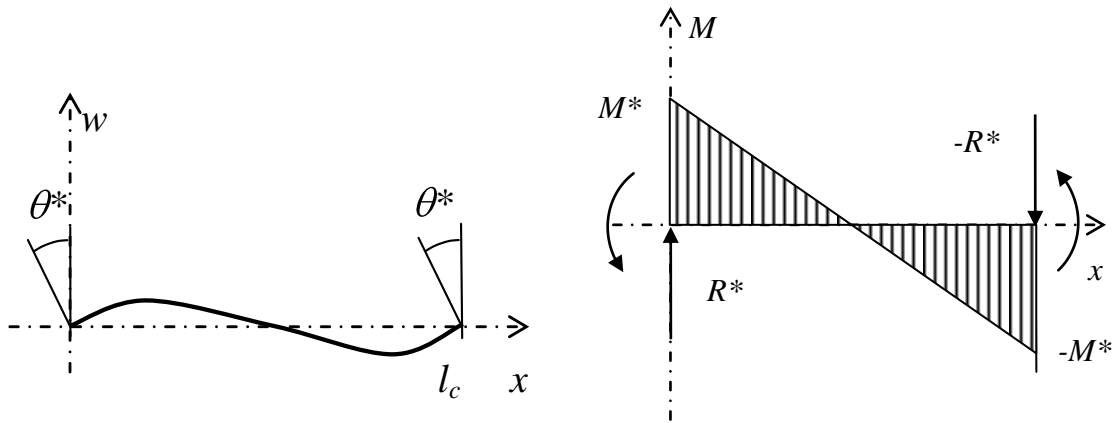


Рисунок 3.4 – Схема деформирования спирального ребра при заданных поворотах опорных сечений и эпюра изгибающего момента

Примем для описания деформации ребра модель балки Тимошенко. Производная от прогиба по осевой координате балки  $x$  равна сумме угла поворота сечения и угла поперечного сдвига:

$$w' = \theta + \gamma, \quad (3.12)$$

которые определяются физическим законом:

$$M(x) = EI \cdot \theta', \quad Q = GF \cdot \gamma, \quad (3.13)$$

где  $EI$  – изгибная жесткость,  $GF$  – жесткость на поперечный сдвиг,  $M$ ,  $Q$  – изгибающий момент и поперечная сила в сечении.

Из условий равновесия

$$M' = -Q, \quad Q' = 0 \quad (3.14)$$



с учетом физического закона (3.13) и кинематической связи (3.11) получаем разрешающие дифференциальные уравнения. Учитывая, что в соответствии с (3.14) момент является линейной функцией координаты, а в силу симметрии опорные моменты  $M^*$  равны, найдём:

$$M' = EI\theta'' = \frac{2M^*}{l_c}, \quad (3.15)$$

откуда

$$\theta = \frac{M^*}{EI} \left( \frac{x^2}{l_c} - x \right) + \theta^*. \quad (3.16)$$

Опорные реакции найдем из условия интегрального равновесия (рисунок 3.4):

$$R^* = \frac{2M^*}{l_c}. \quad (3.17)$$

Тогда из физического закона (3.13) можно найти угол сдвига  $\gamma = -\frac{2M^*}{l_c GF}$ , что после подстановки в (3.11) дает дифференциальное уравнение для прогиба:

$$w' = \frac{M^*}{EI} \left( \frac{x^2}{l_c} - x \right) + \theta^* - \frac{2M^*}{l_c GF}. \quad (3.18)$$

В этом уравнении величина опорного момента  $M^*$  неизвестна. Проинтегрируем его с граничными условиями:  $w(0) = w(l_c) = 0$ . Одно условие используем для определения константы интегрирования, а второе – для определения опорного момента:

$$w = \frac{M^*}{EI} \left( \frac{x^3}{3l_c} - \frac{x^2}{2} \right) + \theta^* x - \frac{2M^* x}{l_c GF} + C, \quad (3.19)$$

$$w(0) = C = 0, \quad w(l_c) = -\frac{M^* l_c^2}{6EI} + \theta^* l_c - \frac{2M^*}{GF} = 0,$$

откуда окончательно получаем:

$$M^* = \theta^* \cdot \frac{6EI}{l_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{12EI}{l_c^2 GF}}. \quad (3.20)$$

Таким образом, максимальные напряжения, обусловленные изгибом спирального ребра, равны

$$\sigma_{изг} = \theta^* \cdot \frac{6EI}{l_c W} \cdot \frac{1}{1 + \frac{12EI}{l_c^2 GF}}, \quad (3.21)$$

где угол поворота опорных сечений  $\theta^*$  определяется выражением (3.11),  $W$  – момент сопротивления сечения.

### 3.1.3 Изгиб кольцевых ребер

Кольцевые ребра нагружены радиальными силами в точках соединения со спиральными (рисунок 3.5).

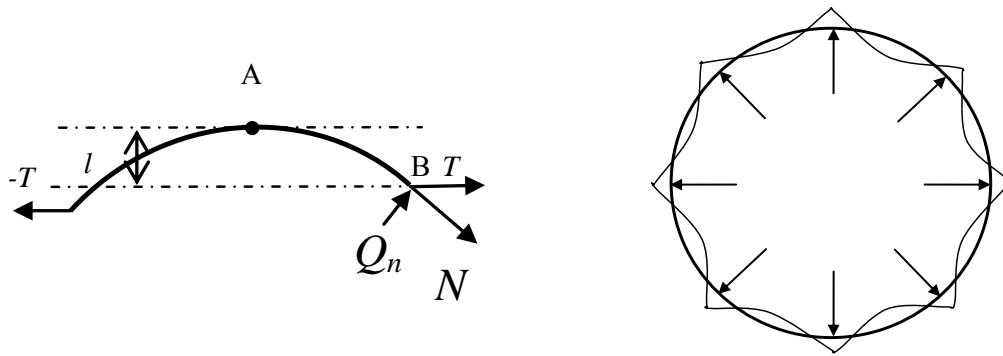


Рисунок 3.5 – Схема нагружения кольцевого ребра в плоскости окружности и эпюра изгибающего момента

Отрезок кольцевого ребра между точками соединения со спиральными нагружен силами  $Q$  и  $N$ , равнодействующая которых  $T$  направлена по касательной к оси кольцевого ребра в точке, находящейся посередине этого отрезка (точка  $A$  на рисунке 3.5; касательная показана штрих-пунктирной линией). В точке  $A$  сила  $T$  уравнивается внутренней продольной силой, растягивающей ребро. Изгибающий момент в точке соединения ребер  $B$  равен моменту в точке  $A$  плюс момент продольной силы, приложенной в этой точке, относительно точки соединения:

$$M(B) = M(A) - N \cdot l, \quad (3.22)$$

где  $l$  – плечо силы.

Поскольку продольная сила известна, можно найти распределение момента по длине ребра при произвольном значении момента в точке  $A$ . Введем криволинейную систему координат, в которой  $s$  равно длине дуги окружности от точки  $A$  до текущей точки оси ребра. Плечо  $l$  в текущей точке  $s$  равно расстоянию от точки до касательной, проведенной в точке  $A$ :

$$l = R \left( 1 - \cos \frac{s}{R} \right). \quad (3.23)$$

Тогда имеем:

$$M(s) = M(A) - N \cdot R \left( 1 - \cos \frac{s}{R} \right). \quad (3.24)$$

Примем во внимание, что концевые сечения не поворачиваются; это позволит найти момент в точке  $A$ . Будем считать ребро тонким криволинейным стержнем (высота сечения не превышает  $1/5$  радиуса). С учетом физического закона (3.13) имеем:

$$EI\theta' = M(A) - N \cdot R \left( 1 - \cos \frac{s}{R} \right), \quad (3.25)$$

откуда после интегрирования с учетом граничного условия  $\theta(0) = 0$

$$EI\theta(s) = sM(A) - sNR + NR^2 \sin \frac{s}{R}. \quad (3.26)$$

Значение координаты  $s$  в точке  $B$  равно  $S = 2R \arcsin \frac{l_k}{2R}$ . Найдём  $M(A)$  из условия:

$\theta(S) = 0$ . Приравняв к нулю правую часть (3.26), получим:

$$M(A) = NR \left( 1 - \frac{R}{s} \sin \frac{s}{R} \right). \quad (3.27)$$

Подставив значение  $s$ , получим после тригонометрических преобразований:

$$M(A) = NR \left( 1 - \frac{l_k}{2R \arcsin \frac{l_k}{2R}} \sqrt{1 - \frac{l_k^2}{4R^2}} \right) \approx N \cdot \frac{l_k^2}{6R}. \quad (3.28)$$

Приближенное выражение найдено разложением в ряд по степеням длины отрезка кольцевого ребра  $l_k$ . Момент в точке  $B$  найдём из (3.24) с учетом полученного выражения (3.28):

$$M(s) = M(A) - N \cdot R \left( 1 - \cos \frac{s}{R} \right) = NR \left( \cos \frac{s}{R} - \frac{R}{s} \sin \frac{s}{R} \right) \approx -N \cdot \frac{l_k^2}{3R}. \quad (3.29)$$

Как видно из этих выражений, изгибающий момент в кольцевом ребре максимален в точке соединения со спиральными ребрами. Напряжения могут быть оценены по известной формуле [28, 151, 182]:

$$\sigma_k^{изг} = \frac{2\sigma_k l_k^2}{Rh_k}. \quad (2.30)$$

Полученные в настоящем разделе аналитические оценки напряжений в сетчатой структуре без обшивки приведены в таблице 3.1.

**Таблица 3.1– Сводка аналитических результатов**

<b>Обозначения безразмерных комплексов</b>	
$\overline{EF}_k = \frac{E_k F_k}{E_c F_c}$	отношение жесткостей на растяжение кольцевых и спиральных ребер
$\overline{F}_k = \frac{F_k}{F_c}$	отношение площадей сечений кольцевых и спиральных ребер
$\cos \alpha = \frac{l_h}{l_c},$ $\sin \alpha = \frac{l_k}{l_c}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{l_k}{l_h}$	функции угла между спиральными ребрами и образующей
$\overline{h}_c = \frac{2I}{l_c W}$	коэффициент, определяющий изгибные напряжения (в случае прямоугольного сечения равен отношению высоты сечения к длине ребра)
$\lambda_c = \frac{1}{1 + \frac{12EI}{l_c^2 GF}}$	поправочный коэффициент, учитывающий сдвиговую податливость ребра
$\sigma_0 = \frac{N}{2F_c}$	условное напряжение (внешняя нагрузка, отнесенная к суммарной площади сечений спиральных ребер)
$\varepsilon_0 = \frac{N}{2E_c F_c}$	условная деформация (деформация спирального ребра при условном напряжении)
<b>Деформации</b>	
$\varepsilon_c = -\frac{\varepsilon_0}{\cos \alpha}$	деформация сжатия спирального ребра
$\varepsilon_k = \varepsilon_0 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\overline{EF}_k}$	деформация растяжения кольцевого ребра

Продолжение таблицы 3.1

$\varepsilon_s = -\varepsilon_0 \left( \frac{1}{\cos^3 \alpha} + \frac{\operatorname{tg}^3 \alpha}{EF_k} \right)$	осевая деформация сетчатой структуры
$\theta = \varepsilon_0 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\overline{EF}_k + \sin \alpha}{\overline{EF}_k \cos^3 \alpha}$	угол поворота опорного сечения спирального ребра
<b>Напряжения</b>	
$\sigma_c = -\frac{\sigma_0}{\cos \alpha}$	напряжение сжатия спирального ребра
$\sigma_k = \sigma_0 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{F_k}$	напряжение растяжения кольцевого ребра
$\sigma_c^{изг} = \sigma_0 \cdot 3\overline{h}_c \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\overline{EF}_k + \sin \alpha}{\overline{EF}_k \cos^3 \alpha} \cdot \lambda_c$	максимальное напряжение изгиба в спиральных ребрах
$\sigma_k^{изг} = \frac{2\sigma_k l_k^2}{Rh_k}$	максимальное напряжение изгиба в кольцевых ребрах

Представленные в таблице 3.1 результаты являются точными для плоской реберной структуры, бесконечно протяженной вдоль направления нагрузки. Эти формулы не учитывают влияние обшивки конструкции, кроме того формулы расчета изгибных напряжений в спиральных и кольцевых ребрах содержат верхние оценки. Оценки фонового НДС сетчатой оболочки опубликованы в [49, 69, 112].

### **3.2 Сравнительный анализ результатов аналитического и численного решения задачи расчета напряженно-деформированного состояния реберной структуры**

Для оценки точности рассчитанного напряженного состояния сетчатой конструкции по предложенным аналитическим формулам (таблица 3.1), сравним полученные расчеты с численным решением.

Моделировалась цилиндрическая сетчатая структура без обшивки, состоящая из кольцевых и спиральных ребер прямоугольного сечения. Параметры жесткости и геометрии ребер варьировались. Сетчатая структура нагружалась сжимающей силой в крайнем верхнем сечении; противоположное сечение было закреплено от смещений вдоль оси. В одном из вариантов на нагруженное сечение накладывались кинематические связи, гарантирующие одинаковость

осевых перемещений всех узлов сечения; в остальных вариантах узлы нагруженного сечения были свободны от закреплений.

### 3.2.1 Влияние приложения нагрузки

Рассмотрим модель с малым числом спиральных ребер (8 пар). Нагрузка на одну пару спиральных ребер бралась из условия  $\sigma_0 = 1$ . При этом отношение высоты элементарной ромбической ячейки к её ширине составляло  $\frac{l_h}{l_k} = 3/2$ , т.е.

$\frac{1}{\cos\alpha} = 1,2018504$ ,  $tg\alpha = 2/3$ , площади сечений спиральных и кольцевых ребер брались равными.

**В первом случае** все осевые перемещения нагруженного сечения были связаны, нагрузка распределена по узлам. Максимальное осевое перемещение составило -0,168 мм, сжимающие напряжения в спиральных ребрах без учета изгиба (в долях  $\sigma_0$ ) равны -1,2, что совпадает с теоретической оценкой. Растягивающие продольные напряжения в кольцевых ребрах без учета изгиба (в долях  $\sigma_0$ ): от 0,3545 в крайних кольцах до 0,685 в центральном кольце; 0,630 в кольцах, соседних с центральным. Согласно теоретической оценке (таблица 3.1), напряжения в кольцевых ребрах должны быть равны 0,6667. Таким образом, различие между численным моделированием и аналитическим расчетом по упрощенной модели составило 2,5%. Результаты расчета приведены в таблице 3.2.

**Таблица 3.2 – Сводка результатов по напряжениям**

Элемент	Численный Результат (доли $\sigma_0=1$ )	Упрощенная Модель (доли $\sigma_0=1$ )	Отклонение, %
Спиральные ребра	-1,20	-1,20185	0,15
Кольцевое ребро (центр)	0,685	0,6667	2,7
Кольцевое ребро (промежуточное)	0,630	0,6667	5,5
Кольцевое ребро (крайнее)	0,3545	0,3333*	6,3

\* Половина от напряжения в регулярной зоне

**Во втором случае** осевые перемещения были связаны, суммарная нагрузка приложена на общую степень свободы. Полученные результаты совпали с результатами рассмотренного выше случая, что подтверждает правильность программной реализации учета нагрузок, приложенных на связанные узлы.

**В третьем случае** осевые перемещения были не связаны, нагрузка распределялась по узлам. Максимальное осевое перемещение составило 0,1681 мм и -0,1682 мм (чередуются по узлам крайнего сечения), расчетные напряжения совпали с результатами расчета первого и второго случая.

Таким образом, можно сделать следующий вывод:

- разработанная программа правильно обрабатывает приложение нагрузки во всех вариантах;
- безмоментное напряженное состояние ребер хорошо согласуется с аналитической оценкой;
- имеет место краевой эффект, вызывающий отклонение напряжений в кольцевых ребрах от теоретической оценки на 5-7%.

### 3.2.2 Изгиб ребер

Аналитические оценки напряжений, обусловленных изгибом спиральных ребер в плоскости сетки и кольцевых ребер в плоскости кольца, сравнивались с результатами численного расчета при варьировании структурных параметров модели. При численном расчете, величины напряжений, вызванных изгибом, рассчитывались как разность между напряжением на середине стороны сечения и в центре сечения. Эти разности вычислялись в трех сечениях элемента ребра (рисунок 3.6): на 20% длины элемента – сечение 1, на 50% - сечение 2 и на 80% длины – сечение 3.

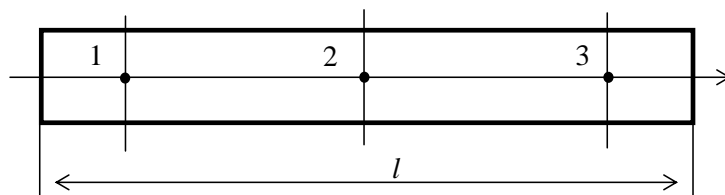


Рисунок 3.6 – Схема расчетных точек балки в продольном сечении

Поскольку распределение изгибающего момента по длине конечного элемента в дискретной модели линейно, эти три разности позволяют вычислить моменты и вызванные ими напряжения в крайних сечениях путем экстраполяции:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma(0) &= \Delta\sigma_{50\%} + \frac{5}{3}(\Delta\sigma_{20\%} - \Delta\sigma_{50\%}), \\ \Delta\sigma(l) &= \Delta\sigma_{50\%} + \frac{5}{3}(\Delta\sigma_{80\%} - \Delta\sigma_{50\%}).\end{aligned}\tag{3.31}$$

В рассмотренных вариантах изгиб в средних сечениях ребер отсутствовал, поэтому напряжения изгиба максимальны в крайних сечениях, и для их расчета достаточно умножать на  $5/3$  напряжения изгиба в сечениях 20% и 80% длины элемента.

Вначале рассмотрим изгиб спиральных ребер в плоскости, касательной к сетке. Поскольку аналитические результаты получены без учета кривизны цилиндрической поверхности, целесообразно выяснить влияние отношения длины кольцевого ребра к радиусу оболочки как на средние по сечению напряжения, так и на величину напряжений изгиба.

На рисунке 3.7 приведены результаты расчета напряжений в спиральных ребрах при варьировании радиуса сетчатой структуры без обшивки. Как видно из графиков, различие между численными и аналитическими результатами становится заметным (в пределах 5% - в напряжениях от изгиба и менее 1% в средних напряжениях) только при малых радиусах (8 ячеек по окружности, что соответствует  $R = \frac{8}{\pi} l_k$ ).

На рисунке 3.8 приведены результаты расчета напряжений в кольцевых ребрах. Различие напряжений от изгиба в этом случае достигает 7% при  $R = \frac{8}{\pi} l_k$  и уже при удвоении числа ячеек по окружности уменьшается до 0,9%. Различие в средних напряжениях во всех случаях не превышает 1%.

Далее отследим влияние **варьирования угла между спиральными ребрами** на средние по сечению напряжения и на величину напряжений изгиба. Изменение угла между спиральными ребрами эквивалентно изменению отношения ширины ромбической ячейки  $l_k$  к её высоте  $l_h$ .

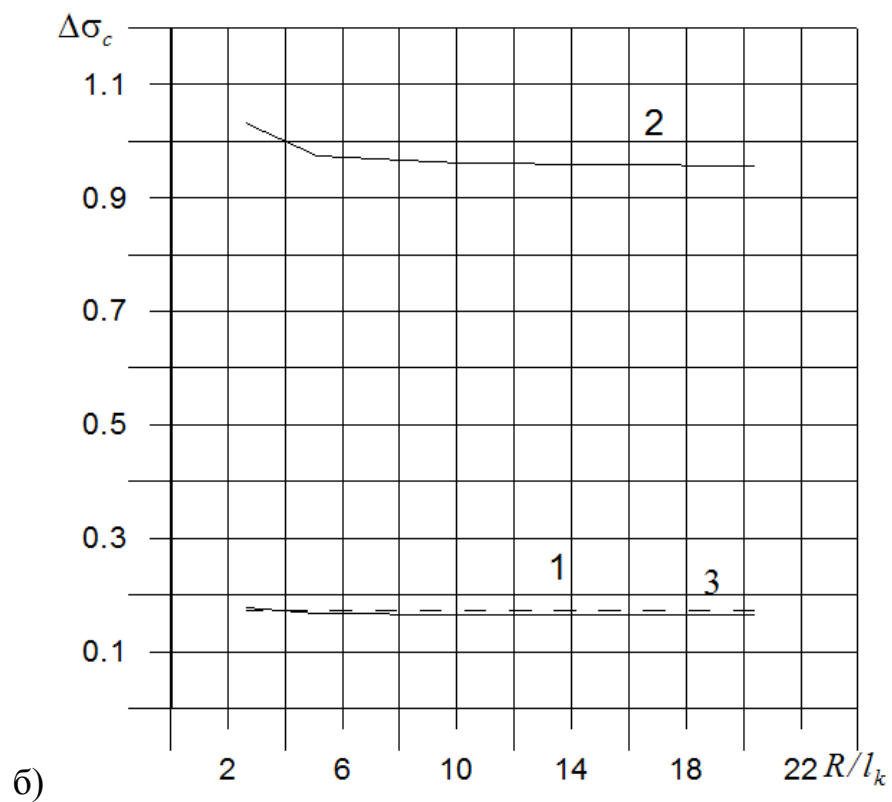
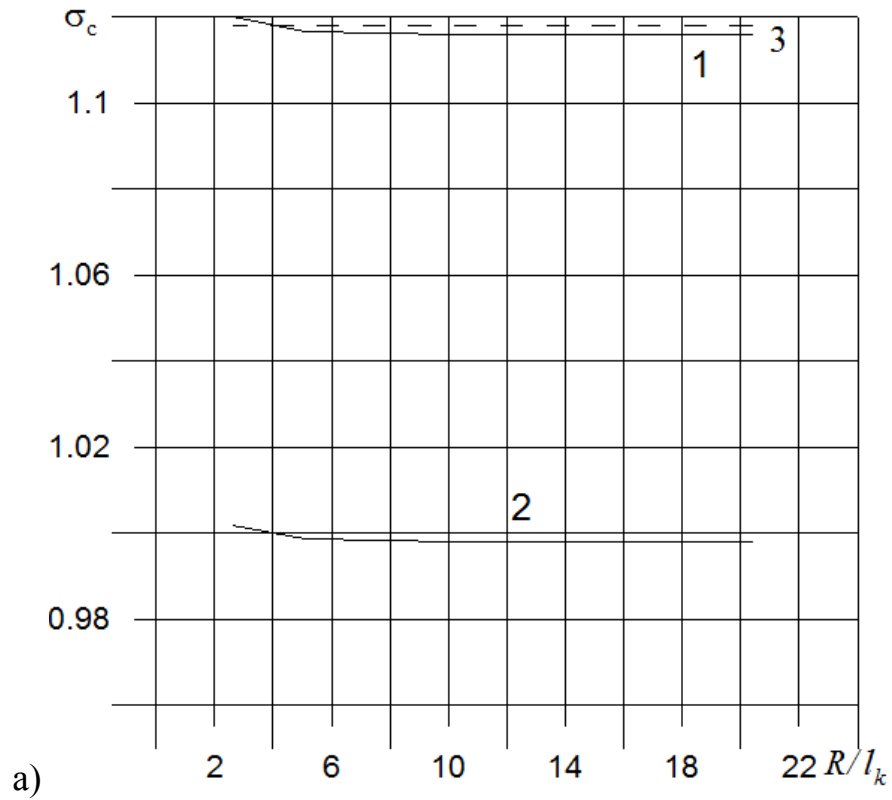


Как видно из графиков на рисунке 3.9, различие между численными результатами и аналитической оценкой увеличивается с ростом угла между спиральными ребрами. В случае перпендикулярных спиральных ребер (отношение  $l_k/l_h=1$ ) средние напряжения в спиральных ребрах отличаются от аналитической оценки на 2%, а изгибные – на 2,5%. С уменьшением угла различие уменьшается.

В кольцевых ребрах (рисунок 3.9) средние напряжения также отличаются от аналитической оценки не более чем на 2%, а изгибные – на 4%. Различие обусловлено пространственным расположением ребер в сетчатой структуре. Поэтому самый неблагоприятный случай представляет собой сетчатая структура малого радиуса с большим углом между спиральными ребрами. Расчеты, представленные на рисунках 3.9 и 3.10, проводились при  $R = \frac{64}{\pi} l_k$  (64 ячейки сетки по окружности). Реальные сетчатые структуры имеют, как правило, большее число ячеек, что позволяет считать полученные аналитические оценки напряжений в сетчатой структуре без обшивки достаточно точными для практического использования.

Анализ приведенных выше результатов исследования позволяют сделать следующий вывод:

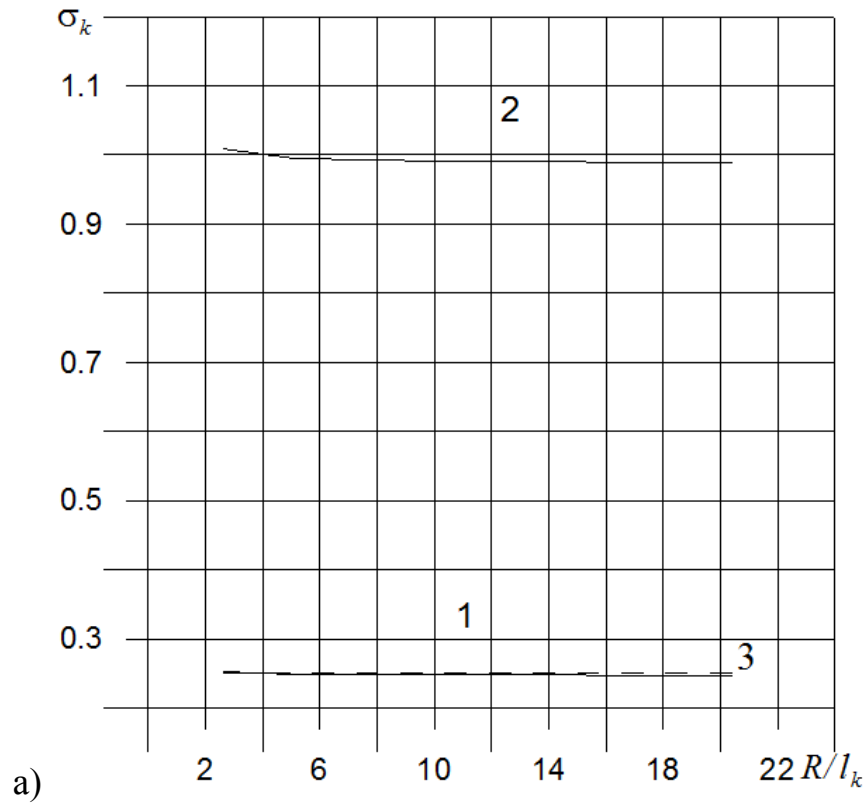
- аналитические оценки напряжений в регулярной сетчатой структуре оболочки без обшивки и без вырезов хорошо согласуются с вычислительным экспериментом.
- Имеющееся различие, обусловленное пространственным характером деформирования ячейки, заметно только в случае малого радиуса оболочки (порядка длины отрезка кольцевого ребра) и не превосходит 5%.
- Изменение радиуса оболочки наиболее существенно влияет на изгибные напряжения в кольцевых ребрах и практически не сказывается на остальных параметрах напряженного состояния. Поэтому для решения поставленных в настоящей работе задач можно считать допустимым исследование оболочки фиксированного достаточно большого радиуса.



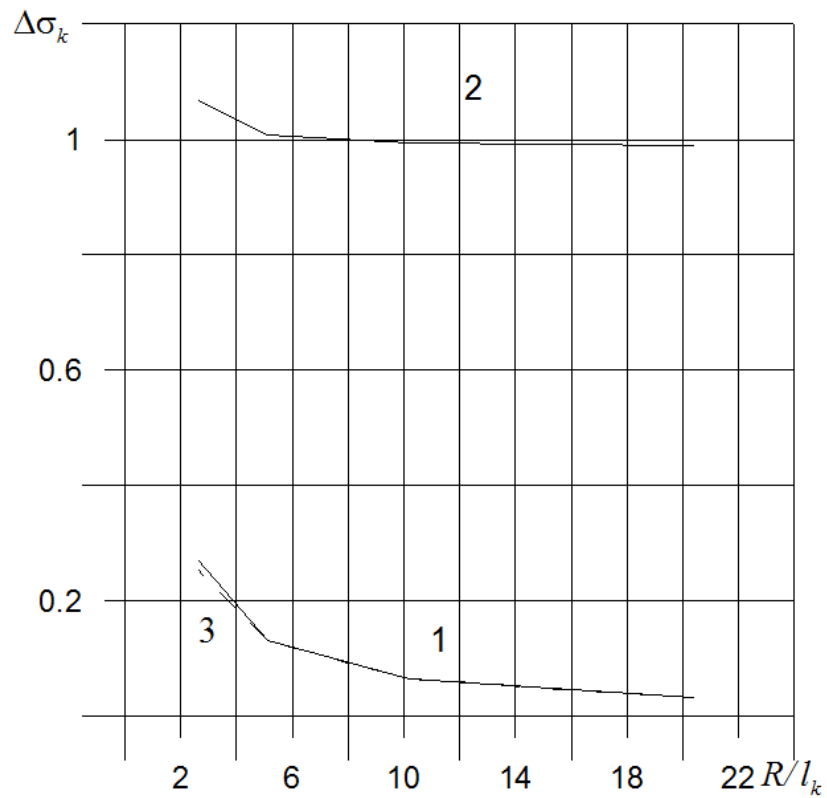
Сплошные линии: 1 – численный результат,  
2 – отношение численного значения к аналитической оценке

Пунктир: 3 – аналитические оценки

Рисунок 3.7 – Напряжения в спиральных ребрах (в долях  $\sigma_0$ ):  
а – средние по сечению, б – добавки от изгиба



а)



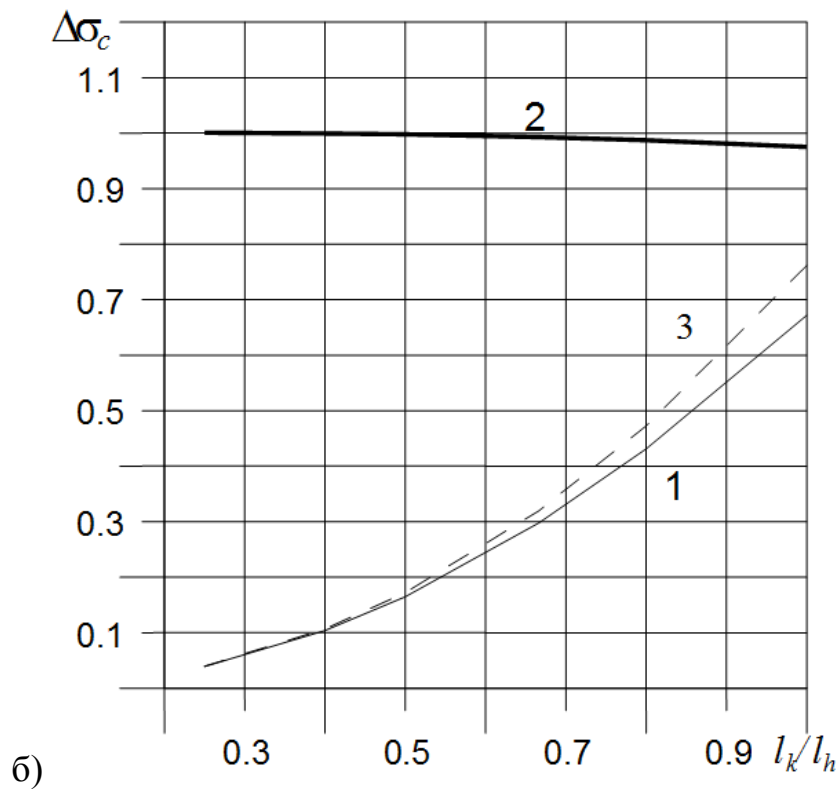
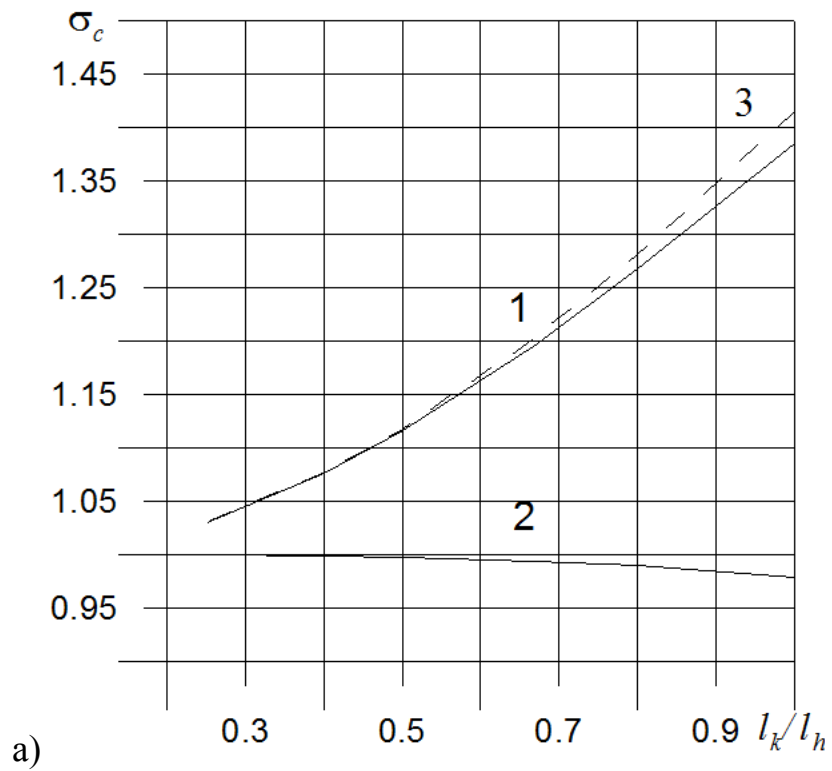
б)

Сплошные линии: 1 – численный результат,  
2 – отношение численного значения к аналитической оценке.

Пунктир: 3 – аналитические оценки

Рисунок 3.8 – Напряжения в кольцевых ребрах (в долях  $\sigma_0$ ):

а – средние, б – добавки от изгиба

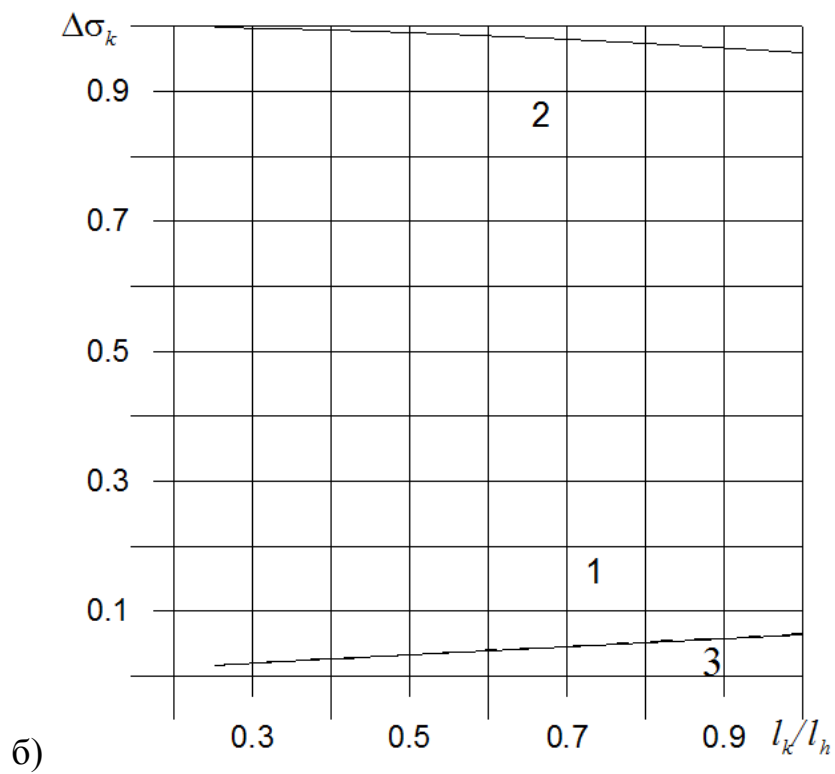
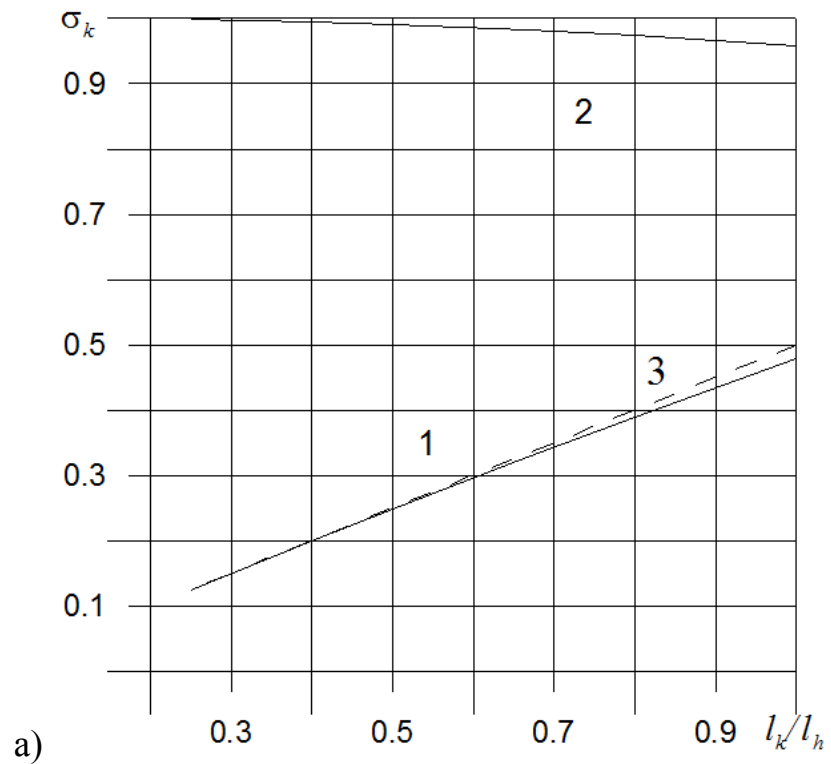


Сплошные линии: 1 – численный результат,  
2 – отношение численного значения к аналитической оценке.

Пунктир: 3 – аналитические оценки

Рисунок 3.9 – Напряжения в спиральных ребрах (в долях  $\sigma_0$ ):

а – средние, б – добавки от изгиба



Сплошные линии: 1 – численный результат,  
2 – отношение численного значения к аналитической оценке.

Пунктир: 3 – аналитические оценки

Рисунок 3.10 – Напряжения в кольцевых ребрах (в долях  $\sigma_0$ ):

а – средние, б – добавки от изгиба

### 3.3 Учет обшивки при расчете фоновых напряжений

Выше были получены и приведены аналитические оценки напряженно-деформированного состояния в сетчатой структуре оболочечной конструкции. Однако, наличие обшивки, даже весьма тонкой, существенно изменяет напряженно-деформированное состояние ребер сетчатой оболочки. Оценим степень влияния обшивки на напряженно-деформированное состояние системы ребер и конструкций в целом.

#### 3.3.1 Учет жесткости обшивки в безмоментном приближении: аналитические результаты

Для получения аналитических оценок напряжений и деформаций сетчатой оболочки с обшивкой рассмотрим структурный элемент сетчатой оболочки, состоящий из отрезка спирального ребра, половины отрезка кольцевого ребра и прямоугольника обшивки.

Энергия деформации растяжения-сжатия ребер в безмоментном приближении может быть найдена интегрированием работы продольных сил в сечениях ребер по их длине. Поскольку каждое ребро примыкает к двум соседним треугольникам, будем включать в энергию деформации ячейки работу продольной силы только в половине сечения ребра. Тогда энергия деформации ячейки

$$W_{\text{эя}} = W_{\text{обш}} + W_c + \frac{1}{2} W_k, \quad (3.32)$$

где  $W_c$  – энергия деформации спирального ребра,

$W_k$  – энергия деформации кольцевого ребра,

$W_{\text{обш}}$  – энергия деформации обшивки.

Выразим каждую из составляющих энергии деформации ребер через осевую деформацию оболочки:

$$W_c = l_c EF_c \frac{1}{2} \varepsilon_c^2 = l_c EF_c \frac{1}{2} \cos^4 \alpha \left( 1 - \frac{\cos \alpha \cdot (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha} \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^2 \varepsilon_s^2, \quad (3.33)$$

$$W_k = l_k EF_k \frac{1}{2} \varepsilon_k^2 = \frac{1}{2} EF_k l_c \sin \alpha \left( \frac{\cos \alpha \cdot (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha} \right)^2 \varepsilon_s^2. \quad (3.34)$$

Энергию деформации ортотропной обшивки найдем, учитывая, что ее деформации вдоль образующей и окружности постоянны по ячейке и равны деформациям ячейки  $\varepsilon_s$  и  $\varepsilon_k$  соответственно, а деформация сдвига отсутствует:

$$W_{обш} = (\sigma_s \varepsilon_s + \sigma_k \varepsilon_k) h \frac{l_c \cos \alpha \cdot l_k}{2}. \quad (3.35)$$

При плоском напряженном состоянии напряжения в обшивке

$$\sigma_s = \frac{E_s \varepsilon_s + \nu_{sk} E_k \varepsilon_k}{1 - \nu_{sk} \nu_{ks}}, \quad (3.36)$$

$$\sigma_k = \frac{\nu_{ks} E_s \varepsilon_s + E_k \varepsilon_k}{1 - \nu_{sk} \nu_{ks}}. \quad (3.37)$$

Условия минимума потенциальной энергии структурной ячейки в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon_s} = EF_c l_c \left[ \varepsilon_s (\bar{E}_s \sin \alpha \cos \alpha + \cos^4 \alpha) + \right. \\ \left. + \varepsilon_k (\bar{E}_{sk} \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) \right] + l_c \cos \alpha \frac{N}{2} = 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon_k} = EF_c l_c \left[ \varepsilon_s (\bar{E}_{sk} \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha) + \right. \\ \left. + \varepsilon_k (\bar{E}_k \sin \alpha \cos \alpha + \sin^4 \alpha + \sin \alpha \cdot \bar{F}_k) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

где обозначено:

$$\bar{E}_s = \frac{E_s h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) EF_c}; \quad \bar{E}_k = \frac{E_k h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) EF_c}; \quad (3.40)$$

$$\bar{E}_{sk} = \frac{\nu_{ks} E_s h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) EF_c} = \frac{\nu_{sk} E_k h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) EF_c}; \quad \bar{F}_k = \frac{EF_k}{EF_c}.$$

Из уравнения 3.39 получаем:

$$\varepsilon_k = -\varepsilon_s \frac{\cos \alpha \cdot (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha}. \quad (3.41)$$

Подставляя (3.41) в уравнение (3.38), находим:

$$\varepsilon_s \left( \cos^3 \alpha + \bar{E}_s \sin \alpha - \frac{(\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)^2}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cos \alpha \right) = -\frac{N}{2EF_c}, \quad (3.42)$$

или после приведения к общему знаменателю

$$\varepsilon_s \left( \frac{(\cos^3 \alpha + \bar{E}_s \sin \alpha) (\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)^2}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha} \right) = -\frac{N}{2EF_c} \quad (3.43)$$

Отсюда находим осевую деформацию:

$$\varepsilon_s = -\frac{N}{2EF_c} \frac{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha}{(\cos^3 \alpha + \bar{E}_s \sin \alpha) (\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)^2}. \quad (3.44)$$

Далее, используя обобщенный закон Гука, получим выражения для остальных деформаций и напряжений. Соответствующие выражения приведены в таблице 3.3.

Рассмотрим изгибные напряжения в спиральных ребрах, которые могут быть выражены через угол поворота сечения:

$$\theta = (\varepsilon_s - \varepsilon_k) \sin \alpha \cos \alpha. \quad (3.45)$$

Интегрируя угол поворота по длине (без учета поперечного сдвига) и учитывая граничные условия на опорах, получаем верхнюю оценку прогиба:

$$w = \theta \cdot \left( -\frac{12l^2}{l_c^2} + \frac{3l}{l_c} - 1 \right) \cdot l, \quad (3.46)$$

кривизны

$$\frac{d^2 w}{dl^2} = \left( -\frac{12l}{l_c^2} + \frac{6}{l_c} - 1 \right) \cdot \theta = \frac{6l_c - 72l}{l_c^2} \cdot \theta, \quad (3.47)$$

добавочных изгибных напряжений

$$\sigma_c^{изг} = \frac{E_c B_c}{2} \cdot \frac{l_c - 2l}{l_c^2} 6\theta. \quad (3.48)$$



Однако эта оценка не учитывает влияние обшивки на моментные эффекты и поэтому является завышенной. Напряжение, обусловленное изгибом кольцевого ребра:

$$\sigma_k^{изг} = \frac{2\sigma_k l_k^2}{Rh_k} = \frac{2E_k \varepsilon_k l_c^2 \sin^2 \alpha}{Rh_k}, \quad (3.49)$$

также представляет собой верхнюю оценку.

Следует обратить внимание, что окружные напряжения в обшивке зависят от соотношения окружных и осевых деформаций, которое, в свою очередь, существенно зависит от угла между спиральными ребрами. Поскольку знаки этих деформаций различны, окружное напряжение в обшивке может обращаться в нуль и даже менять знак при изменении угла между ребрами.

Учитывая приближенность формул (3.48)-(3.49), для практических расчетов в них необходимо ввести поправочные коэффициенты, которые определим численно.

Полученные аналитические оценки напряжений в реберной структуре с учетом обшивки приведены в таблице 3.3.

**Таблица 3.3–Сводка аналитических результатов**

Обозначения безразмерных комплексов	
$\cos \alpha = \frac{l_h}{l_c}, \sin \alpha = \frac{l_k}{l_c}$	Функции угла между спиральными ребрами и образующей.
$\bar{E}_s = \frac{E_s h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}$	Безразмерные комплексы, характеризующие жесткость.
$\bar{E}_k = \frac{E_k h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}$	
$\bar{E}_{sk} = \frac{\nu_{ks} E_s h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c} = \frac{\nu_{sk} E_k h \cdot l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}$	
$\bar{F}_k = \frac{E F_k}{E F_c}$	

Продолжение таблицы 3.3

<b>Деформации</b>	
$\varepsilon_s = -\frac{N}{2EF_c} \times$ $\times \frac{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha}{(\cos^3 \alpha + \bar{E}_s \sin \alpha)(\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cdot \cos \alpha)^2}$	Осевая деформация сетчатой структуры.
$\varepsilon_k = -\varepsilon_s \frac{\cos \alpha \cdot (\bar{E}_{sk} + \sin \alpha \cos \alpha)}{\bar{F}_k + \sin^3 \alpha + \bar{E}_k \cos \alpha}$	Деформация растяжения кольцевого ребра.
$\varepsilon_c = \varepsilon_s \cos^2 \alpha + \varepsilon_k \sin^2 \alpha$	Деформация сжатия спирального ребра.
$\theta = (\varepsilon_s - \varepsilon_k) \sin \alpha \cos \alpha$	Угол поворота опорного сечения спирального ребра
<b>Напряжения</b>	
$\sigma_c = E_c (\varepsilon_s \cos^2 \alpha + \varepsilon_k \sin^2 \alpha)$	Напряжение в спиральном ребре
$\sigma_k = E_k \varepsilon_k$	Напряжение в кольцевом ребре
$\sigma_c^{изг} = \frac{E_c B_c}{2} \cdot \frac{l_c - 2l}{l_c^2} 6(\varepsilon_s - \varepsilon_k) \sin \alpha \cos \alpha$	Максимальное напряжение изгиба в спиральных ребрах
$\sigma_k^{изг} = \frac{2E_k \varepsilon_k l_c^2 \sin^2 \alpha}{Rh_k}$	максимальное напряжение изгиба в кольцевых ребрах
$\sigma_s^{обш} = \frac{E_s \varepsilon_s + \nu_{sk} E_k \varepsilon_k}{1 - \nu_{sk} \nu_{ks}}$	продольные напряжения в обшивке
$\sigma_k^{обш} = \frac{\nu_{ks} E_s \varepsilon_s + E_k \varepsilon_k}{1 - \nu_{sk} \nu_{ks}}$	окружные напряжения в обшивке

### 3.3.2 Влияние толщины и модулей упругости обшивки на напряженно-деформированное состояние оболочки

Для изучения влияния толщины обшивки на напряженно-деформированное состояние самой обшивки и ребер конструкции проведем численный эксперимент [169] с варьированием следующих параметров: толщины обшивки  $h$  и модулей упругости обшивки  $E_1$  и  $E_2$ . Варьирование модулей упругости обшивки проведем с учетом постоянства безразмерных комплексов для каждого численного эксперимента:

$$\bar{E}_s = \frac{E_s h l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}, \quad \bar{E}_k = \frac{E_k h l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}, \quad (3.50)$$

$$\bar{E}_{sk} = \frac{\nu_{ks} E_s h l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c} = \frac{\nu_{sk} E_k h l_c}{(1 - \nu_{sk} \nu_{ks}) E F_c}.$$

В качестве исследуемой конструкции рассмотрим цилиндрическую оболочку сетчатой структуры с приложенной к верхней кромке сжимающей силой. Расчетная модель содержит 128 пар спиральных ребер. Нагрузка на одну пару спиральных ребер берется из условия  $\sigma_0 = 1$ , радиус оболочки  $R = \frac{128}{\pi} l_k$ . Спиральные и кольцевые ребра задаются материалом со следующими физико-механическими характеристиками:  $E_c = E_k = 30000$  МПа,  $G_c = G_k = 5000$  МПа,  $\mu = 0,2$ .

Исходные физико-механические характеристики материала обшивки до варьирования:  $E_1/E_c = 0,136$ ,  $E_2/E_c = E_3/E_c = 2,11$ ,  $G_{обш}/G_c = 0,734$ ,  $\mu_1 = 0,72$ ,  $\mu_2 = 0,046$ ,  $\mu_3 = 0,046$ . План-матрица численного эксперимента приведена в таблице 3.4, а результаты эксперимента в приложении Б (таблицы Б.1-Б.5).

**Таблица 3.4 – План-матрица численного эксперимента**

ОПЫТ	h (мм)	E1 $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$	E2 $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$	E3 $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$	$\bar{E}_s$ $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$	$\bar{E}_k$ $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$	$\bar{E}_{sk}$ $\left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right]$
1	8	102	1582	6329	0,112	1,735	0,081
2	4	204	3164	6329	0,112	1,735	0,081
3	2	408	6329	6329	0,112	1,735	0,081
4	1	816	12658	6329	0,112	1,735	0,081
5	0,5	1632	25316	6329	0,112	1,735	0,081

Полный факторный вычислительный эксперимент показал, что с увеличением толщины обшивки значения напряжений  $\sigma_s$  и  $\sigma_t$  в обшивке уменьшаются по абсолютной величине (рисунок 3.11). При этом отношения  $\frac{\sigma_s}{E_s}$  и

$\frac{\sigma_k}{E_k}$  остаются постоянными.

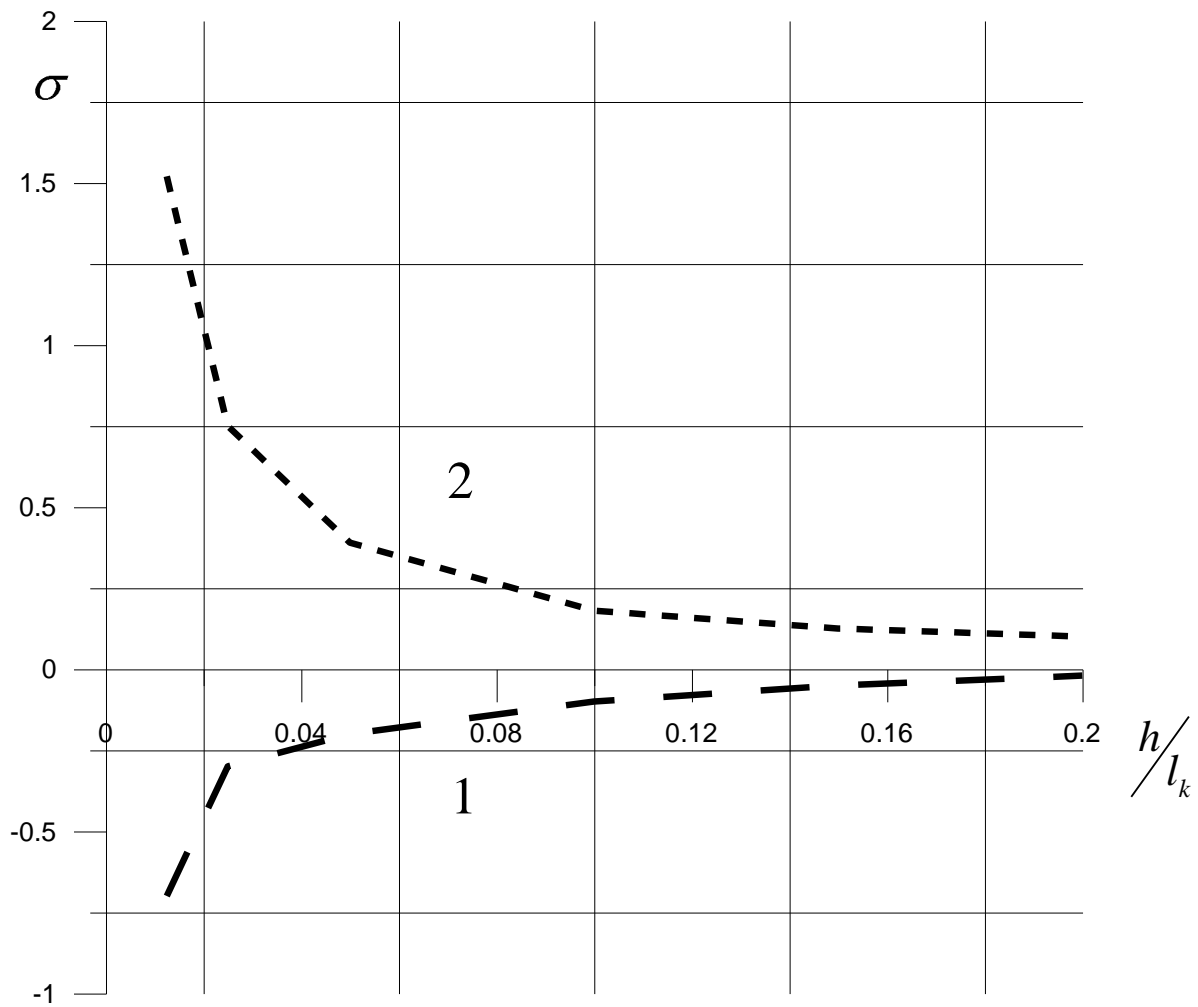


Рисунок 3.11 – Зависимости значений напряжений в обшивке от её толщины  $h$ :

1 -  $\sigma_s$ , 2 -  $\sigma_t$

### 3.3.3 Влияние выноса обшивки на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки

Выше обшивка считалась проходящей через центры сечений ребер, что вносит в результаты расчета погрешность. Для изучения влияния выноса обшивки на напряженно-деформированное состояние самой обшивки и ребер конструкции проведем численный эксперимент [169] при размещении обшивки снаружи и внутри сетки ребер. Вынос проведем сдвигом треугольных элементов относительно координатной поверхности оболочки на  $\pm 16h$ . План-матрица численного эксперимента приведена в таблице 3.5.

В качестве исследуемой конструкции рассматривалась цилиндрическая оболочка сетчатой структуры с приложенной к верхней кромке сжимающей силой. Расчетная модель содержала 128 пар спиральных ребер. Нагрузка на одну пару спиральных ребер бралась из условия  $\sigma_0 = \frac{N}{2F_c} = 1$ , радиус оболочки  $R = \frac{128}{\pi} l_k$ .

Спиральные и кольцевые ребра задаются материалом со следующими физико-механическими характеристиками:  $E_c = E_k = 30000$  МПа,  $G_c = G_k = 5000$  МПа,  $\mu = 0,2$ .

Физико-механические характеристики материала обшивки:  $E_1/E_c = 0,136$ ,  $E_2/E_c = E_3/E_c = 2,11$ ,  $G_{обш}/G_c = 0,734$ ,  $\mu_1 = 0,72$ ,  $\mu_2 = 0,046$ ,  $\mu_3 = 0,046$ .

**Таблица 3.5 – План-матрица численного эксперимента**

Опыт	Вынос обшивки (мм)	Расположение обшивки
1	-16	снаружи сетчатой структуры
2	16	внутри сетчатой структуры

Результаты численных экспериментов представлены в приложении Б (таблицы Б.6, Б.7).

Результаты сравнения расчетов численных экспериментов с теоретическими показали, что размещение обшивки снаружи и внутри сетки ребер мало влияет на

изменение напряжений в кольцевых ребрах и в самой обшивке. Разница числовых расчетов и упрощенной аналитической оценки не превосходит 5%. Наибольшее различие (до 9%) наблюдается в напряжениях в спиральных ребрах, что обусловлено их изгибом в плоскости сетки.

Материал по учету обшивки при расчете напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочки представлен в следующих работах [38, 39, 49, 66, 67].

### 3.4 Расчет поправочных коэффициентов к аналитическим оценкам напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочки

Для изучения влияния обшивки на напряженно-деформированное состояние ребер сетчатой структуры проведем полный факторный вычислительный эксперимент [169], в котором варьируемыми факторами будут выступать угол между спиральным ребром и образующей  $\alpha$  и отношение площадей поперечного сечения кольцевого и спирального ребер  $\bar{F}_k = \frac{F_k}{F_c}$ .

В качестве исследуемой конструкции рассмотрим цилиндрическую оболочку сетчатой структуры с приложенной к верхней кромке сжимающей силой. Расчетная модель содержит 128 пар спиральных ребер. Интенсивность нагрузки на одну пару спиральных ребер выберем из условия  $\sigma_0 = \frac{N}{2F_c} = 1$ .

Толщина однослойной обшивки  $h = 0,05l_k$ . Радиус оболочки  $R = \frac{128}{\pi}l_k$ , что обеспечивает малость влияния кривизны оболочки на напряженное состояние. Обшивка, спиральные и кольцевые ребра изготовлены из одного и того же материала со следующими физико-механическими характеристиками:  $E_1 = E_2 = E_3 = 3000$  МПа,  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 500$  МПа,  $\mu = 0,2$ .

Варьирование угла  $\alpha$  производилось за счет изменения высоты элементарной ячейки  $L_h$  при фиксированной ширине  $L_k$ . Варьирование безразмерного комплекса  $\bar{F}_k$  производилось за счет изменения ширины сечения

кольцевого ребра  $B_k$  при фиксированном значении высоты спирального ребра  $B_c = 7,5$  мм. Результаты кодирования факторов и план матрица полного факторного эксперимента с число опытов  $2^2$  приведены в таблицах 3.6 и 3.7 соответственно.

**Таблица 3.6 – Кодирование факторов**

Фактор	$L_h$ , мм	$B_k$ , мм
кодовое обозначение	$x_1$	$x_2$
верхний уровень, $x_i=1$	240	7,5
нулевой уровень, $x_i=0$	160	5
нижний уровень, $x_i=-1$	80	2,5

**Таблица 3.7 – План-матрица полного факторного эксперимента**

Опыт	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$
1	+	+	+
2	+	-	-
3	-	-	+
4	-	+	-

При данных значениях факторов рассчитывались значения продольных напряжений в спиральных и кольцевых ребрах оболочки и значения напряжений  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$  в обшивке. В качестве отклика факторного эксперимента рассчитывался безразмерный поправочный коэффициент вида

$$\kappa = \frac{\sigma_{чис}}{\sigma_{теор}}. \quad (3.51)$$

Аппроксимация отклика принималась в виде билинейной функции

$$\kappa = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2. \quad (3.52)$$

Коэффициенты регрессии  $b_i$  определяются из уравнения

$$B = A^{-1}K, \quad (3.53)$$

где  $A$  – план-матрица факторного эксперимента,  $K$  – вектор откликов.

Регрессионную модель будем считать адекватной, если полученные с её помощью значения функции отклика отличаются от значений функции,

вычисленных численно, не более чем на 5%. Проверка проводилась при нулевых уровнях факторов.

На первом этапе рассчитывались средние значения продольных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных и кольцевых ребрах. В качестве расчетных точек выбирались: 5 точка в поперечном сечении балки, 2 точка в продольном сечении балки (рисунок 3.12).

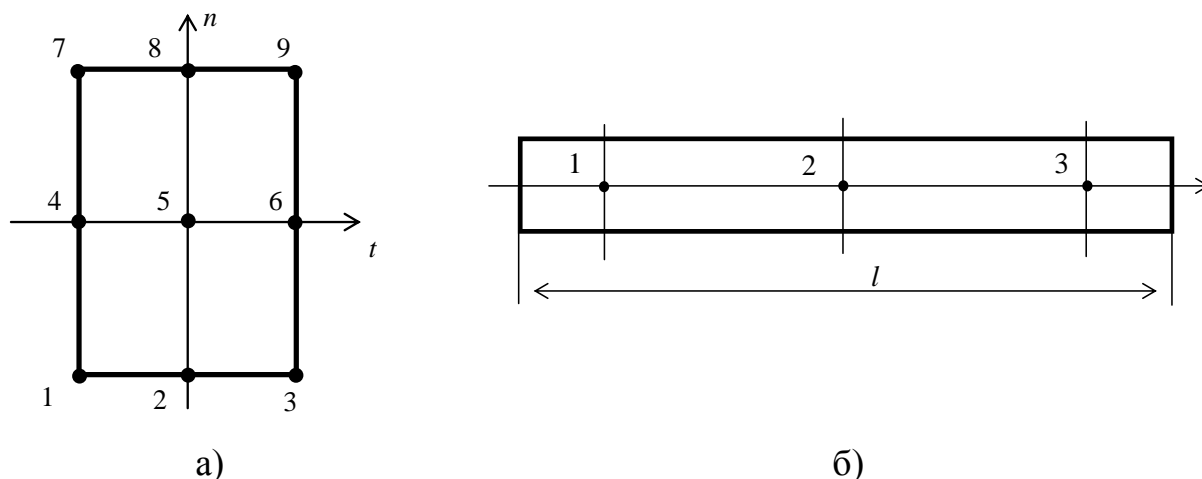


Рисунок 3.12 – Схема расчетных точек балки:

а) в поперечном сечении, б) в продольном сечении

Расчетные значения напряжений представлены в приложении Б (таблица Б.8). Результаты факторного эксперимента представлены в таблице 3.8.

**Таблица 3.8 – Результаты факторного эксперимента**

Опыт	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	спиральное ребро $k_c^5$	кольцевое ребро $k_k^5$
1	+	+	+	1,0001	0,9949
2	+	-	-	0,9997	1,0130
3	-	-	+	0,9845	1,0001
4	-	+	-	0,9939	1,0187

На рисунках 3.13, 3.14 представлены поправочные коэффициенты для аналитических формул расчета продольных напряжений в спиральных и кольцевых ребрах в зависимости от соотношения размеров элементарной ячейки.



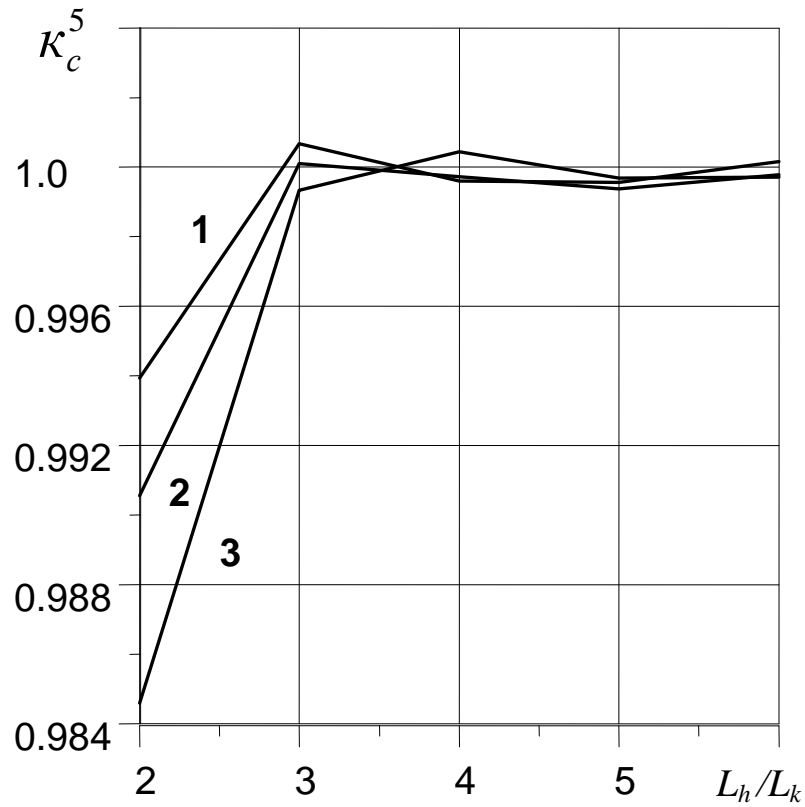


Рисунок 3.13 – Поправочные коэффициенты для спиральных ребер.  
ширина кольцевого ребра: 1 – 7,5 мм; 2 – 5 мм; 3 – 2,5 мм

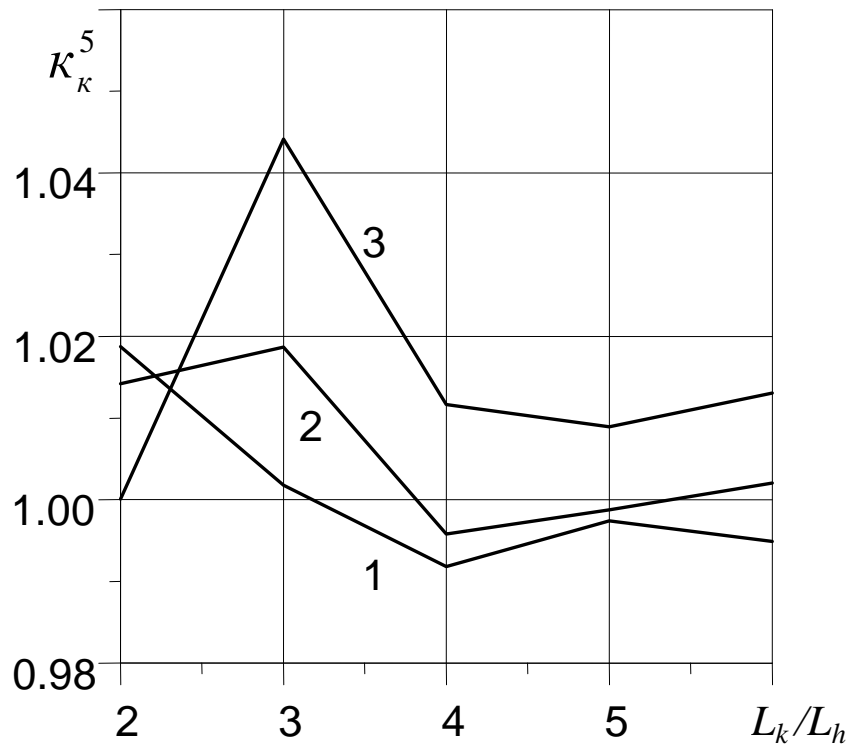


Рисунок 3.14 – Поправочные коэффициенты для кольцевого ребра.  
Ширина кольцевого ребра: 1 – 7,5 мм; 2 – 5 мм; 3 – 2,5 мм

**Аппроксимация откликов имеет вид:**

-для спиральных ребер с наклоном влево вверх

$$\kappa_c^5 = 0,995 + 0,005332 x_1 + 0,002448 x_2 - 0,002223 x_1 x_2; \quad (3.54)$$

-для спиральных ребер с наклоном вправо вверх

$$\kappa_c^5 = 0,995 + 0,005332 x_1 + 0,002448 x_2 - 0,002223 x_1 x_2; \quad (3.55)$$

-для кольцевых ребер

$$\kappa_k^5 = 1,007 - 0,002725 x_1 + 0,0001221 x_2 - 0,009175 x_1 x_2. \quad (3.56)$$

Подставим в аппроксимацию поправочных коэффициентов выражения факторов через  $L_h$  и  $B_k$ :

-для спиральных ребер

$$\kappa_c^5 = 0,995 + 0,005332 \left( \frac{Lh}{80} - 2 \right) + 0,002448 \left( \frac{Bk}{2,5} - 2 \right) - 0,002223 \left( \frac{Lh}{80} - 2 \right) \left( \frac{Bk}{2,5} - 2 \right); \quad (3.57)$$

- для кольцевых ребер

$$\kappa_k^5 = 1,007 - 0,002725 \left( \frac{Lh}{80} - 2 \right) + 0,0001221 \left( \frac{Bk}{2,5} - 2 \right) - 0,009175 \left( \frac{Lh}{80} - 2 \right) \left( \frac{Bk}{2,5} - 2 \right). \quad (3.58)$$

Построенные линейные модели аппроксимации поправочных коэффициентов для продольных напряжений  $\sigma_s$  в ребрах оболочки с учетом обшивки (3.57)-(3.58) адекватны на уровне значимости в 5%. Результаты проверки модели на адекватность представлены в таблице 3.9.

**Таблица 3.9 – Проверка адекватности аппроксимации поправочных коэффициентов для напряжений  $\sigma_s$  ребер оболочки с учетом обшивки**

	Спиральное ребро с наклоном влево вверх $\kappa_c^5$	Спиральное ребро с наклоном вправо вверх $\kappa_c^5$	Кольцевое ребро $\kappa_c^5$
Численный расчет	0,99972	0,99972	0,99581
Билинейная модель	0,995	0,995	1,007
Относительное отклонение	0,0047	0,0047	0,0112

На втором этапе численно рассчитывались средние значения напряжений  $\sigma_s$  и  $\sigma_t$  в обшивке оболочки. Расчетные значения напряжений представлены в приложении Б (таблица Б.9). Результаты факторного эксперимента представлены в таблице 3.10.

**Таблица 3.10 – Результаты факторного эксперимента**

Опыт	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$\kappa_s^{обш}$	$\kappa_t^{обш}$
1	+	+	+	0,9992	1,1351
2	+	-	-	0,9973	1,2057
3	-	-	+	0,9457	1,0692
4	-	+	-	0,9810	1,0909

На рисунке 3.15 представлены поправочные коэффициенты для аналитических формул расчета осевых  $\sigma_s$  и окружных  $\sigma_t$  напряжений в обшивке в зависимости от соотношения размеров элементарной ячейки.

**Аппроксимация откликов имеет вид:**

$$\kappa_s^{обш} = 0,981 + 0,017x_1 + 0,009293x_2 - 0,008347x_1x_2; \quad (3.59)$$

$$\kappa_t^{обш} = 1,125 + 0,045x_1 - 0,012x_2 - 0,023x_1x_2; \quad (3.60)$$

Аппроксимация поправочных коэффициентов после подстановки выражений факторов через  $L_h$  и  $B_k$ :

$$\kappa_s^{обш} = 0,981 + 0,017\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) + 0,009293\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) - 0,008347\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right); \quad (3.61)$$

$$\kappa_t^{обш} = 1,125 + 0,045\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) - 0,012\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) - 0,023\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right); \quad (3.62)$$

Построенная линейная модель аппроксимации поправочного коэффициента для компоненты  $\sigma_s$  обшивки оболочки с учетом влияния ребер (3.59) адекватна на 5% уровне значимости. Результаты проверки полученных моделей на адекватность представлены в таблице 3.11.

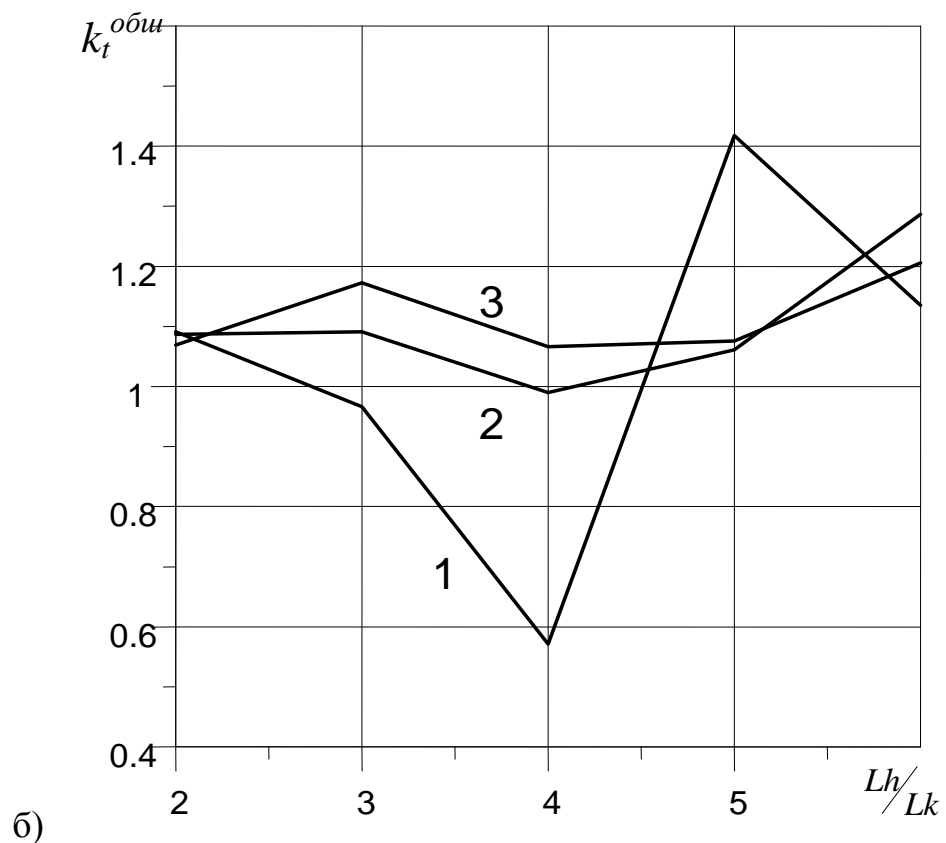
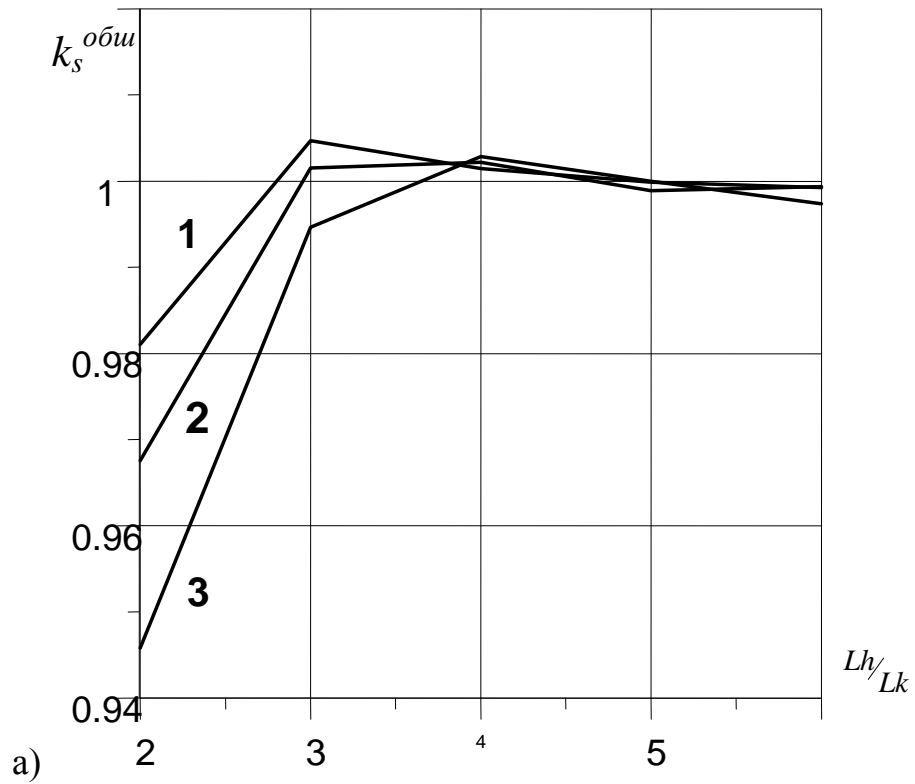


Рисунок 3.15 – Поправочные коэффициенты для обшивки:

а) осевые напряжения  $\sigma_s$ , б) окружные напряжения  $\sigma_t$

Ширина кольцевого ребра: 1 – 7,5 мм; 2 – 5 мм; 3 – 2,5 мм

Линейная модель аппроксимации поправочного коэффициента для компоненты  $\sigma_t$  обшивки оболочки (3.60) не является адекватной. Однако принятие коэффициента в виде (3.60) позволяет вычислить напряжения в обшивке с достаточно малой погрешностью, так как при изменении угла между спиральными ребрами в рассмотренном диапазоне окружные напряжения малы, и их абсолютная погрешность остается достаточно малой, несмотря на большую погрешность поправочного коэффициента.

**Таблица 3.11 – Проверка адекватности аппроксимации поправочных коэффициентов для напряжений  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$  обшивки с учетом ребер**

	$K_s^{обш}$	$K_t^{обш}$
Численный расчет	1,00222395	0,98942522
Линейная модель	0,981	1,125
Относительное отклонение	0,0211	0,1370

На третьем этапе в качестве отклика рассчитывались поправочные коэффициенты изгибающих напряжений в кольцевых и спиральных ребрах модели. Напряжения от изгиба относительно оси большей жесткости (из плоскости сетки) и относительно оси меньшей жесткости (в касательной к оболочке плоскости) поперечного сечения в точке соединения ребер определялись по формулам, приведенным в таблице 3.3:

$$\sigma^{изг} = \delta_2^8 + \frac{5}{3}(\delta_3^8 - \delta_2^8), \quad (3.63)$$

$$\sigma^{изг} = \delta_2^6 + \frac{5}{3}(\delta_3^6 - \delta_2^6) \quad (3.64)$$

соответственно, где

$$\delta_2^8 = \delta_s^8 - \delta_s^5, \quad \delta_2^6 = \delta_s^6 - \delta_s^5 - \text{изменение напряжений в среднем поперечном}$$

сечении отрезка ребра;

$$\delta_3^8 = \delta_s^8 - \delta_s^5, \quad \delta_3^6 = \delta_s^6 - \delta_s^5 - \text{изменение напряжений в поперечном сечении 3}$$

(рисунок 3.12-б).

Расчетные значения напряжений и их изменения представлены в приложении Б (таблицы Б.10, Б.11). Результаты факторного эксперимента представлены в таблице 3.12 и 3.13.

**Таблица 3.12 – Изгиб в плоскости большей жесткости**

Опыт	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	Коэффициент напряжений изгиба
				$K_C^{изг}$
1	+	+	+	0,0151
2	+	-	-	-0,0091
3	-	-	+	-0,1975
4	-	+	-	-0,0998

**Таблица 3.13 – Изгиб в плоскости меньшей жесткости**

Опыт	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	Коэффициент напряжений изгиба
				$K_C^{изг}$
1	+	+	+	-0,9637
2	+	-	-	-1,0109
3	-	-	+	-0,9524
4	-	+	-	-0,9637

На рисунках 3.16, 3.17 представлены поправочные коэффициенты для аналитических формул расчета изгибных напряжений спиральных ребер в зависимости от соотношения размеров элементарной ячейки.

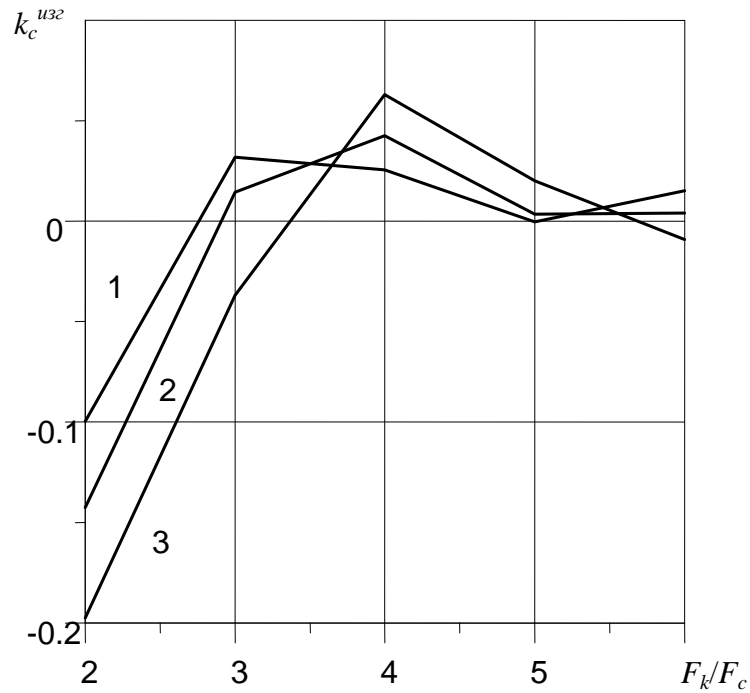


Рисунок 3.16 – Поправочные коэффициенты для напряжений изгиба спиральных ребер в нормальной плоскости:

ширина кольцевого ребра: 1 – 7,5 мм; 2 – 5 мм; 3 – 2,5 мм

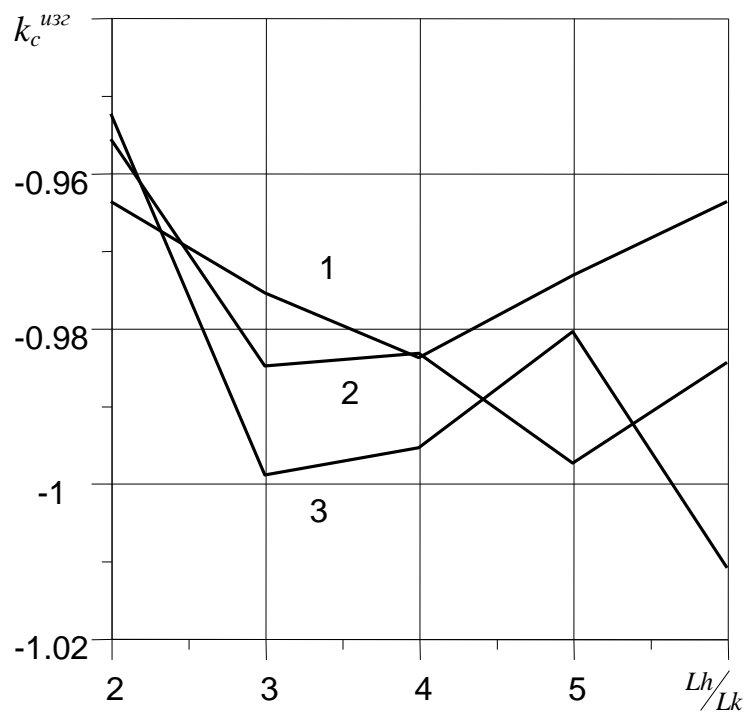


Рисунок 3.17 – Поправочные коэффициенты для изгиба по ширине в поперечном сечении спиральных ребер.

Ширина кольцевого ребра: 1 – 7,5 мм; 2 – 5 мм; 3 – 2,5 мм

**Аппроксимация откликов для изгиба по высоте в поперечном сечении ребер имеет вид:**

- для спиральных ребер с наклоном влево вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,015 - 0,00916x_1 - 0,198x_2 - 0,1x_1x_2; \quad (3.65)$$

- для спиральных ребер с наклоном вправо вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,015 - 0,00916x_1 - 0,198x_2 - 0,1x_1x_2. \quad (3.66)$$

Аппроксимация поправочных коэффициентов в выражении через  $L_h$  и  $B_k$ :

- для спиральных ребер с наклоном влево вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,015 - 0,00916\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) - 0,198\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) - 0,1\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right); \quad (3.67)$$

- для спиральных ребер с наклоном вправо вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,015 - 0,00916\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) - 0,198\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) - 0,1\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right). \quad (3.68)$$

**Аппроксимация откликов для изгиба по ширине в поперечном сечении ребер имеет вид:**

- для спиральных ребер с наклоном влево вверх

$$\kappa_c^{u3z} = -0,964 - 1,011x_1 - 0,952x_2 - 0,964x_1x_2; \quad (3.69)$$

- для спиральных ребер с наклоном вправо вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,964 + 1,011x_1 + 0,952x_2 + 0,964x_1x_2. \quad (3.70)$$

Аппроксимация поправочных коэффициентов в выражении через  $L_h$  и  $B_k$ :

- для спиральных ребер с наклоном влево вверх

$$\kappa_c^{u3z} = -0,964 - 1,011\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) - 0,952\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) - 0,964\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right); \quad (3.71)$$

- для спиральных ребер с наклоном вправо вверх

$$\kappa_c^{u3z} = 0,964 + 1,011\left(\frac{Lh}{80} - 2\right) + 0,952\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right) + 0,964\left(\frac{Lh}{80} - 2\right)\left(\frac{Bk}{2,5} - 2\right). \quad (3.72)$$

Построенные линейные модели аппроксимации поправочных коэффициентов для изгибных напряжений по высоте в поперечном сечении в спиральных ребрах оболочки с учетом влияния обшивки (3.67), (3.68) неадекватны на уровне значимости в 5% ввиду малых напряжений изгиба в



плоскости нормали. Модели аппроксимации поправочных коэффициентов для изгибных напряжений по ширине в поперечном сечении в спиральных ребрах оболочки с учетом влияния обшивки (3.71), (3.72) адекватны на уровне значимости 5%. Результаты проверки модели на адекватность представлены в таблице 3.14 и 3.15.

**Таблица 3.14 – Проверка адекватности аппроксимации поправочных коэффициентов изгибных напряжений по высоте в поперечном сечении спиральных ребер с учетом обшивки**

	спиральное ребро с наклоном влево $K_C^{изг}$	спиральное ребро с наклоном вправо $K_C^{изг}$
Численный расчет	0,0425	0,0425
Линейная модель	0,015	0,015
Относительное отклонение	0,6474	0,6474

**Таблица 3.15 – Проверка адекватности аппроксимации поправочных коэффициентов изгибных напряжений по ширине в поперечном сечении спиральных ребер с учетом обшивки**

	спиральное ребро с наклоном влево $K_C^{изг}$	спиральное ребро с наклоном вправо $K_C^{изг}$
Численный расчет	-0,9832	-0,9832
Линейная модель	-0,964	-0,964
Относительное отклонение	0,0195	0,0195

Проведение полных факторных вычислительных экспериментов позволило построить линейные модели аппроксимации поправочных коэффициентов для:

- компоненты  $\sigma_s$  ребер оболочки с учетом обшивки,
- для компоненты  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$  обшивки оболочки с учетом влияния ребер,

– для изгибных напряжений по высоте, в поперечном сечении в спиральных ребрах оболочки с учетом влияния обшивки. Представленные результаты опубликованы в [37, 40, 47, 50, 66, 128].

### 3.5 Выводы по главе

1. Получены упрощенные аналитические оценки напряжений в сетчатых конструкциях регулярной структуры с учетом изгиба ребер, позволяющие удовлетворить ограничениям по прочности и жесткости при проектировании.

2. На основе предложенной расчётной модели проведен сравнительный анализ результатов аналитического и численного решений задачи расчета напряженно-деформированного состояния реберной структуры. Показано согласование аналитических расчетов с результатами вычислительного эксперимента. Аналитические оценки можно использовать для исследования анизотридных сетчатых оболочек достаточно большого радиуса.

3. Разработан и предложен метод поверочного расчета напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочечных конструкций при статическом сжатии, основанный на построении математической модели с помощью аналитического решения идеализированной задачи и получении поправок путем полного дискретного моделирования системы стержней, обшивки, окантовок конструкции.

Метод отличается совместным использованием полного дискретно моделирования, аналитических асимптотических оценок и позволяет определять напряжения в каждом конструктивном элементе оболочки.

4. Разработаны алгоритмы расчета напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочечной конструкции, реализующие предложенный численно-аналитический метод.

5. Разработано программное и методическое обеспечение расчетов напряженно-деформированного состояния крупногабаритных конструкций агрегатов летательных аппаратов из композиционных материалов при действии статических и квазистатических нагрузок, представляющих собой систему кольцевых и спиральных ребер, усиленных или не усиленных обшивкой.

## 4 ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЕТЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ВЫРЕЗАМИ

Рассматриваемые в работе конструкции класса сетчатых оболочек из конструктивных или технологических соображений могут содержать вырезы, в том числе усиленные окантовками.

Основываясь на предложенном во второй главе методе факторного анализа напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций, оценим влияние некомпенсированных и компенсированных вырезов на поля напряжений сетчатых оболочек при статическом осевом сжатии.

### 4.1 Влияние некомпенсированного выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки

Для изучения влияния некомпенсированного выреза в сетчатой оболочке на напряженно-деформированное состояние обшивки и ребер конструкции проведем два полных факторных вычислительных эксперимента, в которых отдельно будем варьировать ширину и высоту выреза. [169].

***Влияние ширины некомпенсированного выреза на поле напряжений сетчатой оболочки.*** Рассмотрим сетчатую цилиндрическую оболочку с приложенной к верхней кромке сжимающей силой. Конструкция имеет шестиугольный некомпенсированный вырез высотой в одну ромбическую ячейку, расположенный на середине образующей (рисунок 4.1).

Расчетная модель содержит 64 пары спиральных ребер, что достаточно для обобщения результатов на оболочки с большим числом ребер. Нагрузка на одну пару спиральных ребер берется из условия  $\sigma_0 = 1$ , где  $\sigma_0$  - отношение приложенной силы к суммарной площади поперечных сечений спиральных ребер.

Радиус оболочки составляет  $R = \frac{64}{\pi} l_k$ . Спиральные и кольцевые ребра задаются

материалом со следующими физико-механическими характеристиками:  $E_1=E_2=3000$  МПа,  $G_{12}=500$  МПа,  $\mu=0,2$ . Исходные физико-механические характеристики материала обшивки:  $E_1=408$  МПа,  $E_2=6329$  МПа,  $G_{12}=367$  МПа,  $\mu_1=0,72$ ,  $\mu_2=0,046$ .

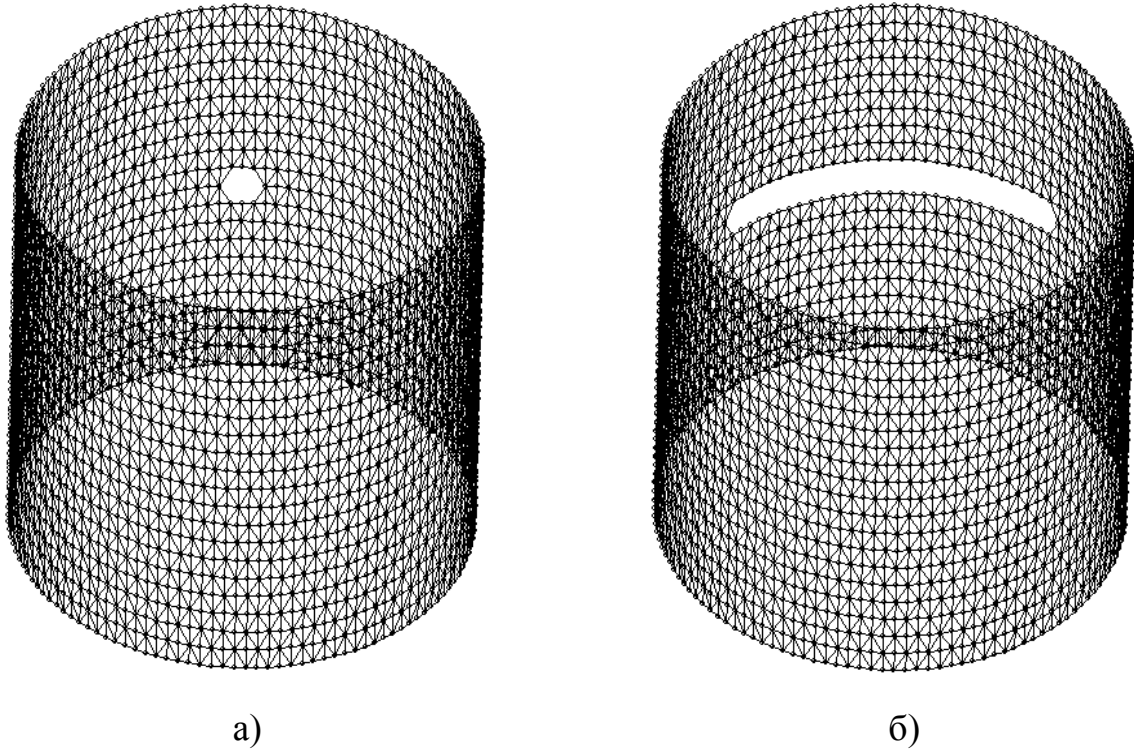


Рисунок 4.1 – Цилиндрическая оболочечная конструкция с некомпенсированным вырезом с высотой в одну ромбическую ячейку:

а – ширина выреза 2 ромбические ячейки,

б – ширина выреза 16 ромбических ячеек

В качестве варьируемого фактора выберем ширину выреза при фиксированной высоте. Будем менять ширину выреза в экспериментах по схеме: 2, 4, 6, ..., 16 ромбических ячеек. Таким образом, максимальная ширина выреза составит  $\frac{1}{4}$  от длины окружности оболочки. В качестве отклика рассчитаем коэффициенты концентрации напряжений в кольцевых, спиральных ребрах конструкции по следующей формуле:

$$k = \frac{\sigma_{i\text{чис}}^{\max}}{\sigma_{i0}}, \quad (4.1)$$

где  $\sigma_{i\text{чис}}^{\max}$  - максимальное расчетное значение  $i$ -ой компоненты тензора напряжений в элементе конструкции в зоне выреза;

$\sigma_{i0}$  - одноименное фоновое напряжение.

Для анализа напряженного состояния обшивки, вычислим относительные напряжения на внутренней и наружной поверхности по формуле (4.1), где в качестве числителя возьмем максимальные сжимающие или растягивающие напряжения в пределах двух ромбических ячеек от края выреза.

На рисунках 4.2-4.4 представлены графики изменения относительных напряжений  $\sigma_t$  и  $\sigma_s$  в обшивке и коэффициенты концентрации продольных напряжений в ребрах конструкции в зависимости от отношения  $N_r/N$  - числа перерезанных спиральных ребер к общему числу спиральных ребер модели. Коэффициенты концентрации и относительные напряжения положительны, когда знак найденных напряжений совпадает со знаком фоновых напряжений.

Анализ рисунков 4.2 и 4.3 показывает, что относительные напряжения по абсолютной величине нелинейно возрастают с ростом числа перерезанных спиральных ребер. Полученные зависимости для компонент  $\sigma_s$  и  $\sigma_t$ , на наружной и внутренней стороне обшивки отличаются мало. При изменении  $N_r/N$  от 0,02 до 0,23 максимальные значения напряжения  $\sigma_s$  в обшивке возрастают в 3,7 раза, а  $\sigma_t$  в 55 раз. Следует отметить изменение знака относительных меридиональных напряжений  $\sigma_s$  при  $N_r/N = 0,08$  и  $N_r/N = 0,14$  (рисунок 4.3 - б).

Коэффициенты концентрации средних по сечению продольных напряжений  $\sigma_s$  в ребрах модели также возрастают нелинейно с ростом числа перерезанных спиральных ребер (рисунок 4.4). В кольцевых ребрах рост растягивающих напряжений  $\sigma_s$  происходит несколько быстрее, чем в спиральных (рисунок 4.4-б): при изменении  $N_r/N$  от 0,02 до 0,23 коэффициенты концентрации напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах возрастают в 20,75 раз, а в спиральных в 2,2 раза. При этом сжимающие напряжения  $\sigma_s$  нарастают быстрее в спиральных ребрах

(рисунок 4.4-а): при изменении  $N_r/N$  от 0,02 до 0,23 концентрация этих напряжений в спиральных ребрах возрастает в 12,4 раза, а в кольцевых в 5,8 раза.

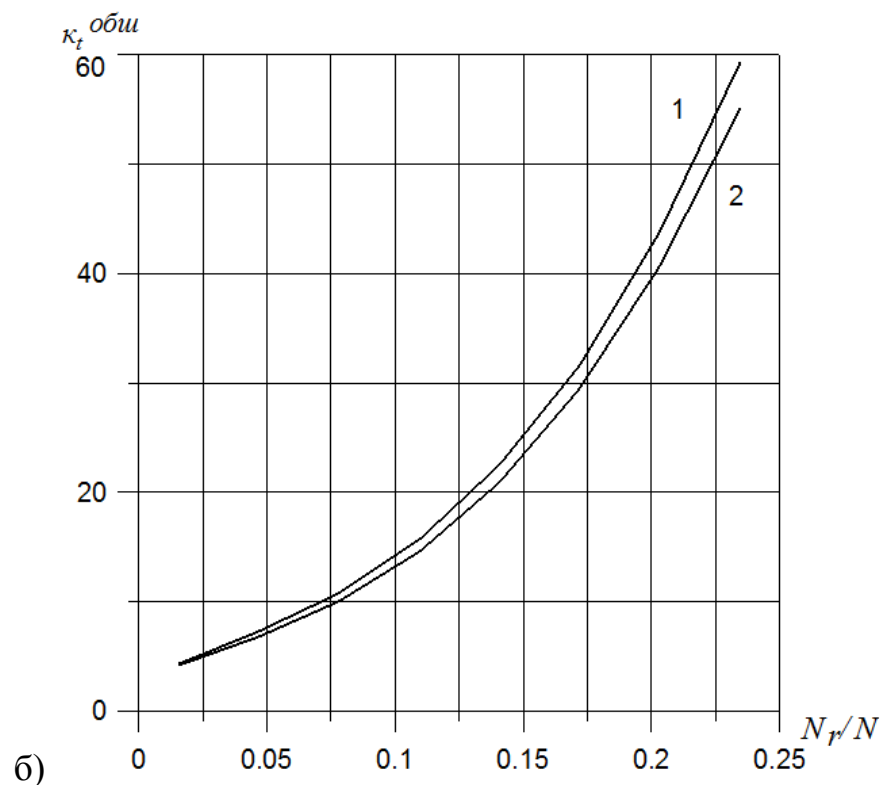
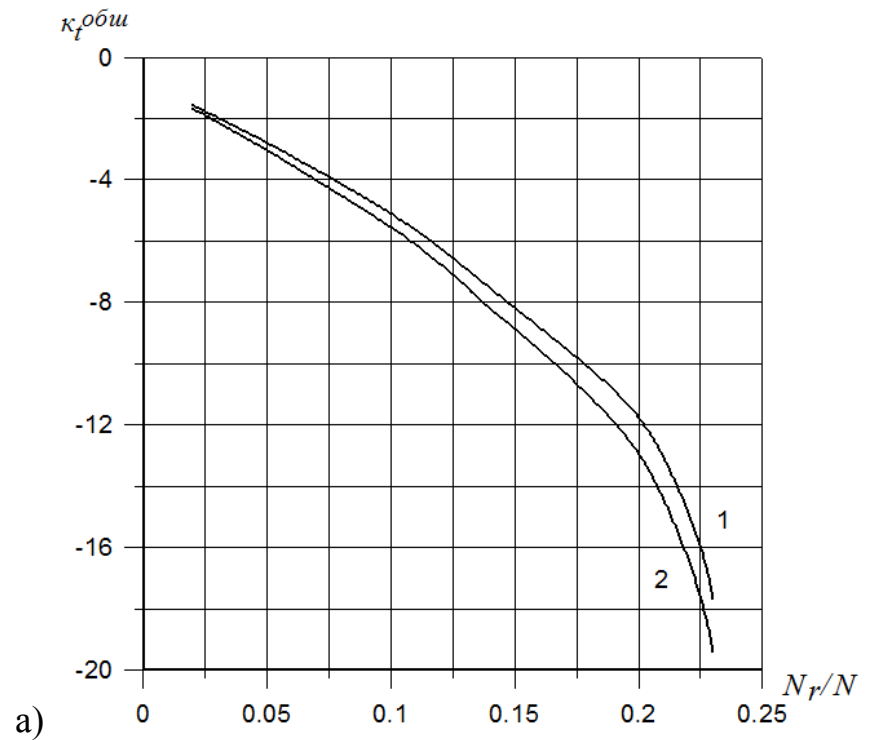


Рисунок 4.2 – Относительные напряжения  $\sigma_t$  в обшивке конструкции:

а) сжимающие, б) растягивающие;

1 – внутренняя поверхность обшивки, 2 – наружная поверхность обшивки

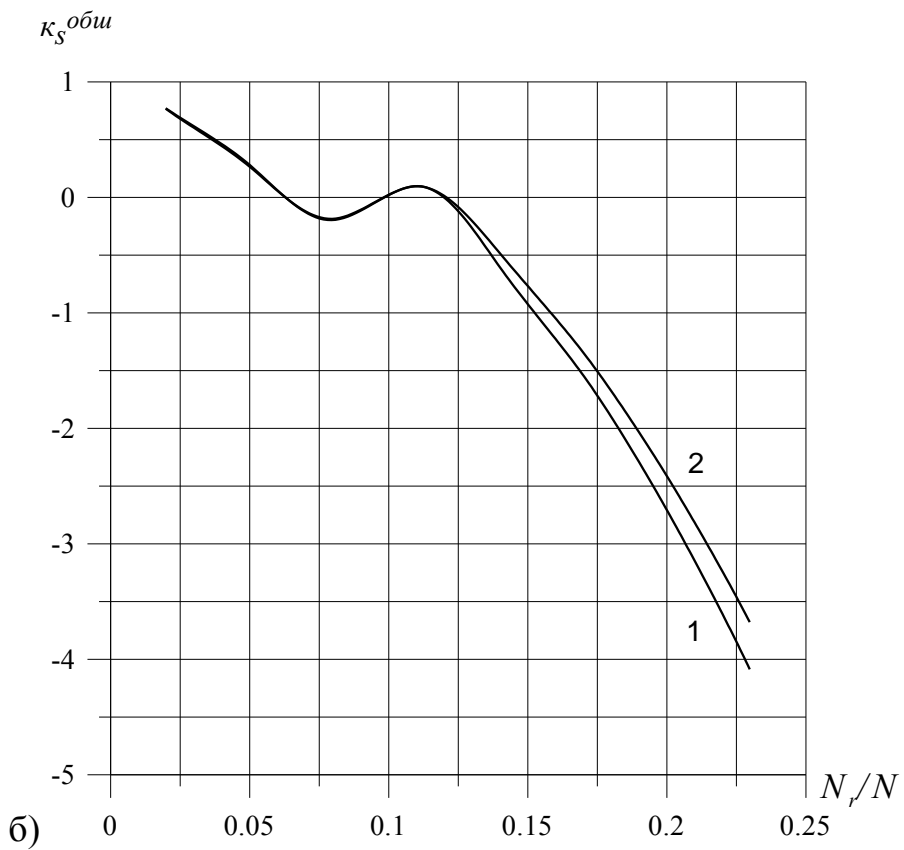
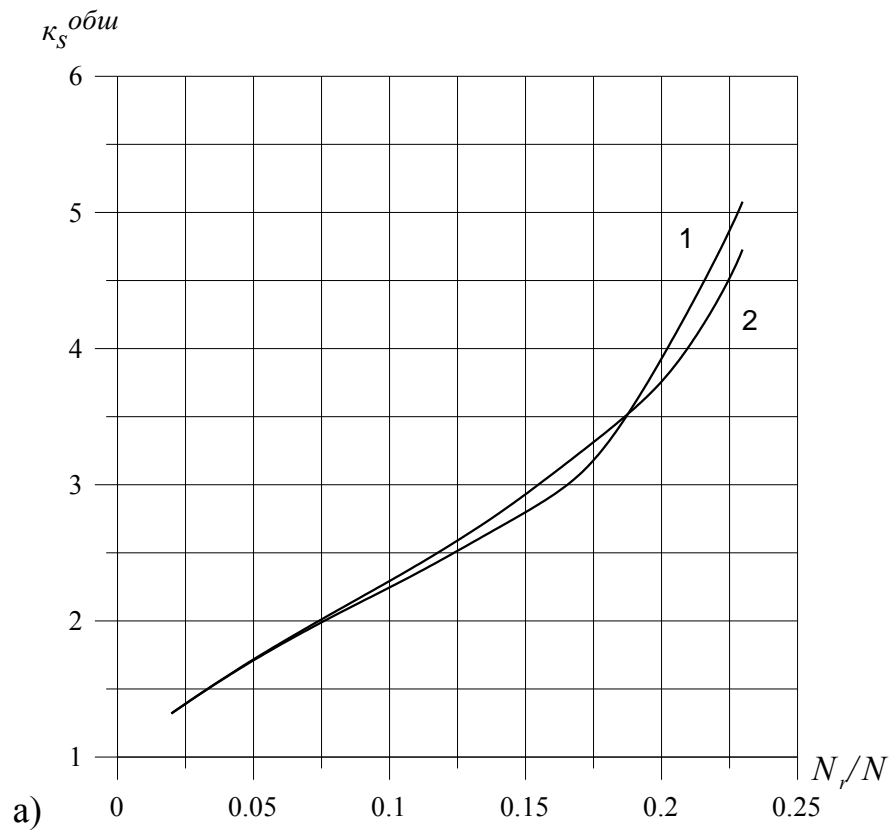


Рисунок 4.3 – Относительные меридиональные напряжения  $\sigma_s$  в обшивке конструкции: а) сжимающие, б) растягивающие;

1 – внутренняя поверхность обшивки, 2 – наружная поверхность обшивки

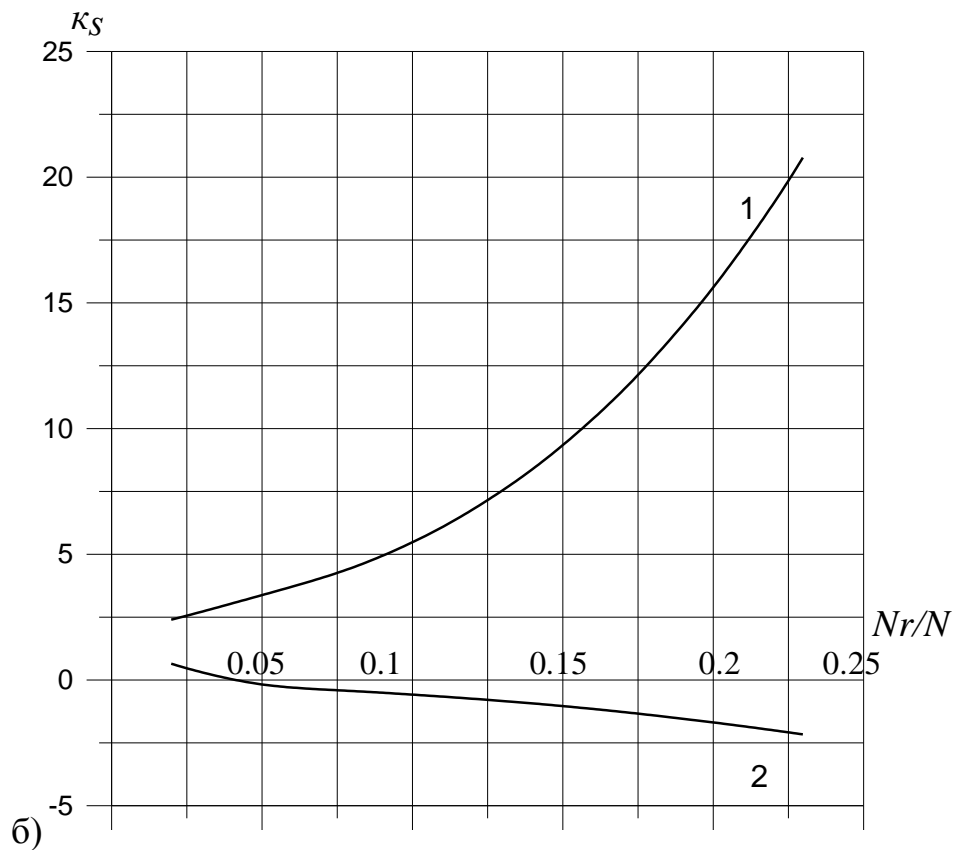
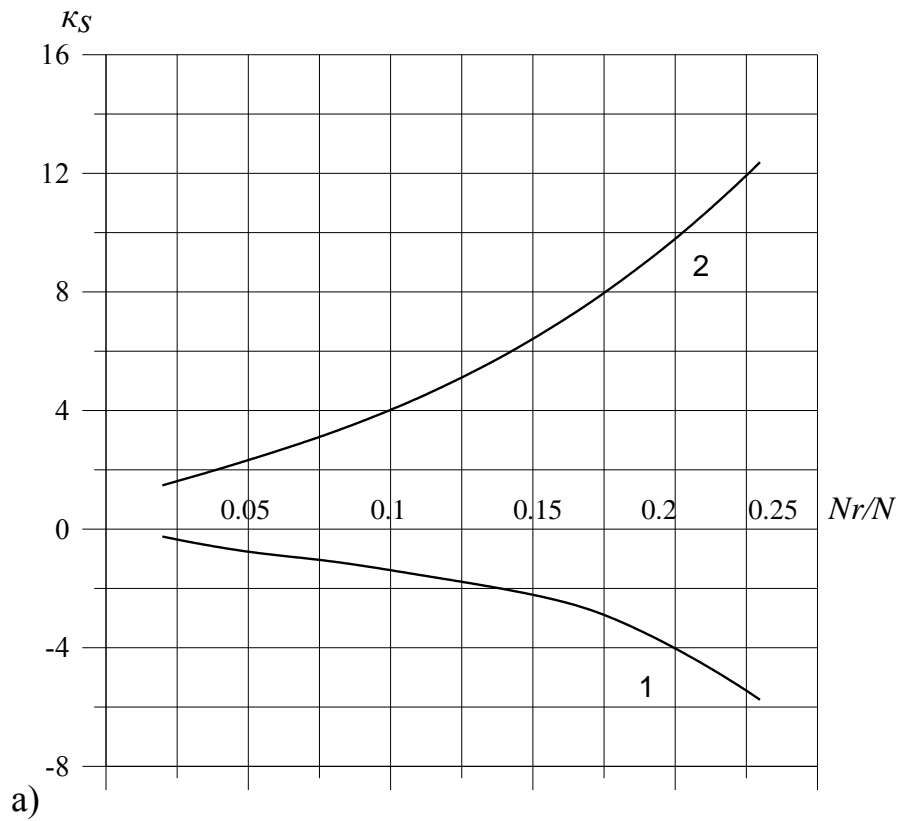


Рисунок 4.4 – Коэффициенты концентрации напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции: а) сжимающие, б) растягивающие;  
1 – кольцевые ребра, 2 – спиральные ребра



Для изучения влияния ширины выреза при фиксированной высоте на изгибные напряжения в ребрах конструкции примем во внимание, что знак изгибающего момента не характеризует растяжение и сжатие, а определяет, какая из сторон сечения оказывается в растянутой, а какая – в сжатой зоне. Поэтому анализ было удобно проводить, рассматривая отдельно максимальные и минимальные напряжения, обусловленные изгибом. В качестве отклика по формуле (4.1) вычислялись напряжения на серединах сторон поперечных сечений ребер (за вычетом напряжений в центре сечения), отнесенные к фоновым. Эти величины характеризуют изгиб отдельно в плоскости большой жесткости и в плоскости малой жесткости ребра.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что вблизи выреза, в пределах двух ромбических ячеек от его края, изгибные напряжения в кольцевых и спиральных ребрах растут с увеличением числа перерезанных спиральных ребер (рисунок 4.5, 4.6). Напряжения от изгиба в плоскости большей жесткости ребра растут быстрее, чем в плоскости меньшей жесткости. Это характерно как для спиральных, так и для кольцевых ребер.

При изменении  $N_r/N$  от 0,02 до 0,23 минимальные изгибные напряжения в кольцевых ребрах в плоскости большей жесткости ребра возрастают в 12 раз, а в плоскости малой жесткости в 4,3 раза (рисунок 4.5). Максимальные изгибные напряжения при тех же условиях возрастают в плоскостях большей и малой жесткости в 20 раз и в 2,5 раз соответственно. В плоскости малой жесткости кольцевого ребра максимальные изгибные напряжения меняют знак при  $N_r/N = 0,14$ .

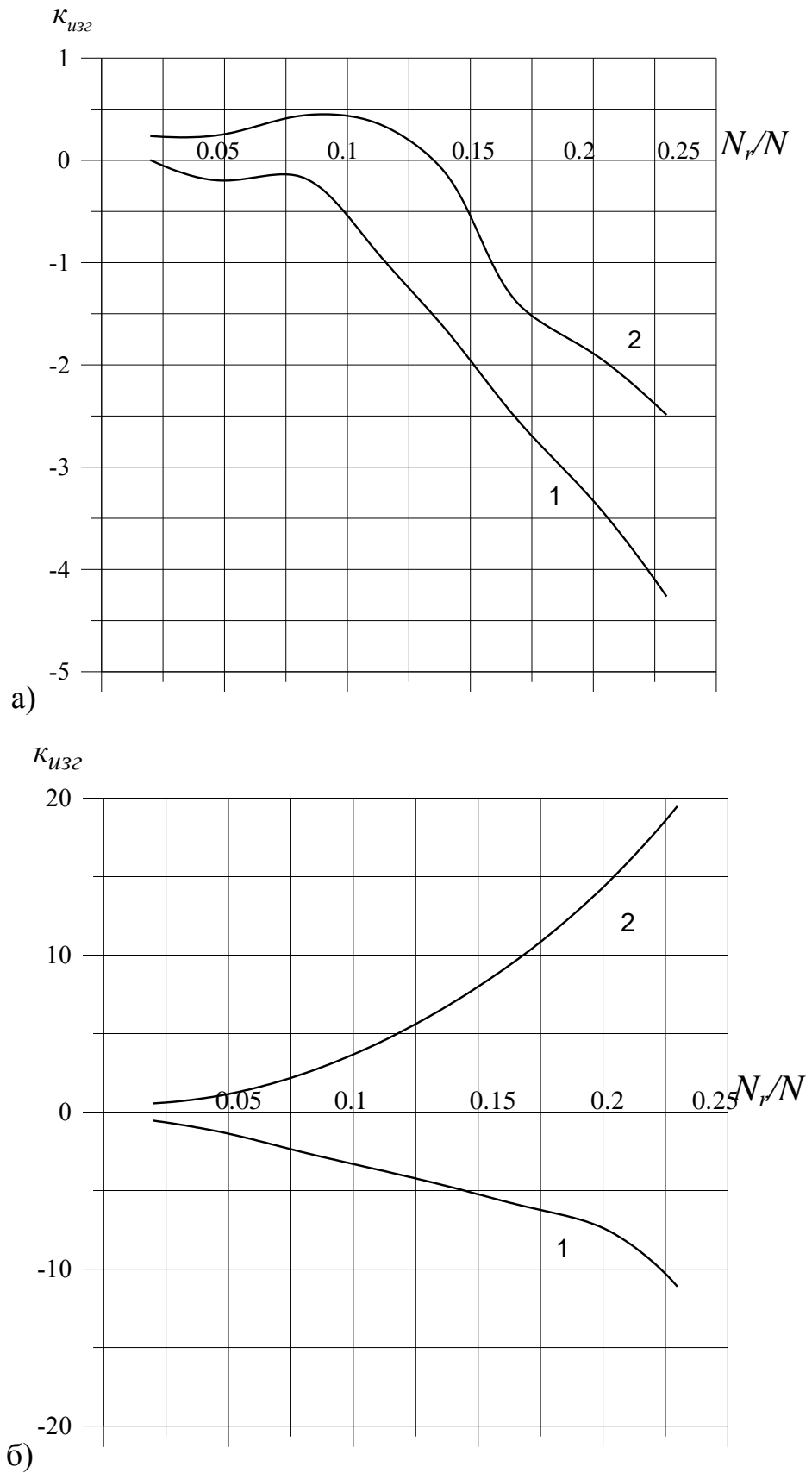


Рисунок 4.5 – Относительные изгибные напряжения в кольцевых ребрах:

а) в плоскости малой жесткости, б) в плоскости большой жесткости;

1 - минимальные, 2 - максимальные

Наличие выреза приводит к росту изгибных напряжений в спиральных ребрах вблизи выреза (рисунок 4.6). В пределах двух ромбических ячеек от кромки выреза, максимальные изгибные напряжения при изменении  $N_r/N$  от 0,02 до 0,23 в плоскости малой жесткости ребра увеличиваются незначительно (в 0,11 раза), при этом в плоскости большей жесткости в 1,9 раза (рисунок 4.6). В плоскости малой жесткости ребра максимальные изгибные напряжения в спиральных ребрах меняют знак при  $N_r/N=0,155$ . При тех же условиях минимальные изгибные напряжения в плоскостях большей и малой жесткости увеличиваются в 0,84 и в 4,35 раз соответственно. Следует отметить изменение знака у минимальных напряжений в плоскости малой жесткости при  $N_r/N=0,11$  и  $N_r/N=0,16$ .

Таким образом, анализ результатов вычислительных экспериментов показывает, что вблизи выреза, в пределах двух ромбических ячеек от его края, напряжения в обшивке и ребрах сетчатой структуры, как средние по сечению, так и изгибные, растут нелинейно с увеличением числа перерезанных спиральных ребер (рисунок 4.2 - 4.6).

Максимальные меридиональные напряжения в обшивке  $\sigma_s$  меняют знак при  $N_r/N = 0,08$  и  $N_r/N=0,14$ .

В кольцевых ребрах сетчатой структуры конструкции рост растягивающих напряжений  $\sigma_s$  происходит несколько быстрее, чем в спиральных ребрах.

Напряжения от изгиба в плоскости большей жесткости ребра растут быстрее, чем в плоскости меньшей жесткости. Это характерно как для спиральных, так и для кольцевых ребер (рисунок 4.5, 4.6).

В плоскости малой жесткости спиральных ребер максимальные изгибные напряжения меняют знак при  $N_r/N=0,155$ , а минимальные изгибные напряжения при  $N_r/N=0,11$  и  $N_r/N=0,16$ . В плоскости малой жесткости кольцевых ребер максимальные изгибные напряжения меняют знак при  $N_r/N=0,135$ .

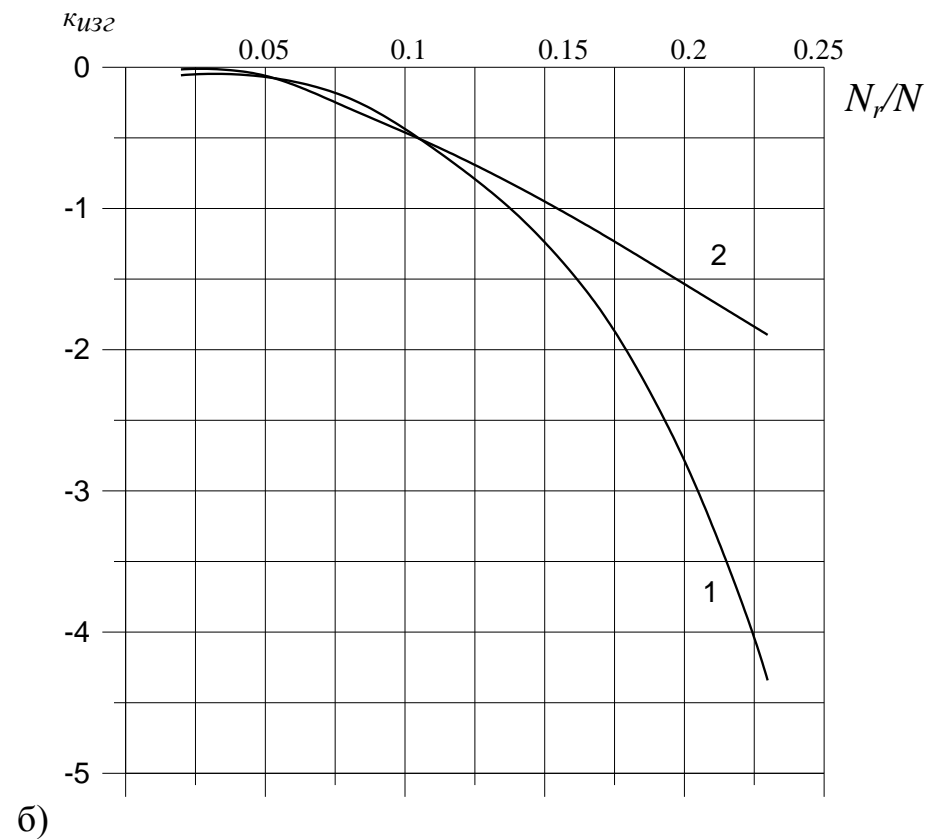
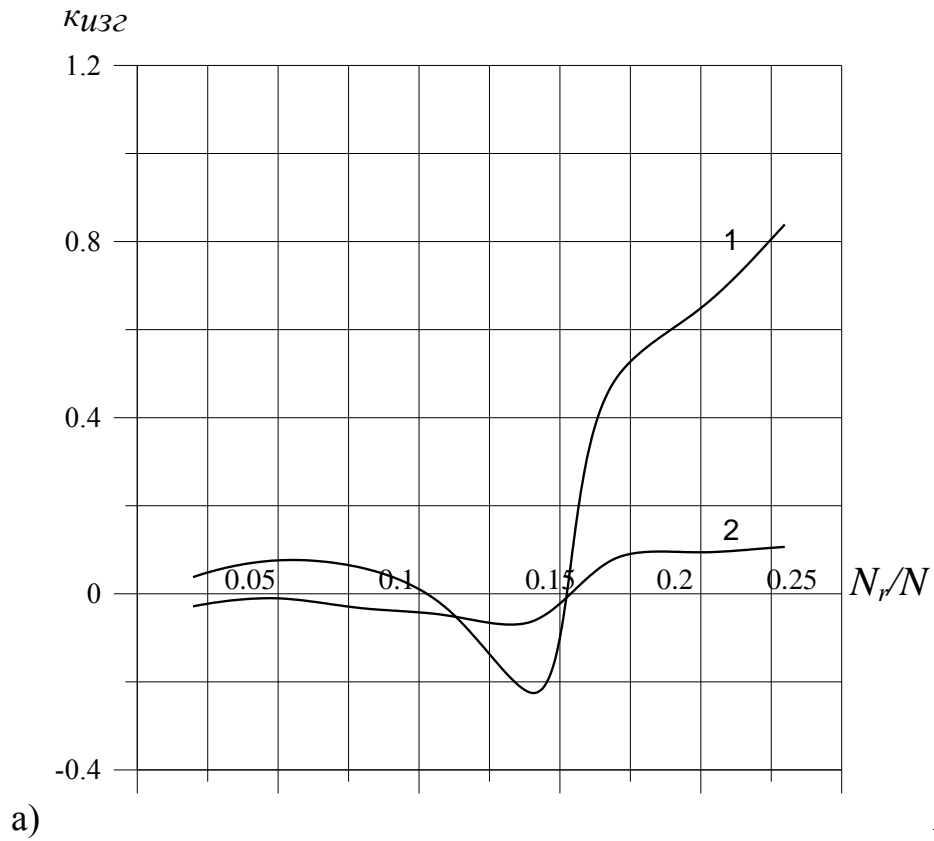


Рисунок 4.6 – Относительные изгибные напряжения в спиральных ребрах:

а) в плоскости малой жесткости, б) в плоскости большой жесткости;

1 - минимальные, 2 - максимальные

**Влияние высоты некомпенсированного выреза на поле напряжений сетчатой оболочки.** Для изучения влияния размера высоты выреза на напряженно-деформированное состояние обшивки и ребер конструкции проведем второй численный эксперимент, при котором будем варьировать число элементарных ромбических ячеек по высоте в рассматриваемой конструкции при постоянной ширине выреза. Число ромбических ячеек выреза по окружности фиксировано и равно десяти. Число ячеек по образующей в экспериментах будем менять по схеме: 1, 3, 5, 7, 9 ромбических ячеек. Вид оболочечных конструкций для данного вычислительного эксперимента представлен на рисунке 4.7. В качестве отклика рассчитаем по формуле (4.1) пределах двух ромбических ячеек от края выреза коэффициенты концентрации напряжений в ребрах конструкции, относительные сжимающие и растягивающие напряжения в обшивке с учетом поверхности, а также относительные изгибные напряжения в кольцевых и спиральных ребрах.

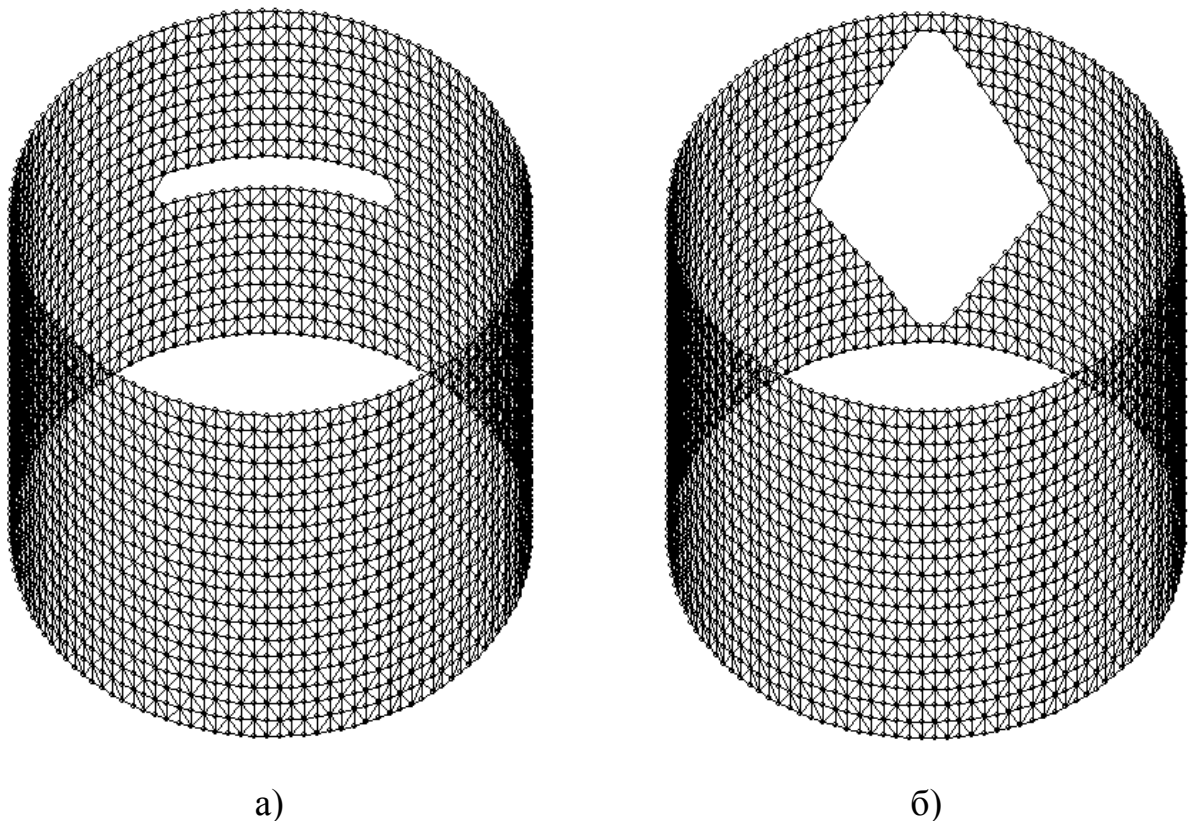


Рисунок 4.7 – Цилиндрическая оболочечная конструкция с некомпенсированным вырезом с шириной в десять ромбических ячеек:

- а – высота выреза 1 ромбическая ячейка,
- б – высота выреза 9 ромбических ячеек

На рисунках 4.8-4.10 представлены графики изменения относительных сжимающих и растягивающих напряжений  $\sigma_t$  и  $\sigma_s$  в обшивке и коэффициенты концентрации продольных напряжений в ребрах конструкции в зависимости от отношения  $N_{rk}/N$  - числа перерезанных кольцевых ребер к общему числу кольцевых ребер модели. При анализе учитываем, что относительные напряжения и коэффициенты концентрации, рассчитанные по формуле (4.1) положительны, когда знак найденных напряжений совпадает со знаком фоновых напряжений.

Анализ рисунков 4.8-4.10 показывает, что напряжения в обшивке изменяются нелинейно с ростом числа перерезанных кольцевых ребер.

Полученные зависимости для относительных напряжений компоненты  $\sigma_t$  для наружной и внутренней стороне обшивки отличаются мало (рисунок 4.8). При изменении  $N_{rk}/N$  от 0,05 до 0,82 значения сжимающих напряжений возрастают в 2,25 раза, а растягивающих в 1,5 раза.

На рисунке 4.9-б видно, что растягивающие меридиональные напряжения  $\sigma_s$  на внутренней и наружной поверхностях обшивки отличаются незначительно, а сжимающие напряжения разнятся (рисунок 4.9-а). При этом следует отметить нелинейную зависимость напряжений от числа перерезанных кольцевых ребер с характерным всплеском. Для относительных меридиональных растягивающих напряжений  $\sigma_s$  точками перегиба являются  $N_{rk}/N = 0,4$  и  $N_{rk}/N = 0,62$ , для сжимающих  $N_{rk}/N = 0,25$  и  $N_{rk}/N = 0,62$ .

На рисунке 4.10 представлены коэффициенты концентрации напряжений  $\sigma_s$  в ребрах конструкции. Из рисунка видно, что коэффициенты концентрации продольных напряжений в кольцевых ребрах растут быстрее, чем в спиральных. При изменении  $N_{rk}/N$  от 0,05 до 0,82 сжимающие и растягивающие значения коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах возрастают в 1,17 и 1,13 раз соответственно, а в кольцевых в 5,39 и 1,63 раз.

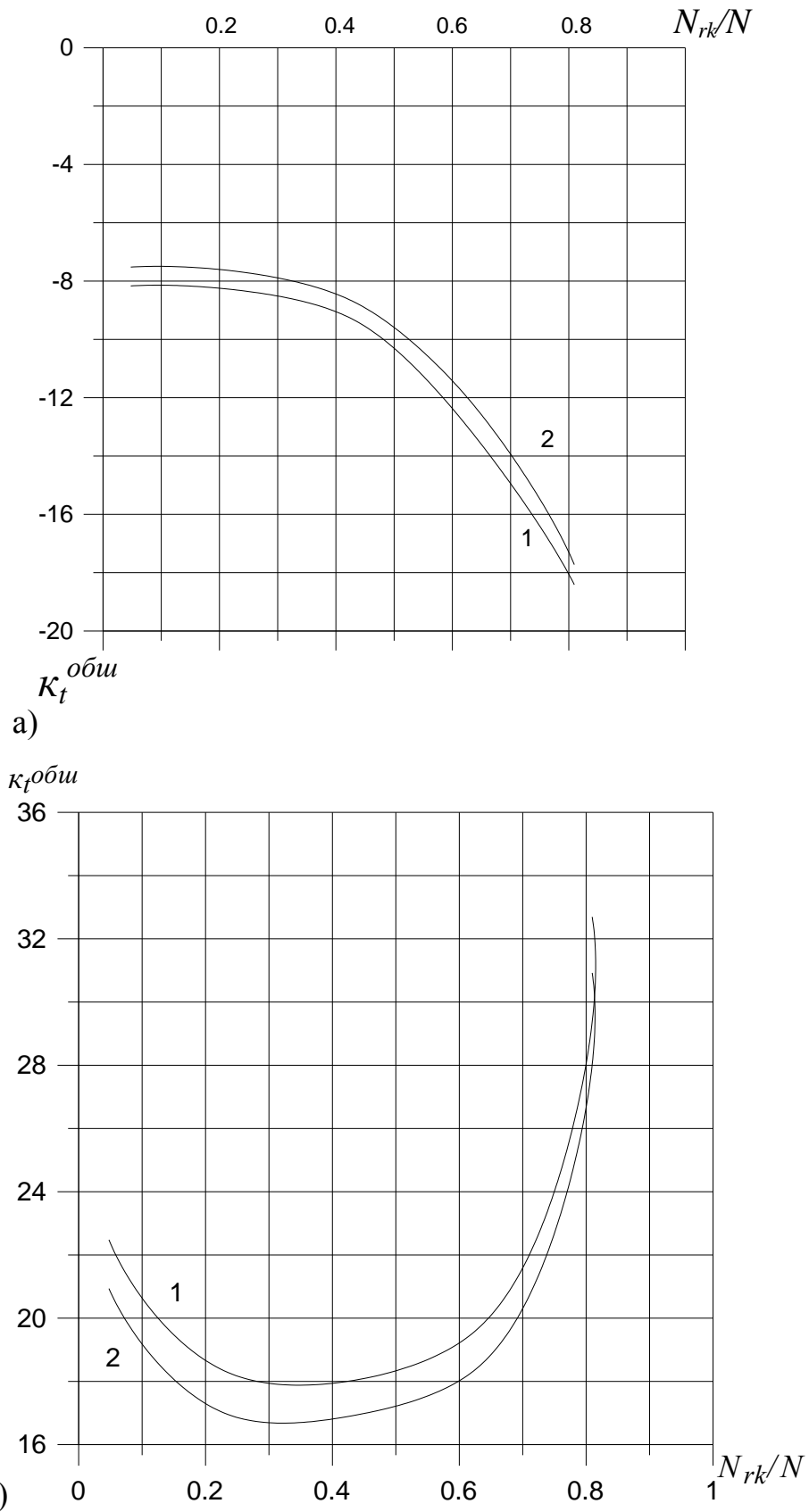


Рисунок 4.8 – Относительные напряжения  $\sigma_t$  в обшивке конструкции:

а) сжимающие, б) растягивающие;

1 – внутренняя поверхность обшивки, 2 – наружная поверхность обшивки

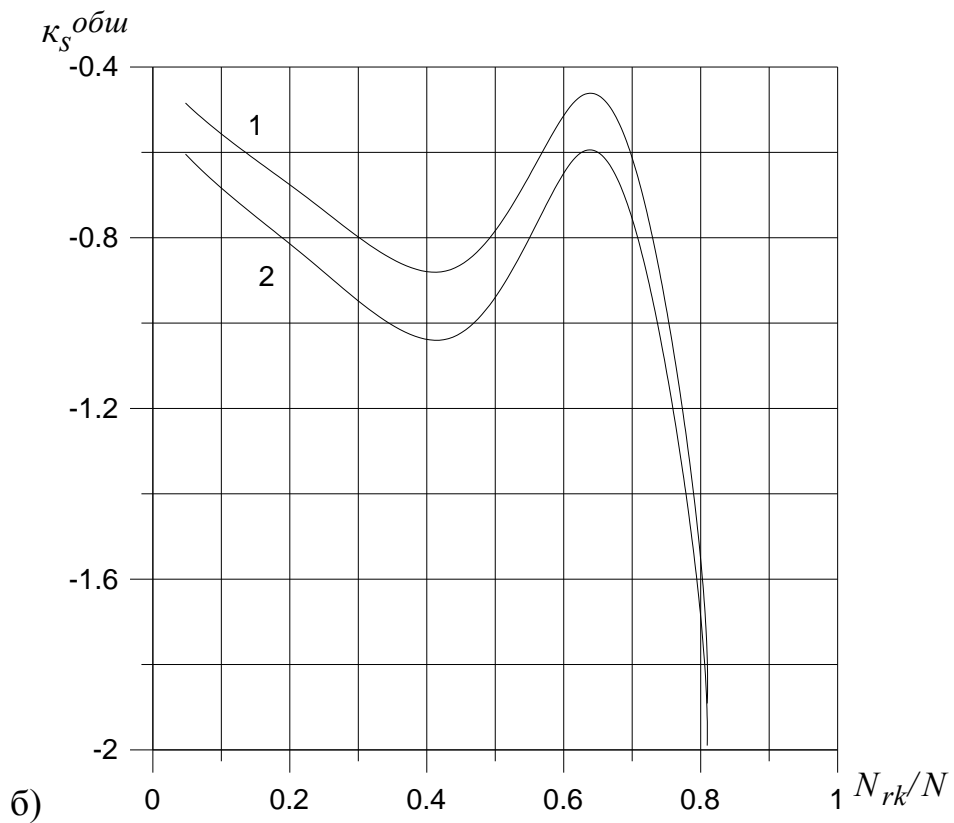
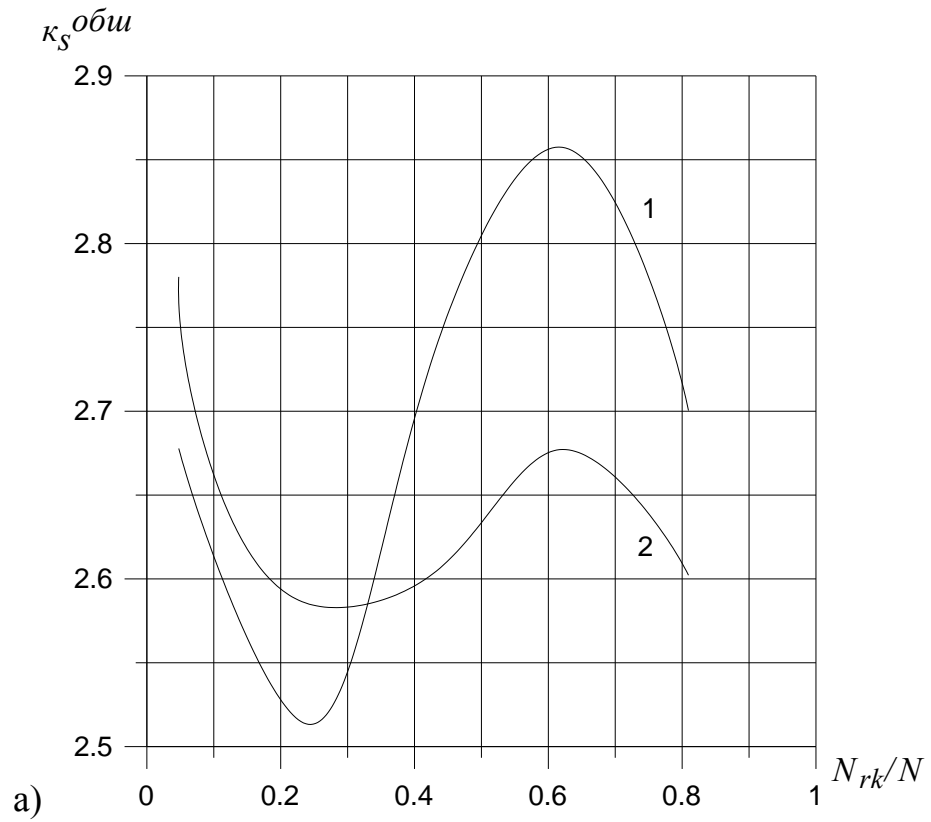


Рисунок 4.9 – Относительные меридиональные напряжения  $\sigma_s$

в обшивке конструкции: а) сжимающие, б) растягивающие;

1 – внутренняя поверхность обшивки, 2 – наружная поверхность обшивки



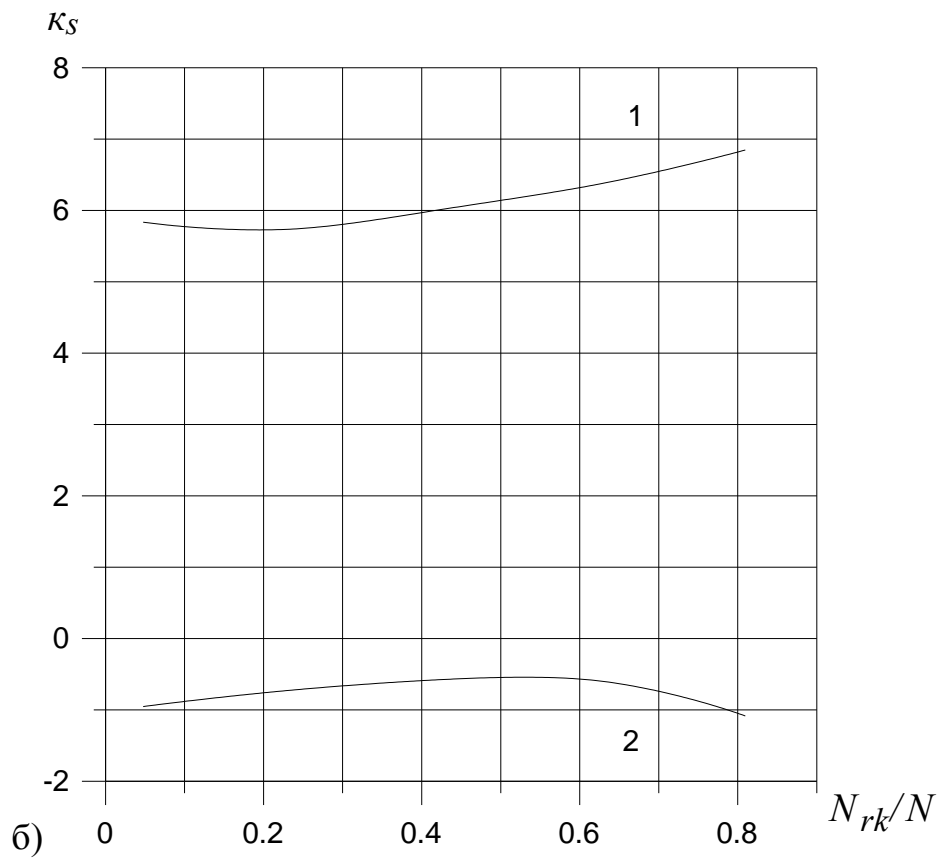
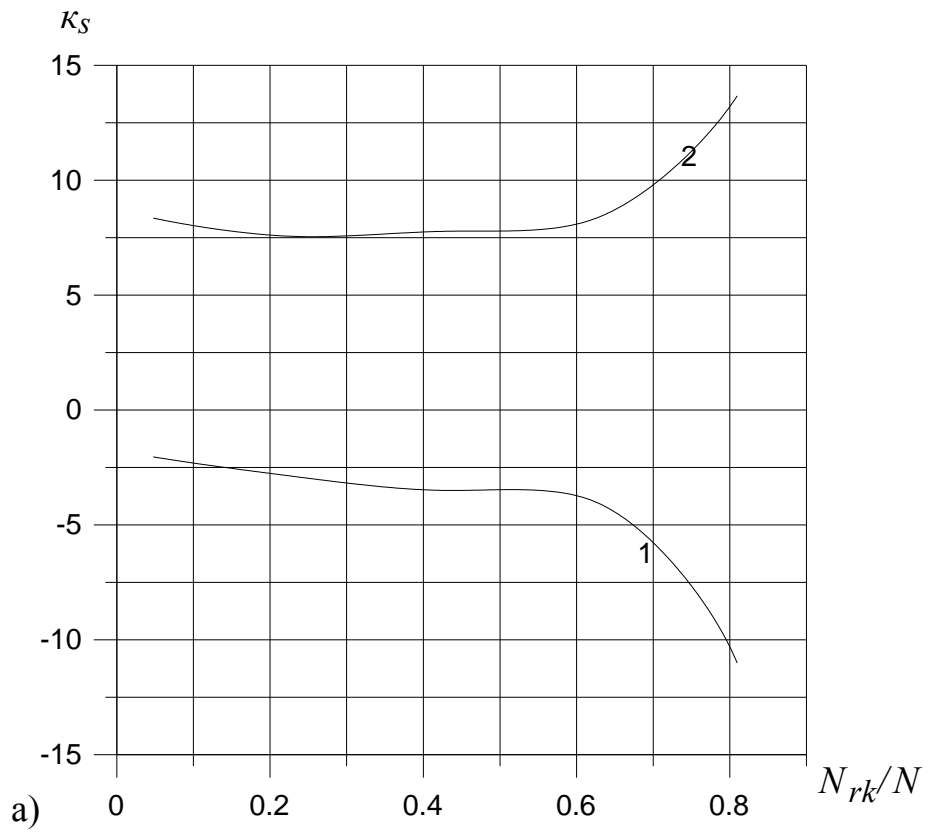


Рисунок 4.10 – Коэффициенты концентрации напряжения  $\sigma_s$  в ребрах

конструкции: а) кольцевые ребра, б) спиральные ребра;

1 – сжимающие, 2 – растягивающие

Рассматривалось влияние высоты выреза при фиксированной ширине на изгибные напряжения спиральных и кольцевых ребер. Как и в предыдущем вычислительном эксперименте, относительные изгибные напряжения в плоскости большой и малой жесткости рассчитывались как отношение разницы между приведенными напряжениями на серединах сторон поперечных сечений ребер и напряжений в центре сечения к фоновым напряжениям.

На рисунке 4.11, 4.12 представлены относительные изгибные напряжения в кольцевых и спиральных ребрах конструкции в плоскости малой и большой жесткости от числа перерезанных кольцевых ребер. Анализ рисунков показывает, что значения напряжений изменяются нелинейно, это характерно как для спиральных, так и для кольцевых ребер.

Так абсолютные значения минимальных изгибных напряжений в кольцевых ребрах в плоскости малой жесткости при изменении  $N_{rk}/N$  от 0,05 до 0,3 уменьшаются в 5,6 раз, а при изменении  $N_{rk}/N$  от 0,6 до 0,82 возрастают в 6,6 раз. Максимальные изгибные напряжения в кольцевых ребрах конструкции в плоскости малой жесткости меняют знак при  $N_{rk}/N = 0,07$  и  $N_{rk}/N = 0,45$ , при изменении  $N_{rk}/N$  от 0,25 до 0,82 возрастают по абсолютной величине в 8,4 раза (рисунок 4.11-а).

Изгибные напряжения в кольцевых ребрах в плоскости большой жесткости при изменении величины  $N_{rk}/N$  от 0,05 до 0,23 меняются незначительно: минимальные изгибные напряжения увеличиваются по абсолютной величине в 1,18 раз, а максимальные изгибные напряжения уменьшаются в 1,52 раз (рисунок 4.11-б).

С ростом числа перерезанных кольцевых ребер (величина  $N_{rk}/N$  увеличивается от 0,05 до 0,82) изгибные напряжения в спиральных ребрах в плоскости большой жесткости изменяются следующим образом: минимальные

изгибные напряжения возрастают по абсолютной величине в 1,92 раза, максимальные изгибные напряжения уменьшаются в 2,73 раза (рисунок 4.12-б).

При изменении  $N_{rk}/N$  от 0,05 до 0,82 абсолютные значения минимальных и максимальных изгибных напряжений спиральных ребер в плоскости малой жесткости возрастают в 1,5 и 1,75 раз соответственно (рисунок 4.12-а).

Анализ результатов вычислительных экспериментов позволяет сделать вывод о том, что вблизи выреза, в пределах двух ромбических ячеек от его края, коэффициенты концентрации в ребрах сетчатой структуры, напряжения в обшивке и изгибные напряжения в кольцевых и спиральных ребрах растут по абсолютной величине нелинейно с увеличением числа перерезанных кольцевых ребер (рисунок 4.8 - 4.12).

Для меридиональных напряжений  $\sigma_s$  в обшивке конструкции характерен всплеск: точками перегиба для растягивающих напряжений являются  $N_{rk}/N = 0,4$  и  $N_{rk}/N = 0,62$ , для сжимающих напряжений  $N_{rk}/N = 0,25$  и  $N_{rk}/N = 0,62$ .

В кольцевых ребрах сетчатой структуры конструкции рост коэффициентов концентрации сжимающих и растягивающих напряжений  $\sigma_s$  происходит быстрее, чем в спиральных ребрах.

Значения изгибных напряжений в плоскости большой и малой жесткостей, как в спиральных, так и в кольцевых ребрах изменяются нелинейно: на графиках наблюдаются как участки роста, так и убывания значений относительных напряжений (рисунок 4.11, 4.12).

Максимальные изгибные напряжения в кольцевых ребрах конструкции в плоскости малой жесткости меняют знак при  $N_{rk}/N = 0,07$  и  $N_{rk}/N = 0,45$ .

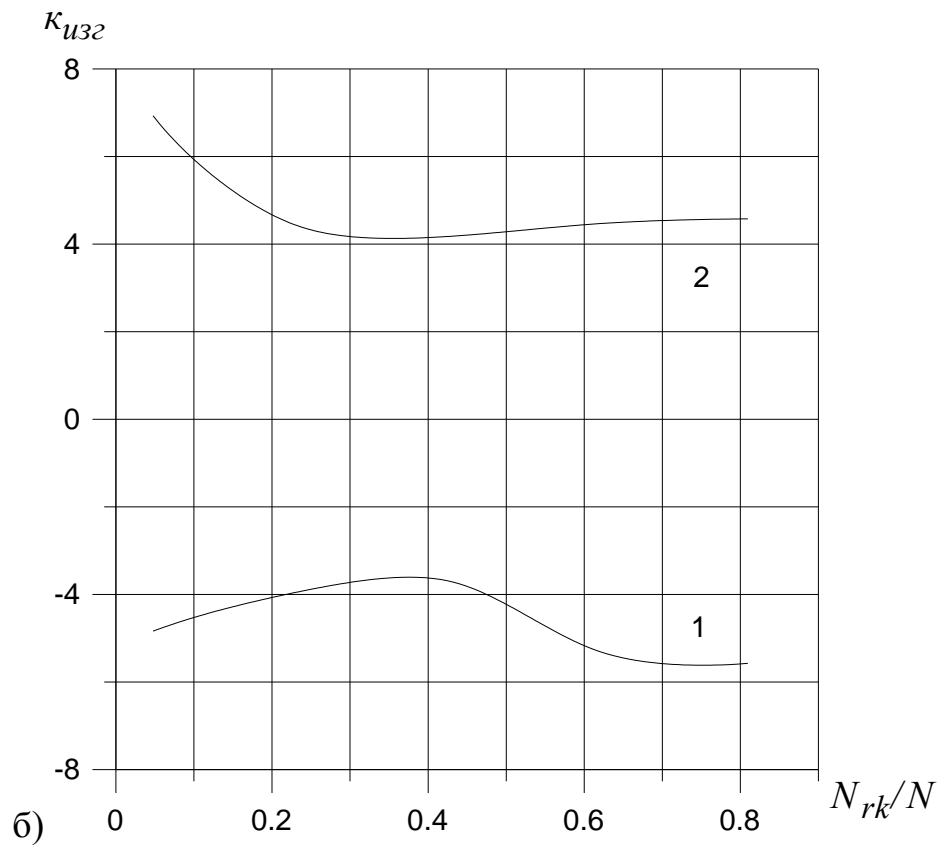
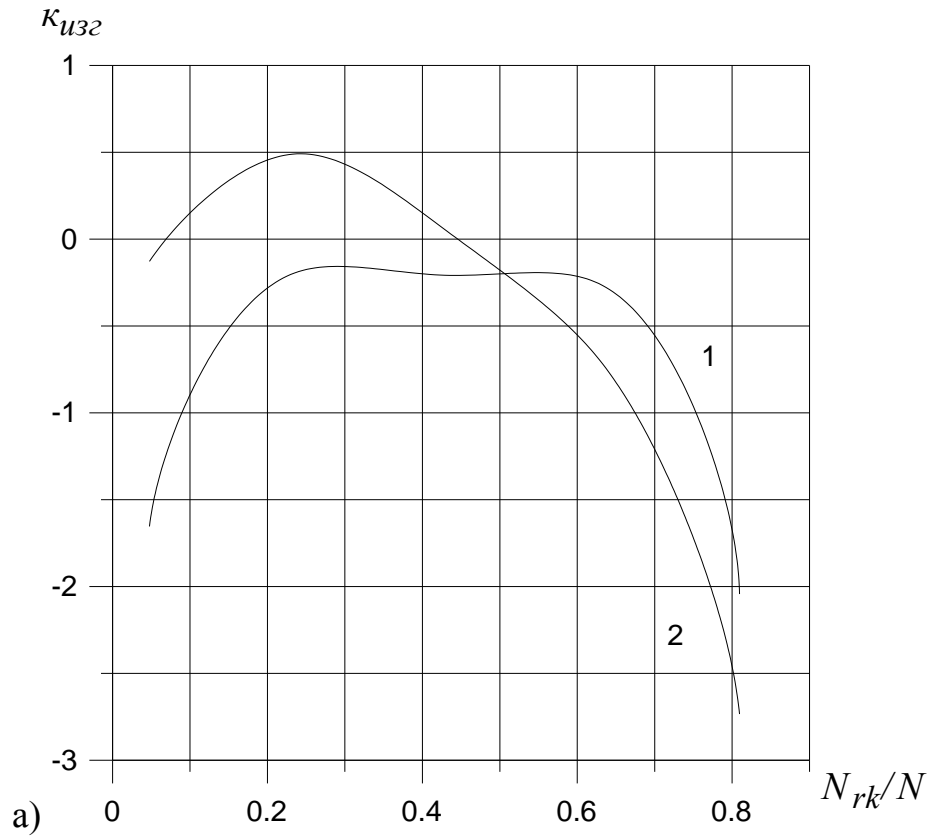


Рисунок 4.11 – Относительные изгибные напряжения в кольцевых ребрах:

а) в плоскости малой жесткости, б) в плоскости большой жесткости;

1 - минимальные, 2 – максимальные

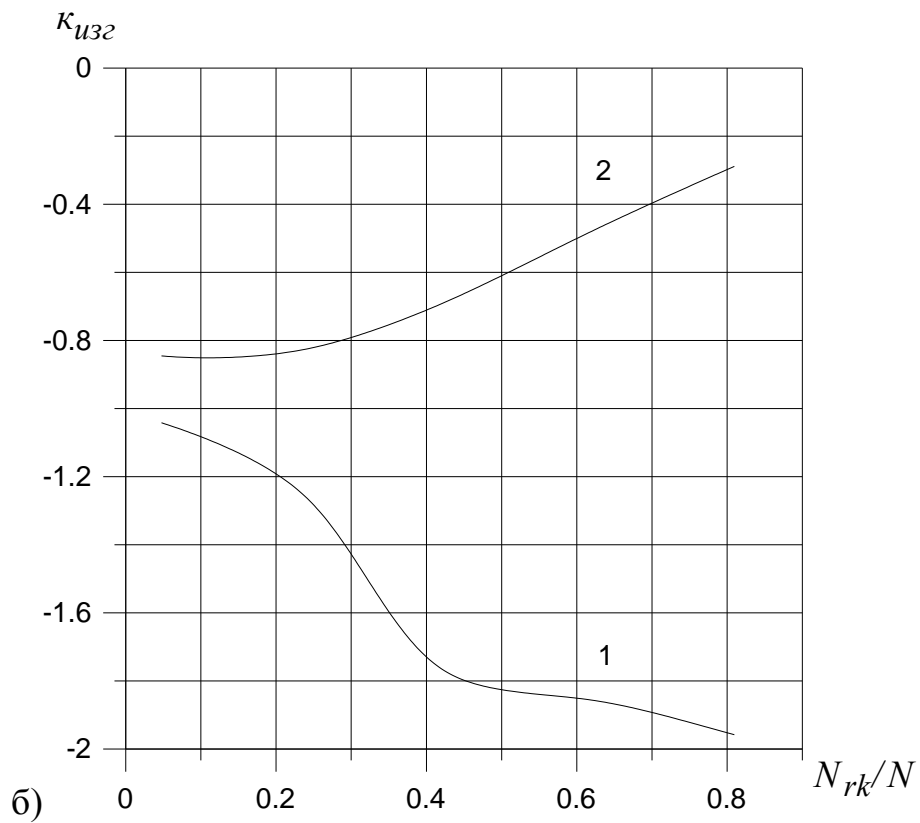
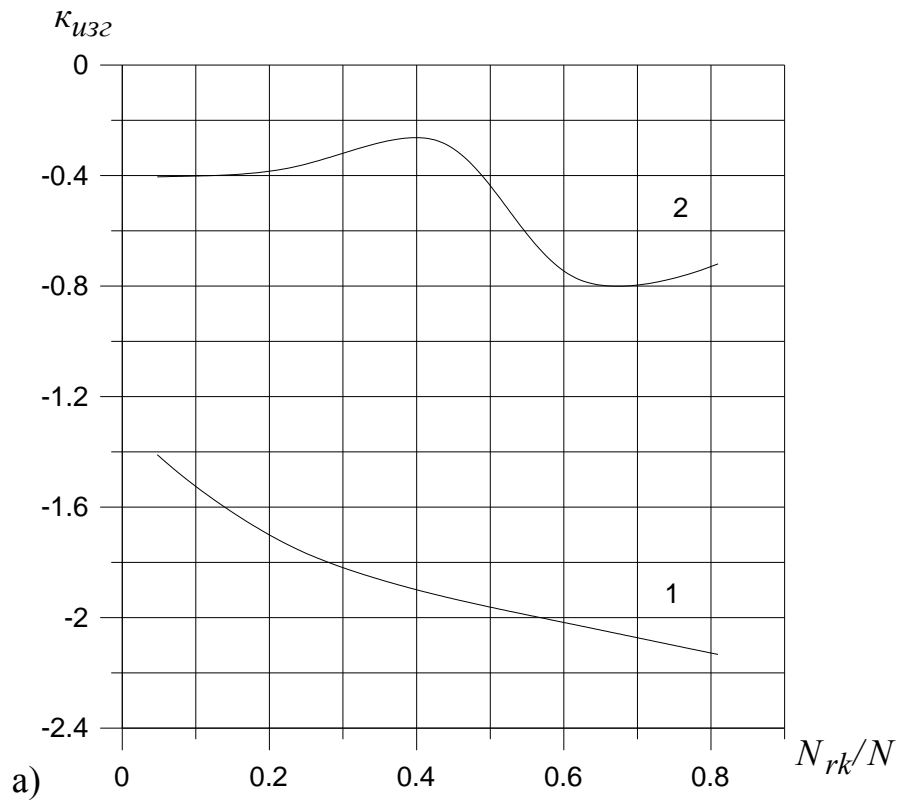


Рисунок 4.12 – Относительные изгибные напряжения в спиральных ребрах:

а) в плоскости малой жесткости, б) в плоскости большой жесткости;

1 - минимальные, 2 - максимальные

## 4.2 Влияние компенсированного выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки

Для укрепления края выреза используют усиление (окантовку), которая сама является концентратором напряжений. В связи с этим возникает необходимость оценить влияние окантовки на напряженно-деформированное состояние конструкции в целом.

На практике в сетчатых оболочках окантовка выреза выполняется заполнением пространства между ребрами композиционным материалом, армированным рубленым волокном либо тканью. Поэтому окантовка может иметь ширину, кратную размеру ячейки сетчатой конструкции.

Для исследования влияния окантовки выреза на напряженно-деформированное состояние конструкции в целом, проведем полный факторный параметрический эксперимент при варьировании ширины окантовки, а также модуля упругости её материала (за счет степени наполнения). В качестве расчетной модели будем использовать конструкцию, описанную в предыдущем параграфе.

В рассматриваемой конструкции по центру располагается вырез размером 4 ромбических ячейки по ширине и 2 ромбических ячейки по высоте. Компенсирование выреза проведем одной окантовкой на всю толщину сетчатой структуры. Ширина окантовки в окружном направлении составляет одну ромбическую ячейку, в осевом –  $\frac{1}{2}$  ячейки (рисунок 4.13-а).

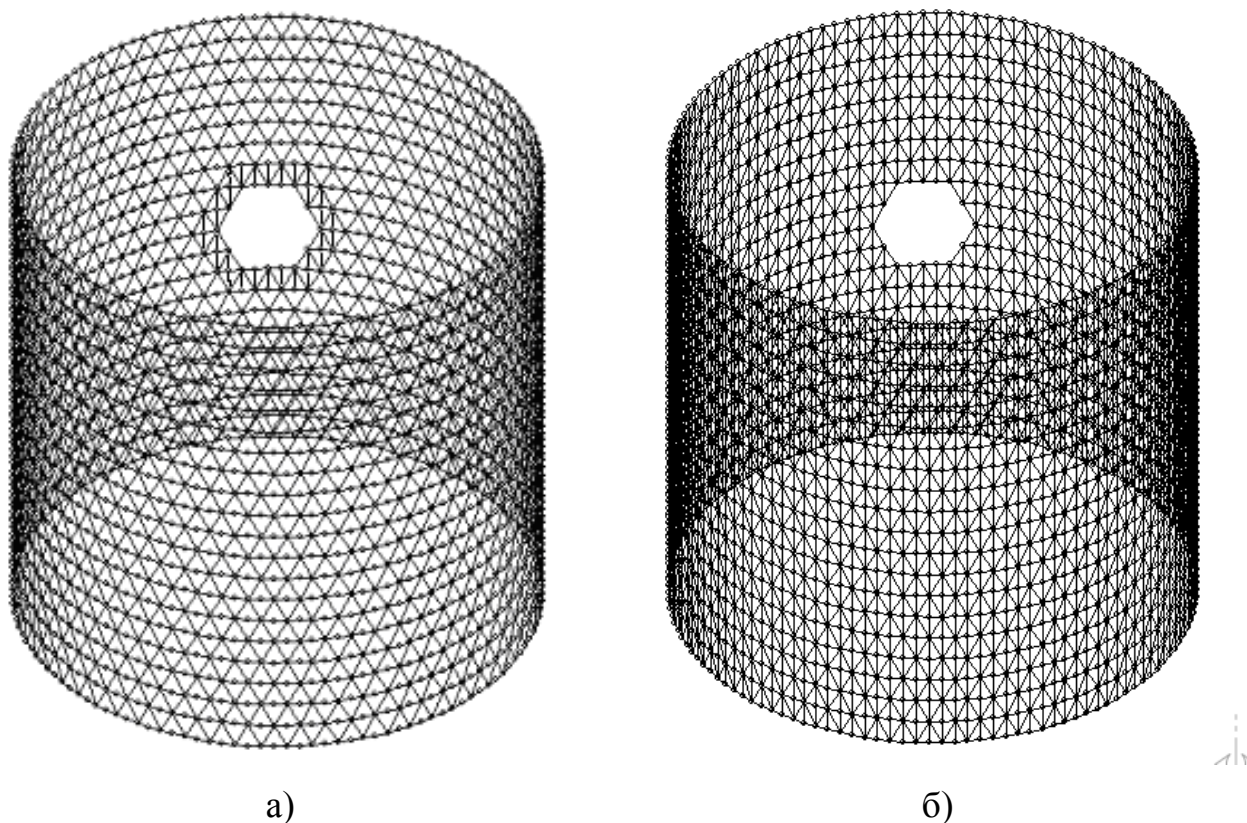
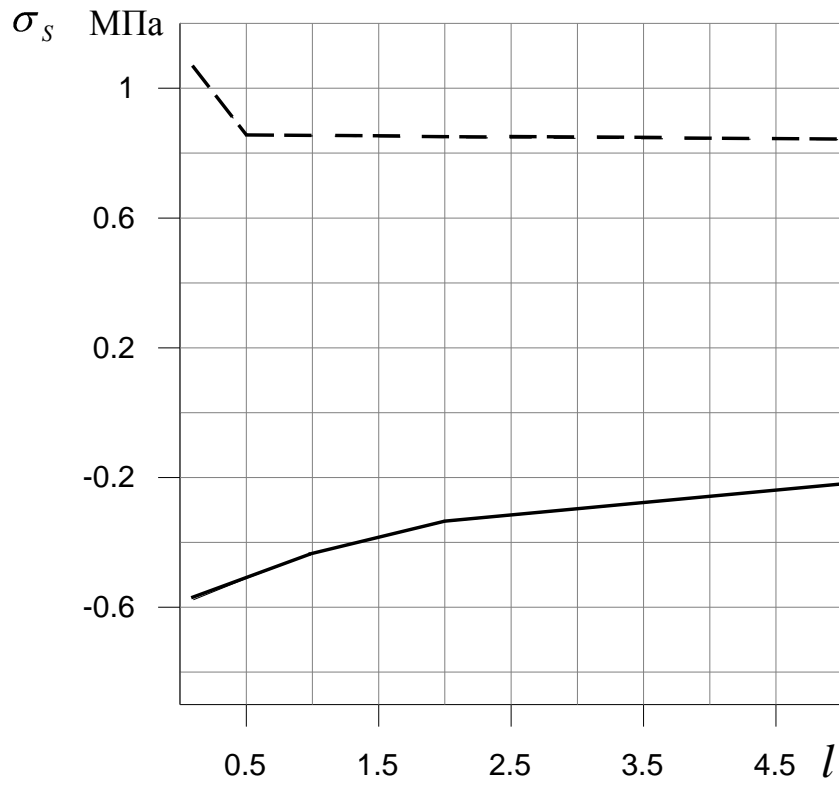


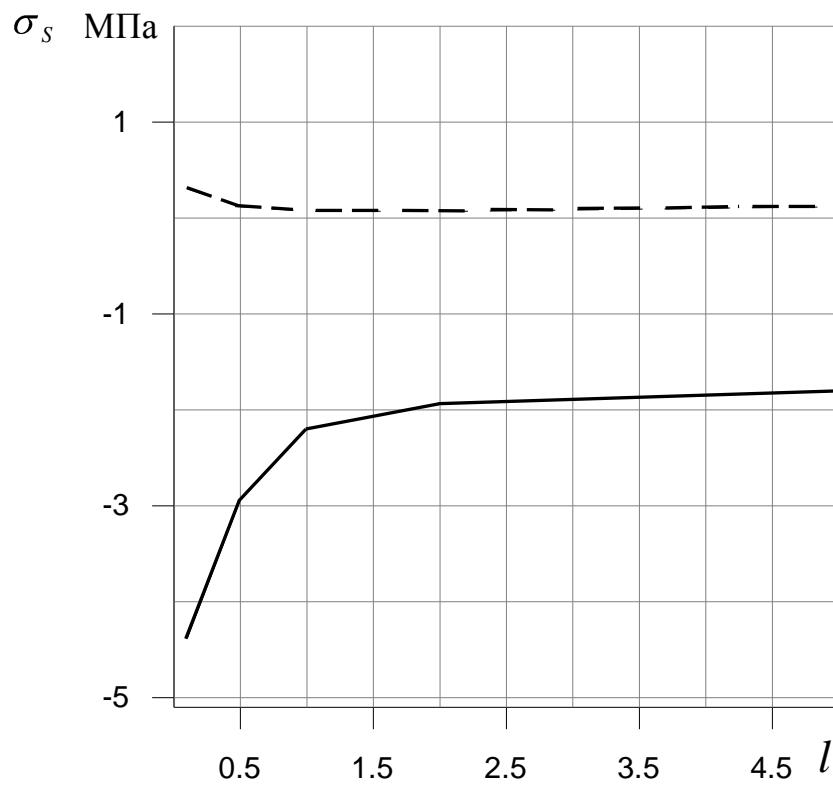
Рисунок 4.13 – Цилиндрическая оболочка с компенсированным вырезом:  
 а – реберная структура с окантовкой, б – реберная структура с обшивкой

**Влияние модуля упругости окантовки на поле напряжений сетчатой оболочке.** При варьировании модулей упругости окантовки все компоненты матрицы упругости изменяем пропорционально. В качестве отклика вычислим поля напряжений в кольцевых и спиральных ребрах оболочки, обшивке и окантовке вблизи выреза.

На рисунках 4.14-4.16 изображено изменение максимальных растягивающих и сжимающих средних напряжений в ребрах (рисунок 4.14) и обшивке (рисунок 4.15) в пределах трех ромбических ячеек от кромки выреза, окантовке (рисунок 4.16) в зависимости от отношения  $l = E/E_{исх}$ , где  $E$  – модуль упругости материала окантовки в окружном направлении, берущийся для численного эксперимента;  $E_{исх}$  – исходный модуль упругости материала окантовки.



а)



б)

———— сжимающие напряжения, - - - - - растягивающие напряжения

Рисунок 4.14 – Максимальные средние напряжения  $\sigma_s$  в ребрах при варьировании модуля упругости окантовки ( $E=lE_{ucx}$ ):

а – кольцевые; б – спиральные



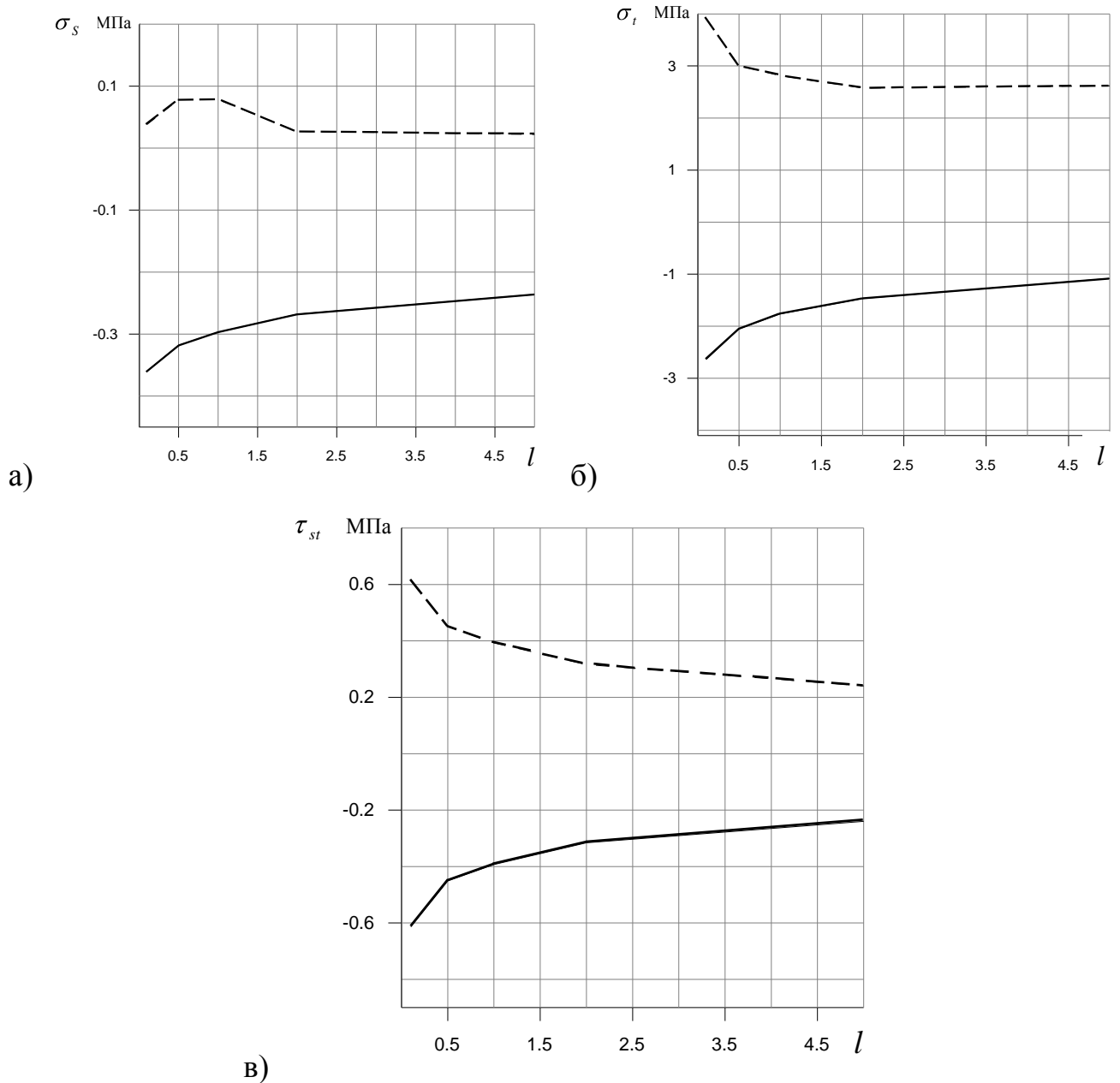
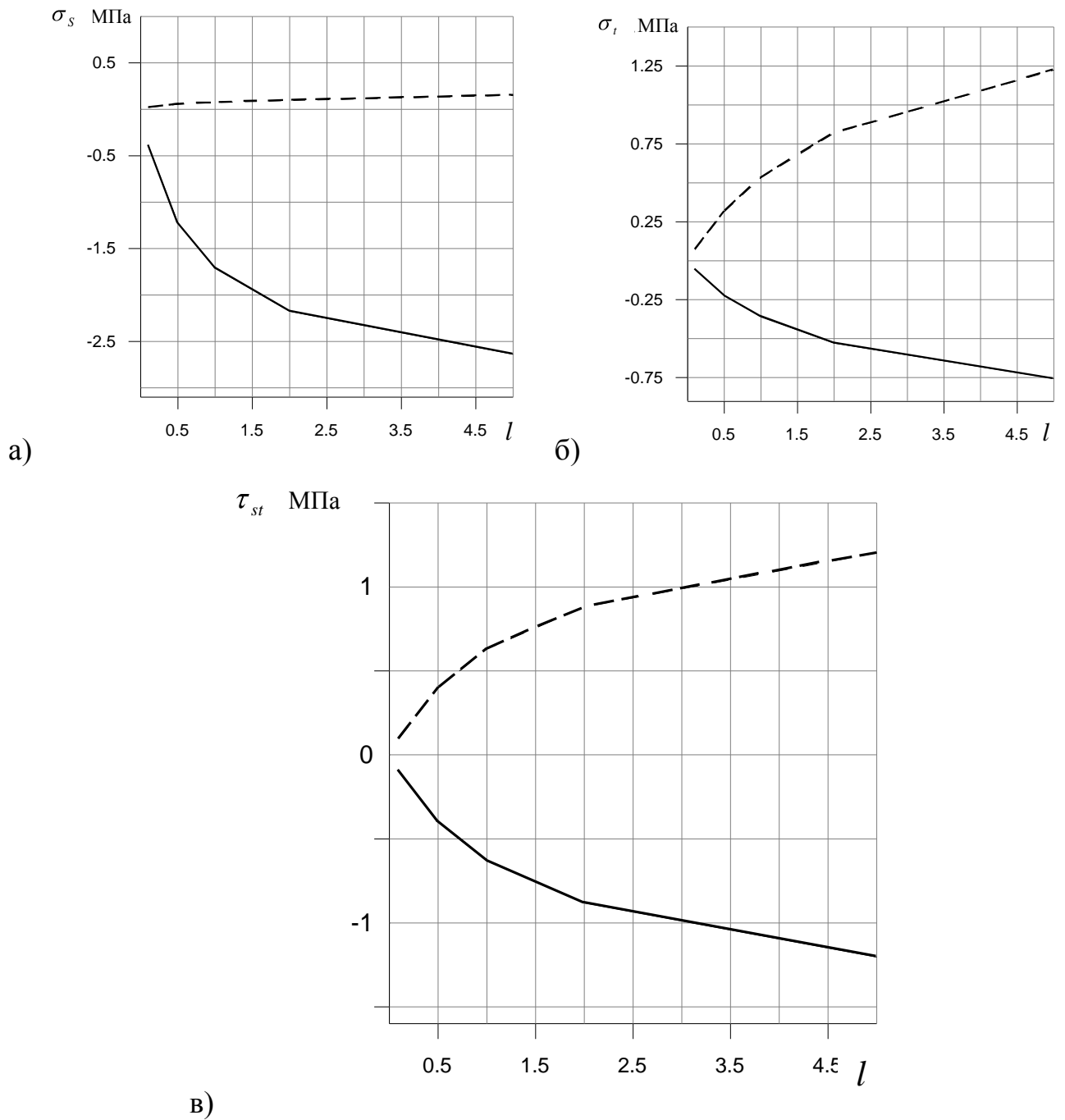


Рисунок 4.15 – Максимальные напряжения в обшивке при варьировании модуля упругости окантовки ( $E=lE_{ucx.}$ ): а)  $\sigma_s$ ; б)  $\sigma_t$ ; в)  $\tau_{st}$

На рисунке 4.14 отчетливо видно, что при увеличении модуля упругости окантовки средние напряжения в ребрах - как растягивающие, так и сжимающие - уменьшаются, причем, начиная с некоторого значения коэффициента  $l$  (примерно около 1,5), скорость этого уменьшения снижается.

Ту же зависимость можно проследить на рисунках 4.15, за исключением некоторого всплеска растягивающих напряжений  $\sigma_s$  при  $l$ , равном 0,5.



————— - сжимающие напряжения, - - - - - растягивающие напряжения

Рисунок 4.16 – Максимальные напряжения в окантовке при варьировании модуля упругости окантовки ( $E=lE_{ucx.}$ ): а)  $\sigma_s$ ; б)  $\sigma_t$ ; в)  $\tau_{st}$

Напряжения в окантовке, как видно из рисунка 4.16, наоборот, стабильно возрастают при увеличении коэффициента  $l$ . Причем снижения скорости этого возрастания, в отличие от предыдущих рисунков, практически не наблюдается.

Таким образом, можно заключить, что:

- с увеличением модуля упругости окантовки средние напряжения в ребрах  $\sigma_s$  и в обшивке  $(\sigma_s, \sigma_t, \tau_{st})$  уменьшаются. При  $l = \frac{E}{E_{ucx}} \geq 1,5$  скорость уменьшения снижается;
- с ростом коэффициента  $l = \frac{E}{E_{ucx}}$  напряжения в окантовке  $(\sigma_s, \sigma_t, \tau_{st})$  стабильно возрастают.

**Влияние ширины окантовки на концентрацию напряжений в сетчатой оболочке.** Для исследования влияния ширины окантовки выреза на напряженно-деформированное состояние конструкции, проведем полный факторный параметрический эксперимент при варьировании геометрических размеров окантовки. В качестве расчетной модели будем использовать конструкцию, описанную выше, по центру которой расположен вырез: 8 ромбических ячеек по окружности, 4 ячейки по образующей. Изначально компенсирование выреза проводилось одной окантовкой на всю толщину реберной структуры. Ширина окантовки по образующей принималась равной одной и двум ромбическим ячейкам. Ширина окантовки по окружности  $l_{ок}$  варьировалась в пределах от 1 до 4 треугольных ячеек (от 0,5 до 2 ромбических ячеек). Приложенная к верхней кромке сжимающая осевая нагрузка на одну пару спиральных ребер бралась из условия  $\sigma_0 = 1$ . В качестве отклика по формуле (4.1) рассчитывались коэффициенты концентрации напряжений в ребрах сетчатой структуры, самой окантовке, а также в обшивке в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки.

На рисунках 4.17, 4.18 приведены коэффициенты концентрации продольных напряжения в кольцевых и спиральных ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки с учетом растяжения и сжатия.

Анализ рисунков 4.17-а, б показывает, что с увеличением ширины окантовки по окружности коэффициент концентрации напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах конструкции уменьшается незначительно (до 1,1 %) как для

растягивающих, так и для сжимающих напряжений. Увеличение ширины окантовки влияет на спад значений коэффициента концентрации растягивающих напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах (рисунок 4.18-б). Так увеличение ширины окантовки в 2 раза приводит к уменьшению значений коэффициентов концентрации на 25%.

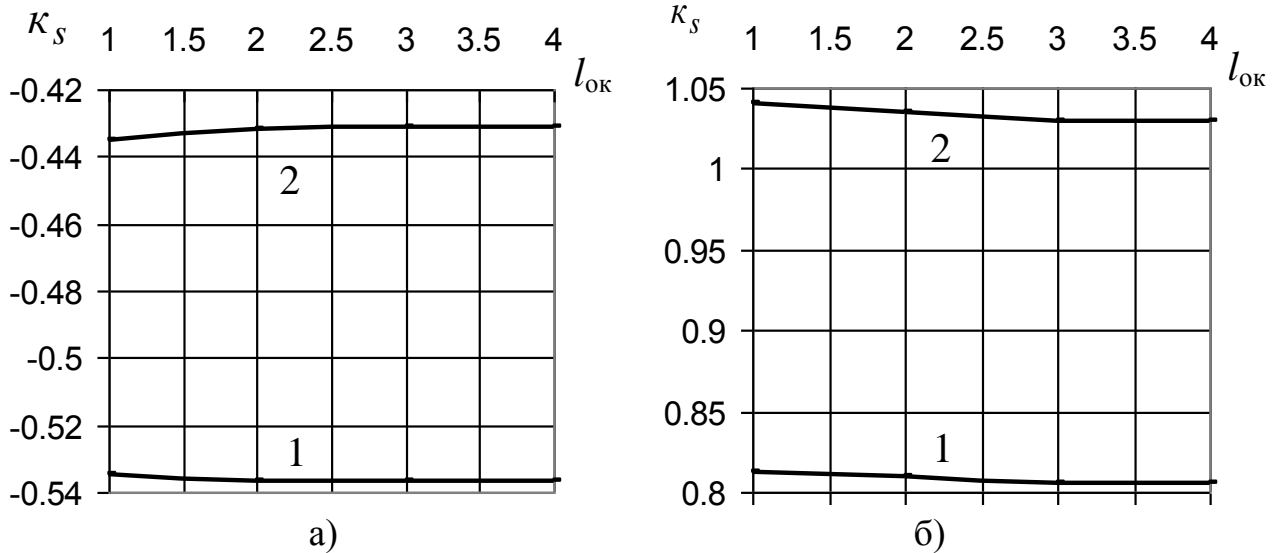


Рисунок 4.17 – Коэффициенты концентрации напряжения  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах:

а – сжимающие, б – растягивающие;

ширина окантовки по образующей: 1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

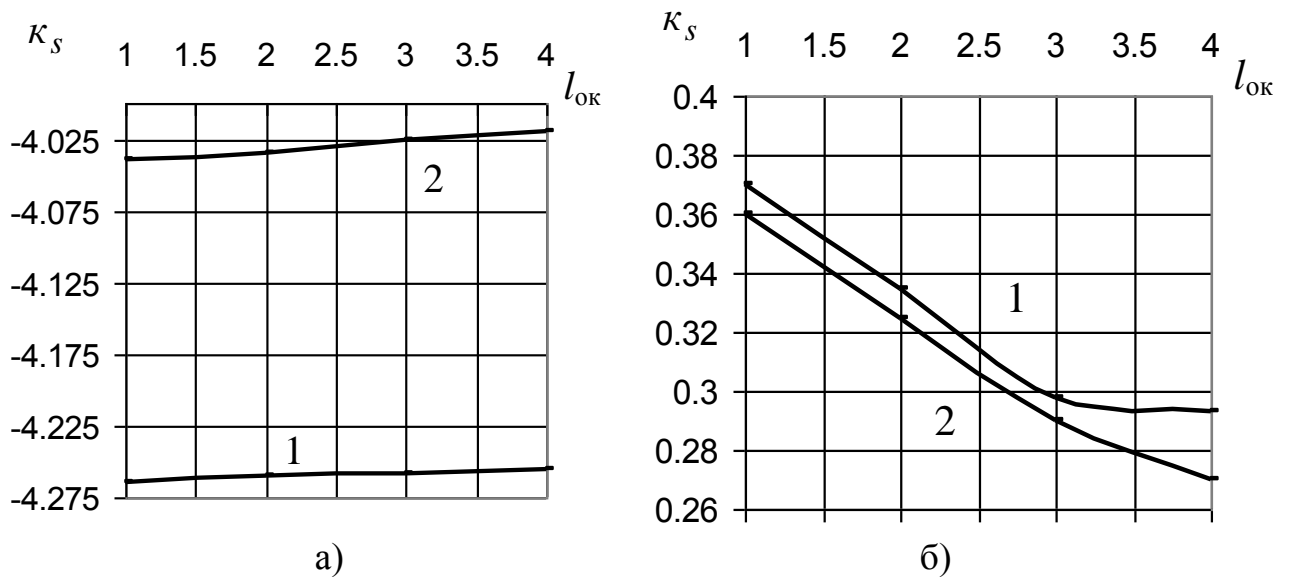


Рисунок 4.18 – Коэффициенты концентрации напряжения  $\sigma_s$  в спиральных

ребрах: а – сжимающие, б – растягивающие;

ширина окантовки по образующей: 1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

На рисунках 4.19, 4.20 приведены зависимости коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{st}$  в окантовке при изменении её ширины  $l_{ок}$  по окружности. Из рисунков видно, что увеличение ширины окантовки по окружности приводит к уменьшению коэффициента концентрации по абсолютной величине для окружных и касательных напряжений в самой окантовке.

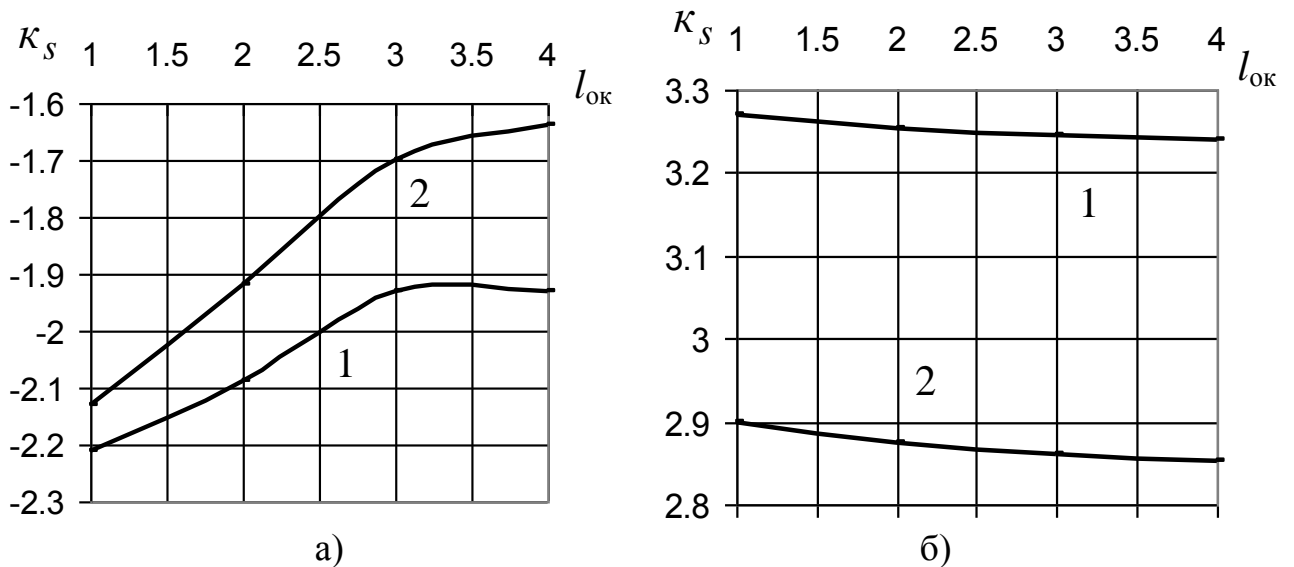


Рисунок 4.19 – Коэффициенты концентрации окружных напряжений  $\sigma_s$  сжатия (а) и растяжения (б) в окантовке; ширина окантовки по образующей:

1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

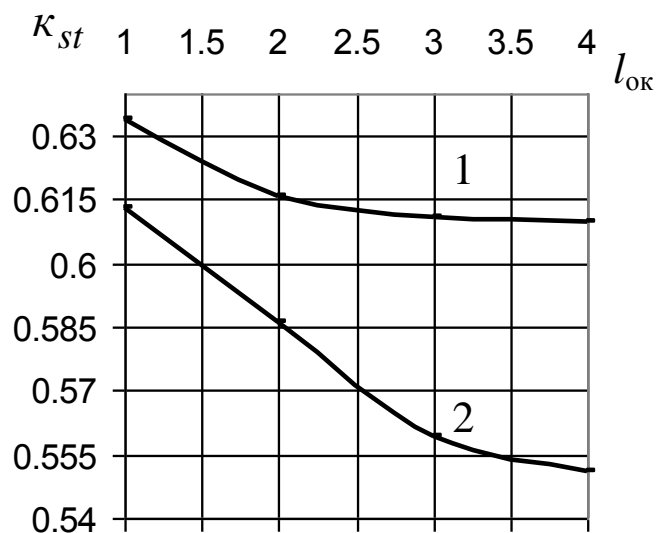


Рисунок 4.20 – Коэффициенты концентрации напряжений  $\tau_{st}$  в окантовке; ширина окантовки по образующей: 1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

На рисунках 4.21 - 4.23 приведены зависимости коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{st}$  в обшивке в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки при увеличении ширины окантовки  $l_{ок}$ . Анализ рисунков показывает, что увеличение ширины окантовки по образующей приводит к незначительному росту коэффициентов концентрации растягивающих напряжений в обшивке. При этом коэффициенты для сжимающих напряжений возрастают по абсолютной величине.

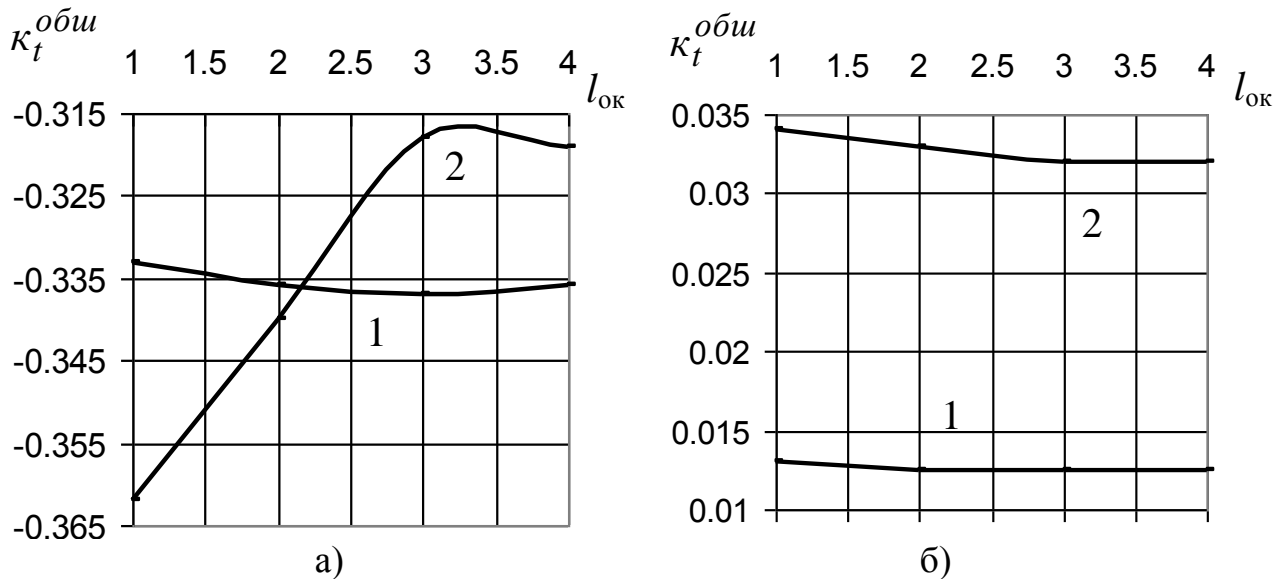


Рисунок 4.21 – Коэффициенты концентрации продольных напряжений сжатия (а) и растяжения (б) в обшивке; ширина окантовки по образующей:

1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

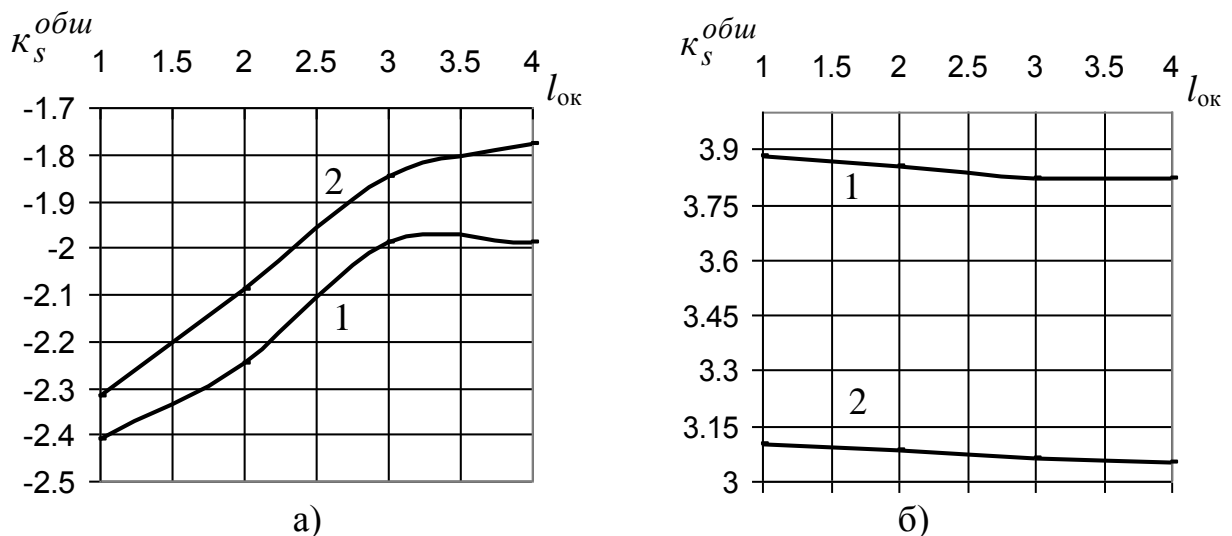


Рисунок 4.22 – Коэффициенты концентрации окружных напряжений сжатия (а) и растяжения (б) в обшивке; ширина окантовки по образующей:

1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

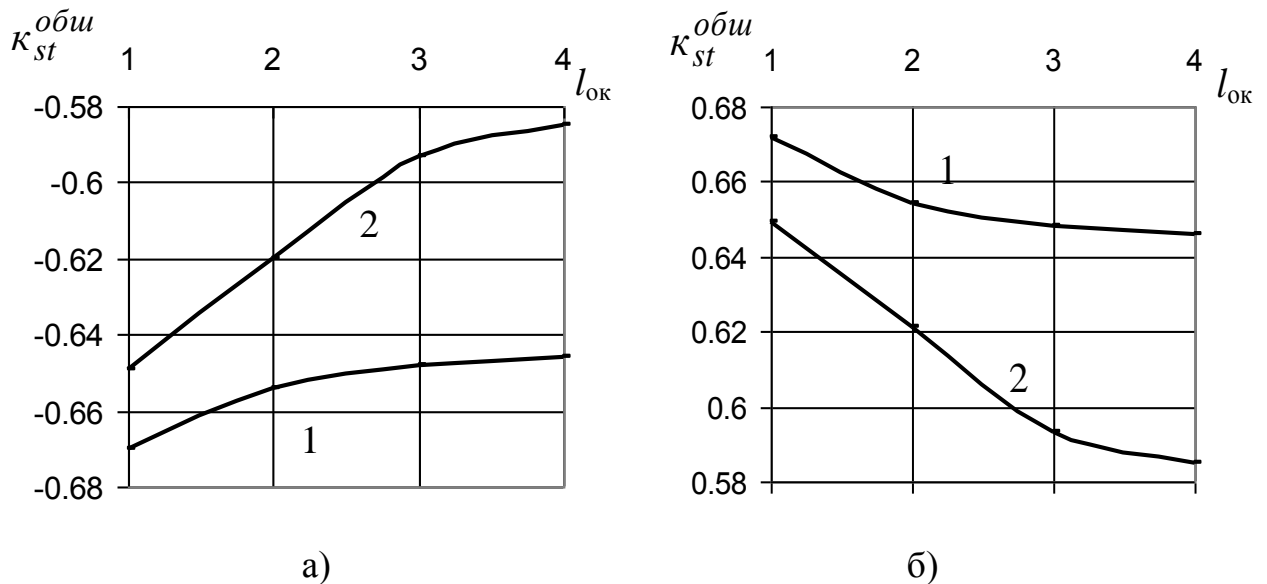


Рисунок 4.23 – Коэффициенты концентрации касательных напряжений  $\tau_{st}$  сжатия (а) и растяжения (б) в обшивке; ширина окантовки по образующей:

1 – одна ромбическая ячейка, 2 – две ячейки

#### 4.3 Влияние геометрии компенсированного выреза на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки

Исследовалась зависимость концентрации напряжений в конструкции от формы и размера выреза, от физико-механических характеристик материала и размера окантовки. В качестве исследуемой конструкции была выбрана оболочка из п. 4.1.

Передняя кромка конструкции была нагружена сжимающей силой, равномерно распределенной вдоль кромки. В рассматриваемой оболочке в средней части конструкции располагался усиленный одной окантовкой вырез определенной геометрии: в виде четырехугольника или шестиугольника (рисунок 4.24). Характерный размер выреза варьировался и составлял 2, 4 и 6 элементарных ромбических ячейки. Ширина окантовки  $l_{ок}$  варьировалась в пределах от 0,5 до 2 ширины элементарной ромбической ячейки сетчатой структуры с шагом 0,5 ширины ромбической ячейки.

Силовые окантовки выреза выполнялись из трех типов материалов: алюминиевого сплава В95, хаотически армированного углеродного волокна и материала на основе салфеток ткани УТ-900.

Физико-механические характеристики материалов следующие:

а) салфетки из ткани УТ-900: модули упругости  $E_1 = E_2 = 3000$  кгс/мм<sup>2</sup>, модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2$ ;

б) алюминиевый сплав В95: модуль упругости по окружности  $E_1 = 7200$  кгс/мм<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\mu_1 = 0,25$ ;

в) материал на основе рубленного углеродного волокна и эпоксидного связующего: модули упругости  $E_1 = 2000$  кгс/мм<sup>2</sup>, модуль сдвига  $G = 367$  кгс/мм<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,15$ .

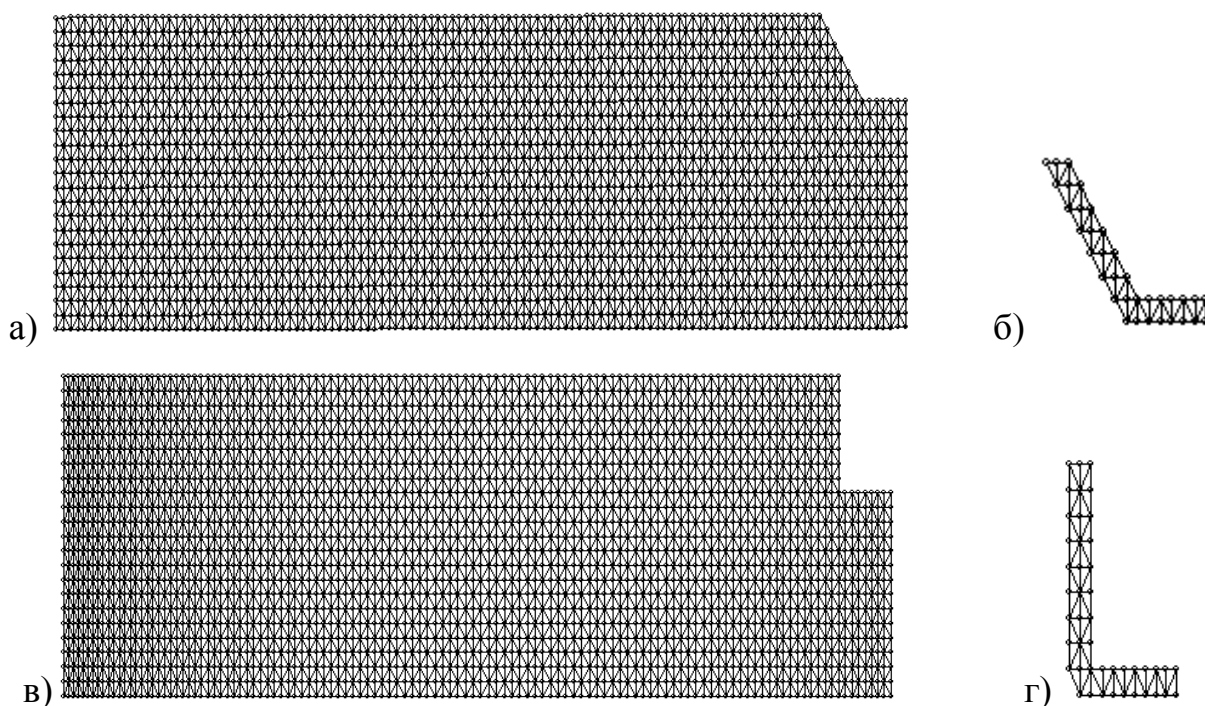


Рисунок 4.24 – Топологическая схема на развертке:

а - шестиугольный вырез; б – окантовка шестиугольного выреза;

в - четырехугольный вырез; г – окантовка четырехугольного выреза

В приложении В приведены поля перемещений в оболочке с шестиугольным (рисунок В.1) и четырехугольный вырезом (рисунок В.2). Для обеих оболочек ширина выреза составляла четыре, а ширина окантовки одну элементарные ромбические ячейки соответственно. Окантовки выполнены из салфеток на основе ткани УТ-900.

Ниже, на рисунке 4.25 и 4.26 приведены поверхности напряжений компоненты  $\sigma_x$  в ребрах этих оболочек с учетом расчетных точек в поперечном сечении (рисунок 3.12 - а). Как видно из рисунков 4.25, 4.26 максимальные



значения напряжений  $\sigma_s$  в ребрах конструкции достигаются вблизи окантовки. В этой связи, при проведении вычислительных экспериментов в качестве отклика по формуле (4.1) рассчитывались коэффициенты концентрации напряжений в кольцевых, спиральных ребрах и в обшивке в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки.

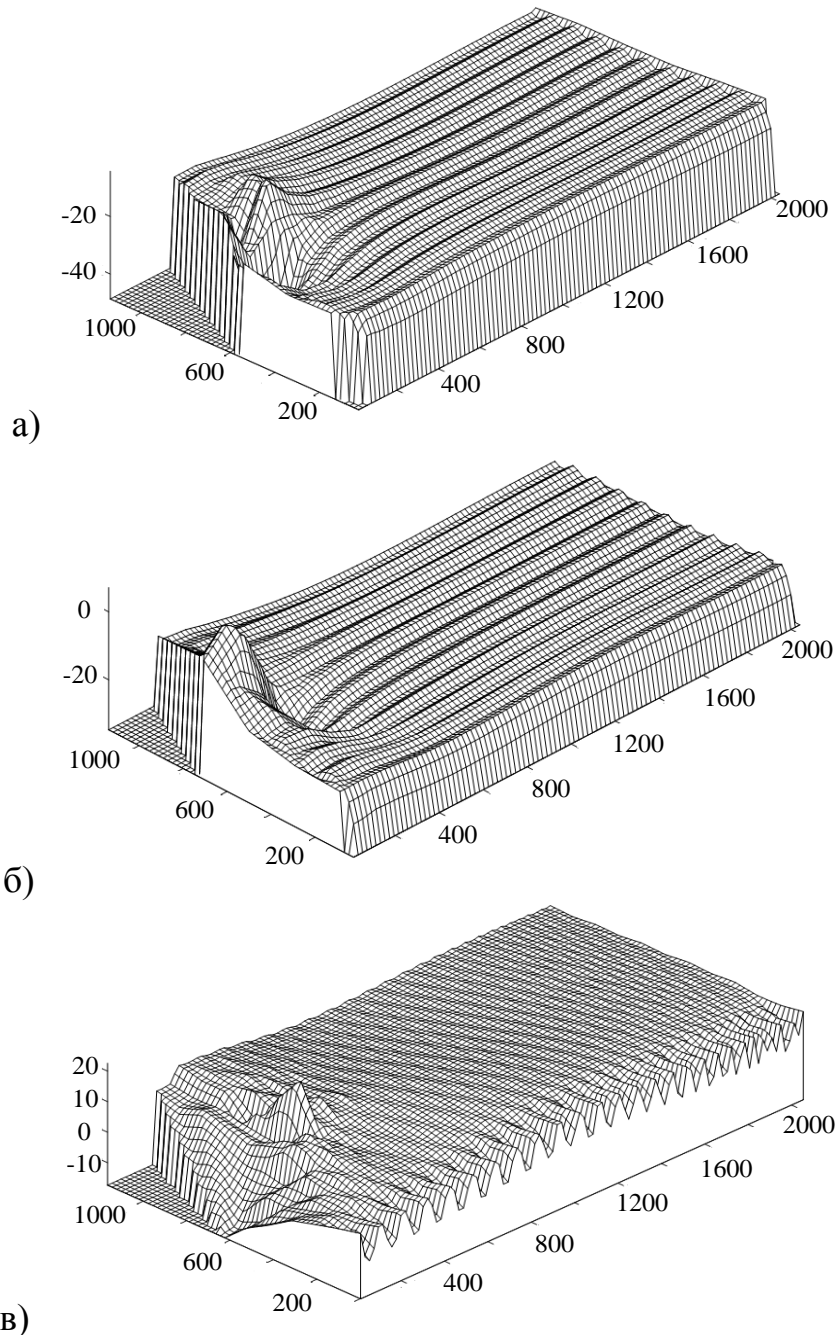
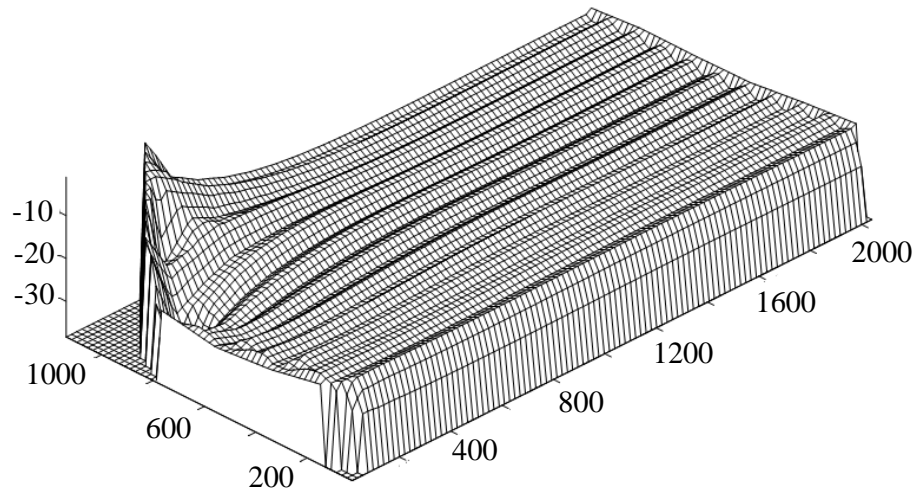
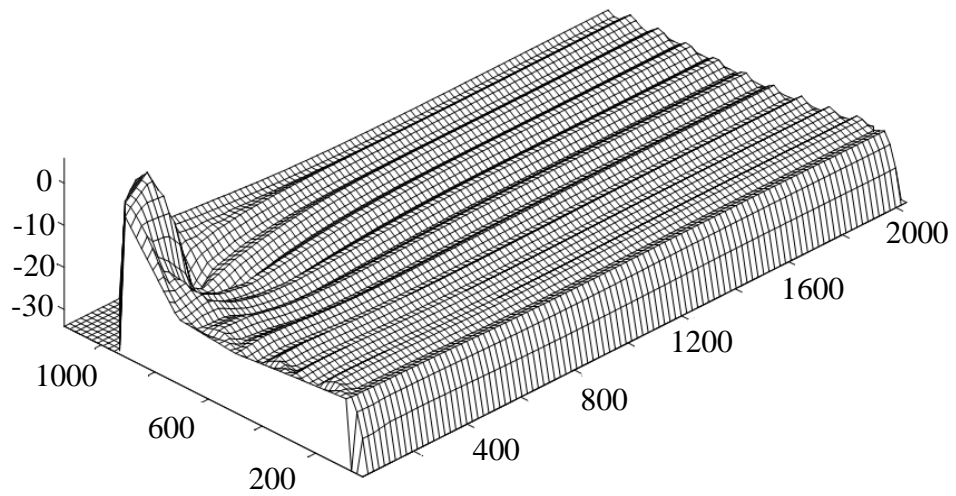


Рисунок 4.25 – Поверхности напряжений компоненты  $\sigma_s$  в ребрах оболочки с четырехугольным вырезом:

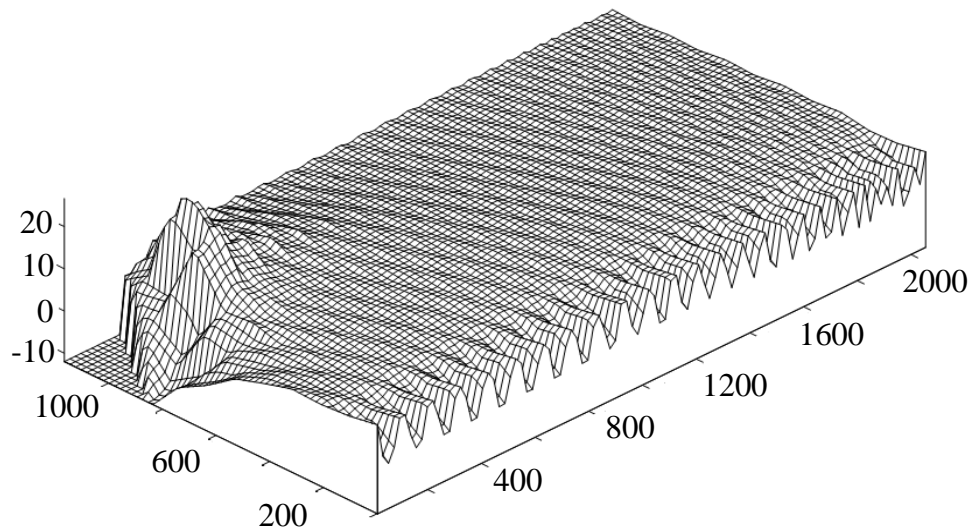
- а) спиральные ребра с наклоном влево (9 точка в плане сечения);
- б) спиральные ребра с наклоном вправо (7 точка в плане сечения);
- в) кольцевые ребра (7 точка в плане сечения)



а)



б)



в)

Рисунок 4.26 – Поверхности напряжений компоненты  $\sigma_s$  в ребрах оболочки с шестиугольным вырезом:

- а) спиральные ребра с наклоном влево (9 точка в плане сечения);
- б) спиральные ребра с наклоном вправо (7 точка в плане сечения);
- в) кольцевые ребра (7 точка в плане сечения)

***Влияние жесткости окантовки на напряжения в ребрах оболочки с четырехугольным вырезом различной ширины***

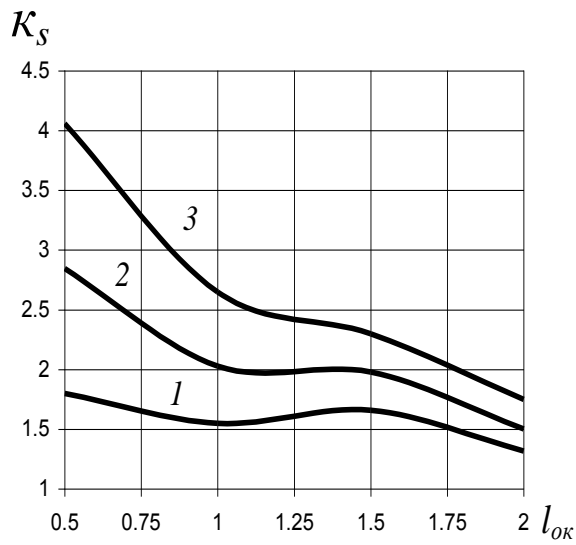
На рисунках 4.27-4.29 представлены графики изменения коэффициентов концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$  в ребрах в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки в зависимости от варьирования ширины окантовки  $l_{ок}$ , ширины выреза и материала окантовки. Данные численных расчетов приведены в таблицах В.1-В.6 приложения В.

На рисунке 4.27 внешний слой окантовки заполнен алюминиевым сплавом В95, на рисунке 4.28 салфетками из ткани УТ-900, на рисунке 4.29 – рубленым углеродным волокном и эпоксидным связующим.

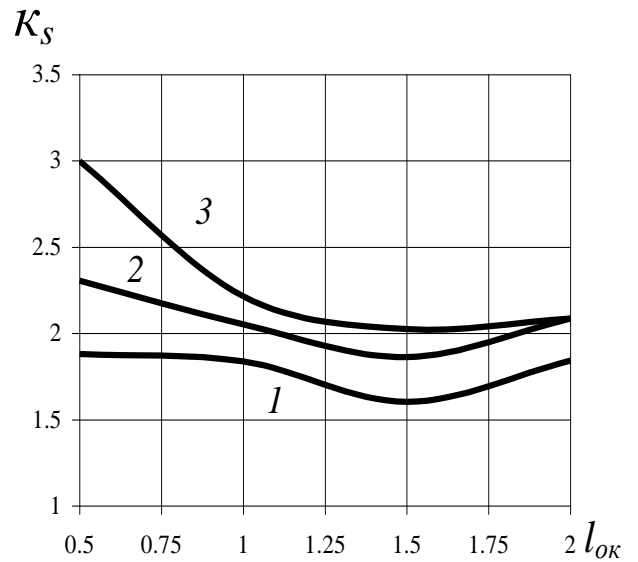
Как видно из рисунка 4.27-а, наименьшие значения коэффициентов концентрации напряжений вдоль ребра в спиральных рёбрах с наклоном влево соответствуют вырезу в две элементарных ромбических ячейки, максимальные значения - вырезу в шесть элементарных ромбических ячейки. При обозначенных размерах выреза, с увеличением ширины окантовки  $l_{ок}$  с 0,5 до 2 элементарных ромбических ячеек, коэффициенты концентрации напряжений  $\sigma_s$  в рёбрах с наклоном влево уменьшаются: с 1,79 до 1,31, с 2,84 до 1,50, с 4,05 до 1,74 для выреза в 2, 4 и 6 элементарных ячеек соответственно.

Эта тенденция частично характерна и для коэффициентов концентрации напряжений в спиральных рёбрах с наклоном вправо. Зависимость нарушается для оболочки с вырезом в 2 элементарные ромбические ячейки.

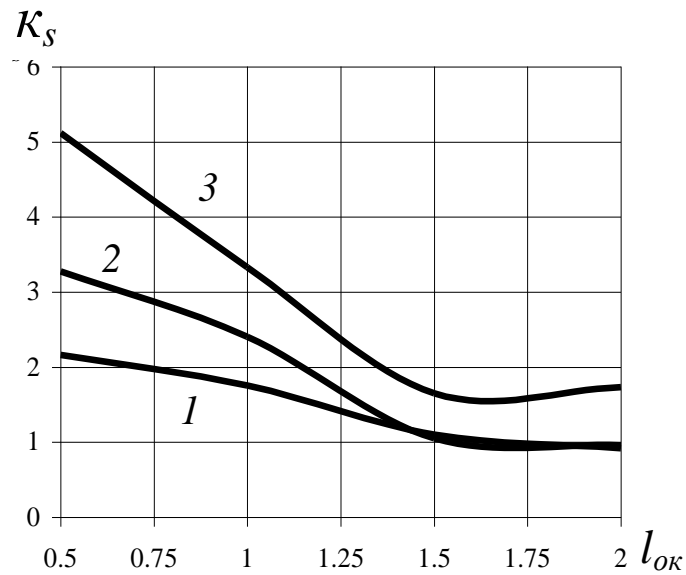
Тенденция спада концентрации напряжений по окружности в кольцевых рёбрах сохраняется. Графики имеют скачкообразный вид. Максимальные значения коэффициентов концентрации окружных напряжений изменяются: от 2,16 до 0,9, от 3,27 до 0,95, от 5,12 до 1,73 для ширины выреза 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно.



а)



б)



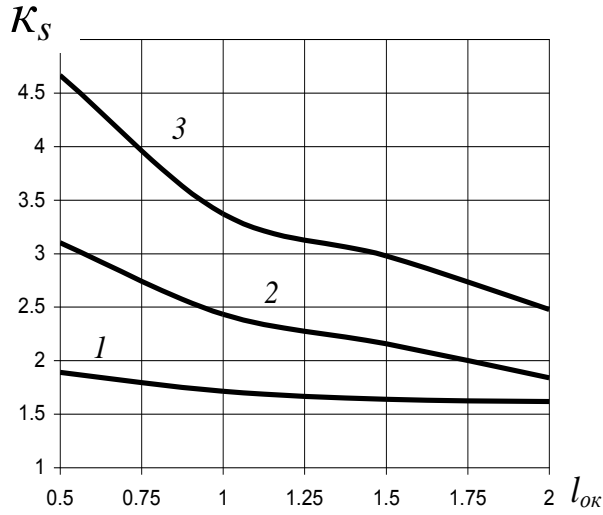
в)

1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;

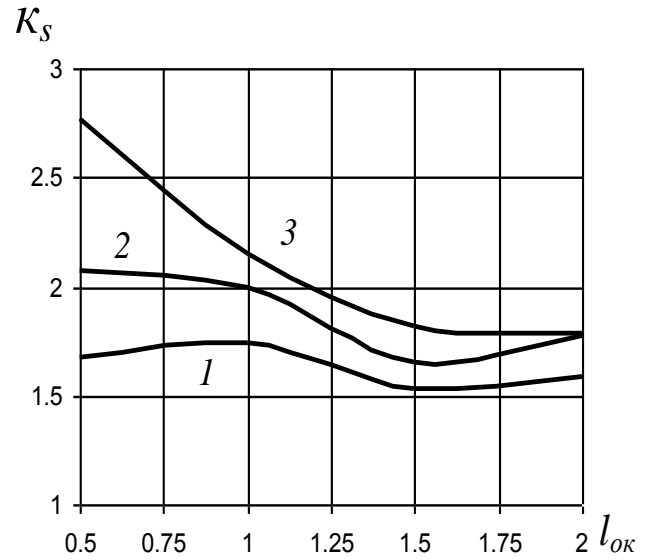
2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;

3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

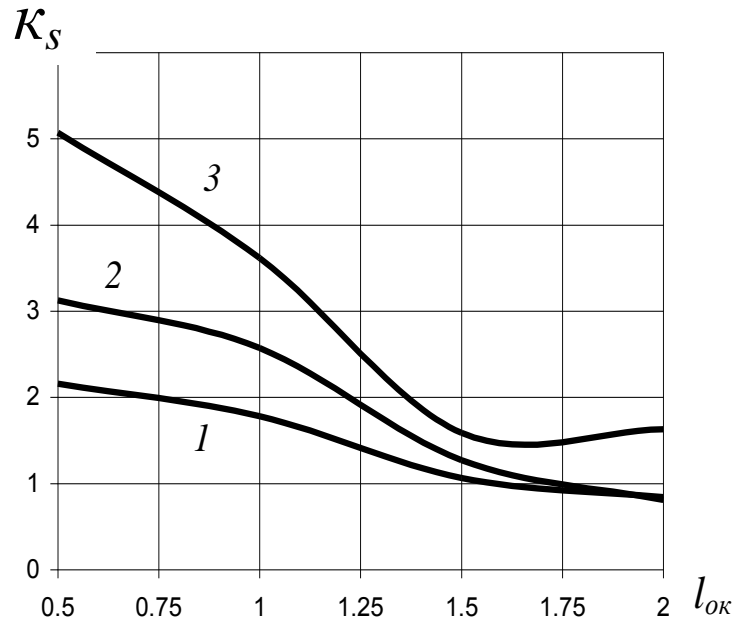
Рисунок 4.27 – Коэффициенты концентрации напряжений вдоль образующей.  
 Материал окантовки - алюминиевый сплав В95: а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх;  
 в – кольцевые ребра



а)



б)



в)

1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;

2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;

3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

Рисунок 4.28 – Коэффициенты концентрации напряжений вдоль образующей.

Материал окантовки - салфетки из ткани УТ-900: а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх;

в – кольцевые ребра

Из рисунка 4.28 видно, что уменьшение значений коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$  вдоль спиральных ребер в зависимости от увеличения ширины окантовки  $l_{ок}$  характерно только для выреза в 6 элементарных ячеек. Значения коэффициентов концентрации изменяются: от 2,76 до 1,78 в правосторонних ребрах (вырез 6 ячеек.), от 3,10 до 1,83, от 4,66 до 2,47 в ребрах с наклоном влево при вырезе в 4 и 6 элементарных ячеек соответственно.

Наблюдается тенденция спада значений коэффициентов концентрации напряжений по окружности в кольцевых рёбрах конструкции вблизи окантовки, выполненной из салфеток ткани УТ-900. Для выреза в 6 элементарных ромбических ячеек, график имеет скачкообразный вид. Максимальные значения окружных напряжений изменяются: от 2,15 до 0,84, от 3,12 до 0,81, от 5,06 до 1,63 при ширине выреза 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно.

При заполнении внешнего слоя окантовки материалом на основе рубленного волокна, коэффициенты концентрации напряжений вдоль рёбер около окантовки изменяются в рамках обозначенной тенденции (рисунок 4.29). Можно отметить небольшой скачок в кольцевых рёбрах при ширине окантовки в 2 элементарных ромбических ячейки.

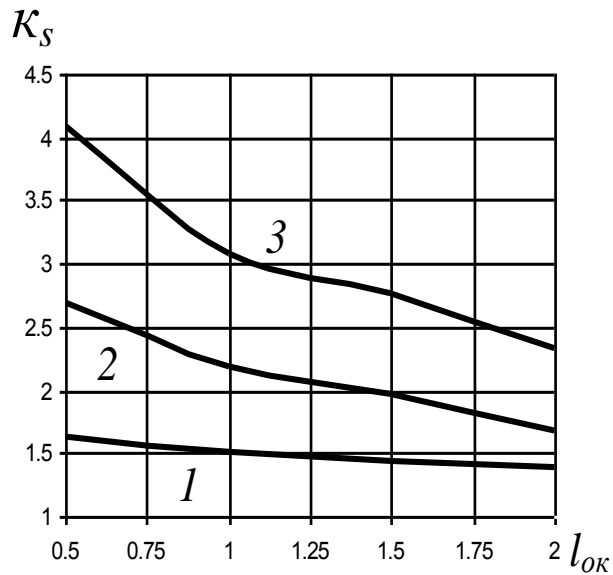
Проведенный анализ результатов вычислительных экспериментов оболочки с четырехугольным вырезом позволяет отметить следующее.

Рост концентрации напряжений вдоль рёбер не зависит от типа материала и его физико-механических свойств внешней окантовки выреза и наблюдается в кольцевых ребрах и во всех спиральных рёбрах не зависимо от их направления.

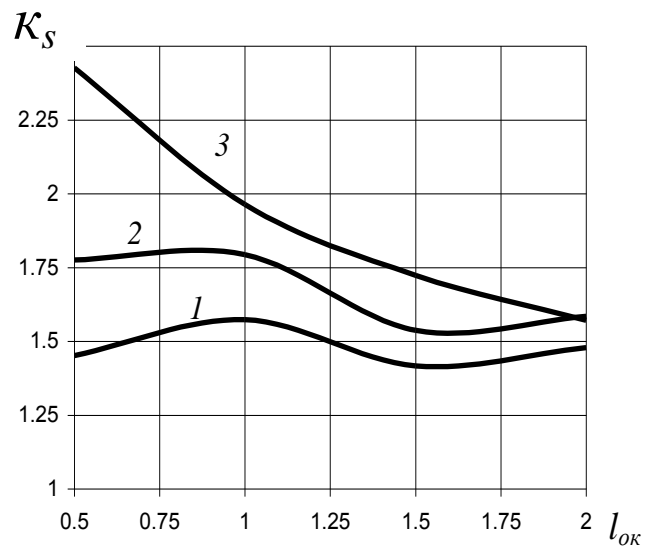
Наибольшая концентрация напряжений компоненты  $\sigma_s$  в спиральных и кольцевых рёбрах достигается в районе окантовки выреза. Спиральные рёбра вблизи окантовки подвергаются *максимально сжатию*, а кольцевые рёбра – *растяжению*.

В спиральных рёбрах с увеличением ширины окантовки выреза с двух до шести элементарных ячейки коэффициенты концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$  *в основном* уменьшаются для всех варьируемых типов материалов

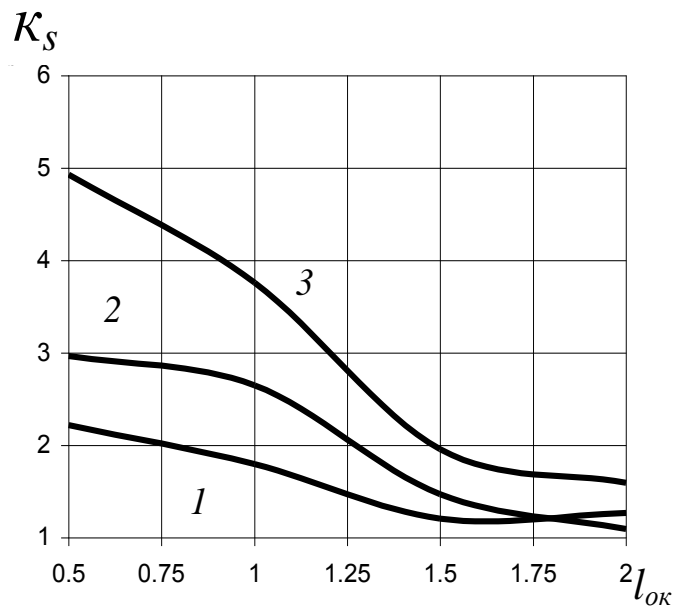
окантовки (алюминиевого сплава В95, салфеток из ткани УТ-900, материала на основе рубленного углеродного волокна и эпоксидного связующего).



а)



б)



в)

- 1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;
- 2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;
- 3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

Рисунок 4.29 – Коэффициенты концентрации напряжений вдоль образующей. Материал окантовки - рубленое волокно: а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх; в – кольцевые ребра

Для всех типов исследуемых материалов окантовки с размером выреза в 2, 4, 6 элементарных ромбических ячейки с увеличением ширины окантовки коэффициенты концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$  в кольцевых рёбрах убывают.

Максимальные напряжения вдоль спиральных рёбер достигаются в разных расчётных точках поперечного сечения, в зависимости от направления рёбер.

Концентрация напряжений вдоль кольцевых рёбер достигается в 7 расчетной точке поперечного сечения ребра при любом виде материала внешнего слоя окантовки, для всех размеров вырезов и ширины окантовки.

Различия в тенденции изменения максимума напряжений вдоль спиральных ребер с наклоном вправо и влево вблизи выреза, предположительно обусловлено *физико-механическими характеристиками материала*, заполняющего внешний слой окантовки выреза.

#### ***Влияние жесткости окантовки на напряжения в ребрах оболочки с шестиугольным вырезом различной ширины***

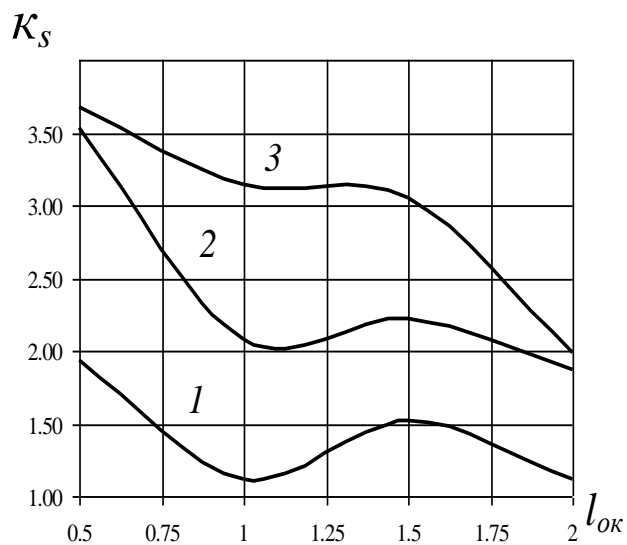
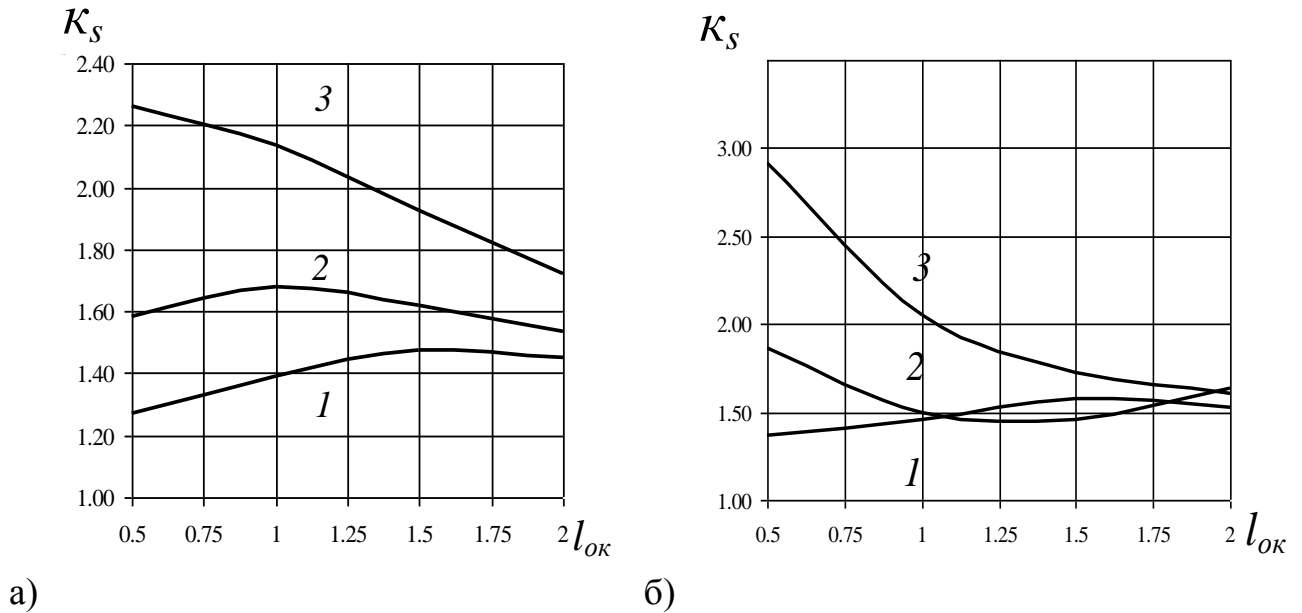
На рисунках 4.30 - 4.32 представлены графики изменения коэффициентов концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки в зависимости от варьирования ширины окантовки  $l_{ок}$  и ширины выреза. Рассматривались окантовки, изготовленные из алюминиевого сплава В95, из салфеток ткани УТ-900, материала на основе рубленного углеродного волокна и эпоксидного связующего.

Как видно из рисунка 4.30, наименьшие значения коэффициентов концентрации напряжений вдоль спиральных рёбер с наклоном влево соответствуют вырезу в 2 элементарных ромбических ячейки, максимальные значения - вырезу в 6 элементарных ромбических ячеек. При обозначенных размерах выреза с увеличением ширины окантовки с 0,5 до 2 элементарных ромбических ячеек коэффициенты концентрации в спиральных рёбрах с наклоном влево уменьшаются с 2,26 до 1,72 в конструкции с вырезом в 6 элементарных ячеек; для выреза в 4 элементарных ячейки коэффициенты концентрации



уменьшаются с 1,58 до 1,54; для выреза в 2 элементарных ячейки - возрастают с 1,27 до 1,45.

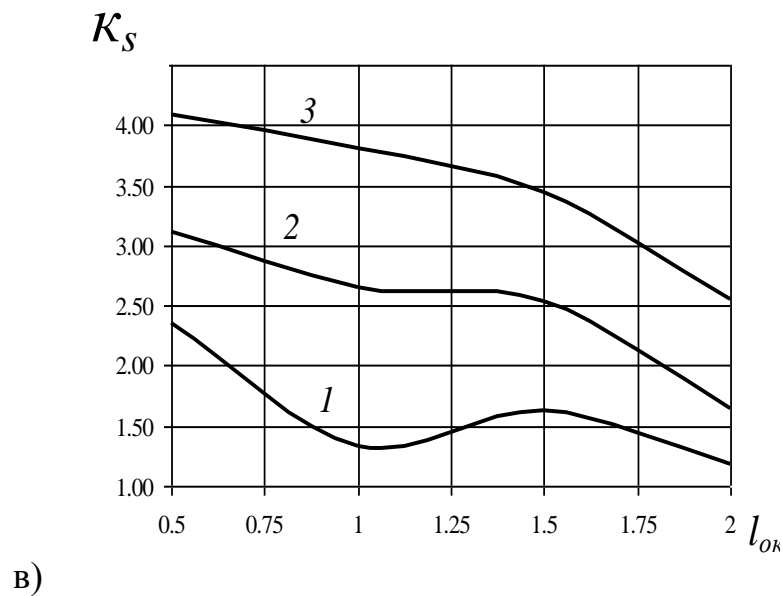
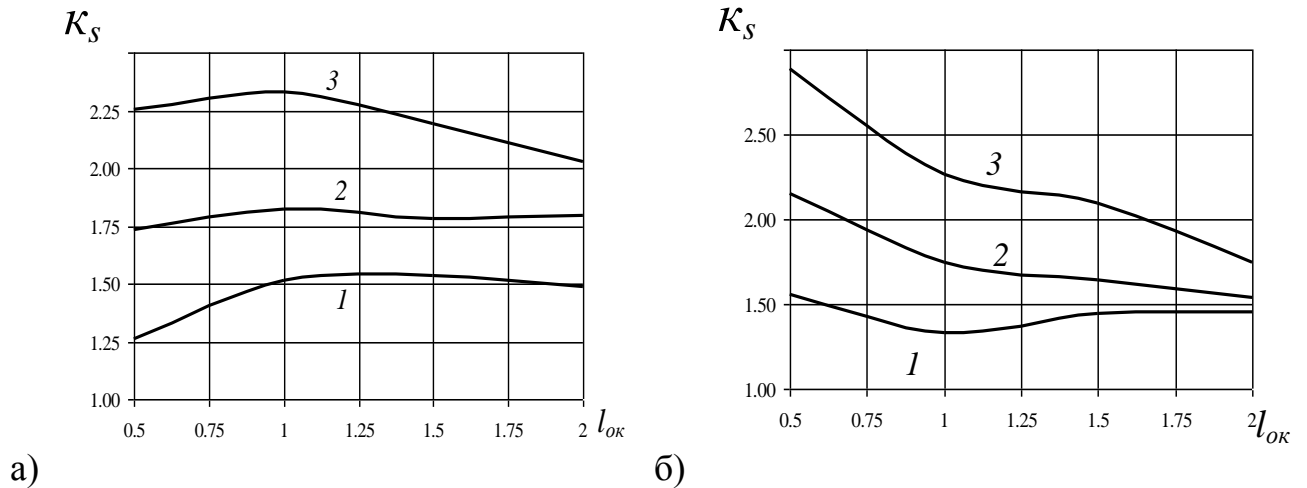
Эта тенденция частично характерна и для напряжений в спиральных рёбрах с наклоном вправо.



- в)  
 1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;  
 2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;  
 3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

Рисунок 4.30 – Коэффициенты концентрации напряжений вдоль образующей.  
 Материал окантовки - алюминиевый сплав В95: а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх;  
 в – кольцевые ребра

Тенденция уменьшения значений коэффициентов концентрации напряжений вдоль кольцевых рёбер сохраняется. Графики имеют скачкообразный вид (рисунок 4.30 - в). Наибольшие значения коэффициенты концентрации напряжений принимают: от 1,94 до 1,11, от 3,53 до 1,87, от 3,67 до 1,99 в конструкциях с шириной выреза в 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно.



- 1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;  
 2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;  
 3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

Рисунок 4.31 – Коэффициентов концентрации напряжений вдоль образующей.

Материал окантовки - салфетки из ткани УТ-900: а – спиральные рёбра с наклоном влево вверх; б – спиральные рёбра с наклоном вправо вверх;  
 в – кольцевые рёбра

Для данного типа материала, уменьшение значений коэффициентов концентрации напряжений в зависимости от увеличения ширины окантовки характерно только для спиральных ребер с наклоном вправо. Коэффициенты концентрации изменяются: от 1,55 до 1,45, от 2,15 до 1,54, от 2,88 до 1,74 при ширине выреза 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно (рисунок 4.31).

В спиральных ребрах с наклоном влево значения коэффициентов концентрации напряжений уменьшаются, начиная с ширины окантовки в одну и более элементарных ячеек (рисунок 4.31 - а). Коэффициенты концентрации изменяются: от 1,51 до 1,49, от 1,82 до 1,79, от 2,33 до 2,03 при ширине выреза 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно.

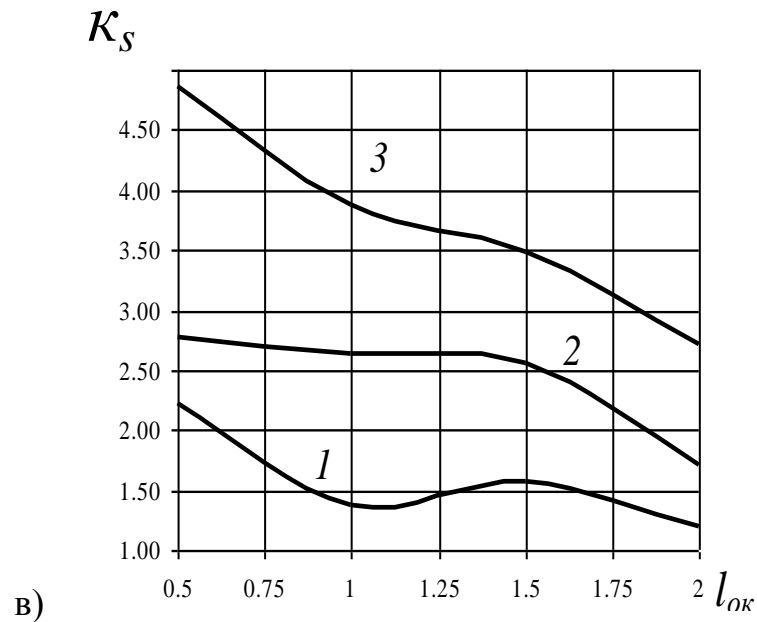
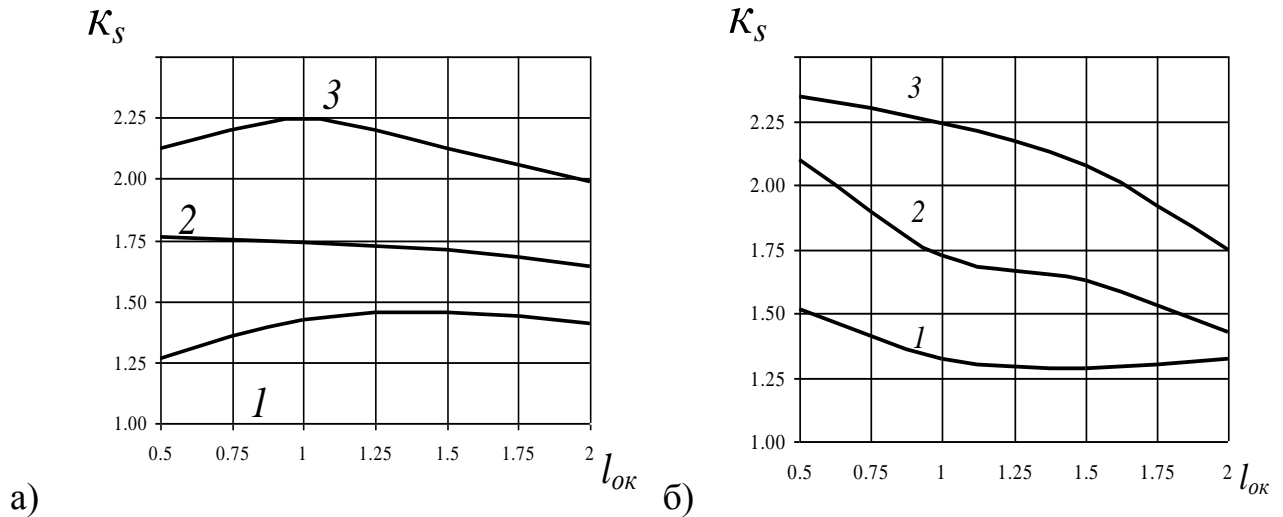
Как и для алюминиевого сплава В95, тенденция спада концентрации напряжений по окружности в кольцевых рёбрах сохраняется и для материала «Салфетки». Для выреза в 2 элементарные ромбические ячейки график зависимости концентрации напряжений от ширины окантовки  $l_{ок}$  имеет скачкообразный вид. Коэффициенты изменяются: от 2,36 до 1,18, от 3,12 до 1,65, от 4,09 до 2,55 для выреза с шириной 2, 4, 6, элементарных ячеек соответственно.

При заполнении внешнего слоя окантовки материалом на основе рубленного волокна, коэффициенты концентрации напряжений вдоль рёбер вблизи окантовки изменяются с рамках обозначенной тенденции –рисунок 4.32. Можно отметить небольшой скачок значений коэффициентов в кольцевых рёбрах при ширине окантовки в 1,5 элементарных ромбических ячейки.

Проведенный анализ коэффициентов концентрации напряжений в ребрах оболочки с шестиугольным вырезом позволили заключить следующее.

Концентрация напряжений компоненты  $\sigma_s$  вдоль спиральных и кольцевых рёбер достигается в районе окантовки выреза. Спиральные рёбра около окантовки подвергаются *максимально сжатию*, а кольцевые рёбра – *растяжению*.

В спиральных рёбрах с увеличением ширины окантовки выреза с двух до шести элементарных ромбических ячейки коэффициенты концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$  **в основном** уменьшаются для всех варьируемых типов материалов окантовки.



1 – ширина выреза 2 элементарные ячейки;

2 – ширина выреза 4 элементарные ячейки;

3 – ширина выреза 6 элементарных ячеек;

Рисунок 4.32 – Коэффициенты концентрации напряжений вдоль образующей.

Материал окантовки - рубленое волокно: а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх;

в – кольцевые ребра

Скачки значений коэффициентов концентрации напряжений компоненты  $\sigma_s$ , выпадающие из общей тенденции для спиральных рёбер, возможно, объясняются достижением компонентой  $\sigma_s$  своего максимального значения в разных точках поперечного сечения ребер. Это гипотеза требует дополнительного исследования.

Различия в тенденции изменения коэффициентов концентрации напряжений вдоль спиральных ребер вблизи выреза, предположительно обусловлено физико-механическими характеристиками материала, заполняющего внешний слой окантовки выреза.

Для всех типов исследуемых материалов окантовки с размером выреза в 2, 4, 6 элементарных ромбических ячейки с увеличением ширины окантовки значения растягивающих напряжений компоненты  $\sigma_s$  в кольцевых рёбрах убывают. Результаты исследования представлены в работах [42, 44].

#### **4.4 Взаимное влияние вырезов, компенсированных окантовками, на напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки**

При реальных сетчатых оболочечных конструкциях не редки случаи близкого расположения двух и более вырезов различной степени усиления. Вызывает интерес вопрос о влиянии вырезов и их окантовок друг на друга и на напряженно-деформированное состояние конструкции в целом.

Для изучения этого вопроса были проведены полные факторные эксперименты по численному расчету НДС конструкции при варьировании размеров вырезов и окантовок.

##### ***Оценка влияния двух подкрепленных вырезов на напряженно-деформированное состояние конструкции***

В качестве исследуемой конструкции рассмотрим цилиндрическую оболочку сетчатой структуры с приложенной к верхней кромке сжимающей силой. Радиус оболочки составляет  $R = \frac{64}{\pi} l_k$ . Высота оболочки составляет  $1,96R$ .

Нагрузка на одну пару спиральных ребер бралась из условия  $\sigma_0 = 1$ , где  $\sigma_0$  - отношение приложенной силы к суммарной площади поперечных сечений спиральных ребер. Оребрение конструкции состоит из 64 пар спиральных ребер и 21 кольцевого ребра. Кольцевые и продольные ребра выполнены парными. Расстояние между спиральными ребрами по окружности равно удвоенному расстоянию между осями пар кольцевых ребер. Толщина спиральных и

кольцевых ребер совпадает и равна  $0,036R$ . Обшивка является однослойной, имеет толщину по  $0,0024R$  и выполнена из материала со следующими физико-механическими характеристиками: модули упругости  $E_1 = E_2 = 3000$  кгс/мм<sup>2</sup>, модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2$ .

Конструкция имеет два одинаковых шестиугольных выреза, усиленных окантовкой, расположенных на середине образующей (рисунок 4.33). Ширина окантовки по окружности и по образующей равна одной ромбической ячейки. Окантовка выполнена из углепластика на основе ткани УТ-900, её толщина совпадает с толщиной реберной структуры конструкции.

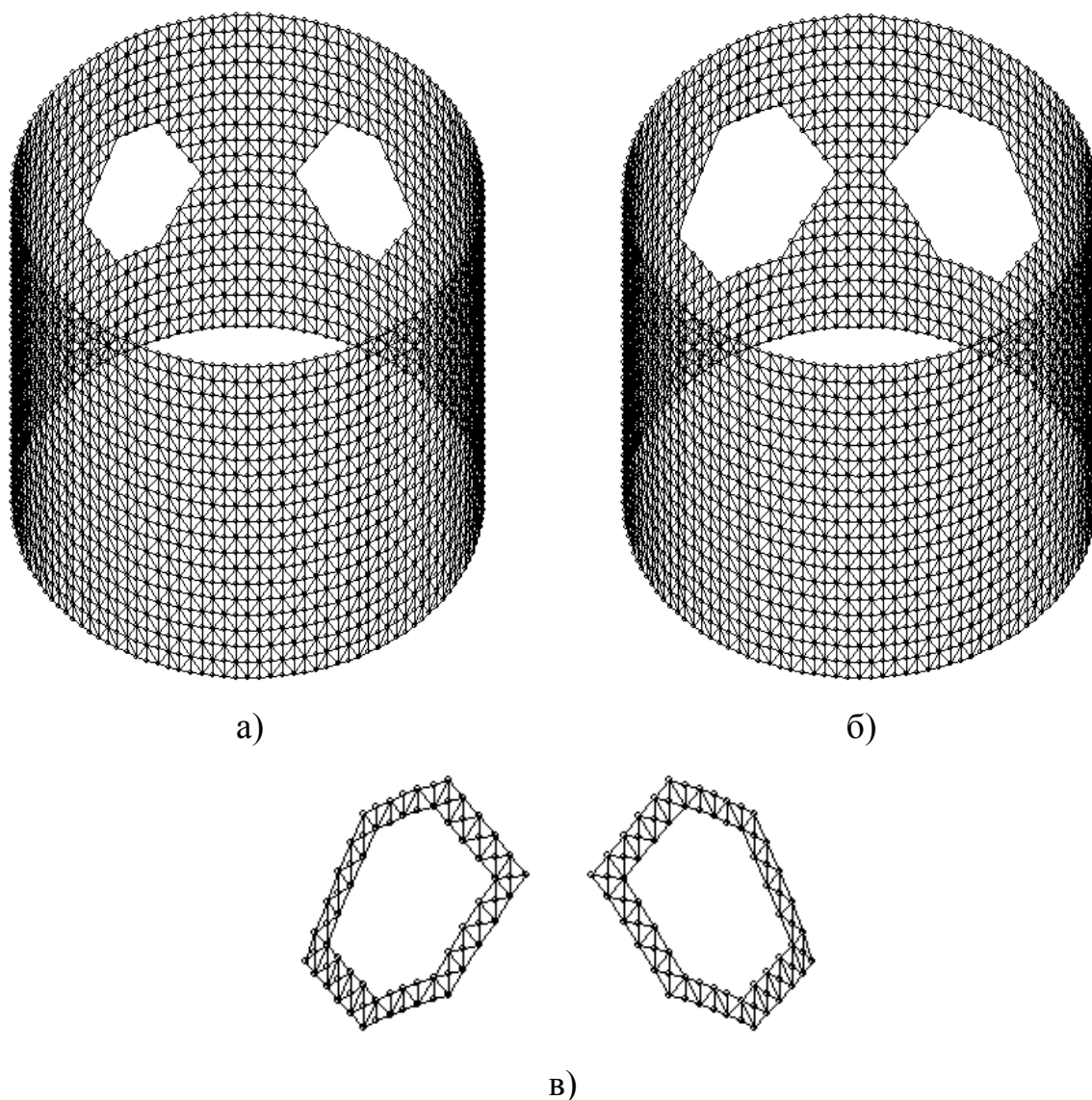


Рисунок 4.33 – Топологическая схема оболочечной конструкции с двумя компенсированными вырезами: а – без окантовок вырезов, б – с окантовками вырезов, в – окантовки вырезов

Исследуем влияние изменения высоты и ширины подкрепленных вырезов, а также расстояния между центрами вырезов на напряженно-деформируемое состояние конструкции. Для этого проведем трехфакторный вычислительный эксперимент.

Будем менять в экспериментах: ширину выреза по схеме 6, 8, 10, ..., 22, 26 ромбических ячеек; высоту выреза от 3 до 5 ромбических ячеек; расстояние между центрами вырезов по схеме: 8, 10, 12, ..., 26, 32 ромбических ячейки. Таким образом, максимальная ширина и максимальная высота выреза составят 50% от длины окружности и высоты оболочки соответственно. В качестве отклика рассчитаем приведенные напряжения в кольцевых, спиральных ребрах оболочки и в обшивке в зоне выреза.

Полные результаты вычислительных экспериментов приведены в приложении Г.

Для оценки влияния расстояния между центрами усиленных вырезов, рассмотрим поля напряжений в ребрах конструкции на примере оболочки с высотой выреза в 3, а шириной выреза в 6 ромбических ячеек. На рисунке 4.34 и 4.35 представлены поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых и спиральных ребрах данной конструкции.

Анализ рисунков показывает, что зона максимальных по абсолютной величине приведенных напряжений располагается вокруг окантовок вырезов и между вырезами. Спад максимальных значений приведенных напряжений  $\sigma_s$  как в кольцевых, так и в спиральных ребрах наблюдается при увеличении расстояния между вырезами.

Для более полного анализа полей напряжений, условно поделим рассматриваемые модели конструкции на две группы:

- расстояние между окантовками вырезов меньше размера самого выреза и равно ему (рисунки 4.34, 4.35 а-г);
- расстояние между окантовками вырезов больше размера выреза (рисунки 4.34, 4.35 д-к).

Для второй группы характерно следующее.

Приведенные напряжения компоненты  $\sigma_s$  кольцевых ребер достигают максимальных положительных значений по главной диагонали вблизи выреза (зоны растяжения), а максимальных отрицательных значений в зоне, расположенной под вырезами (зоны сжатия). По абсолютным значениям максимальные положительные приведенные напряжения в 2,5-2,8 раза больше максимальных отрицательных (рисунки 4.34 д-к).

Спиральные ребра в рассматриваемой модели под действием приложенной силы сжимаются. Приведенные напряжения компоненты  $\sigma_s$  спиральных ребер достигают максимальных положительных значений на границе выреза в точке обрезания спирального ребра вблизи горизонтальной диагонали (зоны сжатия). Зоны растяжения расположены сверху и снизу вырезов. Абсолютные значения максимальных отрицательных приведенных напряжений в 18-20 раз меньше максимальных положительных значений (рисунки 4.35 д-к).

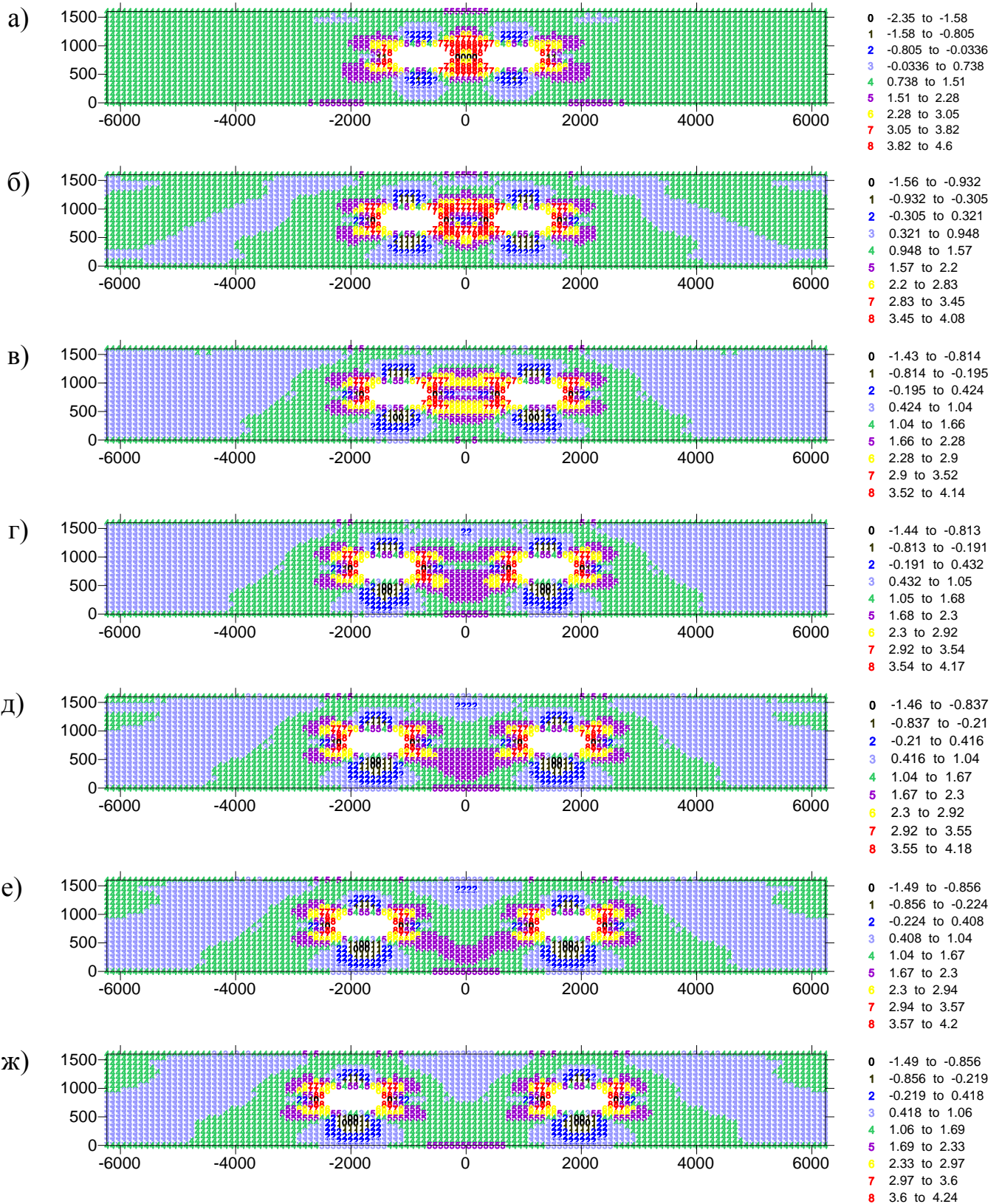
Для первой группы справедливо следующее.

Кольцевые ребра в зоне между вырезами растягиваются, приведенные напряжения компоненты  $\sigma_s$  достигают своих максимальных положительных значений. Спиральное ребро, расположенное между вырезами вдоль горизонтальной диагонали сжимается, тем сильнее, чем меньше расстояние между вырезами (рисунки 4.34 а-г). При увеличении расстояния между центрами вырезов в 1,75 раз (с 8 до 12 ромбических ячеек), приведенные напряжения компоненты  $\sigma_s$  уменьшились в 1,63 раза.

Для спиральных ребер зона между вырезами является зоной сжатия (рисунки 4.35 а-г). Приведенные напряжения компоненты  $\sigma_s$  в спиральных ребрах конструкции достигают максимальных значений в точках стыковки ребер с окантовкой. При увеличении расстояния между центрами вырезов в 1,75 раз максимальные положительные значения приведенных напряжений компоненты  $\sigma_s$  уменьшились в 1,6-1,75 раза.



Анализ полей напряжений позволяет сделать вывод: отсутствие взаимного влияния равных по размерам вырезов с усилением характерно, если расстояние между ними сопоставимо с размерами выреза или превышает его.



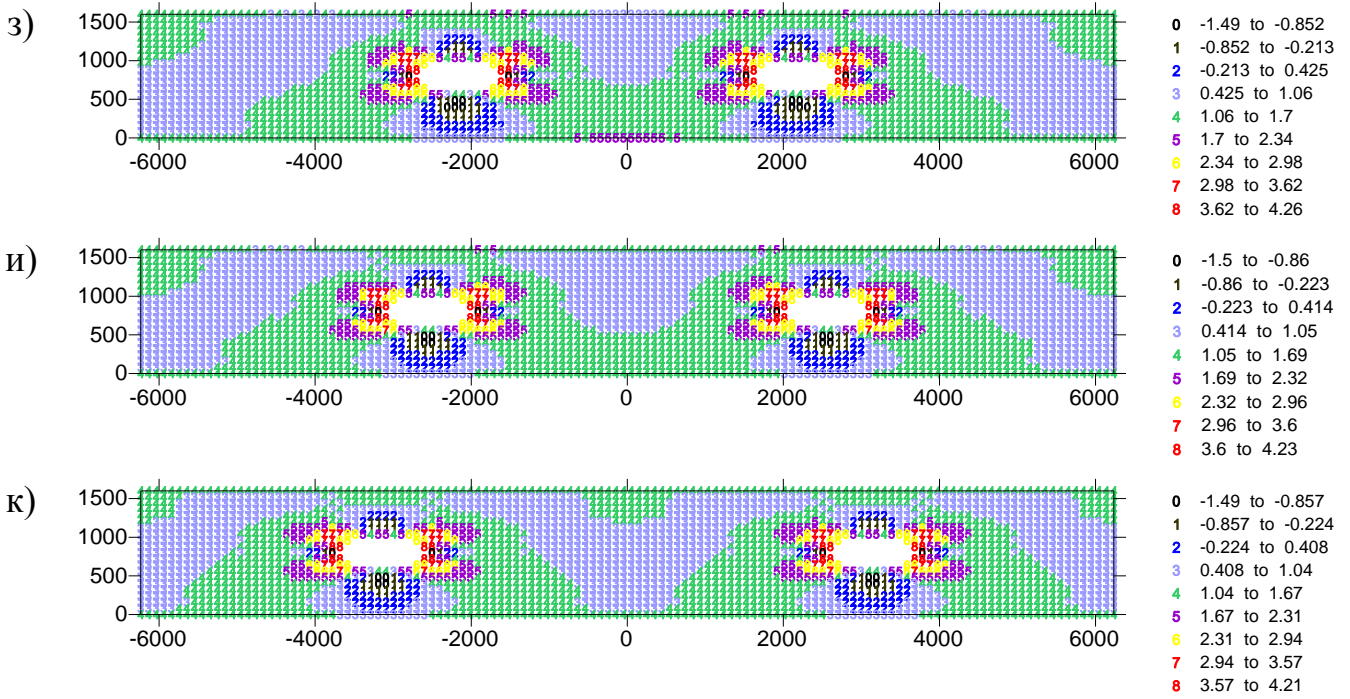
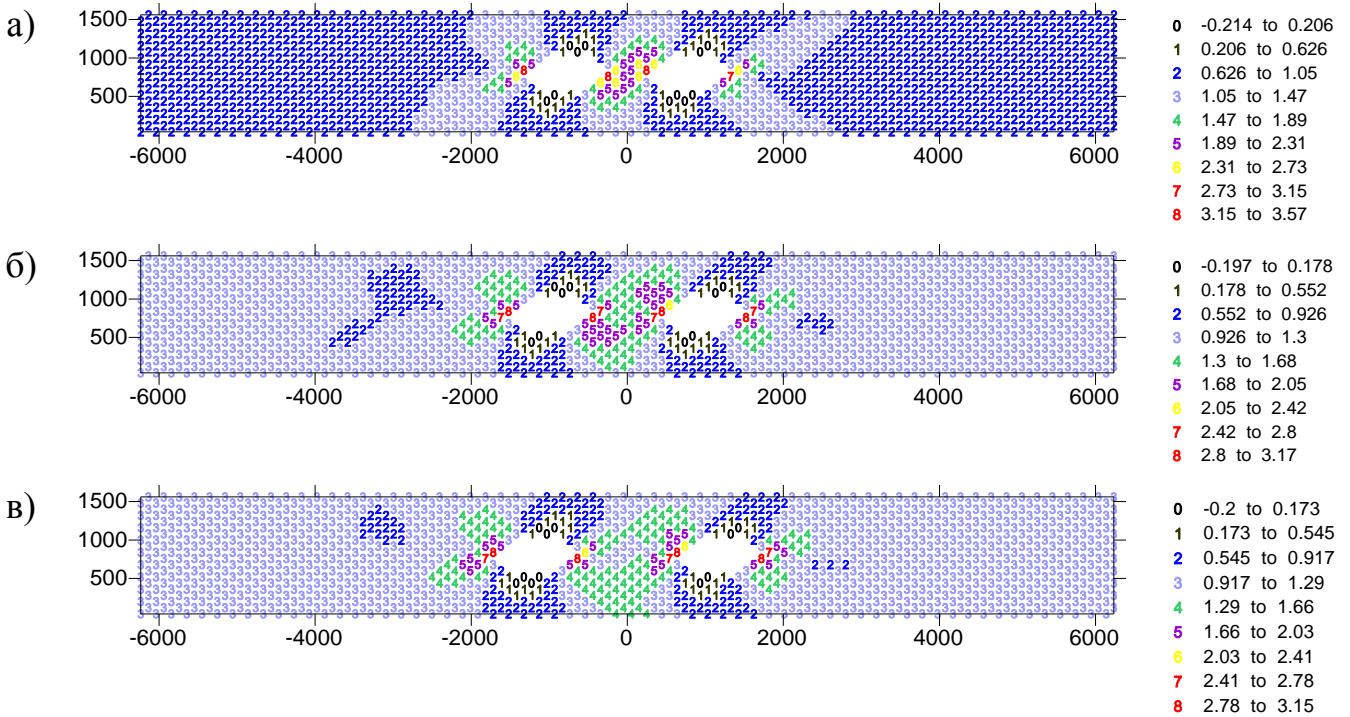


Рисунок 4.34 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах вне окантовок при варьировании расстояния между центрами вырезов: а – 8; б – 10; в – 12; г – 14; д – 16; е – 18; ж – 20; з – 22; и – 26; к – 32 ромбических ячеек.

Вырез: высота 3, ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка





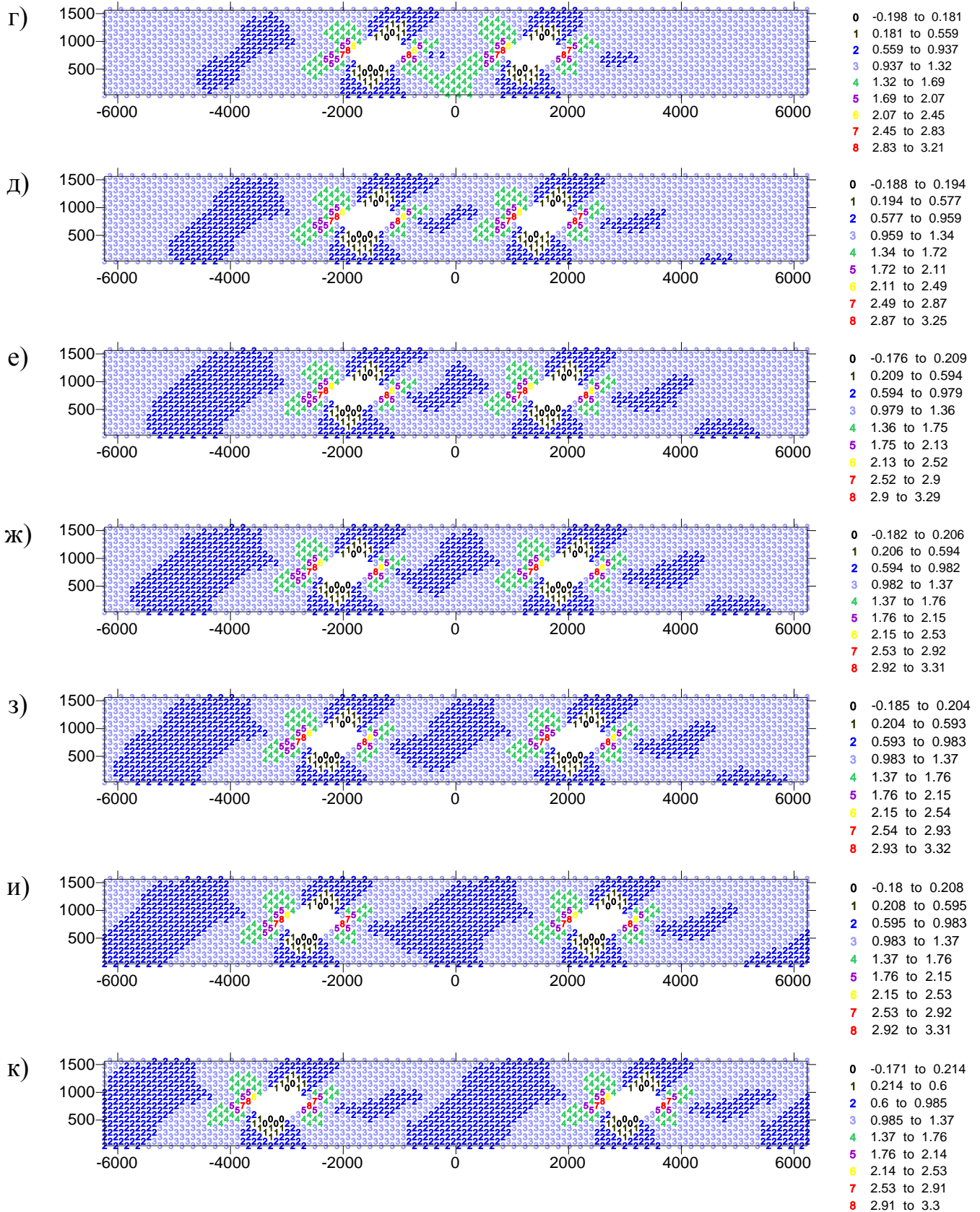


Рисунок 4.35 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах вне окантовок при варьировании расстояния между центрами вырезов: а – 8; б – 10; в – 12; г – 14; д – 16; е – 18; ж – 20; з – 22; и – 26; к – 32 ромбических ячеек.

Вырез: высота 3, ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка

Для оценки влияния высоты выреза на НДС конструкции, рассмотрим поля напряжений в ребрах конструкции на примере оболочки с двумя подкрепленными вырезами. Ширина каждого выреза равнялась 6 ромбическим ячейкам, расстояние между центрами вырезов составило 12 и 20 ромбических ячеек.

На рисунках 4.36, 4.38 представлены поля приведенных напряжений компоненты  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах конструкции при близком (1/2 от размера выреза) и дальнем (2 размера выреза) расположении вырезов. Увеличение высоты выреза приводит к росту зоны повышенных приведенных напряжений в кольцевых ребрах модели между окантовками вырезов в направлении нижней кромки конструкции. Эффект взаимного влияния вырезов сохраняется и закрепляется за счет увеличения числа перерезанных кольцевых ребер, попавших в вырезы.

На рисунках 4.37, 4.39 представлены поля приведенных напряжений компоненты  $\sigma_s$  в спиральных ребрах конструкции при близком (1/2 от размера выреза) и дальнем (2 размера выреза) расположении вырезов. Увеличение высоты вырезов приводит к росту зон разгрузки спиральных ребер, расположенных сверху и снизу вырезов. Значения приведенных напряжений в спиральных ребрах уменьшаются за счет увеличения числа перерезанных спиральных ребер. При этом взаимное влияние усиленных вырезов прослеживается только в случаях их близкого расположения (рисунок 4.37).

Для оценки влияния ширины выреза на НДС конструкции, рассмотрим поля напряжений в ребрах конструкции на примере оболочки с двумя подкрепленными вырезами, в которой высота каждого выреза составила 3 ромбических ячейки, расстоянием между центрами вырезов 20 ромбических ячеек. На рисунке 4.40, 4.41 представлены поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых и спиральных ребрах данной конструкции.

Анализ полей приведенных напряжений компоненты  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах конструкции (рисунок 4.40 – е, ж) показывает, что с увеличением ширины выреза формируются зоны растяжения и сжатия. Максимальных значений растягивающие напряжения достигают в точках стыковки кольцевых ребер с

окантовкой. С увеличением ширины выреза втрое значения растягивающих напряжений увеличились в 5 раз. Зоны сжатия кольцевых ребер располагаются под вырезами и с увеличением ширины выреза простираются в цельной части конструкции вдоль спиральных ребер в от верхней кромки до нижней. С увеличением ширины выреза втрое значения сжимающих напряжений увеличились в 6 раз.

С увеличением ширины выреза в спиральных ребрах формируются локальные зоны растяжения (рисунок 4.40 – е, ж). Эти зоны располагаются над и под вырезами вдоль направления спиральных ребер. Их рост объясняется увеличением числа перерезанных спиральных ребер, попадающих в зоны вырезов. При этом в цельной части конструкции формируется зона растяжения спиральных ребер, которая согласуется с сформированными зонами сжатия кольцевых ребер. С увеличением ширины выреза втрое значения сжимающих напряжений в спиральных ребрах увеличились в 4,2 раза, а значения растягивающих напряжений в 14,7.

Проделанный выше анализ и приведенные поля напряжений, позволяют утверждать, что максимальные напряжения в структурных элементах конструкции наиболее зависят от изменения ширины выреза. Полученные результаты опубликованы в работах [55, 56, 68].

Полученные результаты вычислительных экспериментов позволили построить линии уровня коэффициентов концентрации напряжений в элементах конструкции вблизи окантовок вырезов в зависимости от геометрических размеров самих вырезов и расстояния между ними.

В приложении Г (рисунок Г.1-Г.4) приведены линии уровня коэффициентов концентрации продольных напряжений в кольцевых и спиральных ребрах, а так же линии уровня коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_s$  в обшивке на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов в зависимости от ширины, высоты вырезов и расстояния между центрами вырезов.

Полученные результаты позволяют обоснованно выбирать соотношение размеров вырезов при ограничениях на величину действующих напряжений.

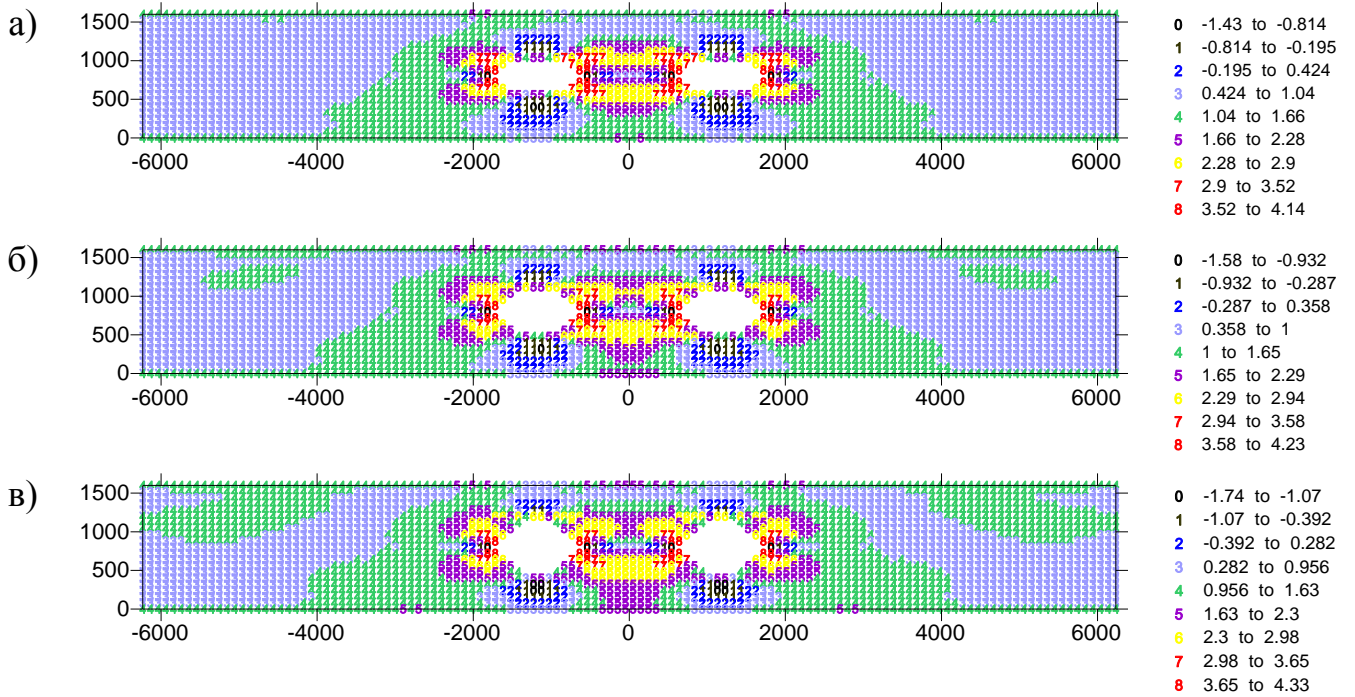


Рисунок 4.36 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах оболочки при варьировании высоты выреза: а – 3; б – 4; в – 5 ромбических ячеек.

Расстояние между центрами вырезов 12 ромбических ячеек.

Вырез: ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка

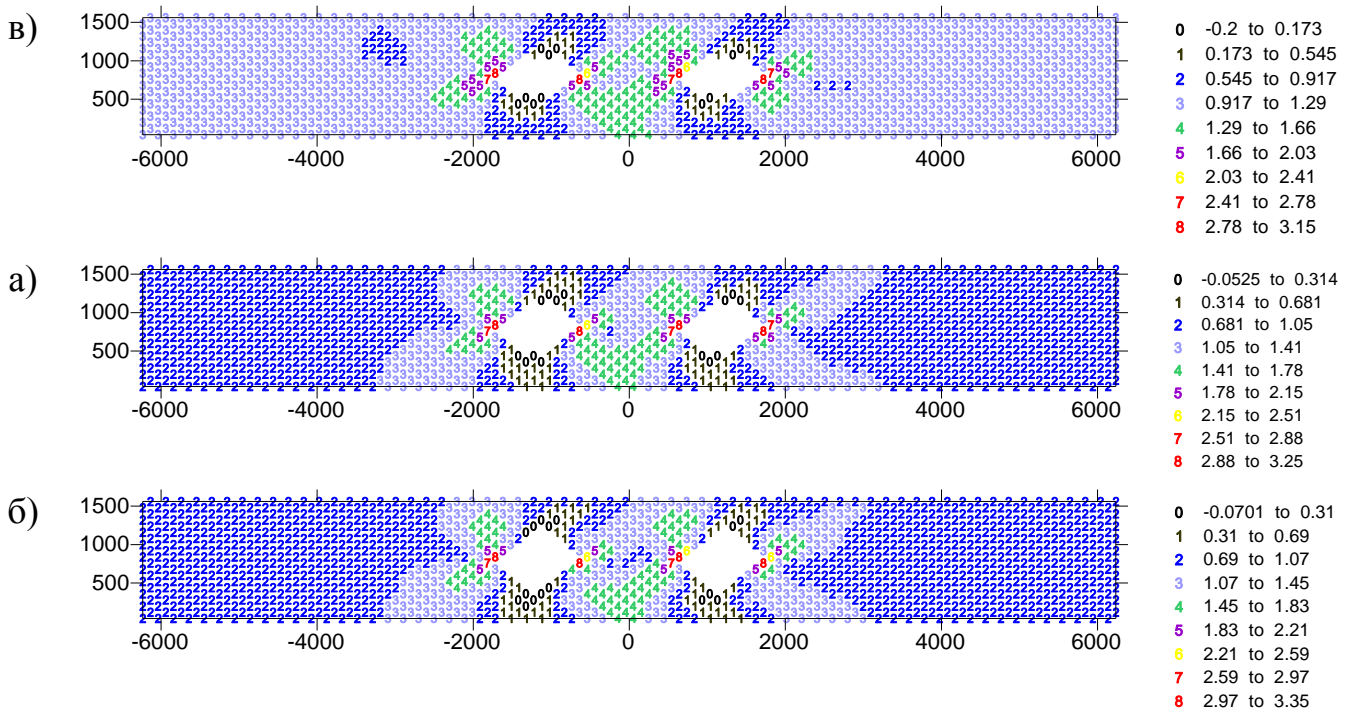


Рисунок 4.37 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах оболочки (с наклоном влево вверх) при варьировании высоты выреза:

а – 3; б – 4; в – 5 ромбических ячеек. Расстояние между центрами вырезов 12 ромбических ячеек. Вырез: ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка



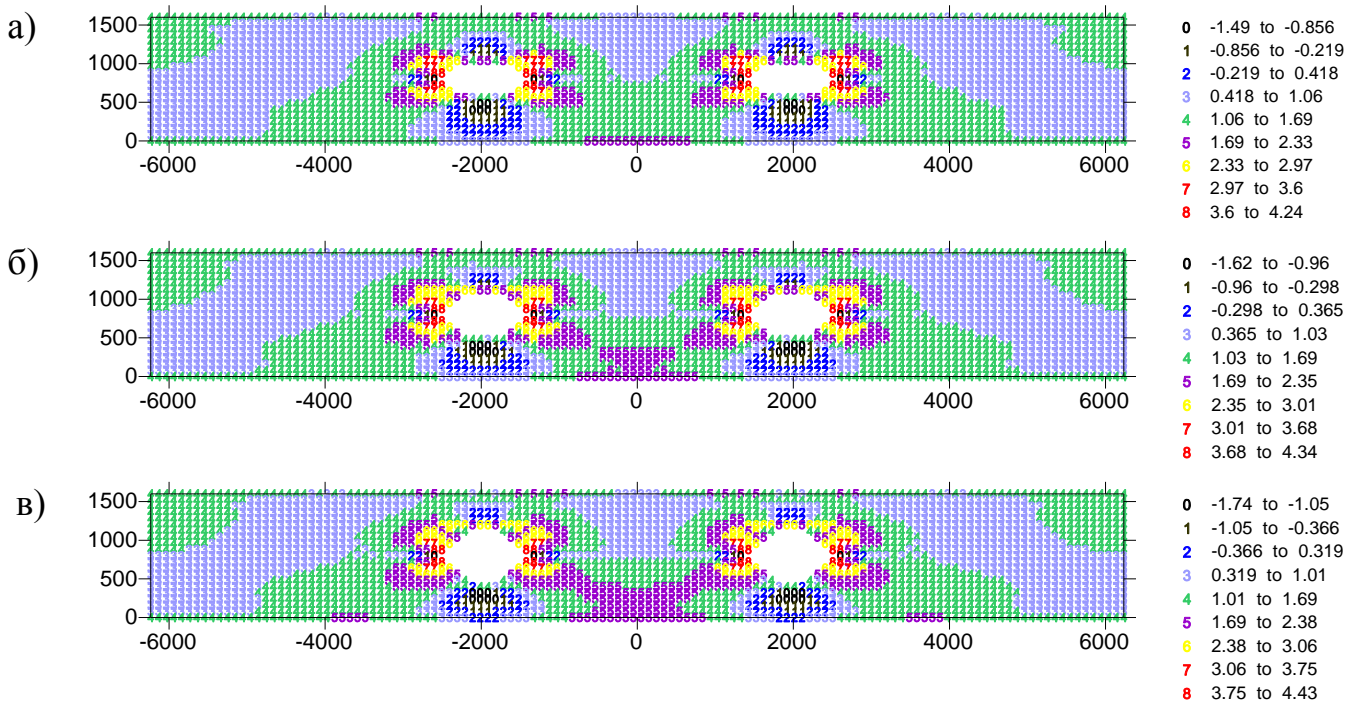


Рисунок 4.38 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах оболочки при варьировании высоты выреза: а – 3; б – 4; в – 5 ромбических ячеек.

Расстояние между центрами вырезов 20 ромбических ячеек.

Вырез: ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка

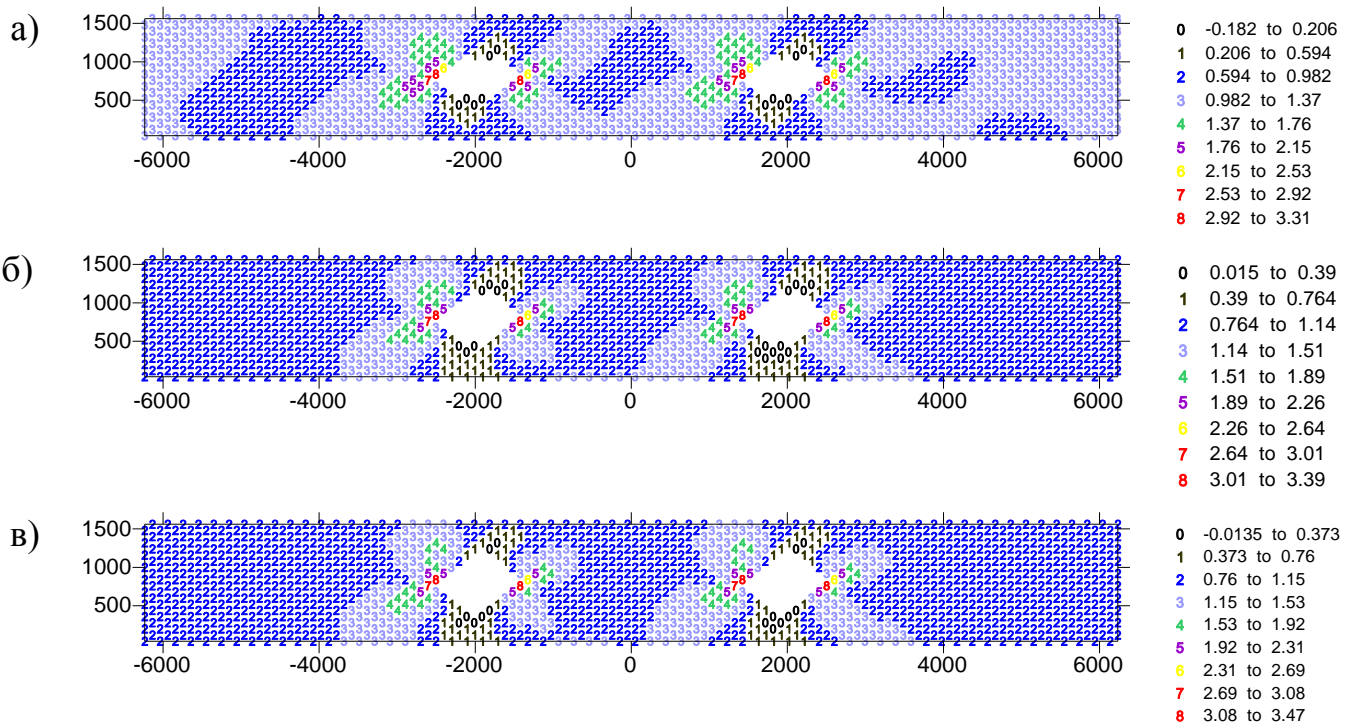


Рисунок 4.39 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах оболочки

(с наклоном влево вверх) при варьировании высоты выреза:

а – 3; б – 4; в – 5 ромбических ячеек. Расстояние между центрами вырезов 20 ромбических ячеек. Вырез: ширина 6, окантовка 1 ромбическая ячейка

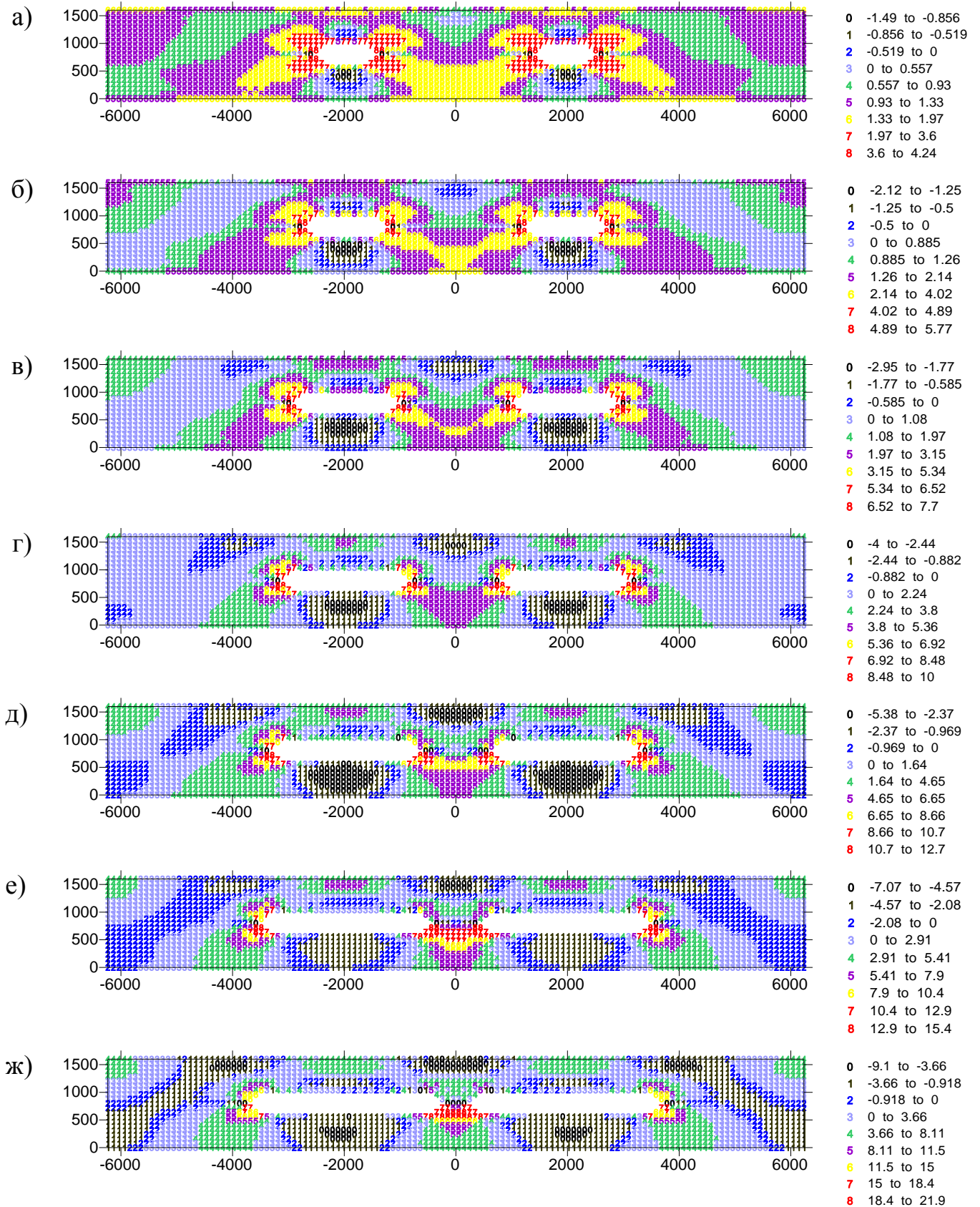


Рисунок 4.40 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах оболочки при варьировании ширины выреза: а – 6; б – 8; в – 10; г – 12; д -14; е – 16; ж – 18 ромбических ячеек. Высота выреза 3, окантовка 1 ромбическая ячейка, расстояние между вырезами 20 ячеек



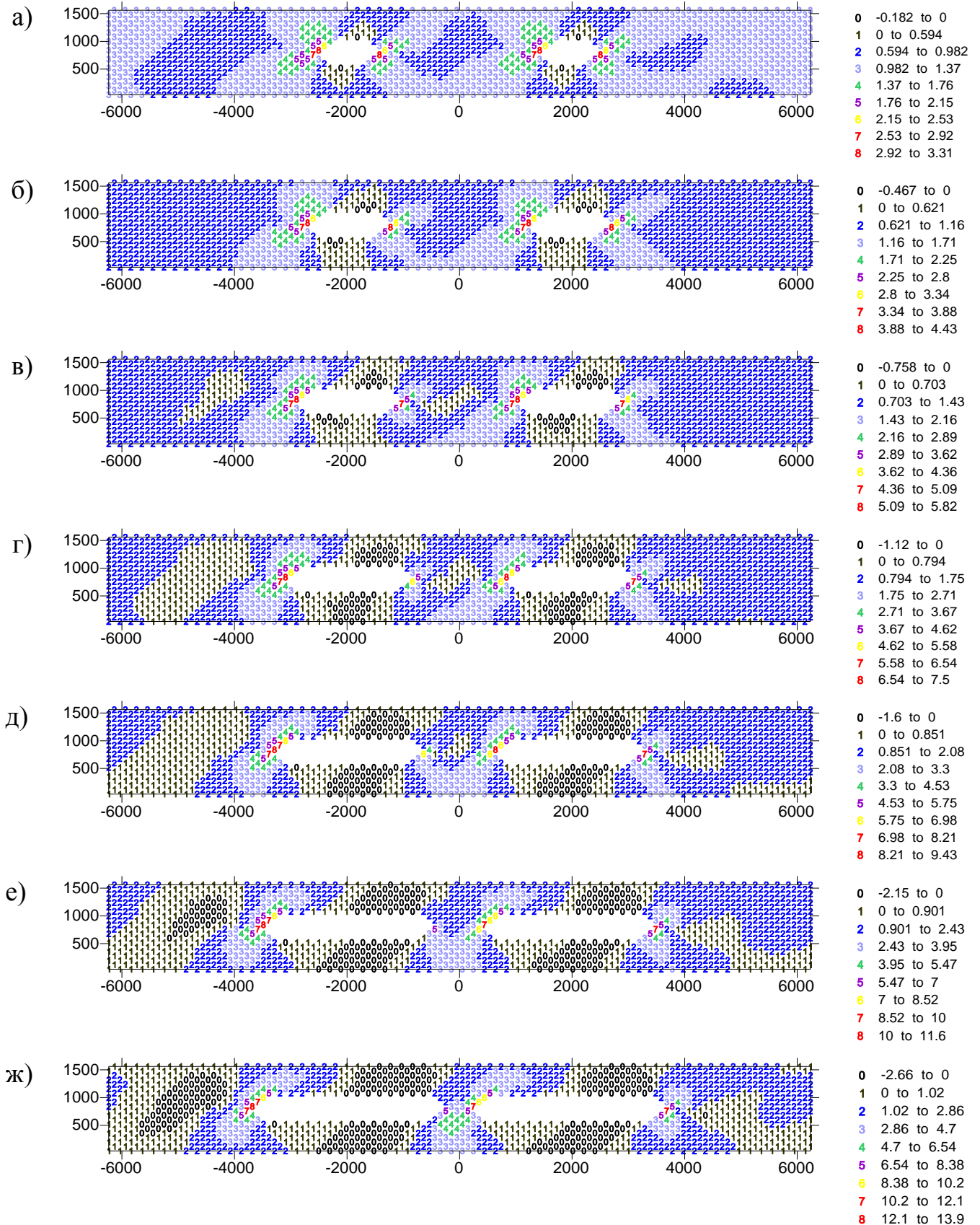


Рисунок 4.41 – Поля приведенных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах оболочки (с наклоном влево вверх) при варьировании ширины выреза: а – б; б – 8; в – 10; г – 12; д – 14; е – 16; ж – 18 ромбических ячеек. Высота выреза 3, окантовка 1 ромбическая ячейка, расстояние между вырезами 20 ячеек

### ***Оценка влияния толщины окантовок подкрепленных вырезов на напряженно-деформированное состояние конструкции***

Оценка влияния толщины окантовок при увеличении расстояния между подкрепленными вырезами на напряженное состояние конструкции проводилась с помощью двухфакторного вычислительного эксперимента.

В описанной выше оболочечной конструкции вырезы имели следующие геометрические размеры: 2 элементарные ячейки по вертикали и 4 элементарные ячейки по горизонтали. Ширина окантовки:  $\frac{1}{2}$  ромбическая ячейка по образующей и 1 ячейка по окружности. В ходе проведения эксперимента, данные параметры вырезов и окантовок оставались постоянными.

В экспериментах варьировалось расстояние между центрами вырезов по схеме: 12, 16, 20, 24, 28 ромбических ячейки. Толщина окантовки варьировалась в долях от толщины реберной структуры:  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{5}{6}$ , 1. В качестве отклика по формуле (4.1) рассчитывались коэффициенты концентрации напряжений в самих окантовках и в структурных элементах конструкции вблизи окантовок.

На рисунке 4.42 приведена сетчатая оболочка с двумя подкрепленными вырезами и топологическая схема расположение ребер в усилениях.

На рисунках 4.43 – 4.45 представлены линии уровня коэффициентов концентрации продольных напряжений в ребрах самих окантовок и ребрах конструкции на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов в зависимости от толщины окантовок  $T$  и расстояния между центрами вырезов  $M$ .

Напряжения в ребрах окантовки зависят от варьирования толщины самой окантовки: с увеличением толщины окантовки концентрация напряжений в кольцевых и спиральных ребрах уменьшается (рисунок 4.44, 4.45 - б).

Снижение концентрации растягивающих напряжений в кольцевых ребрах конструкции вблизи окантовок вырезов зависит от увеличения расстояния между вырезами и изменения толщины самих окантовок (рисунок 4.43 - а). Рекомендуемая толщина может составлять  $\frac{1}{2}$  толщины реберной структуры.

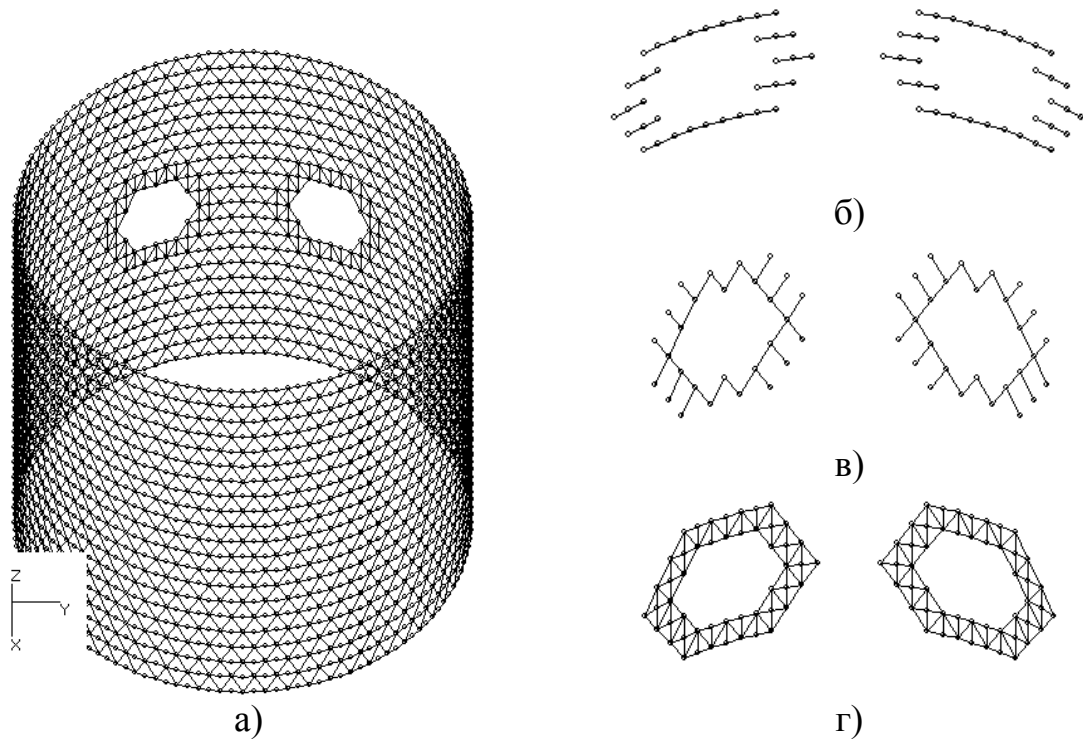


Рисунок 4.42 – Топологическая схема оболочечной конструкции с двумя компенсированными вырезами: а) общий вид оболочки, б) кольцевые ребра окантовок, в) спиральные ребра окантовок, г) общий вид окантовок

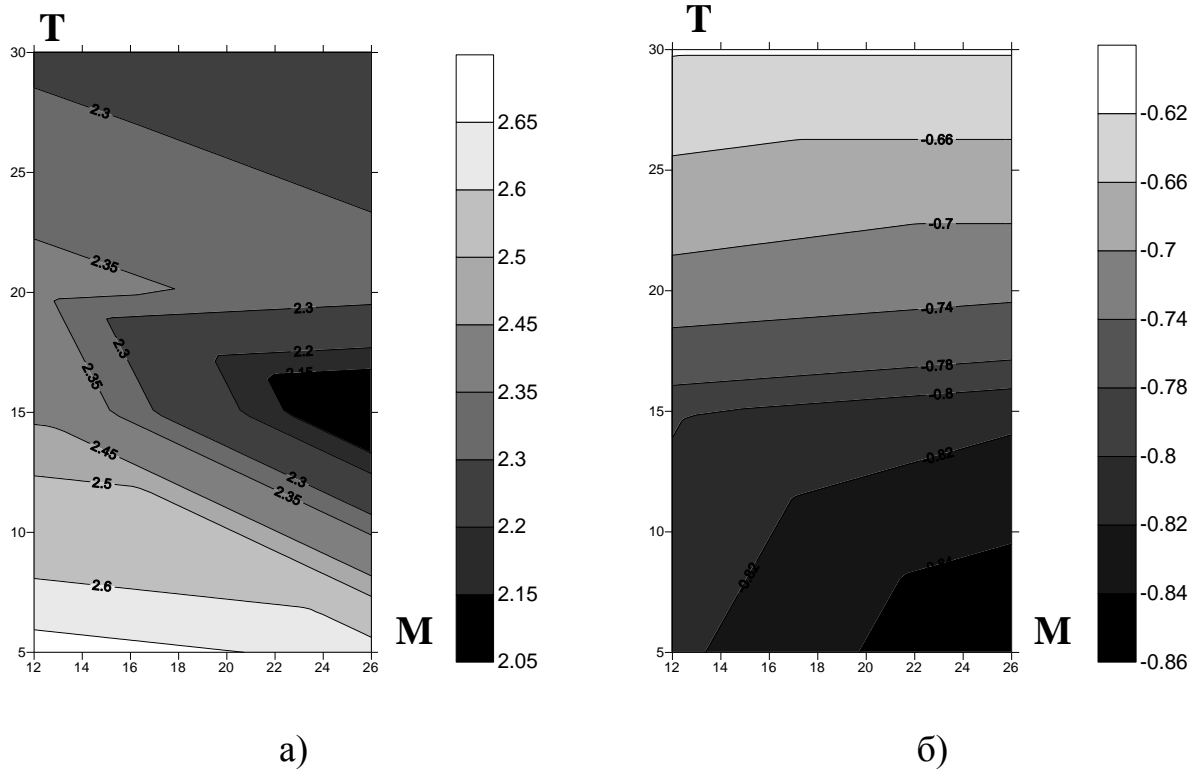
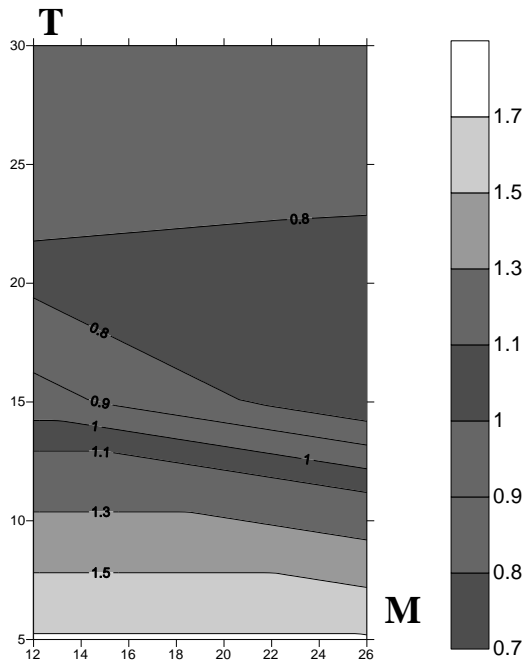
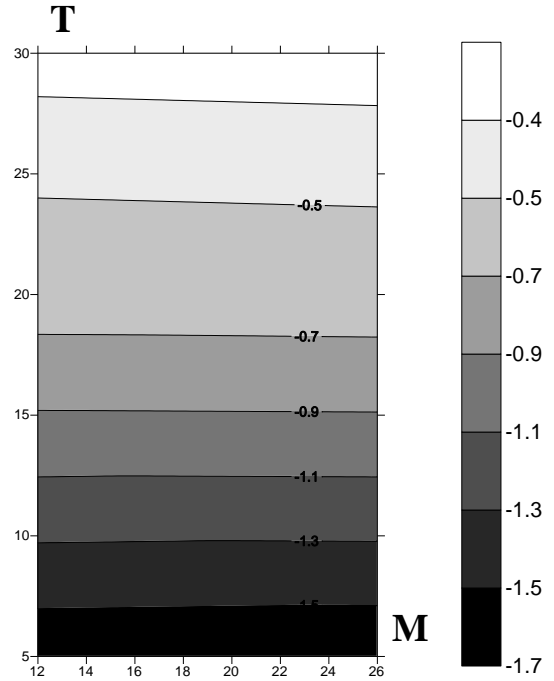


Рисунок 4.43 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$  кольцевых ребер вне окантовки от толщины окантовки  $T$  и расстояния между центрами вырезов  $M$ : а) растягивающие, б) сжимающие

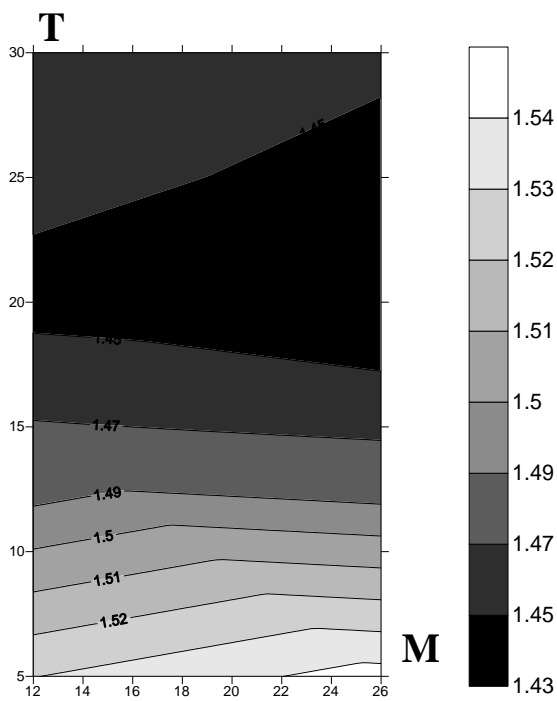


а)

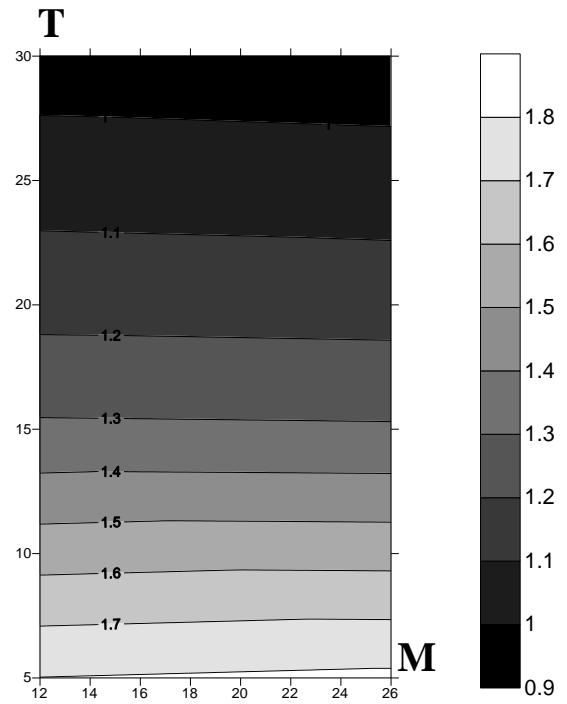


б)

Рисунок 4.44 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах окантовки от толщины окантовки  $T$  и расстояния между центрами вырезов  $M$ : а) растягивающие, б) сжимающие



а)



б)

Рисунок 4.45 – Линии уровня коэффициентов концентрации сжимающих напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах: а) за пределами окантовки, б) в окантовке

На рисунках 4.46, 4.47 представлены линии уровня коэффициентов концентрации окружных напряжений  $\sigma_s$  в зонах растяжения и сжатия в обшивке конструкции на расстоянии 2-х ромбических ячеек от края окантовок вырезов и в самой окантовке.

Концентрация окружных напряжений  $\sigma_s$  в обшивке и окантовке зависит только от толщины самой окантовки. Для снижения концентрации напряжений  $\sigma_s$  в окантовке рекомендуемая толщина может составлять  $\frac{1}{2}$  толщины реберной структуры (рисунок 4.46 – б, 4.47 - б). Для снижения концентрации напряжений  $\sigma_s$  в обшивке вблизи окантовок рекомендуемая толщина окантовки может составлять от 0,4 до 0,7 толщины реберной структуры (рисунок 4.46 - а).

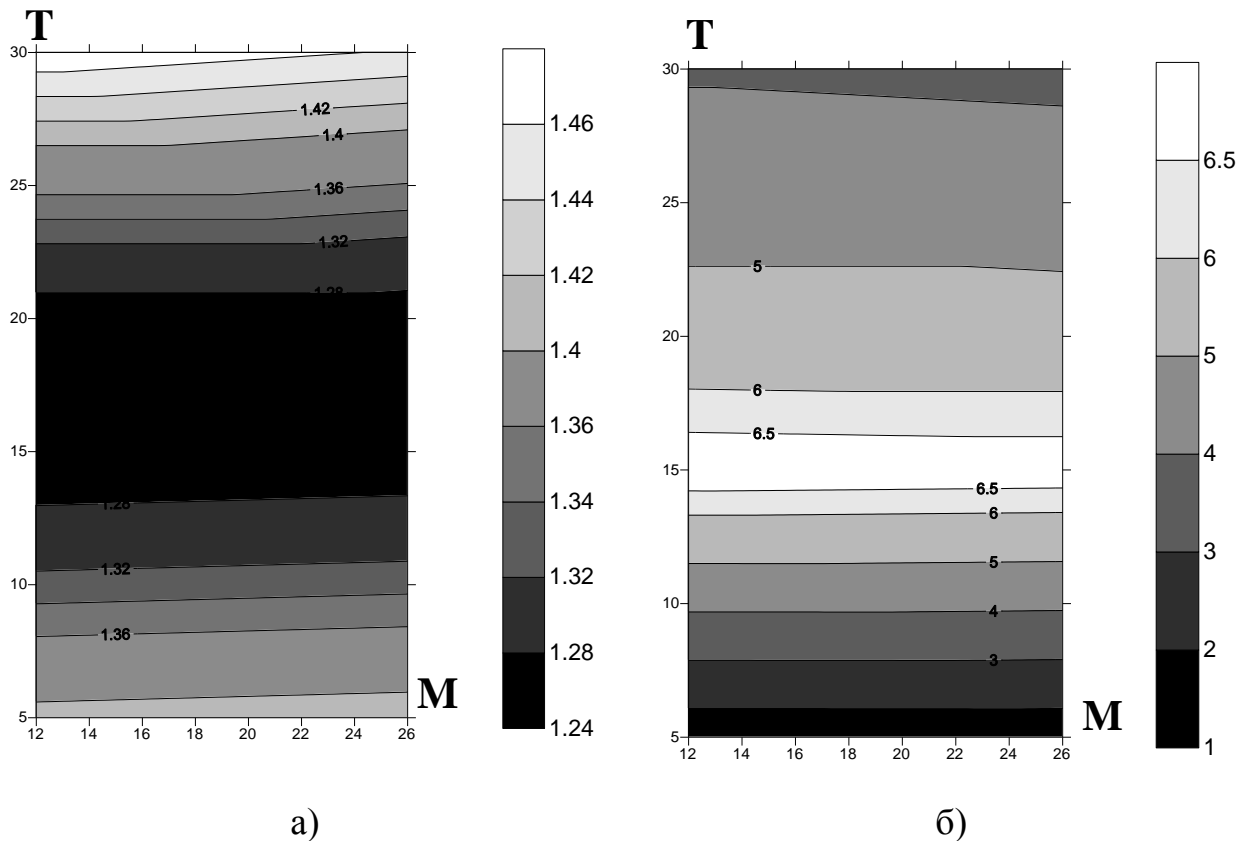


Рисунок 4.46 – Линии уровня коэффициентов концентрации сжимающих напряжений  $\sigma_s$ : а) в обшивке, б) в окантовке

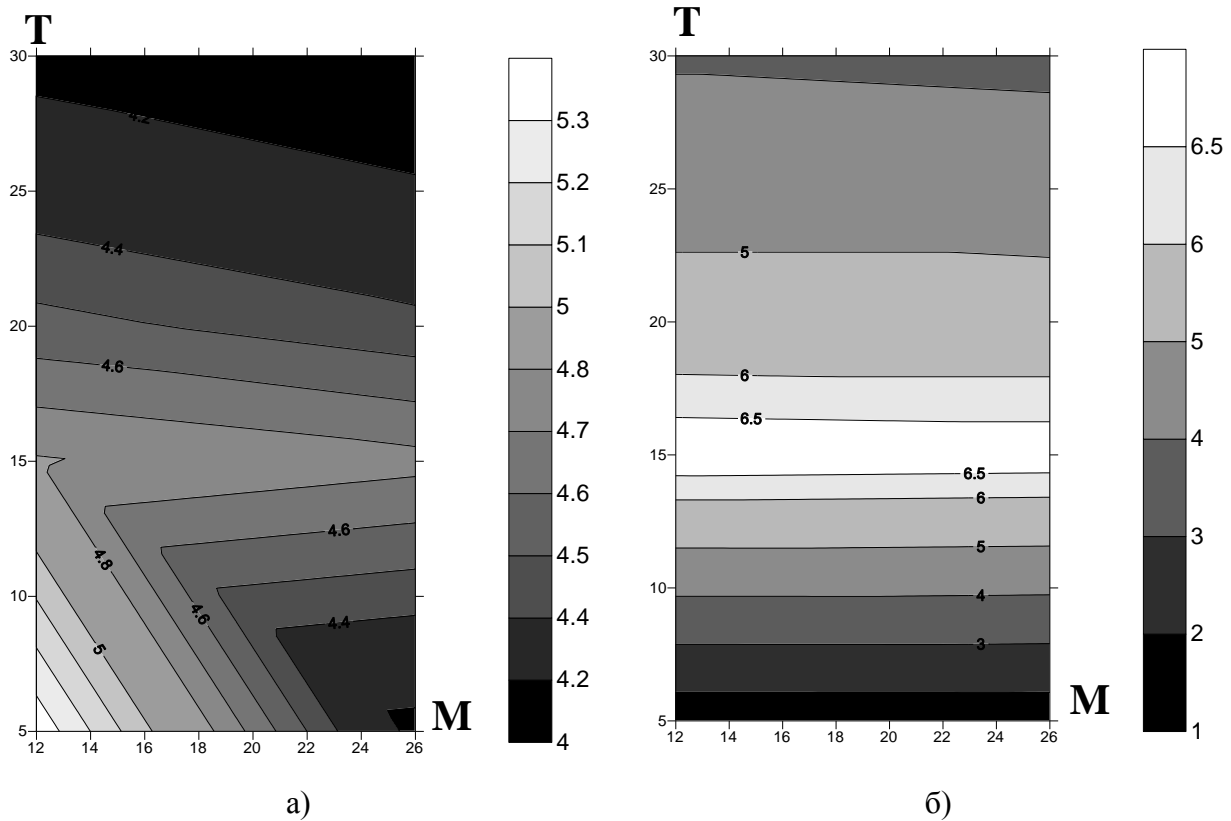


Рисунок 4.47 – Линии уровня коэффициентов концентрации растягивающих напряжений  $\sigma_x$ : а) в обшивке, б) в окантовке

#### 4.5 Влияние вырезов на устойчивость сетчатой оболочечной конструкции

##### *Устойчивость сетчатой оболочечной конструкции без вырезов*

Для оценки особенностей потери устойчивости сетчатой конструкции по сравнению с гладкой оболочкой проведем исследование сетчатой оболочки на устойчивость при статическом нагружении. Конструкция представляет собой цилиндрическую сетчатую оболочку с однослойной обшивкой и имеет следующие геометрические размеры: радиус оболочки  $R$  составляет 64 ширины ромбической ячейки, высота ромбической ячейки в два раза превышает её ширину. Такие соотношения размеров характерны для оптимальной по массе оболочки при активном ограничении по общей устойчивости, спроектированной известными методами [17, 74]. Высота оболочки равна  $1,96R$ , толщина обшивки составляет  $0,0024R$ . Оболочка содержит 64 пары спиральных ребер и 21

кольцевое ребро. Дискретная модель оребрения включает 2560 конечных элементов спиральных ребер и 2688 элементов кольцевых ребер.

Топологическая схема сетки треугольных элементов представлена на рисунке 4.48.

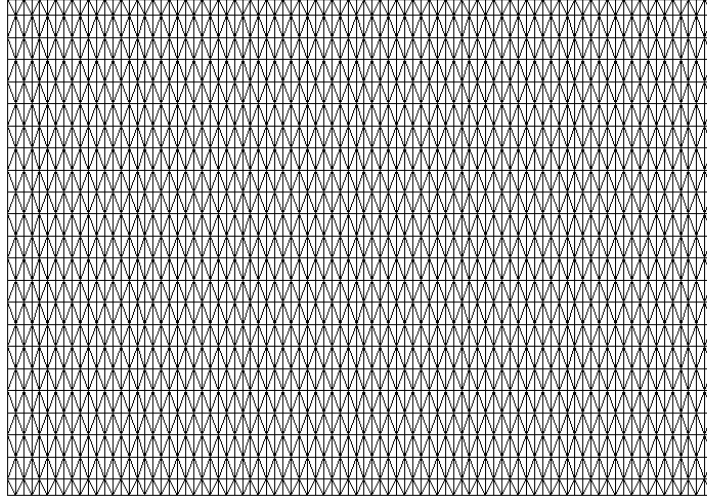


Рисунок 4.48 – Топологическая схема разбиения обшивки на треугольные элементы

Ребра выполнены из композиционного материала со следующими физико-механическими параметрами: продольный модуль упругости  $E_1=64900$  МПа, модуль упругости поперек армирования  $E_2=6470$  МПа, модуль сдвига  $G=3800$  МПа, коэффициенты Пуассона  $\mu_1=\mu_2=0,21$ . Параметры материала обшивки: модули упругости в осевом и окружном направлении  $E_1=E_2=30000$  МПа, модуль сдвига  $G=5000$  МПа, коэффициенты Пуассона  $\mu_1=\mu_2=0,2$ .

Формулы для расчета жесткостных характеристик ребер конструкции с учетом вида поперечного сечения представлены в приложении Е.

Передняя кромка нагружена сжимающей силой  $T=28,8$  КН. Нагрузка распределена равномерно по передней кромке конструкции. На нижней кромке закреплены перемещения по образующей.

Расчет на устойчивость проводился по методике, изложенной в п. 2.4, которая обеспечивает вычисление нескольких наименьших по абсолютной величине собственных чисел (критических нагрузок) без априорного разделения форм потери устойчивости на общие и местные. В результате численных расчетов были получены собственные значения  $\lambda$  пары глобальных матриц жесткости и

геометрической жесткости рассматриваемой оболочки и соответствующие им формы потери устойчивости. Были рассчитаны три минимальных собственных значения:  $\lambda_1 = 0,18709$ ;  $\lambda_2 = 0,325089$ ;  $\lambda_3 = 0,443512$ . На рисунке 4.49 представлены формы потери устойчивости сетчатой оболочки без вырезов для рассчитанных собственных значений. На данном рисунке представлены перемещения узлов вдоль нормали.

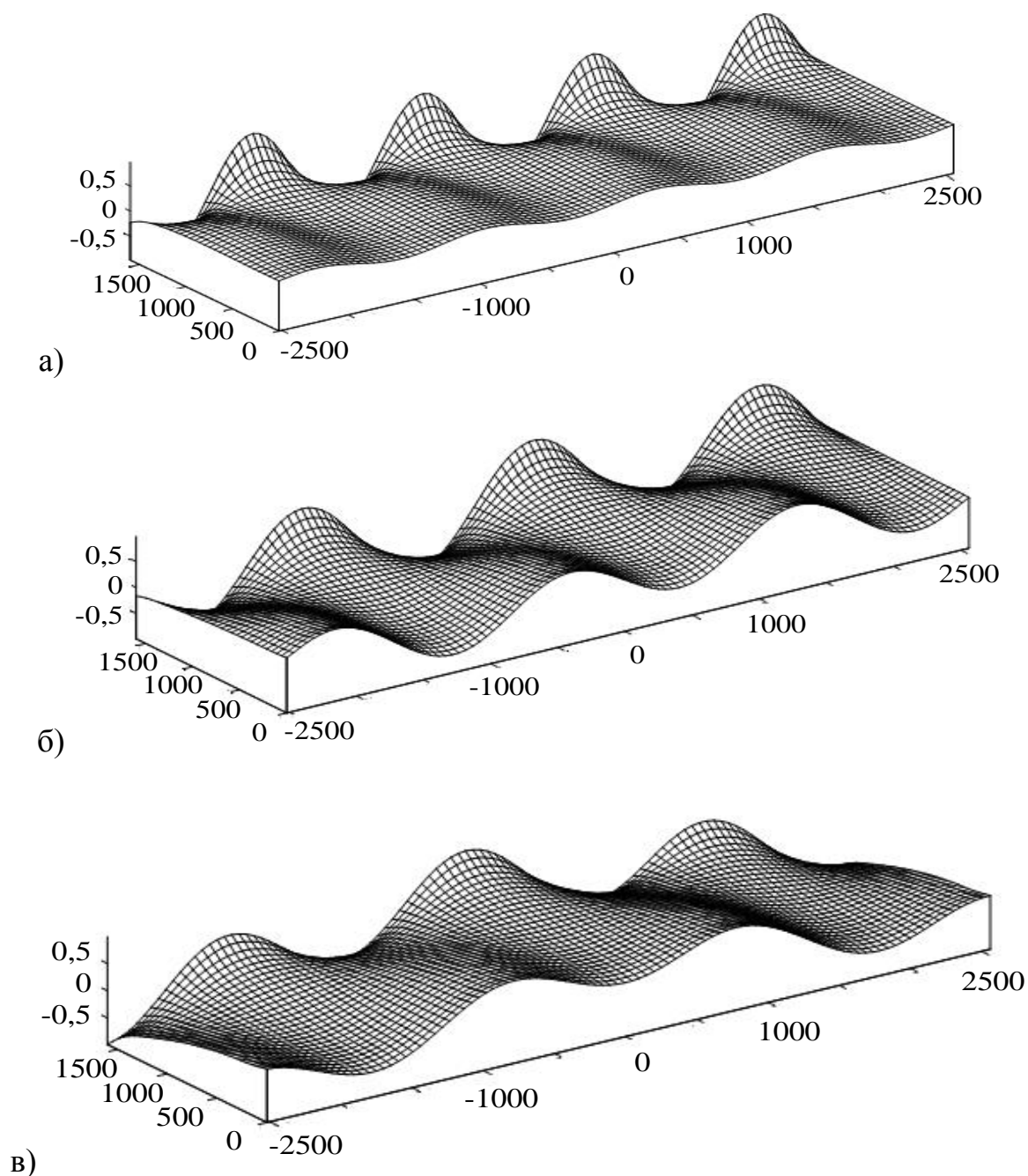


Рисунок 4.49 – Формы потери устойчивости конструкции без вырезов:

а)  $\lambda_1 = 0,18709$ ; б)  $\lambda_2 = 0,325089$ ; в)  $\lambda_3 = 0,443512$



Анализ рисунка 4.49 показывает, что формы потери устойчивости качественно согласуются с формами потери устойчивости гладкой оболочки: по длине образуется одна полуволна, а по окружности – несколько волн одинаковой длины.

Первая форма потери устойчивости конструкции (при наименьшей нагрузке) имеет четыре волны по окружности при минимальном собственном значении  $\lambda_1 = 0,18709$  (рисунок 4.49 – а), причем перемещения уменьшаются с приближением к закрепленной задней кромке быстрее, чем при других формах (с большими критическими нагрузками). С увеличением номера формы в порядке возрастания критической нагрузки число волн по окружности уменьшается (рисунок 4.49 – б, в); формы с большим числом волн не найдены, видимо, им соответствуют большие собственные числа.

Сопоставление результатов проведенного расчета с известным решением [78], полученным с использованием континуальной модели, показывает, что континуальная модель в целом адекватно описывает общую потерю устойчивости сетчатой оболочки без вырезов. Имеющиеся различия вполне могут быть объяснены различием в математической постановке задач, в частности, учетом деформаций изгиба и кручения ребер.

Заметим, что, в отличие от континуальной модели, дискретная модель в виде рамы адекватно отражает слабую чувствительность критической силы сетчатой оболочки от несовершенства формы. Задание начальной погиби величиной порядка 0,1 высоты сечения ребра приводит к уменьшению критической нагрузки при сжатии не более чем на 2%. Это соответствует известным экспериментальным данным.

### ***Формы потери устойчивости оболочечной конструкции с некомпенсированными вырезами***

Сетчатые конструкции с некомпенсированными вырезами практически используются редко. Тем не менее, представляется целесообразным изучение

устойчивости таких конструкций, чтобы получить базу для сравнения с устойчивостью оболочек с вырезами и окантовками.

Рассмотрим описанную в п. 4.4 конструкцию с одним и с двумя некомпенсированными шестиугольными вырезами, расположенными посередине образующей (рисунок 4.50).

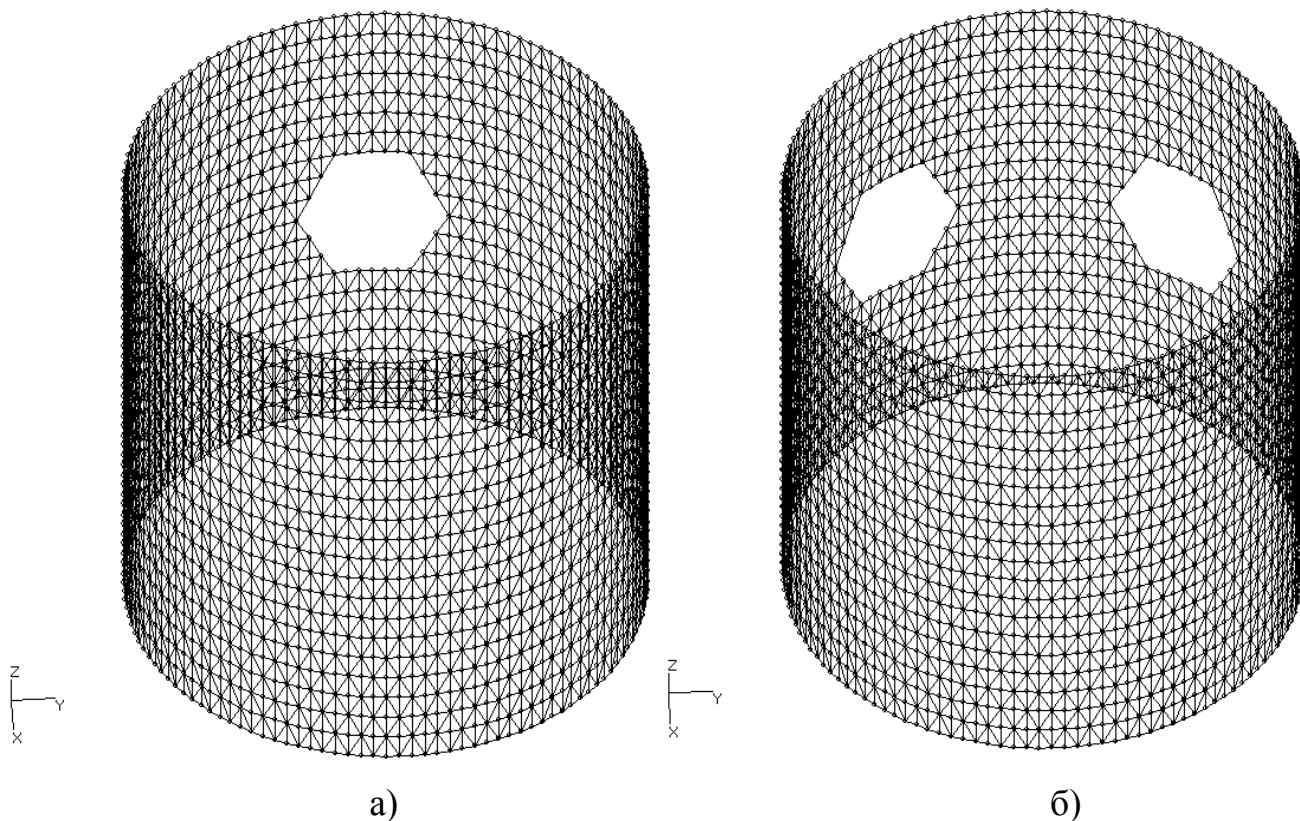


Рисунок 4.50 – Сетчатые оболочечные конструкции:

а) с одним вырезом; б) с двумя вырезами

Все вырезы имеют одинаковый размер: 6 элементарных ячеек по горизонтали и 3 элементарных ячейки по вертикали. Расстояние между двумя вырезами (рисунок 4.50-б) составляет 6 ячеек.

Рассчитанные численно собственные значения пары симметричных матриц жесткости и геометрической жесткости для двух конструкций с некомпенсированными вырезами представлены в таблице 4.1

**Таблица 4.1 – Собственные значения матриц жесткости и геометрической жесткости для конструкций с некомпенсированными вырезами**

Оболочка с одним некомпенсированным вырезом	Оболочка с двумя некомпенсированными вырезами
$\lambda_1=0,07577$	$\lambda_1=0,11066$
$\lambda_2=0,23558$	$\lambda_2=0,35602$
$\lambda_3=0,37959$	$\lambda_3=0,38721$

На рисунке 4.51 и 4.52 представлены формы потери устойчивости конструкций в соответствии с найденными собственными значениями. На рисунках представлены поля перемещения узлов в главной системе координат  $(s', t', n')$  вдоль нормали.

Проанализируем найденные формы потери устойчивости. Из рисунков 4.51 и 4.52 видно, что величина перемещений изменяется не только от передней кромки к задней, вдоль образующей конструкции, но и по окружности, с удалением от вырезов. Вследствие влияния вырезов форма не симметрична относительно оси цилиндра (сжатие сопровождается изгибом).

Рассмотрим оболочку с одним вырезом. Первая форма потери устойчивости оболочки с вырезом качественно совпадает с первой формой оболочки без выреза: присутствует четыре волны, перемещения затухают ближе к основанию конструкции. В то же время вырез влияет на длину волн по окружности: вблизи выреза волны короче, а на противоположной стороне оболочки - длиннее.

Во второй и третьей форме потери устойчивости оболочки с вырезом явно прослеживается три волны по окружности, что совпадает с результатом для оболочки без выреза. Во второй форме вырез расположен между волнами, что приводит к увеличению амплитуды и длины этих волн. По всей окружности оболочки можно наблюдать полуволны по образующей.

Сопоставим найденные критические нагрузки для оболочек с вырезом и без выреза. Наличие в конструкции неподкрепленного выреза ведет к уменьшению

критической нагрузки по сравнению с целой оболочкой: для первой формы в 2,47 раз, для второй формы в 1,38 раз, для третьей формы в 1,17 раз.

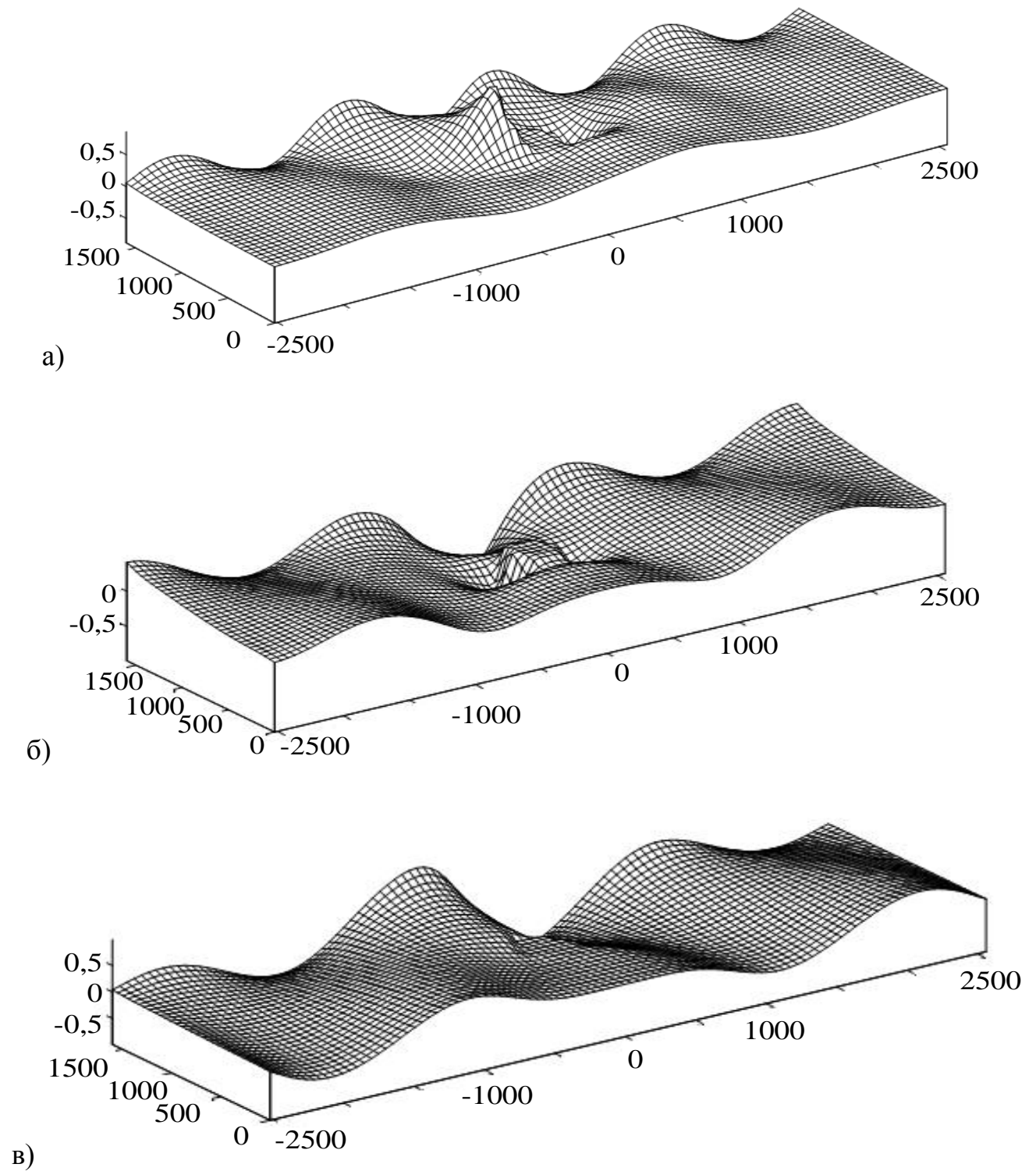


Рисунок 4.51 – Формы потери устойчивости конструкции с одним вырезом:

а)  $\lambda_1 = 0,07577$ ; б)  $\lambda_2 = 0,23558$ ; в)  $\lambda_3 = 0,37959$

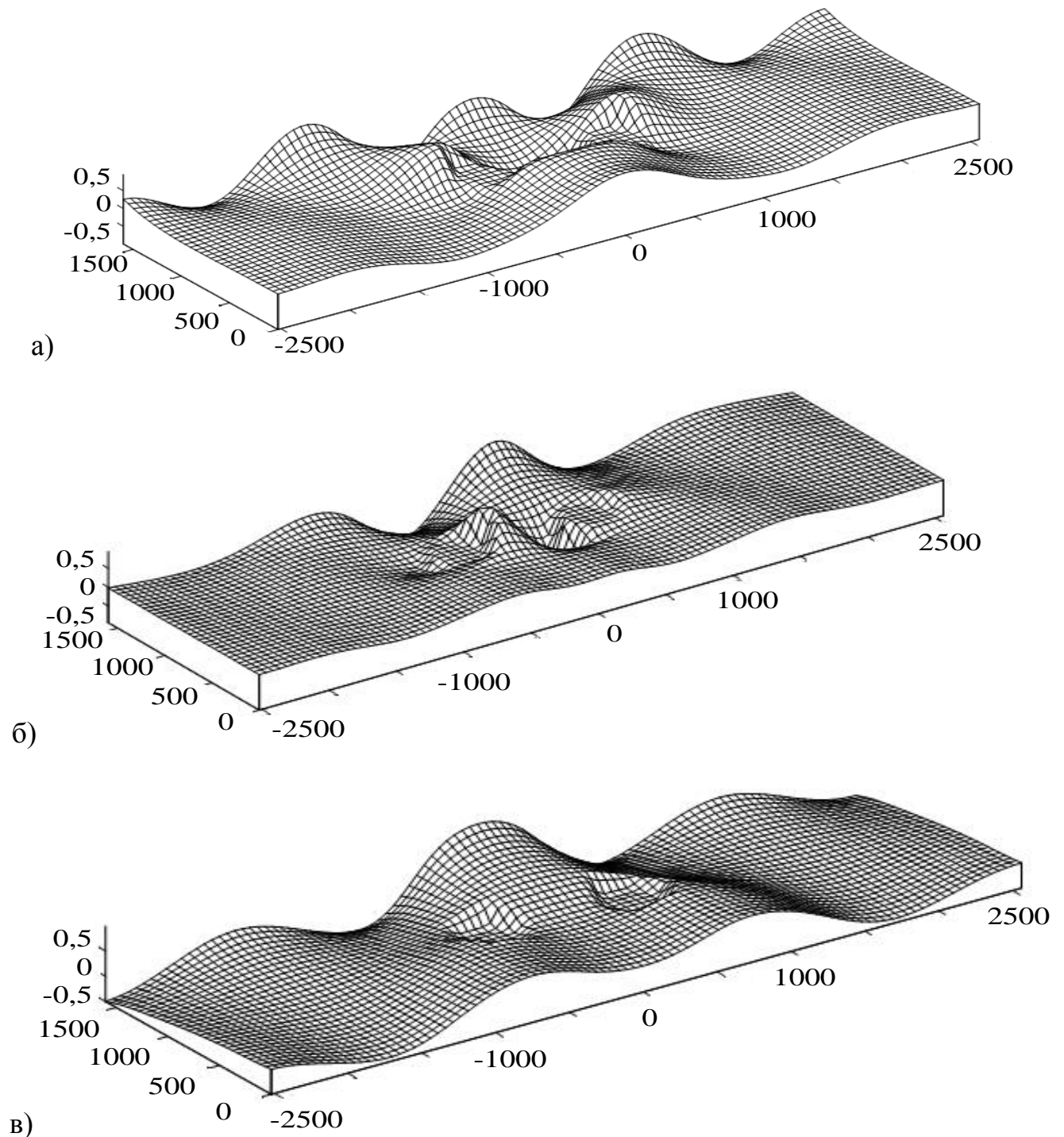


Рисунок 4.52 – Формы потери устойчивости конструкции с двумя вырезами:

а)  $\lambda_1 = 0,11066$ ; б)  $\lambda_2 = 0,35602$ ; в)  $\lambda_3 = 0,38721$

Анализируя формы потери устойчивости оболочек с двумя неподкрепленными вырезами, остановимся на первой форме (рисунок 4.52 - а). На форме присутствуют четыре волны, что совпадает с первой формой оболочки без вырезов, перемещения затухают в средней части конструкции по образующей. Первый вырез расположен между первой и второй волнами, а второй вырез –

между второй и третьей. Такое расположение вырезов способствует затуханию этих волн, а крайняя волна становится длиннее и ниже. Между вырезами перемещения возрастают, т.е. возникает дополнительная волна вдоль образующей. Это существенно отличает поведение рассматриваемой конструкции от гладкой оболочки.

На второй и третьей форме потери устойчивости для конструкции с двумя неподкрепленными вырезами прослеживается наличие трех волн (рисунок 4.52 – б, в), что совпадает с такими же формами для оболочки без вырезов (рисунок 4.49– б, в). Расположение вырезов на второй форме таково: первый вырез попадает на волну, увеличивая её амплитуду и уменьшая длину, второй – между двумя волнами, что приводит к уменьшению амплитуды этих волн и увеличивает их длину. При этом увеличивается амплитуда волны между вырезами вдоль образующей (рисунок 4.52 – б). На третьей форме волны длиннее и ниже в сравнении с волнами третьей формы оболочки без вырезов.

Заметим, что вырезы провоцируют раннее возникновение волн на нагруженной кромке.

Наличие в оболочке двух неподкрепленных вырезов ведет к уменьшению критической нагрузки по сравнению с оболочкой без вырезов: для первой формы в 1,69 раз, а для третьей формы в 1,14 раз. Интересно, что в случае одного выреза критические нагрузки оказываются меньше, чем при двух вырезах. Это может быть связано с большим нарушением симметрии и, как следствие, с большим изгибом. Вторая форма для оболочки с двумя вырезами соответствует даже большему собственному числу, чем без вырезов (в 1,09 раза), что может быть объяснено только существенным различием вторых форм в этих двух случаях.

Для количественной оценки представляется необходимым поверочный расчет с полным дискретным моделированием каждой спроектированной конструкции.

В таблице 4.2 представлены результаты численных расчетов трех наименьших собственных значений матриц жесткости и геометрической

жесткости для сетчатой оболочки с двумя неподкрепленными вырезами при варьировании расстояния между вырезами.

Анализ собственных значений таблицы 4.2 показывает, что критическая нагрузка возрастает с увеличением расстояния между вырезами. Это объясняется тем, что часть конструкции между вырезами при их близком расположении друг к другу деформируется сильнее при сжимающих статических нагрузках. Эти результаты согласуются с результатами численных расчетов полей напряжений для конструкции с двумя вырезами, приведёнными в п. 4.4. Таким образом, можно сделать вывод: зона между вырезами, равная ширине выреза или меньше, является зоной местной потери устойчивости конструкции при статическом нагружении.

**Таблица 4.2 – Собственные значения матриц жесткости и геометрической жесткости для конструкции с двумя некомпенсированными вырезами при варьировании расстояния между вырезами**

Расстояние между вырезами (число элементарных ячеек)	Собственные значения		
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$
2	0,0002	0,0439	0,0883
4	0,0624	0,2131	0,2589
6	0,1106	0,3560	0,3872
8	0,2645	0,3459	0,4521
10	0,2137	0,3968	0,4864

При увеличении расстояния между вырезами до его ширины и более рост критической нагрузки замедляется. Так, для двух вырезов с шириной в 6 ромбических ячеек каждый при увеличении расстояния между ними с 6 элементарных ячеек до 8 критическая нагрузка возрастает: для первой формы в 2,39 раз, для второй формы в 0,97 раз, для третьей формы в 1,16 раз (таблица 4.2). При увеличении расстояния между вырезами с 8 до 10 ромбических ячеек критическая нагрузка растет медленнее: для первой формы в 0,81 раз, для второй формы в 1,14 раз, для третьей формы в 1,07 раз (таблица 4.2).

Таким образом, при расстоянии между вырезами, сопоставимым с шириной самого выреза и более, вырезы допустимо рассматривать без учета их взаимного влияния как отдельные конструктивные элементы оболочки.

***Определение форм потери устойчивости оболочечной конструкции с компенсированными вырезами***

Учтем усиление вырезов окантовками в конструкциях из п.4.2 и определим формы потери устойчивости таких оболочек при статическом сжатии.

Моделирование окантовки будем производить треугольными конечными элементами в виде пластины Зенкевича, работающими совместно с обшивкой. Топологическая схема представлена на рисунке 4.53. Ширина окантовки составляет одну элементарную ячейку, толщина постоянна на всей площади окантовки и равна  $0,0122R$ . Материал окантовки совпадает с материалом обшивки конструкции.

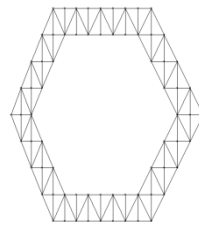


Рисунок 4.53 – Окантовка выреза

На рисунке 4.54 и 4.55 представлены формы потери устойчивости оболочек с компенсированными вырезами для рассчитанных собственных значений матриц жесткости и геометрической жесткости конструкций. Собственные значения представлены в таблице 4.3.

**Таблица 4.3 – Собственные значения матриц жесткости и геометрической жесткости для конструкций с компенсированными вырезами**

Оболочка с одним компенсированным вырезом	Оболочка с двумя компенсированными вырезами
$\lambda_1 = 0,21657$	$\lambda_1 = 0,15826$
$\lambda_2 = 0,42082$	$\lambda_2 = 0,20041$
$\lambda_3 = 0,51665$	$\lambda_3 = 0,42818$



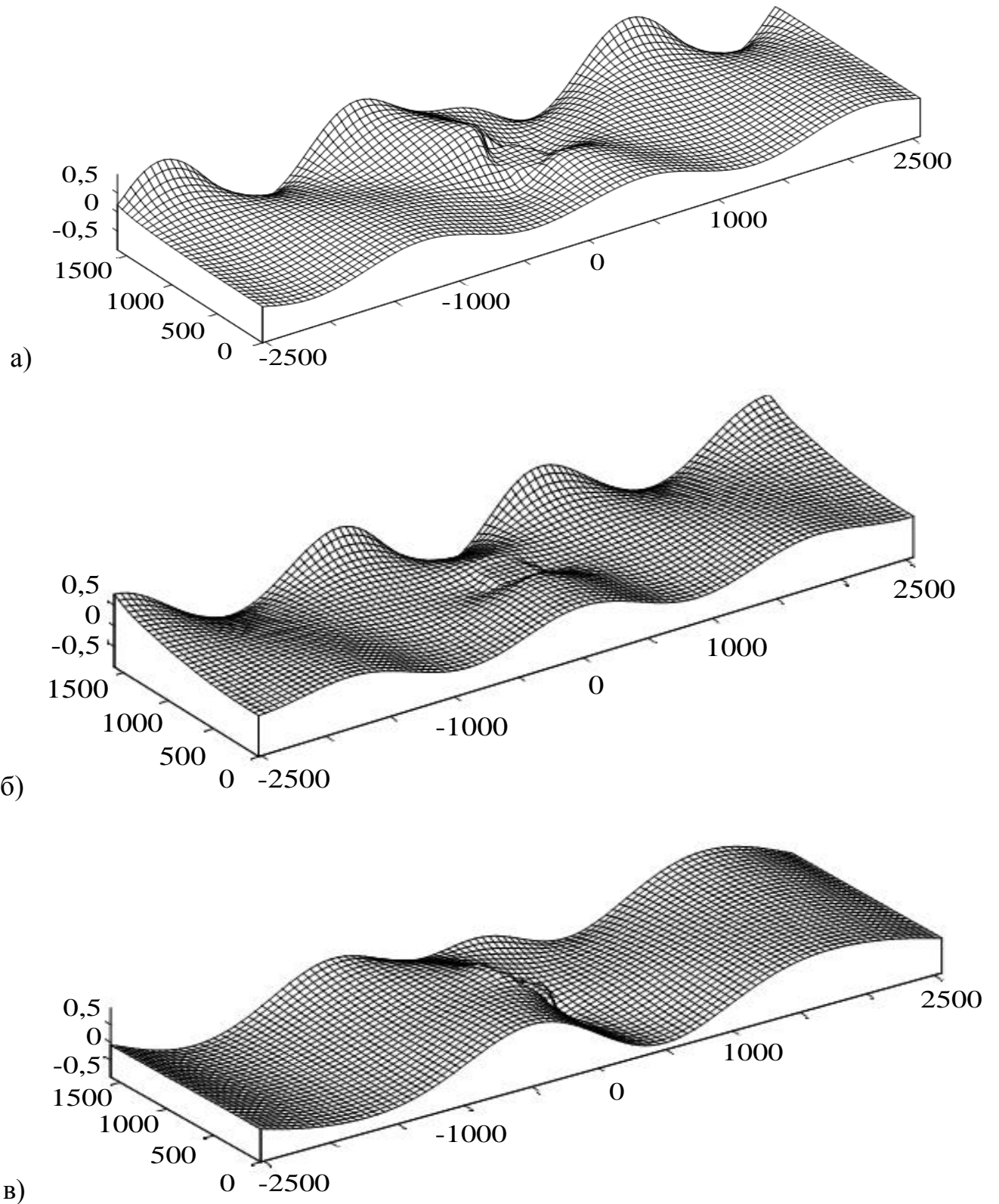


Рисунок 4.54 – Формы потери устойчивости конструкции с одним усиленным вырезом: а)  $\lambda_1 = 0,21657$ ; б)  $\lambda_2 = 0,42082$ ; в)  $\lambda_3 = 0,51665$

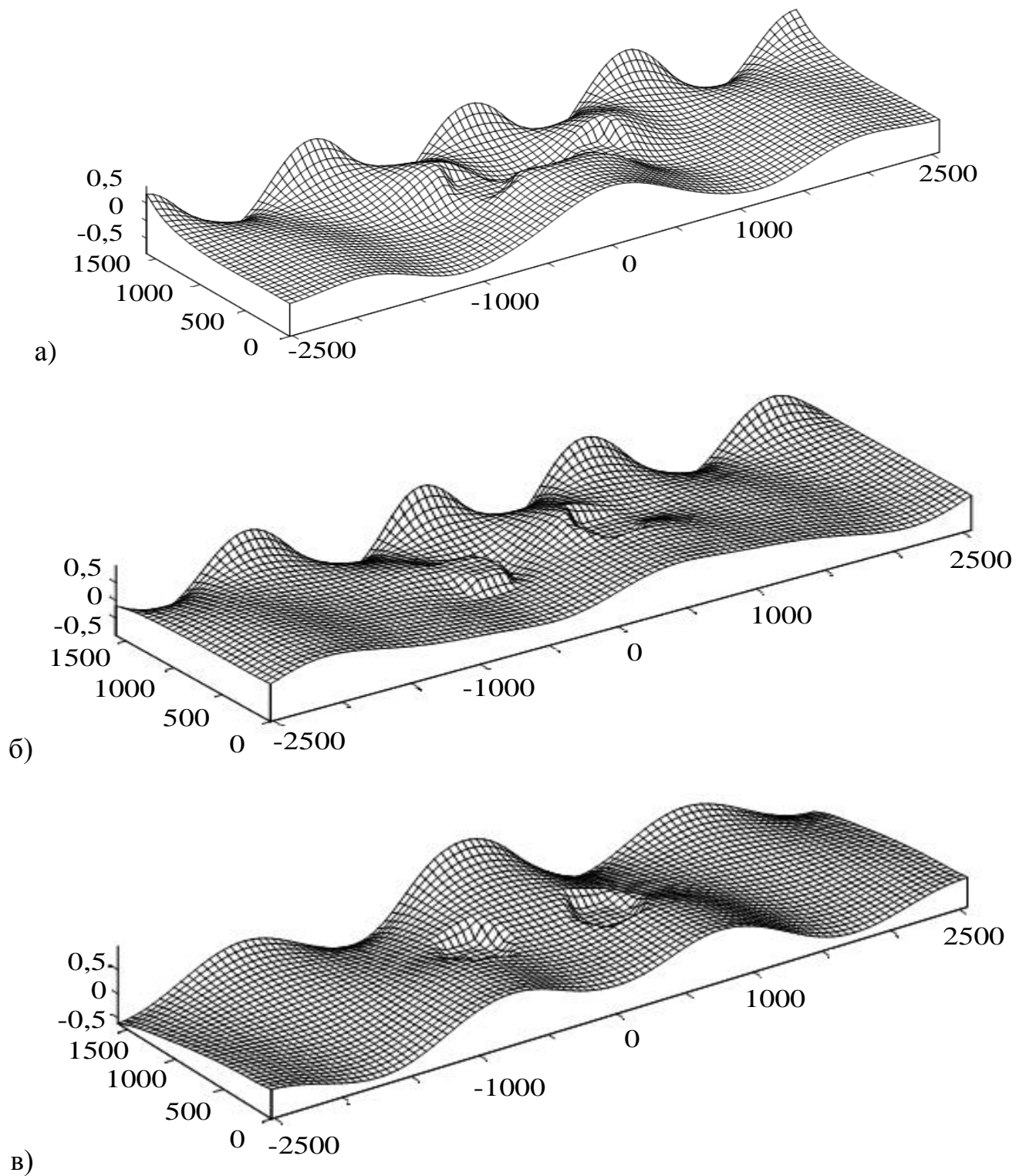


Рисунок 4.55 – Формы потери устойчивости конструкции с двумя усиленными вырезами: а)  $\lambda_1 = 0,15826$ ; б)  $\lambda_2 = 0,20041$ ; в)  $\lambda_3 = 0,42818$

Анализ форм потери устойчивости (рисунок 4.54) оболочки с одним подкрепленным вырезом показал, что поля перемещений аналогичны полям перемещений конструкции без вырезов.

В первой форме потери устойчивости (рисунок 4.54 - а) наблюдается наличие четырех волн. Усиленный вырез расположен между второй и третьей волнами и оказывает на них существенное влияние. Так длина и амплитуда третьей волны заметно меньше, чем амплитуда волн первой формы оболочки без выреза. Внутренние волны (вторая и третья) практически сливаются в одну, при этом крайние волны становятся более пологими.

Во второй форме потери устойчивости подкрепленный вырез расположен между волнами, что уменьшает их амплитуду и увеличивает длину. По всей окружности оболочки по длине образуется одна полуволна (от передней кромке к задней).

Влияние подкрепленного выреза на крайние волны проявляется в увеличении их длины и снижении амплитуды. Эту тенденцию можно наблюдать и в третьей форме потери устойчивости.

Наличие в оболочке одного усиленного выреза приводит к увеличению критической нагрузки по сравнению с оболочкой без вырезов: для первой формы в 1,16 раз, для второй формы в 1,29 раз, для третьей формы в 1,16 раз. Сравнивая эти значения с соответствующими результатами расчета оболочки с некомпенсированными вырезами, находим, что окантовка увеличивает критическую нагрузку в 2,8 раза.

Проведем анализ форм потери устойчивости для оболочки с двумя компенсированными вырезами (рисунок 4.55). В первой форме наблюдается наличие четырех волн. Усиленные вырезы располагаются между волнами, как и в оболочке с некомпенсированными вырезами, это приводит к уменьшению амплитуд волн и их длины. В области между окантовками вырезов наблюдается наличие выпуклости, не совпадающие с общей направленностью перемещений конструкции. Амплитуда волны по образующей между вырезами возрастает, а длина уменьшается. Во второй и третьей форме потере устойчивости (рис. 4.55 – б, в) общий вид перемещений не изменен – волнообразность сохраняется по всей конструкции. Во второй форме можно наблюдать четыре волны, а в третьей три.

Наличие двух компенсированных вырезов в конструкции на расстоянии друг от друга равном ширине выреза приводит к уменьшению критической нагрузки по сравнению с целой оболочкой: для первой формы в 1,18 раз, для второй формы в 1,62 раз, для третьей формы в 1,03 раз, т.е. установка окантовки в этом примере увеличивает критическую нагрузку в 1,9 раза.

Представленные результаты исследования устойчивости сетчатых оболочек с вырезами при статическом нагружении приведены в работах [41, 52, 64].

В общем случае наличие вырезов и их усилений в оболочке требует тщательного исследования конструкции на устойчивость в каждом конкретном случае. Необходимо дополнительное исследование сетчатых оболочек с подкрепленными вырезами на устойчивость, в основу которого должен лечь факторный вычислительный эксперимент по варьированию числа окантовок, их геометрических и физико-механических параметров. Результатом исследования могут стать аппроксимирующие зависимости собственных значений форм потери устойчивости оболочек.

#### **4.6 Выводы по главе**

1. В оболочечной конструкции с некомпенсированным вырезом напряжения в обшивке и ребрах сетчатой структуры, как средние по сечению, так и изгибные, вблизи выреза растут нелинейно с увеличением числа перерезанных спиральных и кольцевых ребер, попавших в вырез. Увеличение ширины некомпенсированного выреза оказывает большее влияние на рост напряжений в элементах конструкции, чем изменение высоты.

2. Показано, что окантовка выреза разгружает ребра, но увеличение её модуля упругости выше, чем в 1,5 раза, не приводит к дальнейшему снижению значений продольных напряжений в ребрах. Увеличение ширины окантовки уменьшает сжимающие окружные напряжения в окантовке и обшивке, а также снижает концентрацию растягивающих напряжений спиральных ребер около окантовки.

3. В конструкции с четырехугольным подкрепленным вырезом концентрация напряжений в элементах реберной структуры выше, чем в оболочке с усиленным шестиугольным вырезом: в спиральных ребрах вблизи усиленного четырехугольного выреза в 1,7-2 раза выше, чем вблизи шестиугольного; в кольцевых ребрах в 1,2-1,3 раза. Концентрация растет с увеличением ширины выреза и уменьшением ширины окантовки вне зависимости от материала окантовки.

4. В конструкции с двумя равными по размерам подкрепленными вырезами взаимное влияние вырезов отсутствует, если расстояние между окантовками вырезов сопоставимо с размерами выреза или превышает его.

Рост напряжений в ребрах конструкции между вырезами в большей мере зависит от увеличения ширины вырезов и не зависит от увеличения его высоты.

5. Критическая сжимающая сила при наличии в конструкции неподкрепленного выреза шириной  $\frac{3\pi R}{16}$  уменьшается в 2,5 раза. При двух симметрично расположенных вырезах критическая нагрузка такая же, как при одном. Взаимное влияние двух одинаковых неподкрепленных вырезов увеличивает критические нагрузки, тем больше, чем меньше расстояние между этими вырезами.

## 5 РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ

Методы оптимального проектирования сетчатых оболочек регулярной структуры хорошо известны. В случае нарушения регулярности возникают сложности, которые вынуждают переходить от задач оптимизации к задачам рационального проектирования, в которых не требуется находить экстремум целевой функции. Эти задачи связаны с анализом влияния конструктивных параметров на напряженно-деформированное состояние конструкции, причем целью такого анализа является выполнение всех ограничений. В настоящей главе строится методология рационального проектирования сетчатых конструкций нерегулярной структуры на основе методов вычислительного эксперимента и параметрического анализа расчетной конечно-элементной модели.

### 5.1 Рациональное проектирование сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры на основе методов вычислительного эксперимента

Математическая модель сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры ранее была представлена в виде [107]:

$$\chi = \Psi(\rho)\check{r}, \quad (5.1)$$

где  $\chi$  – вектор переменных состояния (перемещений, напряжений и деформаций);

$\check{r}$  – вектор переменных воздействий (приложенные силы);

$\Psi$  – оператор модели, который отображает элементы пространства воздействий на элементы пространства состояний;

$\rho$  – вектор структурных параметров модели, включающий «внутренние» характеристики моделируемого объекта (физико-механические константы материалов, геометрические размеры конструкции, размеры сечений конструктивных элементов и т.п.).

Применительно к сетчатым оболочкам, содержащим местные усиления и вырезы, вектор конструктивных параметров  $\rho$  может включать:

- физико-механические константы материалов элементов конструкции;
- константы, определяющие расположение конструктивных элементов (например, число кольцевых и спиральных ребер, число окантовок);
- константы, определяющие геометрические размеры конструктивных элементов (размеры поперечного сечения ребер конструкции, толщины слоёв обшивки, толщины окантовок вырезов);
- констант, определяющих взаимодействие между конструктивными элементами (угол между спиральным ребром и образующей, угловой шаг спиральных ребер).

Компоненты вектора  $\rho$  не обязательно являются независимыми. На них, как правило, накладываются конструктивные ограничения. Эти ограничения определяются предварительно по результатам проектировочного (оптимизационного) расчета, который проводится без учета нарушений регулярности структуры оболочки. Так, может быть заранее задано минимальное число пар спиральных ребер, число окантовок, минимальная толщина обшивки, габариты конструкции (её радиус и высота) и т.п.

Кроме того, ограничения накладываются на переменные параметры состояния при заданных переменных воздействиях: по прочности, жесткости и устойчивости. Параметры состояния определяются из (5.1) и входят в вектор откликов модели, который обозначим через  $Z'$ . Этот вектор включает узловые перемещения сетчатой конструкции при заданных нагрузках, напряжения в конструктивных элементах и другие параметры состояния, которые могут быть определены численно при определенных значениях структурных параметров модели.

Задача **рационального проектирования** сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры заключается в определении таких значений структурных параметров модели  $\rho$ , которые удовлетворяют всем заданным ограничениям.

Представим задачу рационального проектирования конструкции в виде:

$$\text{переменные воздействия } A = \{\rho, \check{r}\}, \quad (5.2)$$

$$\text{переменные состояния } \Omega = \rho, \quad (5.3)$$

$$\text{модель реакции конструкции на воздействия } Z = \Psi(\Omega)\check{r}, \quad (5.4)$$

$$\text{ограничения структурных параметров } \tilde{F}(\Omega) \geq 0, \quad (5.5)$$

$$\text{ограничения параметров состояния } \Phi(Z) \geq 0. \quad (5.6)$$

Решением будет выступать такой вектор структурных параметров модели  $\rho$ , при котором будут выполняться условия ограничения (5.5) на компоненты вектора структурных параметров  $\rho$  и ограничения (5.6) на компоненты вектора откликов. Это решение, как известно, не единственно, и на практике отыскиваются одно или несколько решений, из которых конструктором выбирается окончательный вариант. Таким образом, роль вычислительного эксперимента заключается в информационной поддержке проектно-конструкторских решений.

Для решения сформулированной задачи рационального проектирования сетчатых оболочек будем использовать метод, основанный на проведении вычислительных экспериментов на разработанных дискретных моделях конструкций. Известен подход, в котором все вычисления в процессе поиска рациональных вариантов конструкции проводятся непосредственно на конечно-элементной модели [17]. В силу высокой трудоемкости это становится неприемлемым для сложных конструкций с большим количеством ограничений. В качестве альтернативы может быть рассмотрен подход, основанный на предварительной редукции конечно-элементной модели к виду аппроксимации функций отклика численно-аналитическим методом [107].

В обоих случаях вектор структурных параметров  $\rho$  будем рассматривать как вектор варьируемых факторов вычислительного эксперимента, определяющий необходимые показатели для задания конечно-элементной модели сетчатой оболочки нерегулярной структуры и расчета по этой модели полей напряжений и деформаций. При непосредственном использовании конечно-элементной модели это означает наличие в алгоритме решения блока-генератора, который по заданным значениям структурных параметров строит полный набор данных о конечно-элементной модели, достаточный для проведения расчета



соответствующего варианта конструкции. Такой же генератор используется на этапе предварительного вычисления откликов при построении редуцированной модели.

Последовательность действий при определении структурных параметров модели при решении задачи рационального проектирования сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры следующая.

1) Определяем вектор структурных параметров модели  $\rho$ , состоящий из  $J$  варьируемых компонент.

2) Формируем план вычислительных экспериментов [3, 169, 186]

$$P'=[\rho^1, \rho^2, \dots, \rho^n], \quad (5.7)$$

где каждый вектор  $p^v=[p_1^v, p_2^v, \dots, p_J^v]$  соответствует некоторой точке факторного пространства, определенного заданными параметрами структурной модели.

3) Аппроксимирующую функцию откликов вычислительных экспериментов  $\tilde{Z}$  представим в виде линейной комбинации найденных численно векторов  $Z'$  отклика  $Z$ :

$$\tilde{Z}(p^1, p^2, \dots, p^n) = \sum_i L_i \cdot Z'_i, \quad (5.8)$$

где  $Z'_i$  – поля откликов, рассчитанные при векторе структурных параметров  $\rho^i$ ;

$L_i$  – базисные функции.

Базисные функции могут быть представлены, например, в виде дробно рациональной функции от варьируемых факторов:  $L_i = L_i(\rho)$ . В [107] показано, что конечно-элементная модель может быть редуцирована дробно-рационально с меньшей погрешностью, чем полином, при том же числе базисных функций.

Выражение (5.8) представим в виде:

$$\tilde{Z}(\rho^1, \rho^2, \dots, \rho^n) = \sum_i L_i(\rho) \cdot Z'_i. \quad (5.9)$$

Алгоритм определения структурных параметров модели при решении задач рационального проектирования представлен на рисунке 5.1.

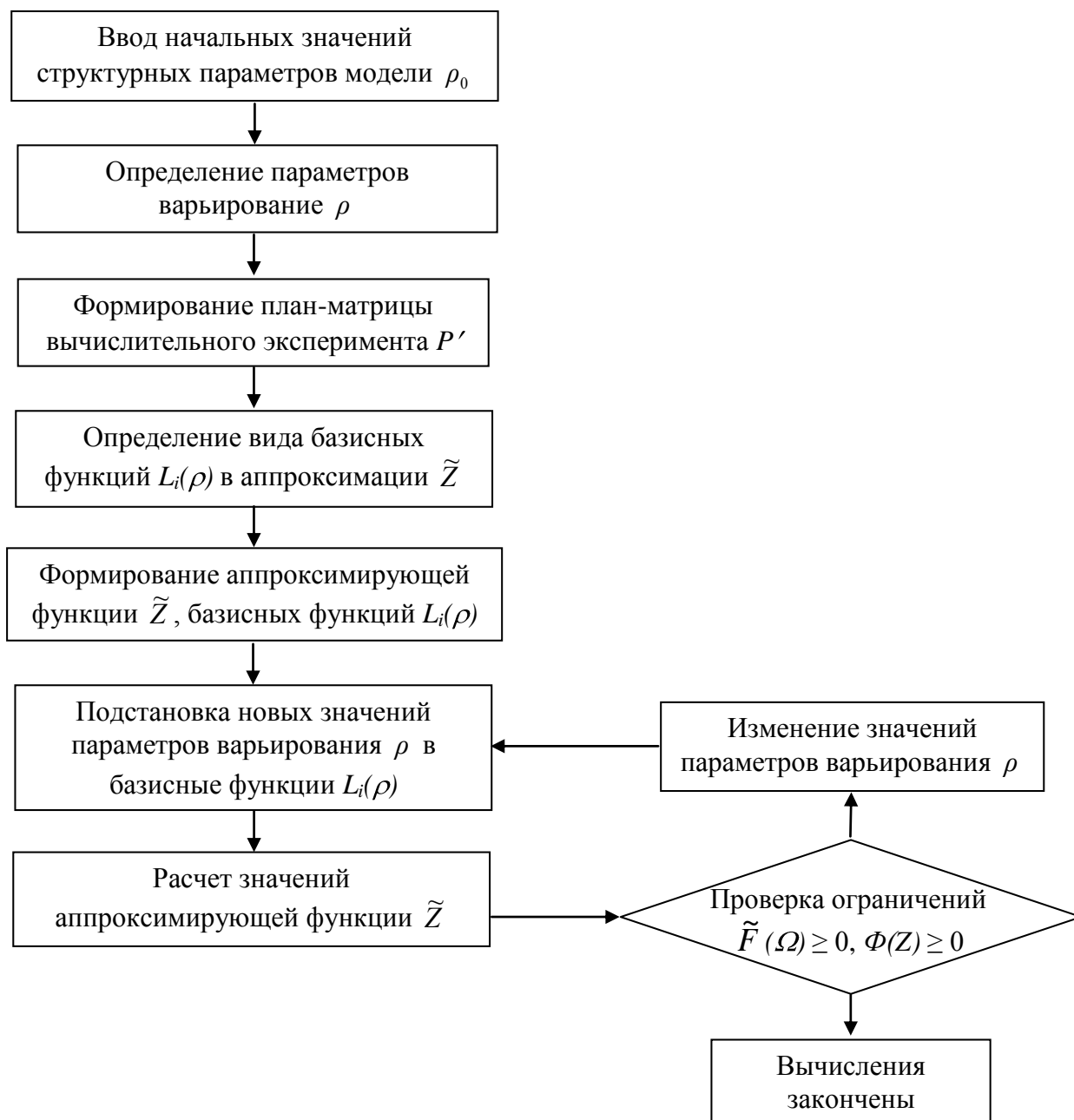


Рисунок 5.1 – Принципиальная блок-схема алгоритма определения структурных параметров модели с построением функции аппроксимации откликов

Рассмотрим решение задачи рационального проектирования сетчатой оболочки с построением редуцированной модели и аппроксимации откликов при проведении вычислительных экспериментов на примере реальной конструкции – отсека летательного аппарата из композиционных материалов.

## 5.2 Описание отсека летательного аппарата и построение дискретной модели

Конструкция представляет собой оребренную оболочку в форме усеченного конуса.

Оболочка имеет двуслойную обшивку и оребрение, которое состоит из 160 пар спиральных ребер и 21 кольцевого ребра. Кольцевые ребра выполнены парными из технологических соображений. Расстояние между осями пар кольцевых ребер равно (высота ромбической ячейки)  $2l_h$ , а расстояние между ребрами внутри пары  $0,45l_h$ . Расстояние между спиральными ребрами по окружности в среднем по высоте равно  $1,483l_h$ .

Высота конструкции составляет  $44,884l_h$ , длина окружности по передней кромке  $237,02l_h$ , по задней кромке  $234,72l_h$ . Оболочка подкреплена двумя торцевыми шпангоутами прямоугольного сечения и имеет три люка, закрытых крышками, и три выреза. Ширина сечения переднего подкрепляющего шпангоута составляет  $1,41l_h$ , ширина сечения заднего шпангоута  $1,22l_h$ . Шпангоуты усилены слоями обшивки и выполненным поверх обшивки подмотом ленты.

Все вырезы усилены окантовками переменной толщины, которые делятся на три зоны (рисунок 5.2). Крышки люков по форме совпадают с формами люков и имеют толщину  $0,094l_h$ , стрингеры на них выполнены в виде равнобоких уголков с шириной полки  $0,47l_h$ .

Задней кромкой оболочка соединена с переходным кольцом, закрепленным на 20 опорах. Переходное кольцо состоит из стенки, передней и задней полок. Стенка выполнена в виде цилиндрической оболочки высотой  $3,76l_h$ . Полки представляют собой кольцевые ребра.

Передняя кромка нагружена сжимающей силой  $P=10174,45$  кН и изгибающим моментом  $M=0,128P$  кН·м. Вдоль передней кромки задана дополнительная фиктивная кольцевая балка, имитирующая отсек, сопрягаемый в реальной конструкции с рассматриваемым.

Расчетная модель имеет структуру, повторяющую строение оболочки, и включает два фрагмента: сетчатую оболочку и переходное кольцо. Структурная схема конструкции представлена на рисунке 5.2.

Для рассматриваемой конструкции на стадии проектирования необходимо было подобрать толщины окантовок люков и вырезов, так чтобы напряжения вблизи усиления и в усилениях были не выше предельно допустимых.

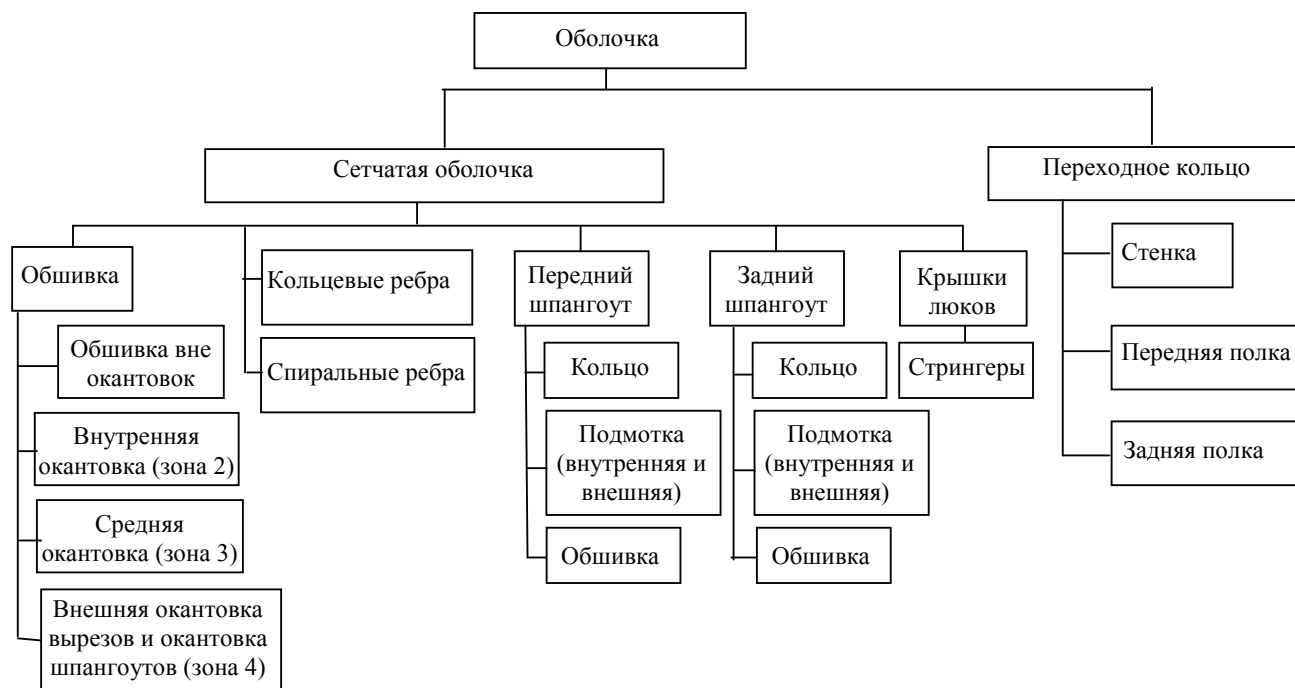


Рисунок 5.2 – Структурная схема конструкции

При построении конечно-элементной модели схема разбиения обшивки на треугольные конечные элементы получается естественным образом наложением оребрения, тогда границы треугольных элементов составляют проекции осей спиральных ребер и линии, проходящие через точки их пересечения параллельно продольной оси оболочки и вдоль окружности. Шпангоуты имеют ту же топологическую схему при меньшем размере ячейки по образующей. Эта же сетка узлов использовалась при разбивке каждого ребра на конечные элементы. Топологическая схема сетки треугольных элементов представлена на рисунке 5.3.

В целях упрощения обработки результатов расчета в программном комплексе «Композит НК» каждый конечный элемент был снабжен двумя метками: первая определяет принадлежность элемента к определенной подобласти, а вторая метка определяет принадлежность элемента к конкретному

ребру. Элементы, попавшие внутрь вырезов, не имеющих крышек, помечаются нулем и не учитываются при решении. Для расчета конструкции с закрытыми крышками люков достаточно изменить метки этих элементов. Элементы ребер, попавшие в зону шпангоутов, также помечались нулем и не учитывались в топологической схеме. Полная таблица меток представлена в таблице Ж.1 приложения Ж .

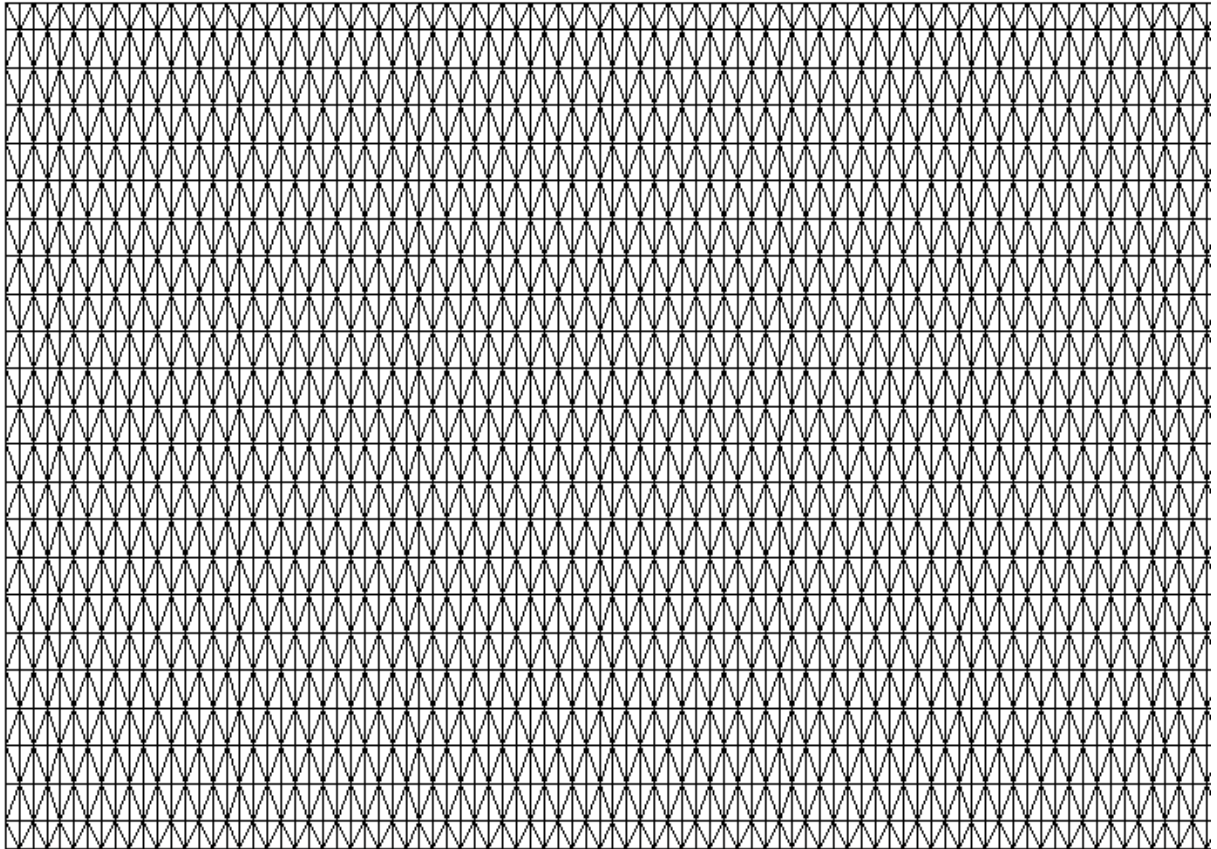


Рисунок 5.3 –Топологическая схема разбиения обшивки на треугольные элементы

Топологическая схема элементов на вырезах представлена на рисунке 5.4. Геометрия и расположение вырезов на развертке представлены на рисунке 5.5.

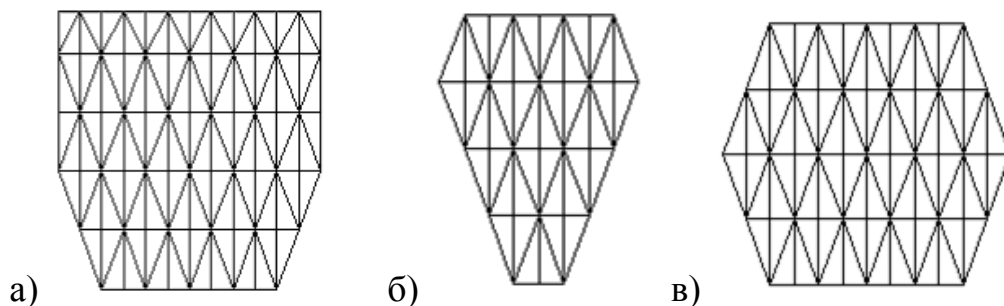


Рисунок 5.4 –Топологическая схема вырезов:

а, б – вырезы; в - крышка люка

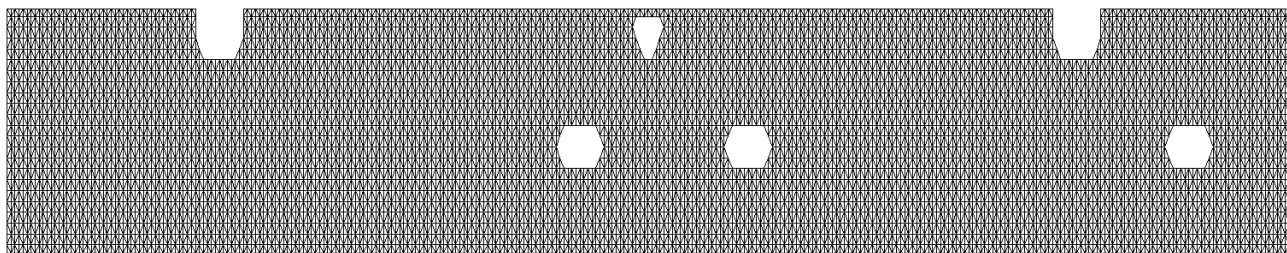


Рисунок 5.5 – Вырезы и система ребер на развертке

Все вырезы усилены тремя окантовками ступенчатой толщины (рисунок 5.6), состоящими из трех слоев: внешняя окантовка, которая имеет наибольшие размеры; поверх части внешней окантовки располагается средняя окантовка; сверху неё расположена внутренняя окантовка, примыкающая к вырезу. В конечно-элементной модели окантовки разделены на зоны: внутренняя часть представляет собой трехслойный пакет из слоев внутренней, средней и внешней окантовки, средняя часть – двухслойный пакет средней и внешней окантовки, и внешняя часть – только слой внешней окантовки. Схема расположения этих зон показана на рисунке 5.6.

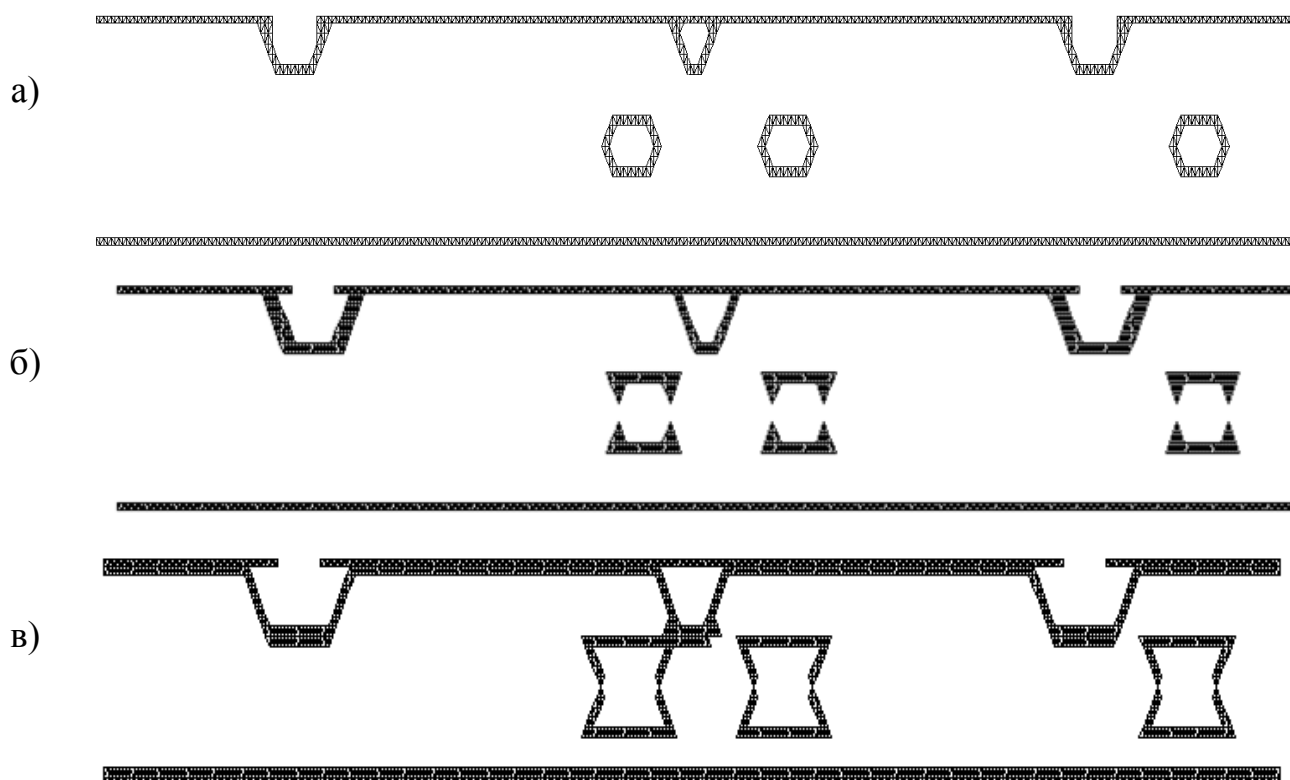


Рисунок 5.6 – Шпангоуты и окантовки вырезов:

- а – шпангоуты и внутренняя окантовка, б – шпангоуты и средняя окантовка,  
в – шпангоуты и внешняя окантовка

Переходное кольцо состоит из стенки, представляющей собой цилиндрическую оболочку, и двух полок (передней и задней). Узлы располагаются вдоль каждой полки, которые разбиваются ими на балки с тем же шагом, что и кольцевые ребра. Стенка разбивается на треугольники подобно обшивке, только с большим размером ячейки по образующей (рисунок 5.7).

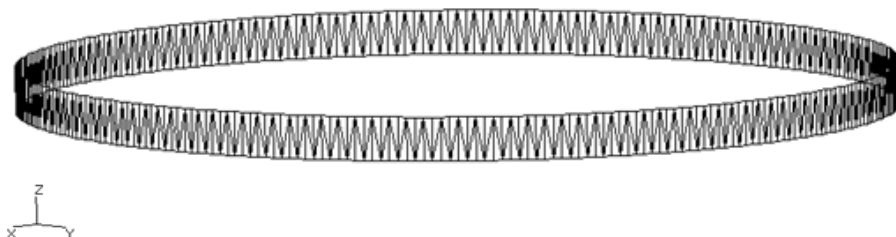


Рисунок 5.7 –Топологическая схема переходного кольца

Для расчета жесткостных параметров конструктивных элементов оболочки рассмотрим их расположение относительно поверхности приведения.

Обшивка состоит из двух слоев. Каждый слой обшивки имеет толщину по  $0,019l_h$  (рисунок 5.8). Элементы внутреннего слоя обшивки выполнены из углепластика на основе ткани УТ-900, внешнего слоя – материала армированного арамидными нитями «Армос». Физико-механические характеристики материалов представлены в приложении Ж. Положение поверхности приведения описано в главе 2.

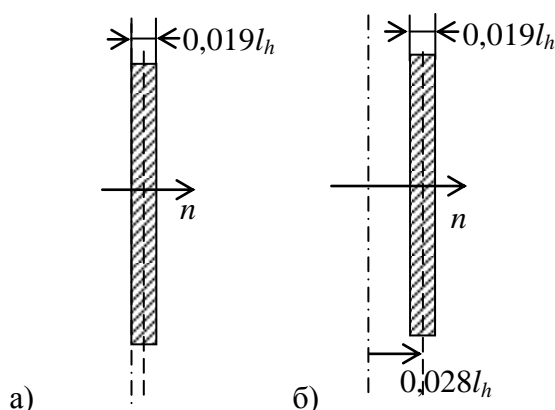


Рисунок 5.8 –Обшивка: а – внутренний слой, б – внешний слой;

--- ось симметрии слоя обшивки, ———— поверхность приведения

На рисунке 5.9 представлены окантовки вырезов. Дальняя от вырезов окантовка и усиления шпангоутов имеют толщину  $d_0$  и состоят из слоев: обшивки (2 слоя, которые описаны выше) и усиления из углепластика на основе ткани УТ-

900. Срединная поверхность этой окантовки отстоит от поверхности приведения каждого элемента внутрь оболочки по нормали, поэтому имеет нормальную координату в местной системе  $n = -0,5d_\delta$ .

Средняя окантовка имеет толщину  $d_c$  и состоит из слоев: обшивки (2 слоя, которые описаны выше) и усиления из углепластика на основе ткани УТ-900. Срединная поверхность окантовки отстоит от координатной поверхности каждого элемента внутрь оболочки по нормали, поэтому имеет нормальную координату в местной системе  $n = -0,5d_c$ .

Ближняя окантовка имеет толщину  $d_\delta$  и состоит из слоев: обшивки (2 слоя, которые описаны выше) и усиления из углепластика на основе ткани УТ-900, при этом слои ткани чередуются со слоями жгутов, армирующих рёбра сетчатой структуры. Срединная поверхность окантовки отстоит от координатной поверхности каждого элемента внутрь оболочки по нормали, поэтому имеет нормальную координату в местной системе  $n = -0,5d_\delta$ .

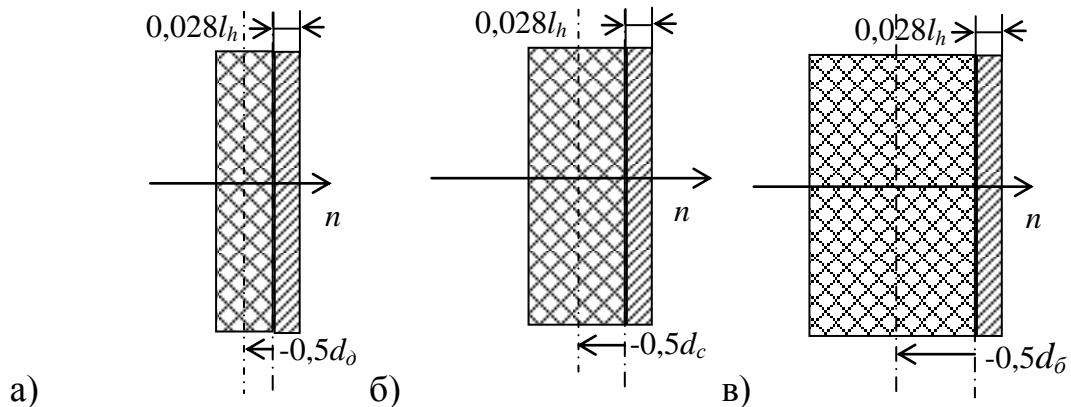


Рисунок 5.9 – Окантовки вырезов: а – внешняя, б – средняя, в – внутренняя;

--- - ось симметрии окантовки, - · - · - · - поверхность приведения

Шпангоуты (передний и задний) состоят из двух слоев обшивки толщиной  $0,028l_h$ , кольца толщиной  $0,563l_h$ , выполненного из материала на основе углеродной ткани УТ-900, и двух слоев подмотки – внутреннего и внешнего, каждый по  $0,057l_h$  толщиной, из стеклопластика на основе ткани Т-13. Физико-механические характеристики материалов представлены в приложении Ж. Толщина и координаты срединной поверхности шпангоута показаны на рисунке 5.10 - а.



Срединная поверхность внутренней подмотки отстоит от координатной поверхности каждого элемента в сторону внутренней нормали, поэтому имеет нормальную координату в местной системе  $n = -0,599l_h$  при толщине  $0,057l_h$ . Толщина и координаты срединной поверхности внутренней подмотки показаны на рисунке 5.10 - б. Срединная поверхность внешней подмотки отстоит от координатной поверхности каждого элемента в сторону внешней нормали и имеет нормальную координату в местной системе  $n = 0,066l_h$  при толщине  $0,057l_h$ . Срединная поверхность внешней подмотки показана на рисунке 5.10 - б.

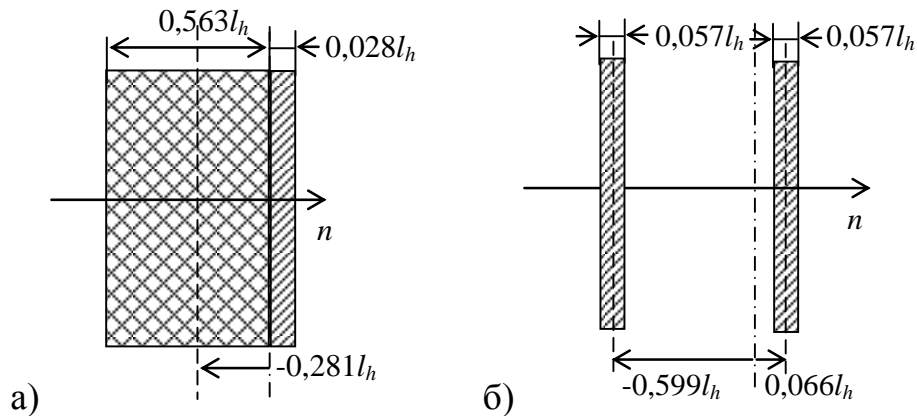


Рисунок 5.10 –Шпангоуты (а) и внутренняя и внешняя подмотка (б);

- - - - ось симметрии, - - - - - поверхность приведения

На рисунке 5.11 представлены поперечные сечения ребер. Ширина сечения спирального ребра равна  $0,14l_h$ . Нормальная координата центра спирального ребра в местной системе  $n = -0,281l_h$  при толщине  $0,563l_h$ . Ширина сечения кольцевого ребра равна  $0,047l_h$ . Нормальная координата центра кольцевого совпадает с координатой центра спирального ребра.

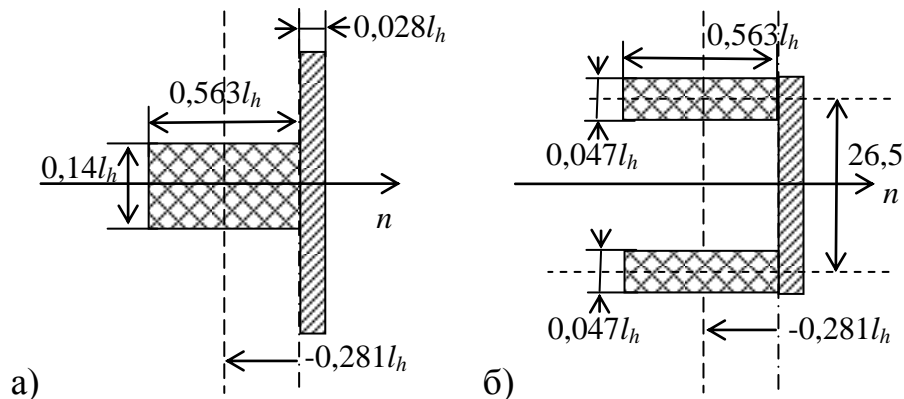


Рисунок 5.11 –Поперечное сечение:

а - спирального ребра, б – кольцевого ребра;

- - - - ось симметрии, - - - - - поверхность приведения

Крышки люков имеют толщину  $0,094l_h$ , выполнены из алюминиевого сплава В-95. Срединная поверхность крышки люка отстоит от поверхности приведения каждого элемента на  $0,075l_h$  в сторону внешней нормали. Стрингеры имеют толщину  $0,056l_h$  и выполнены из алюминиевого сплава В-95. Начало местной системы координат стрингеров отстоит от координатной поверхности каждого элемента на  $0,056l_h$  в сторону внутренней нормали (рисунок 5.12).

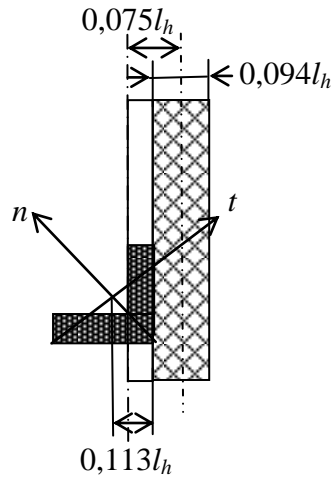


Рисунок 5.12 – Крышка люка со стрингером;

----- - поверхность приведения

Переходное кольцо изготовлено из алюминиевого сплава В-95. Стенка имеет толщину  $0,19l_h$ . Задняя полка толщиной  $1,13l_h$  и шириной сечения  $0,19l_h$ , передняя толщиной  $0,72l_h$  и шириной сечения  $0,15l_h$  (рисунок 5.13).

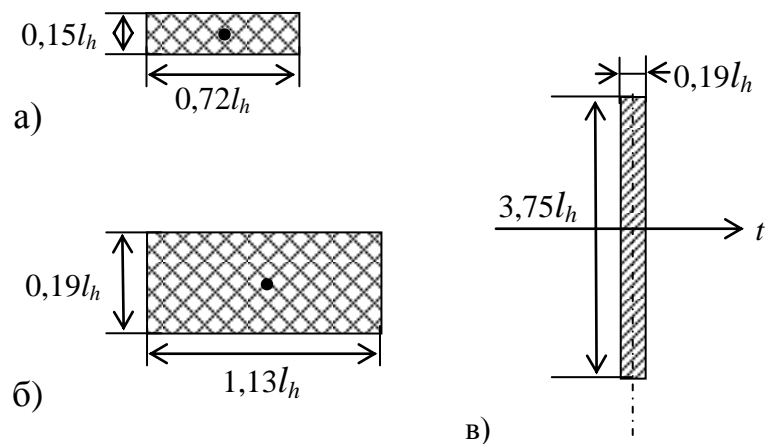


Рисунок 5.13 –Переходное кольцо:

а – передняя полка, б– задняя полка, в – стенка

Моменты инерции сечений элементов ребер, стрингеров на люках и элементов задней полки переходного кольца вычисляются по формулам [30], представленным в приложении Е.

### 5.3 Подбор усиления при рациональном проектировании отсека летательного аппарата

Ставилась задача рационального подбора толщин окантовок вырезов описанной выше конструкции на этапе проектирования. Для решения поставленной задачи были проведены вычислительные эксперименты по расчету коэффициентов концентрации напряжений в элементах конструкции вблизи вырезов при действии осевой силы и при варьировании толщин средней, внешней окантовок и фиксированной толщине внутренних окантовок вырезов.

В качестве исследуемой конструкции рассматривалась цилиндрическая оболочка сетчатой структуры, идентичная описанному выше отсеку летательного аппарата, с приложенной к верхней кромке сжимающей силой  $P=10174,45$  кН.

На середине образующей оболочки располагался шестиугольный вырез, компенсированный тремя окантовками переменной толщины. Размеры выреза составляли: две ромбических ячейки в высоту и шесть в ширину (рисунок 5.14).

Предполагалось, что окантовки выполнены путем заполнения ячеек между ребрами рубленой углеродной тканью УТ-900 на определенную глубину. Введем обозначение толщин окантовок с учетом высоты ромбической ячейки сетчатой оболочки:

$d_{\delta} = 0,563l_h$  – толщина внутренней окантовки,

$d_c$  – толщина средней окантовки,

$d_{\delta}$  – толщина дальней от выреза окантовки.

На рисунке 5.9 представлены торцевые сечения окантовок выреза в введенных обозначениях с обшивкой относительно координатной поверхности.

Для более удобного представления результатов вычислительных экспериментов, проведем нормировку толщин окантовок по неизменной толщине внутренней окантовки:

$$d'_{\delta} = d_{\delta}/0,563l_h, \quad d'_c = d_c/0,563l_h, \quad d'_{\delta} = d_{\delta}/0,563l_h. \quad (5.10)$$

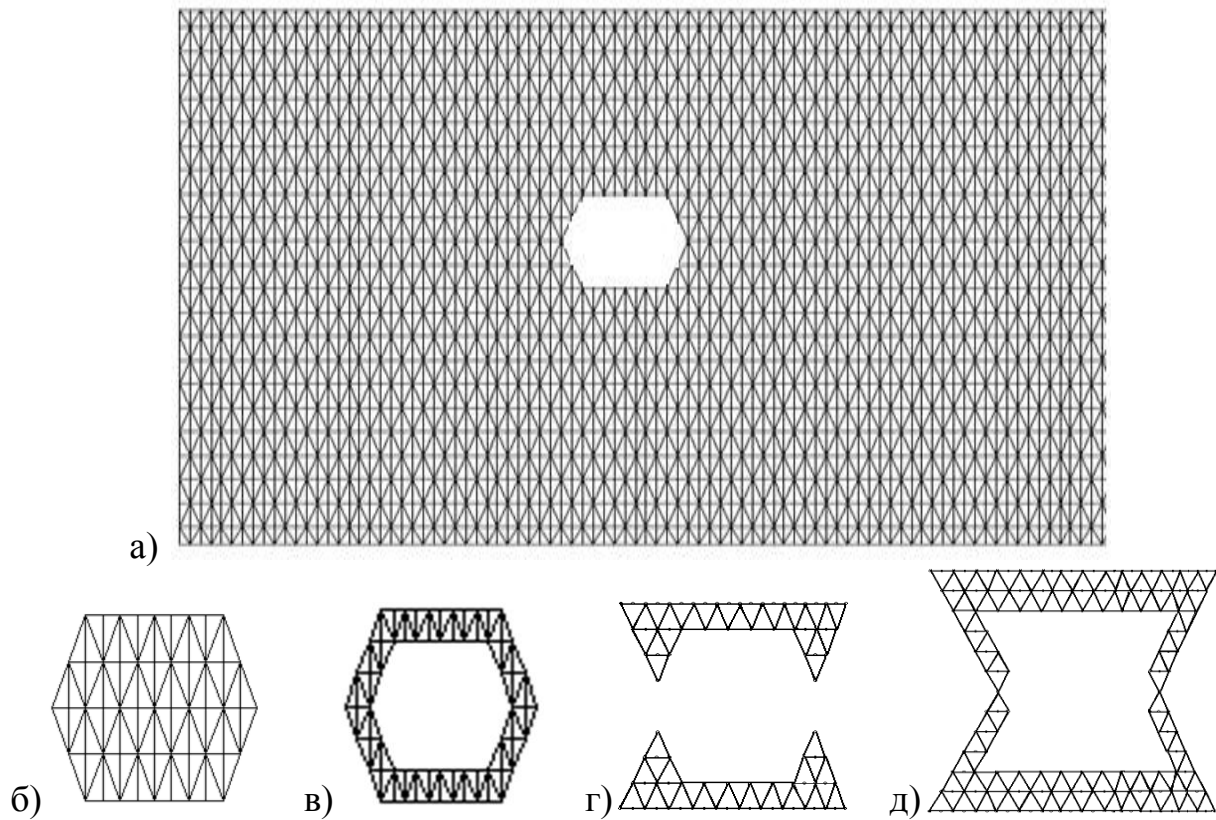


Рисунок 5.14 –Топологическая схема:

- а - разбиения обшивки на треугольные элементы (развертка),  
 б – шестиугольного выреза, в) ближней к вырезу окантовки,  
 г) средней окантовки, д) внешней окантовки

Постановка задачи рационального проектирования отсека летательного аппарата имеет вид:

- вектор переменных воздействий  $\check{r}$  определяет приложенную к верхней кромке конструкции сжимающую силу  $P=10174,45$  кН;
- реакция конструкции на приложенную к верхней кромке сжимающую силу  $P$  выражается в виде полей напряжений в спиральных, кольцевых ребрах и обшивке, а так же в виде полей коэффициентов концентрации напряжений в ребрах и обшивке конструкции вблизи выреза;
- ограничения структурных параметров сетчатой конструкции представлены в п. 5.2 в виде ограничений геометрических размеров элементов конструкции (в том числе габаритов);

- в качестве входных переменных используем вектор варьируемых структурных параметров  $p=[d'_c, d'_d]^T$ , элементами которого являются толщины средней и дальней окантовок вырезов.

***Влияние толщины средней окантовки на концентрацию напряжений в спиральных ребрах оболочки: однофакторный вычислительный эксперимент.***

В качестве изменяемого фактора выступала толщина средней окантовки  $d'_c$ . Варьирование производилось с шагом 0,16 от 0,33 до 1. Толщины внутренней и дальней окантовок оставались неизменными:  $d'_d = 1, d'_c = 0,16$ .

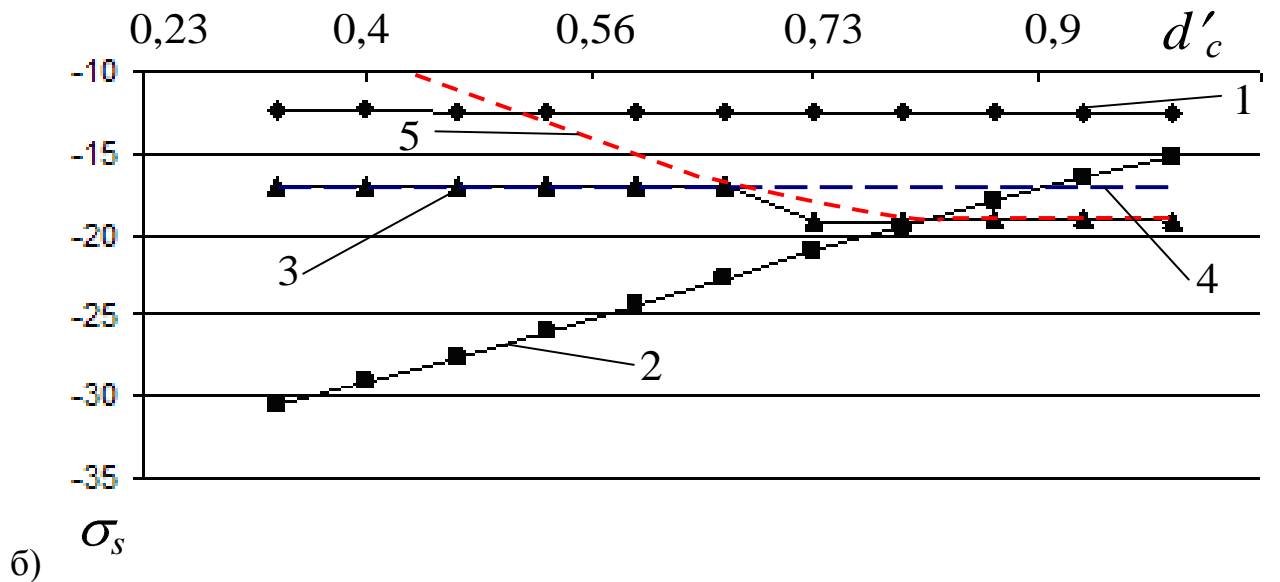
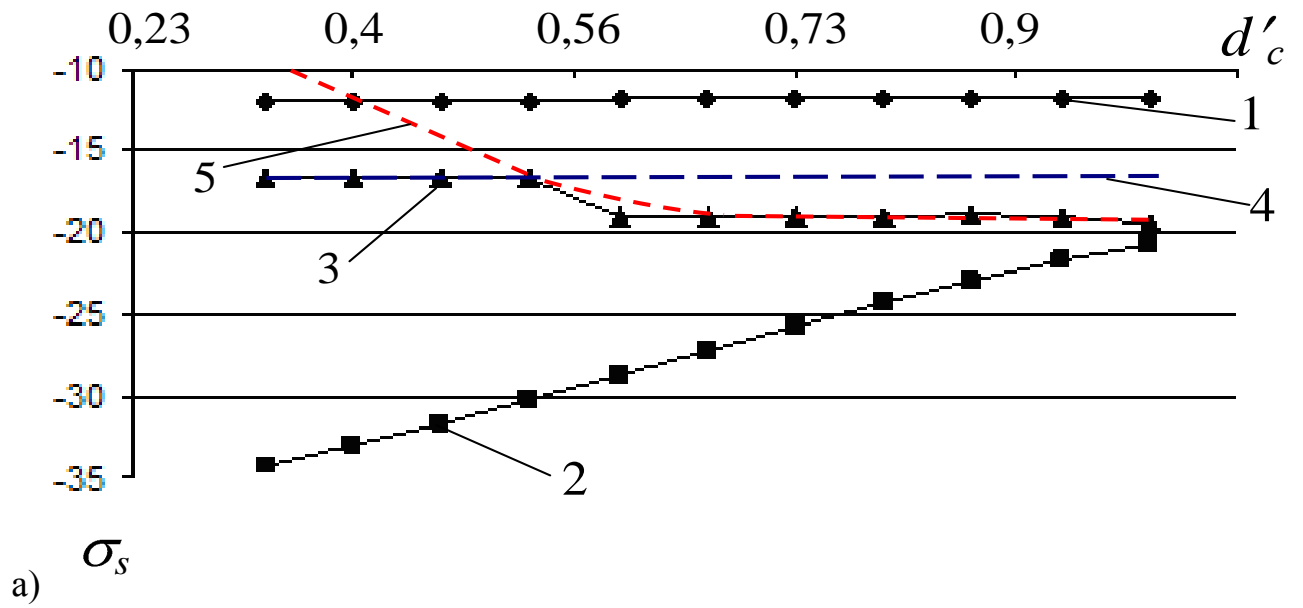
В качестве отклика вычислительного факторного эксперимента выступали максимальные значения напряжения компоненты  $\sigma_s$  в спиральных ребрах в самих окантовках и в ребрах сетчатой структуры в пределах двух ромбических ячеек от края внешней окантовки.

В качестве расчетных точек выбирались: для спиральных ребер с наклоном влево - 7 точка в поперечном сечении ребра, а для ребер с наклоном вправо - 9 точка (рисунок 3.12-а). Данные расчетные точки располагаются на внешних от обшивки гранях ребер, поэтому в них напряжения  $\sigma_s$  будут достигать наибольших значений при сжимающих оболочку приложенных нагрузках.

На рисунке 5.15 представлены зависимости напряжений  $\sigma_s$  в ребрах при изменении  $d'_c$  - толщины средней окантовки.

Как видно из графиков, варьирование толщины средней окантовки при постоянной толщине дальней окантовки  $d'_d = 0,16$  и ближней  $d'_c = 1$ , мало влияет на напряженное состояние спиральных ребер в районе выреза. Значения напряжений  $\sigma_s$  мало изменяются:  $-11,94 \text{ кГ/мм}^2$  в ребрах с наклоном влево,  $-12,45 \text{ кГ/мм}^2$  в ребрах с наклоном вправо.

Анализ рисунка 5.15 позволяет говорить о влиянии толщины средней окантовки  $d'_c$  на рост модуля напряжений  $\sigma_s$  в дальней от выреза и самой средней окантовках.



- 1 – в ребрах сетки вне окантовок, 2 - в ребрах средней окантовки,  
 3 – в ребрах дальней от выреза окантовки,  
 4 – в ребрах дальней от выреза окантовки с учетом изгиба их в плоскости сетки,  
 5 – в ребрах дальней от выреза окантовки с учетом изгиба их в плоскости  
 перпендикулярной сетки

Рисунок 5.15 – Максимальные значения напряжений  $\sigma_s$  в спиральных рёбрах в пределах двух ромбических ячеек от внешнего края окантовки при изменении  $d'_c$ :

а) ребра с наклоном влево вверх; б) ребра с наклоном вправо вверх

С увеличением толщины средней окантовки абсолютные значения напряжения  $\sigma_s$  в спиральных ребрах этой окантовки уменьшаются линейно,

причём сжатие сохраняется. В зависимости от наклона спиральных рёбер изменяется и границы значений напряжений: в ребрах с наклоном влево от  $-34,31 \text{ кГ/мм}^2$  при толщине 0,33 до  $-20,66 \text{ кГ/мм}^2$  при максимальной толщине, равной 1; в ребрах с наклоном вправо от  $-30,48 \text{ кГ/мм}^2$  до  $-15,23 \text{ кГ/мм}^2$  при той же толщине соответственно.

Напряжения  $\sigma_s$  в спиральных ребрах дальней окантовки изменяются от  $-16,72 \text{ кГ/мм}^2$  до  $-19,41 \text{ кГ/мм}^2$  вне зависимости от направления наклона ребер. Однако на рисунке 5.15 видно, что зависимость напряжений от варьируемого параметра имеет излом, который соответствует смене плоскости изгиба рёбер, при котором напряжения максимальны: при малой толщине средней окантовки напряжения от изгиба из плоскости сетки больше напряжений от изгиба в плоскости сетки, а при большой толщине наблюдается обратная картина. Далее такие ситуации комментировать не будут.

Для ребрах с наклоном влево скачок напряжений вдоль направляющей оболочки происходит с  $-16,69 \text{ кГ/мм}^2$  до  $-19,08 \text{ кГ/мм}^2$  при изменении толщины средней окантовки  $d'_c$  с 0,53 до 0,6. Подобное происходит и в спиральных ребрах с наклоном вправо (напряжения  $\sigma_s$  изменяются с  $-16,97 \text{ кГ/мм}^2$  до  $-19,12 \text{ кГ/мм}^2$ ) при изменении толщины средней окантовки с 0,66 до 0,73.

В исследуемых окантовках значения напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах с наклоном влево становятся приблизительно равными ( $-20,66 \text{ кГ/мм}^2$  и  $-19,41 \text{ кГ/мм}^2$  соответственно) только при достижении толщины средней окантовки  $d'_c=1$  (толщина дальней окантовки 0,16, внутренней окантовки 1).

Подобные изменения в значениях напряжений прослеживаются и для ребер с наклоном вправо. Однако значения напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах средней и дальней окантовок уравниваются при толщине средней окантовки 0,81 и достигают  $-19,09 \text{ кГ/мм}^2$ . Затем с увеличением толщин средней окантовки  $d'_c$  до 1 напряжения в спиральных ребрах средней окантовки продолжают уменьшаться, а в дальней остаются на прежнем уровне.

Для более полного представления напряженного состояния конструкции вблизи выреза были вычислены коэффициенты концентрации напряжений в элементах конструкции по формуле:

$$K = \frac{\sigma_{i\text{чис}}^{\max}}{\sigma_{i0}}, \quad (5.11)$$

где  $\sigma_{i\text{чис}}^{\max}$  - максимальное расчетное значение  $i$ -ой компоненты тензора напряжений в элементе конструкции в зоне выреза;

$\sigma_{i0}$  - одноименное фоновое напряжение.

На рисунке 5.16 представлена зависимость концентрации продольных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах при варьировании толщины средней окантовки  $d'_c$  от 0,33 до 1.

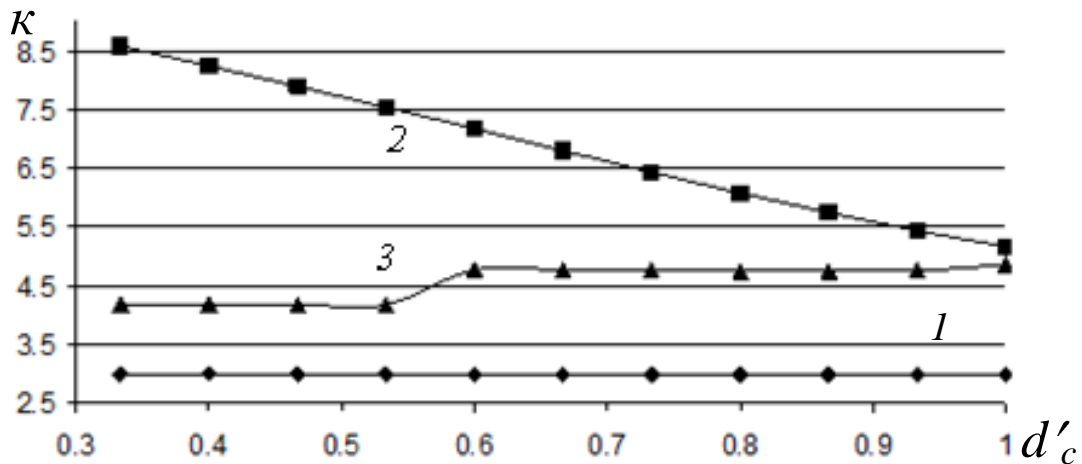


Рисунок 5.16 – Зависимость коэффициентов концентрации  $K$  продольных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах в пределах двух ромбических ячеек от внешнего края окантовки при варьировании толщины средней окантовки  $d'_c$ :

- 1 – в ребрах вне окантовок, 2 - в ребрах средней окантовки,  
3 – в ребрах дальней от выреза окантовки

Анализ полученных зависимостей показывает, что коэффициенты концентрации напряжений в спиральных ребрах вне окантовок практически не зависят от толщины средней окантовки (ряд 1 на рисунке 5.16). Концентрация напряжений в ребрах средней окантовки существенно уменьшается с увеличением ее толщины (ряд 2 на рисунке 5.16), а концентрация напряжений в



ребрах дальней от выреза окантовки увеличивается при увеличении толщины средней окантовки (ряд 3 на рисунке 5.16).

**Влияние толщин средней и внешней окантовок на концентрацию напряжений в спиральных ребрах оболочки: двухфакторный вычислительный эксперимент.** Исследовалось совместное влияние толщин средней и внешней окантовок на концентрацию напряжений  $\sigma_s$  в ребрах самих окантовках и в обшивке вблизи выреза. Толщина внутренней окантовки оставалась неизменной и равной  $d'_6 = 1$ . Варьирование толщин средней и внешней (дальней от выреза) окантовок производилось с шагом 0,16 от 0,33 до 1.

На рисунке 5.17 представлена схема вычислительного эксперимента для построения полей напряжений при варьировании толщины средней и внешней (дальней от выреза) окантовок с учетом их нормирования по толщине внутренней окантовки.

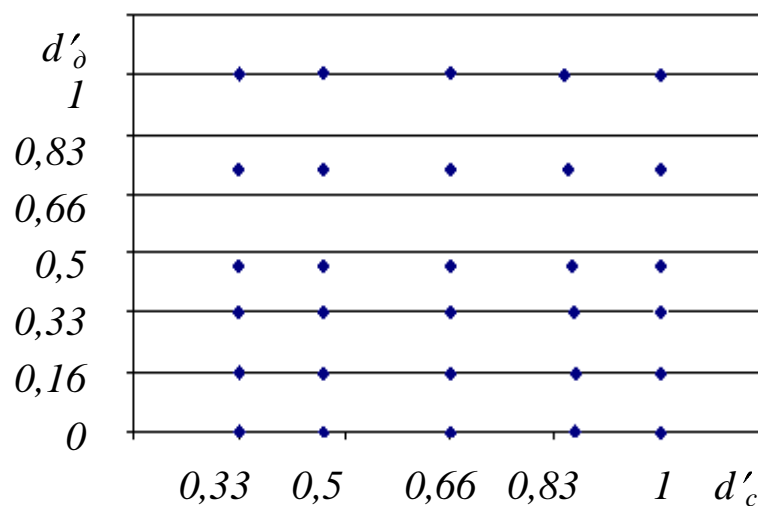


Рисунок 5.17 – План-матрица варьирования толщин средней и дальней окантовок

На рисунке Д.1 приложения Д представлены поля максимальных отрицательных напряжений компоненты  $\sigma_s$  в спиральных ребрах оболочки вблизи окантовок в пределах двух ромбических ячеек. Как видно из рисунка, влияние варьирования толщины средней окантовки  $d'_c$  мало: при толщине меньше 0,33 значения напряжений  $\sigma_s$  стремятся к нулю (при отсутствии дальней окантовки). Существенное влияние на изменение значений напряжений по направляющей оказывает варьирование толщины дальней окантовки. Отметим, что для

спиральных ребер с наклоном влево и право это влияние различно. При толщине дальней окантовки  $d'_o$  меньше 0,16, величина напряжений  $\sigma_s$  по модулю уменьшается. Рост величины отрицательных напряжений  $\sigma_s$  прослеживается: в ребрах с наклоном влево при толщине окантовки  $d'_o$  больше 0,16, в ребрах с наклоном вправо при толщине окантовки больше 0,5.

Исходя из анализа полей максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  спиральных ребер конструкции, выделим оптимальную толщину дальней окантовки  $d'_o$ : от 0,16 до 0,5 при максимальной рассматриваемой толщине окантовки в 1.

Увеличения толщины средней окантовки оказывает влияние на напряжения в спиральных ребрах самой окантовки (рисунок Д.2 приложение Д). С ростом толщины  $d'_c$  напряжения  $\sigma_s$  уменьшаются с -34,797 до -21,225 кГ/мм<sup>2</sup> в ребрах с наклоном влево, с -31,153 до -15,717 кГ/мм<sup>2</sup> в ребрах с наклоном вправо. Влияние изменения толщины  $d'_o$  дальней окантовки на напряжения  $\sigma_s$  ребер средней окантовки отсутствует.

Анализ рисунка Д.3 приложения Д позволяет сказать о наибольшем влиянии толщины  $d'_o$  дальней от выреза окантовки на напряженное состояние спиральных ребер в этой окантовке. Варьирование толщины  $d'_c$  средней окантовки мало влияет на изменения значений анализируемых напряжений  $\sigma_s$ . При толщине  $d'_o$  дальней окантовки от 0,66 до 1 влияние средней окантовки на напряжения практически отсутствует.

С ростом толщины  $d'_o$  внешней окантовки от 0 до 1 при толщине средней окантовки  $d'_c=0,33$  напряжения  $\sigma_s$  уменьшаются с -20,894 до -10,273 кГ/мм<sup>2</sup> в ребрах с наклоном влево, с -19,831 до -10,787 кГ/мм<sup>2</sup> в ребрах с наклоном вправо. При толщине средней окантовки до 1, значения напряжений  $\sigma_s$  изменяются от -22,495 до -10,545 кГ/мм<sup>2</sup> и -21,973 до -11,308 кГ/мм<sup>2</sup> в ребрах с наклоном влево и в ребрах с наклоном вправо соответственно.

По формуле (5.11) были рассчитаны коэффициенты концентрации напряжений в элементах оболочки вблизи выреза. Поля максимальных значений

сжимающих и растягивающих напряжений компоненты  $\sigma_s$  в спиральных ребрах в пределах двух ромбических ячеек от края дальней от выреза окантовки представлены на рисунках 5.18-5.20.

Так, на рисунке 5.18 на развертке представлены поля коэффициентов концентрации максимальных продольных напряжений в спиральных ребрах оболочки вне окантовок в зависимости от варьирования толщин средней и дальней от выреза окантовок. Отдельно исследовались напряжения в спиральных ребрах с наклоном влево (рисунок 5.18 - а) и с наклоном вправо (рисунок 5.18 - б). Толщина дальней от выреза окантовки  $d'_o$  варьировалась от 0,33 до 1.

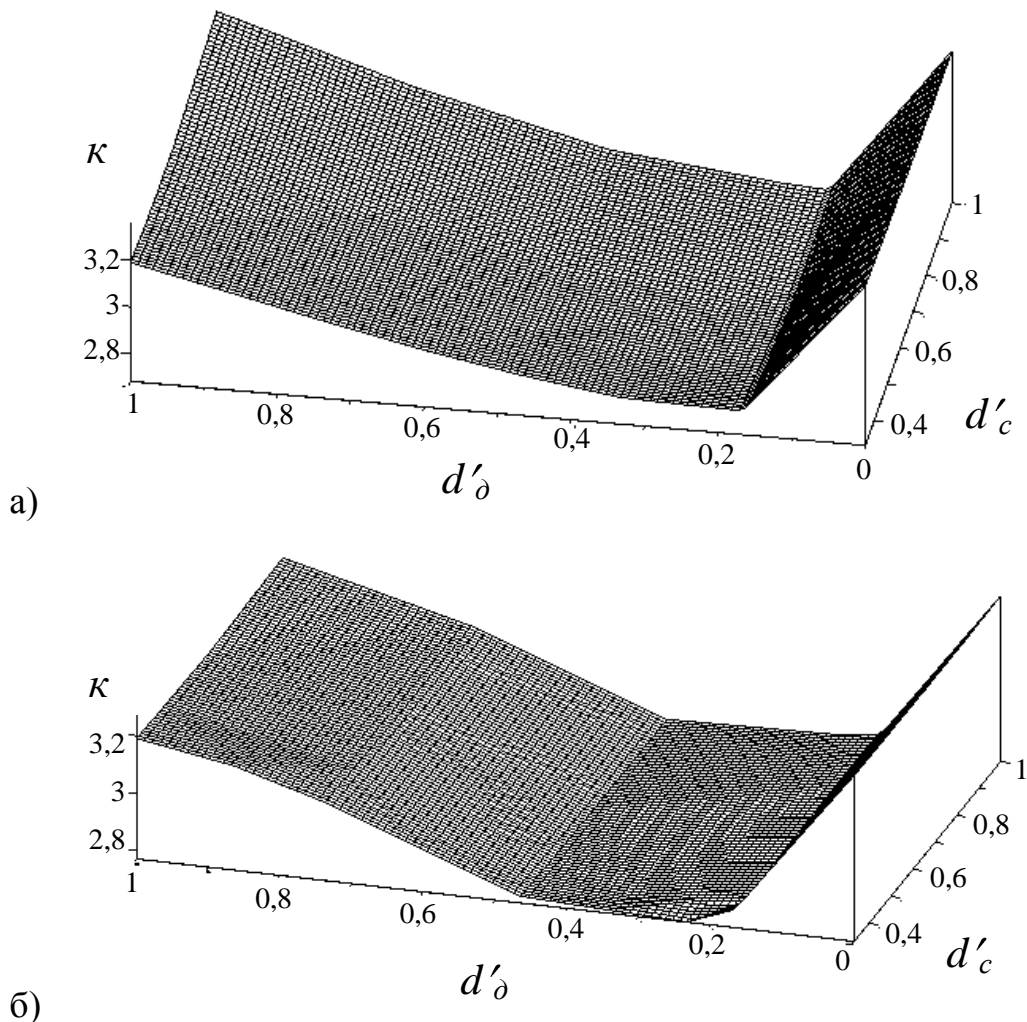


Рисунок 5.18 –Зависимость коэффициентов концентрации  $k$  максимальных продольных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах вне окантовок при варьировании толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_o$  окантовки:

а – в спиральных ребрах с наклоном влево на развертке, б – с наклоном вправо

Как видно из рисунка, на концентрацию продольных напряжений в спиральных ребрах обшивки существенное влияние оказывает изменение толщины дальней от выреза окантовки. При ее уменьшении концентрация напряжений также уменьшается, однако после достижения некоторого оптимального значения (около  $d'_\delta=0,16$ ) снова наблюдается резкое увеличение.

На рисунке 5.19 представлены зависимости коэффициентов концентрации продольных напряжений в спиральных ребрах средней окантовки при варьировании толщин средней и внешней окантовок.

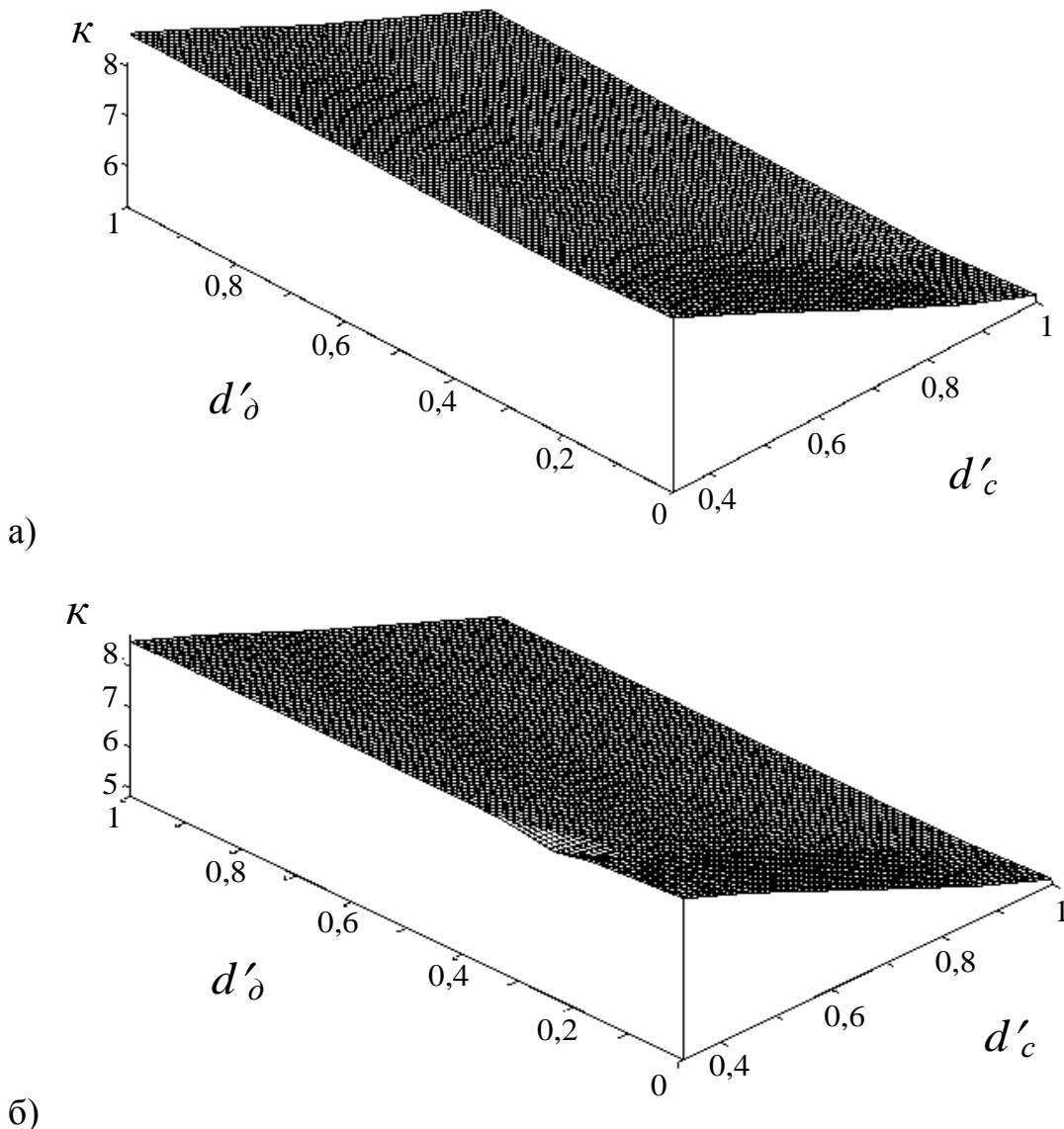


Рисунок 5.19 – Зависимость коэффициентов концентрации максимальных продольных напряжений  $k$  в спиральных ребрах средней окантовки при варьировании толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_\delta$  окантовок:

а – в спиральных ребрах с наклоном влево на развертке, б – с наклоном вправо

На коэффициенты концентрации максимальных продольных напряжений в спиральных ребрах средней окантовки, как видно из рисунка 5.19, существенное влияние оказывает изменение самой средней окантовки. Напряжения заметно уменьшаются с ростом её толщины.

На рисунке 5.20 представлены зависимости коэффициентов концентрации продольных напряжений в спиральных ребрах внешней (дальней от выреза) окантовки при варьировании толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_d$  окантовок.

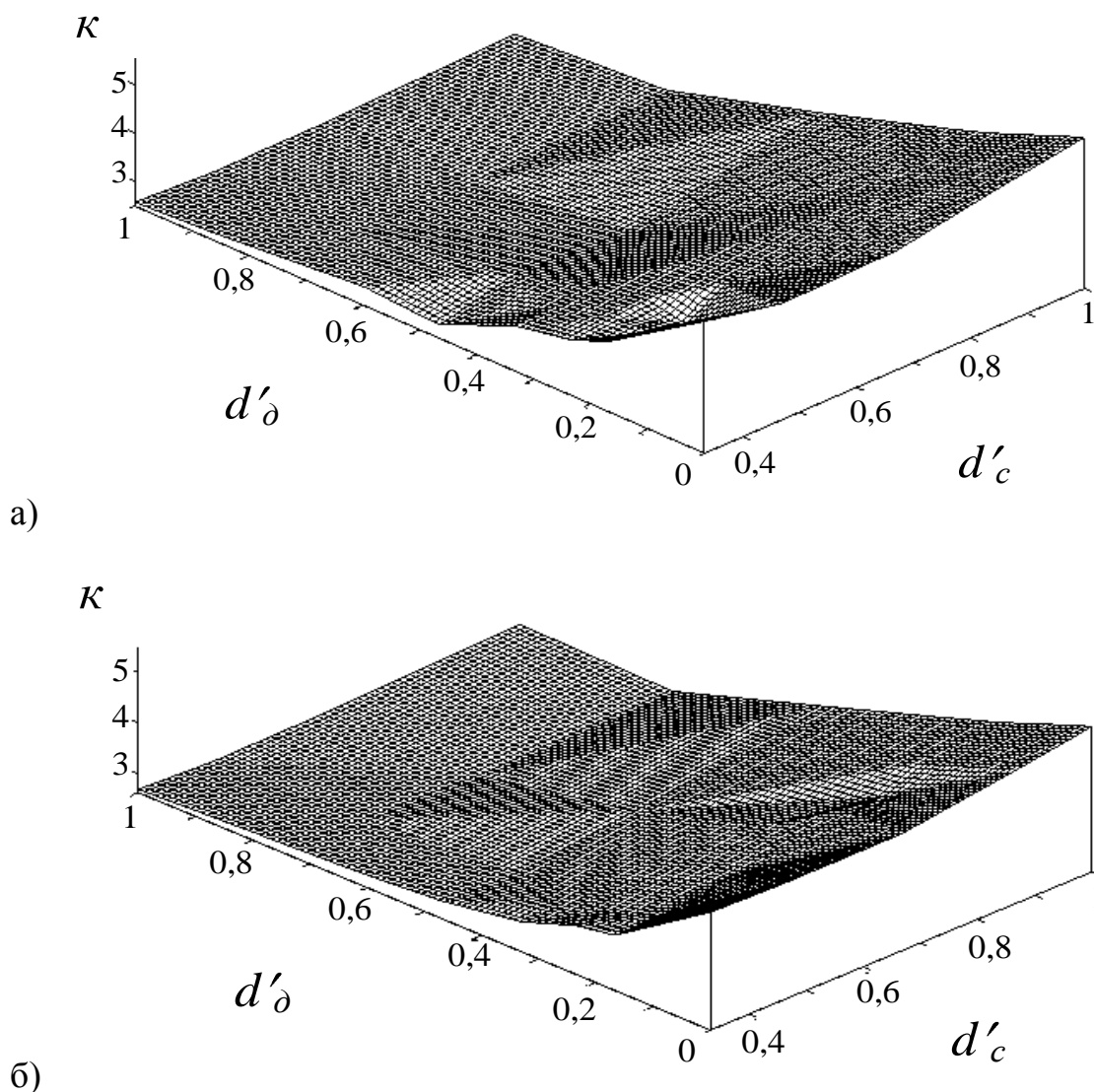


Рисунок 5.20 – Зависимость коэффициентов концентрации максимальных продольных напряжений  $k$  в спиральных ребрах внешней окантовки при варьировании толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_d$  окантовок:

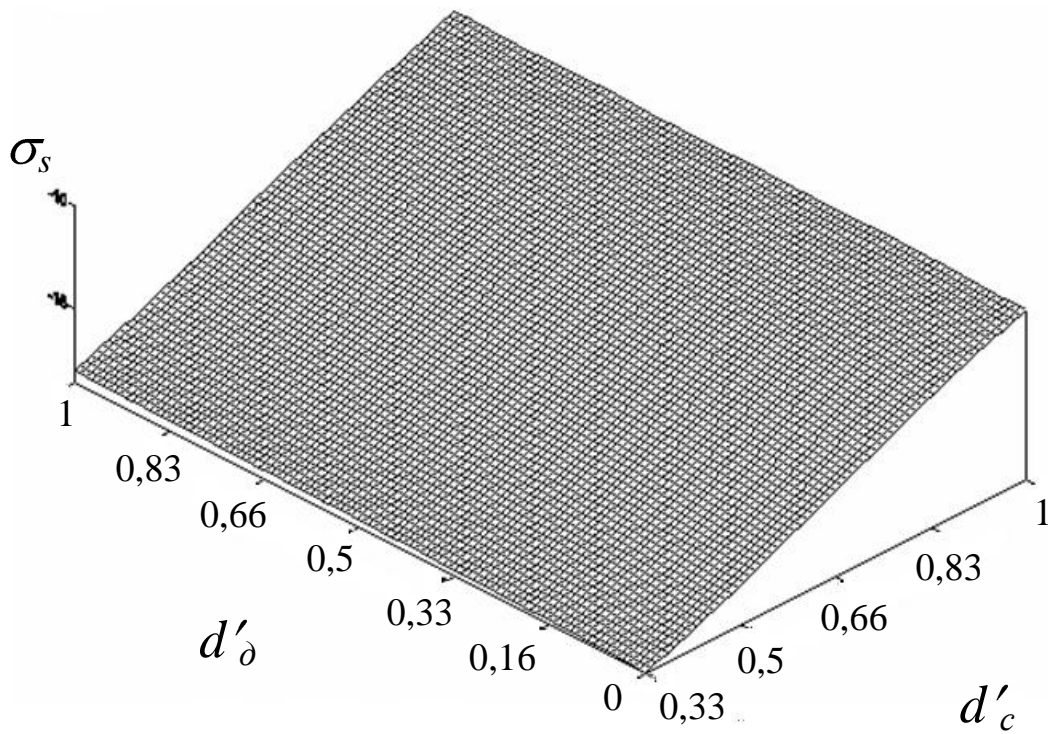
а – в спиральных ребрах с наклоном влево на развертке, б – с наклоном вправо

На коэффициенты концентрации максимальных продольных напряжений в спиральных ребрах внешней (дальней от выреза) окантовки существенное влияние оказывает толщина самой окантовки, при увеличении которой напряжения заметно уменьшаются.

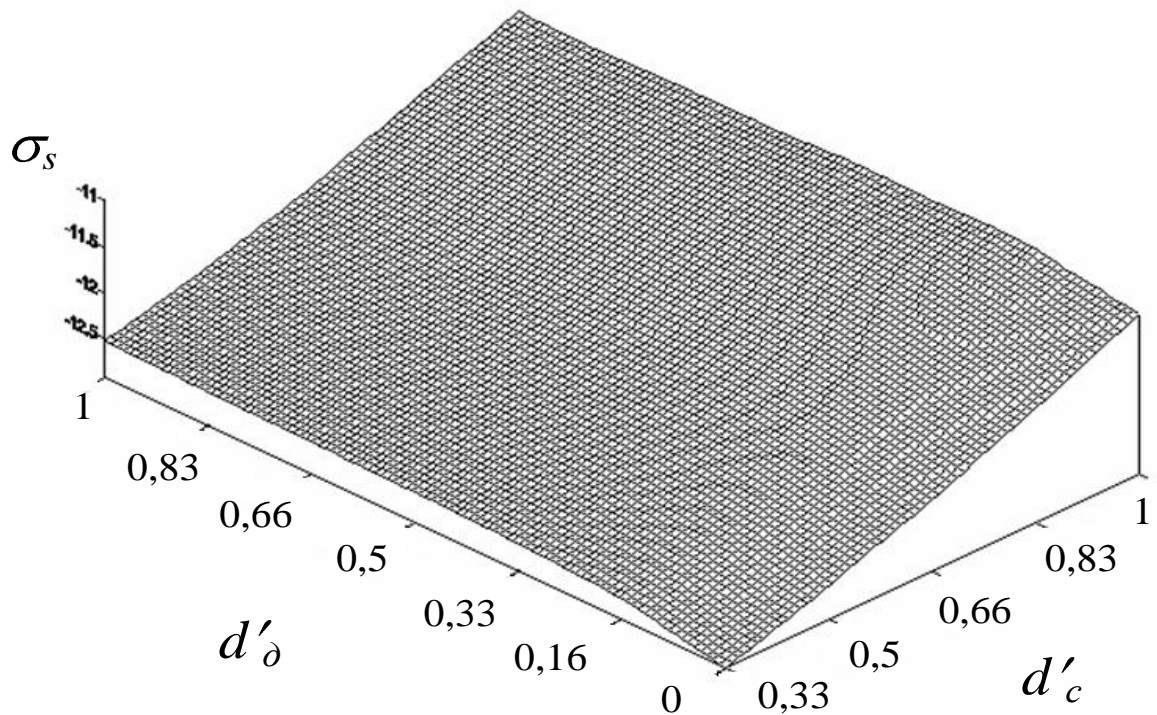
***Влияние толщин средней и внешней окантовок на напряжение в обшивке оболочки.*** Исследовалось влияние толщин средней и внешней окантовок на концентрацию напряжений в обшивке исследуемой оболочки в пределах двух ромбических ячеек от края внешней окантовки выреза. Так как обшивка состоит из двух слоев, рассматривалась зависимость напряжений от параметров окантовок в каждом слое. На рисунке 5.21 приведен график зависимости напряжений  $\sigma_s$  от варьирования толщин окантовок в внутреннем и внешнем слоях обшивки.

Из рисунка 5.21-а видно, что при увеличении толщины  $d'_c$  средней окантовки напряжения  $\sigma_s$  в внутреннем слое обшивки уменьшаются примерно в два раза (от -18,6915 до -10,3884 кГ/мм<sup>2</sup>), а при увеличении толщины  $d'_o$  дальней окантовки напряжения также уменьшаются, но меньше (от -18,6915 до -18,1099 кГ/мм<sup>2</sup>). Отметим, что во внутреннем слое обшивки влияние изменения толщины средней окантовки на напряжения  $\sigma_s$  больше, чем изменение толщины внешней окантовки.

Из рисунка 5.21-б видно, что с ростом толщины средней окантовки напряжения  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки возрастают от -12,9375 до -11,1752 кГ/мм<sup>2</sup>. При увеличении толщины дальней окантовки анализируемые напряжения возрастают, но немного меньше от -12,9375 до -12,5411 кГ/мм<sup>2</sup>. Таким образом, влияние средней окантовки на максимальные сжимающие напряжения  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки чуть больше, чем внешней.



а)



б)

Рисунок 5.21 –График зависимости максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  обшивки от варьирования толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_d$  окантовок:

а - внешний слой обшивки; б - внутренний слой обшивки

При сравнении полей напряжений в двух слоях обшивки (рисунок 5.21) можно сделать вывод, что наибольшая концентрация напряжений достигается во

внешнем слое обшивки, в нем напряжения в 1,3 раза выше, чем во внутреннем слое.

Анализ результатов расчета напряженно-деформированного состояния сетчатой оболочечной конструкции с вырезом, подкрепленным тремя окантовками переменной толщины позволяет сделать следующие выводы.

- Существенное влияние на концентрацию напряжений в ребрах вне окантовок оказывает варьирование толщины внешней (дальней от выреза) окантовки. Для спиральных ребер с наклоном вправо и влево это влияние различно.
- В спиральных ребрах обшивки наименьшие коэффициенты концентрации достигаются при соотношении толщин средней и внешней окантовок 2:1.
- Коэффициенты концентрации в спиральных ребрах окантовок линейно зависят от толщин самих окантовок.
- Наибольшая концентрация напряжений  $\sigma_s$  в обшивке оказывается во внешнем слое.
- При увеличении толщины средней окантовки втрое напряжения  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки уменьшаются примерно в 2 раза.

Проведенный анализ полей концентрации максимальных напряжений в спиральных ребрах модельной оболочки вблизи шестиугольного выреза, усиленного тремя окантовками переменной толщины, позволил сформулировать рекомендации проектировщикам описанного выше отсека летательного аппарата, для подбора толщин окантовок вырезов и люков.

***Подбор толщин средней и внешней окантовок выреза с учетом снижения концентрации напряжений в элементах конструкции.***

Подберем толщины средней и дальней от выреза окантовок, понижая концентрацию напряжений в обшивке и ребрах конструкции вблизи внешней окантовки. Для этого построим аппроксимирующие функции концентрации максимальных продольных напряжений ребер и обшивки.



На рисунке 5.22 представлена схема расположения окантовок и обшивки оболочки со следующими обозначениями:

$d_{обш}$  – толщина обшивки конструкции,

$E_{обш}$  – модуль упругости обшивки,

$E_{б}$  – модуль упругости внутренней (ближней к вырезу) окантовки,

$E_c$  – модуль упругости средней окантовки,

$E_{д}$  – модуль упругости дальней от выреза окантовки,

$d_{б}$  – толщина внутренней окантовки,

$d_c$  – толщина средней окантовки,

$d_{д}$  – толщина дальней от выреза окантовки.

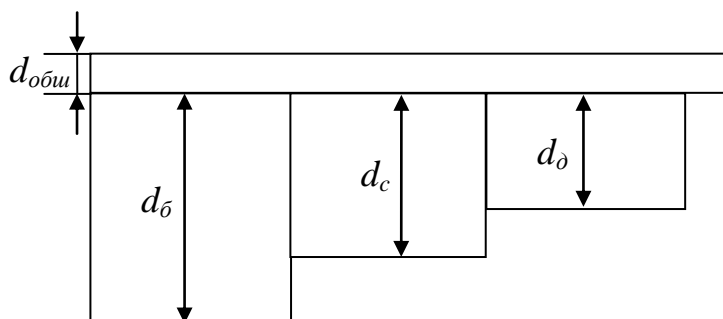


Рисунок 5.22—Входные переменные модели (толщина обшивки и окантовок)

Начальный вариант толщин окантовок, предложенный конструкторами, обозначим за:

$d_{б}^0$  – начальная толщина внутренней окантовки,

$d_c^0$  – начальная толщина средней окантовки,

$d_{д}^0$  – начальная толщина дальней от выреза окантовки.

Аппроксимирующую функцию откликов (5.8) представим в виде:

$$\tilde{Z}(\rho^1, \rho^2, \dots, \rho^n) = \sum_i L_i(\rho) Z_i', \quad (5.12)$$

где  $\rho = [d_{б}, d_c, d_{д}]^T$ .

Общий вид аппроксимирующей функции  $\tilde{Z}$  с дробно-рациональными базисными функциями от толщин окантовок по насыщенному плану будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \tilde{Z} = & Z'_0(d_{\bar{\sigma}}^0, d_c^0, d_{\bar{\delta}}^0) + Z'_1 \frac{d_{\bar{\sigma}} - d_{\bar{\sigma}}^0}{d_{\bar{\sigma}} - \tilde{d}_{\bar{\sigma}}} + Z'_2 \frac{d_c - d_c^0}{d_c - \tilde{d}_c} + Z'_3 \frac{d_{\bar{\delta}} - d_{\bar{\delta}}^0}{d_{\bar{\delta}} - \tilde{d}_{\bar{\delta}}} + \\ & + \dots + Z'_n \frac{(d_{\bar{\sigma}} - d_{\bar{\sigma}}^0)^{\eta_1} (d_c - d_c^0)^{\eta_2} (d_{\bar{\delta}} - d_{\bar{\delta}}^0)^{\eta_3}}{(d_{\bar{\sigma}} - \tilde{d}_{\bar{\sigma}})^{\eta_1} (d_c - \tilde{d}_c)^{\eta_2} (d_{\bar{\delta}} - \tilde{d}_{\bar{\delta}})^{\eta_3}}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где  $n$  – число опытов в план-матрице эксперимента,

$\eta_1, \eta_2, \eta_3$  – степени дробно-рациональных функций,

$\tilde{d}_{\bar{\sigma}}, \tilde{d}_c, \tilde{d}_{\bar{\delta}}$  – полюса дробно-рациональных функций,

$Z'_0, Z'_1, Z'_2, \dots, Z'_n$  – отклики, рассчитанные в ходе прохождения

вычислительного эксперимента.

Подбор полюсов базисных дробно-рациональных функций для определения толщин будем производить, исходя из следующих условий:

$$\begin{aligned} E_{обш} \cdot d_{обш} + E_{\bar{\sigma}} \cdot \tilde{d}_{\bar{\sigma}} &= 0, \\ E_{обш} \cdot d_{обш} + E_c \cdot \tilde{d}_c &= 0, \\ E_{обш} \cdot d_{обш} + E_{\bar{\delta}} \cdot \tilde{d}_{\bar{\delta}} &= 0. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Общий вид аппроксимирующей функции  $\tilde{Z}$  с дробно-рациональными базисными функциями в зависимости от толщин окантовок по насыщенному плану будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \tilde{Z} = & Z'_0(d_{\bar{\sigma}}^0, d_c^0, d_{\bar{\delta}}^0) + Z'_1 \frac{d_{\bar{\sigma}} - d_{\bar{\sigma}}^0}{d_{\bar{\sigma}} + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_{\bar{\sigma}}}} + Z'_2 \frac{d_c - d_c^0}{d_c + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_c}} + Z'_3 \frac{d_{\bar{\delta}} - d_{\bar{\delta}}^0}{d_{\bar{\delta}} + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_{\bar{\delta}}}} + \\ & + \dots + Z'_n \frac{(d_{\bar{\sigma}} - d_{\bar{\sigma}}^0)^{\eta_1} (d_c - d_c^0)^{\eta_2} (d_{\bar{\delta}} - d_{\bar{\delta}}^0)^{\eta_3}}{\left( d_{\bar{\sigma}} + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_{\bar{\sigma}}} \right)^{\eta_1} \left( d_c + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_c} \right)^{\eta_2} \left( d_{\bar{\delta}} + d_{обш} \frac{E_{обш}}{E_{\bar{\delta}}} \right)^{\eta_3}}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

За начальное приближение был принят следующий вариант толщин окантовок: толщина внутренней окантовки равна  $d_{\bar{\sigma}}^0 = 0,563l_h$ , толщина средней окантовки  $d_c^0 = 0$ , толщина дальней от выреза окантовки  $d_{\bar{\delta}}^0 = 0$ . Для уменьшения

концентрации напряжений в ребрах и обшивке толщины средней и внешней окантовок увеличиваются, а толщина внутренней окантовки остается неизменной.

Перепишем формулу (5.15) с учетом заданного варианта, отнеся толщины окантовок  $d_c$  и  $d_\delta$  к фиксированной толщине внутренней окантовки  $d_\delta^0$ . Для обозначения этих отношений используем введенные ранее  $d'_c$  и  $d'_\delta$  соответственно:

$$\tilde{Z}(d'_c, d'_\delta) = Z'_0(d_\delta^0, d_c^0, d_\delta^0) + \bar{Z}_2 \frac{d'_c}{d'_c + d'_{обш} \frac{E_{обш}}{E_c}} + \bar{Z}_3 \frac{d'_\delta}{d'_\delta + d'_{обш} \frac{E_{обш}}{E_\delta}}, \quad (5.16)$$

где  $\bar{Z}_i$  - весовые коэффициенты базисных дробно-рациональных функций,  $Z'_0(d_\delta^0, d_c^0, d_\delta^0)$  - концентрация напряжений в элементах конструкции при начальном варианте толщин окантовок.

Для вычисления максимальных напряжений в разных конструктивных элементах необходимо построить шесть аппроксимирующих функций:

$\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\delta)$  - функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза;

$\tilde{Z}_2(d'_c, d'_\delta)$  - функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза;

$\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\delta)$  - функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внутреннем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза;

$\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\delta)$  - функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внешнем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза;

$\tilde{Z}_5(d'_c, d'_\delta)$  – функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах с наклоном влево вблизи внешней окантовки выреза;

$\tilde{Z}_6(d'_c, d'_\delta)$  – функция аппроксимации коэффициентов концентрации максимальных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах конструкции вблизи внешней окантовки выреза.

Для построения перечисленных выше аппроксимирующих функций используем результаты численных расчетов полей напряжений элементов конструкции при варьировании толщин средней и дальней от выреза окантовок, план матрица которых представлена на рисунке 5.17. Так как число точек плана равно 30, что превышает число весовых коэффициентов функций вида (5.16), то расчет коэффициентов  $\bar{Z}_i$  будем проводить методом наименьших квадратов на основе откликов  $Z'_i$ .

Для определения коэффициентов  $\bar{Z}_i$  в (5.16) сформируем следующие матрицы:

$Z'$  - матрицу откликов, составленную в соответствии с план-матрицей  $P'$  (рисунок 5.17),

$L$ - матрицу условий проведения вычислительно эксперимента, составленную на основе дробно-рациональных функций в (5.16),

$\bar{Z}$  - матрицу неизвестных коэффициентов в (5.16).

С учетом введенных обозначений справедливо следующее:

$$Z' = L\bar{Z}. \quad (5.17)$$

По методу наименьших квадратов коэффициенты аппроксимирующей функции (5.16) определяются по формуле:

$$\bar{Z} = (L^T L)^{-1} L^T Z'. \quad (5.18)$$

При построении аппроксимирующей функции  $\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\delta)$  будем использовать рассчитанные численно значения коэффициентов концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза, представленные в таблице 5.1.

**Таблица 5.1 – Коэффициенты концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_\partial$	$Z'_1$	$\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\partial)$	$A_i = \frac{ Z'_{1i} - \tilde{Z}_{1i} }{ Z'_{1i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	1,9502	2,0194	3,4259
0,33	0,17	1,9437	1,9169	1,3964
0,33	0,33	1,7566	1,8997	7,5380
0,33	0,47	1,9330	1,8937	2,0720
0,33	0,73	2,0305	1,8877	7,5602
0,33	1,00	2,0837	1,8847	10,5526
0,47	0,00	2,1345	1,9952	6,9794
0,47	0,17	1,9304	1,8927	1,9895
0,47	0,33	1,8999	1,8756	1,2963
0,47	0,47	1,9341	1,8696	3,4479
0,47	0,73	2,0315	1,8635	9,0118
0,47	1,00	2,0844	1,8605	12,0314
0,67	0,00	2,1139	1,9754	7,0090
0,67	0,17	1,9111	1,8729	2,0376
0,67	0,33	1,9077	1,8558	2,7979
0,67	0,47	1,9414	1,8498	4,9492
0,67	0,73	2,0352	1,8437	10,3798
0,67	1,00	2,0876	1,8407	13,4058
0,87	0,00	2,0980	1,964	6,8159
0,87	0,17	1,9156	1,8616	2,8956
0,87	0,33	1,9187	1,8445	4,0218
0,87	0,47	1,9520	1,8384	6,1762
0,87	0,73	2,0459	1,8324	11,6444
0,87	1,00	2,0930	1,8294	14,4062
1,00	0,00	2,0902	1,9589	6,6995
1,00	0,17	1,9213	1,8564	3,4919
1,00	0,33	1,9239	1,8393	4,5985
1,00	0,47	1,9575	1,8333	6,7750
1,00	0,73	2,0506	1,8273	12,2179
1,00	1,00	2,0985	1,8242	15,0315

Концентрация максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки при начальном варианте толщин окантовок составляет:

$$Z'_0(d_\partial^0, d_c^0, d_\partial^0) = 2,5009.$$

Учитывая нормированную толщину обшивки  $d'_{обш}=0,067$  и упругие характеристики средней, внешней окантовок и обшивки  $E_{обш}$ ,  $E_{\partial}$ ,  $E_c$  (Приложение Ж), а также рассчитанные по методу наименьших квадратов весовые коэффициенты  $\bar{Z}_2 = -0,5783$  и  $\bar{Z}_3 = -0,1437$ , аппроксимирующая функция имеет вид:

$$\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\partial) = 2,5009 - 0,5783 \frac{d'_c}{d'_c + 0,038} - 0,1437 \frac{d'_\partial}{d'_\partial + 0,038}. \quad (5.19)$$

Средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{1i} - \tilde{Z}_{1i}|}{|Z'_{1i}|} \cdot 100\% = 6,76\%$ .

На основе приведенных (Приложение И, рисунки И.3-И.5) коэффициентов концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  и растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внешнем слое обшивки (Приложение И, таблицы И.1, И.3), растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внутреннем слое обшивки вблизи внешней окантовки выреза (Приложение И, таблица И.2), а также концентрации максимальных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных и кольцевых ребрах (Приложение И, таблицы И.4, И.5) запишем следующие аппроксимирующие функции:

$$\tilde{Z}_2(d'_c, d'_\partial) = 3,7325 - 1,1459 \frac{d'_c}{d'_c + 0,038} - 0,1109 \frac{d'_\partial}{d'_\partial + 0,038}, \quad (5.20)$$

средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{2i} - \tilde{Z}_{2i}|}{|Z'_{2i}|} \cdot 100\% = 7,84\%$ ;

$$\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\partial) = 3,3176 - 0,2736 \frac{d'_c}{d'_c + 0,104} - 0,6989 \frac{d'_\partial}{d'_\partial + 0,104}, \quad (5.21)$$

средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{3i} - \tilde{Z}_{3i}|}{|Z'_{3i}|} \cdot 100\% = 7,00\%$ ;

$$\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\partial) = 21,9988 - 7,9171 \frac{d'_c}{d'_c + 0,104} - 1,1939 \frac{d'_\partial}{d'_\partial + 0,104}, \quad (5.22)$$

средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{4i} - \tilde{Z}_{4i}|}{|Z'_{4i}|} \cdot 100\% = 9,93\%$ ;

$$\tilde{Z}_5(d'_c, d'_\delta) = 2,1609 - 0,1775 \frac{d'_c}{d'_c + 0,067} - 0,2224 \frac{d'_\delta}{d'_\delta + 0,067}, \quad (5.23)$$

средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{4i} - \tilde{Z}_{4i}|}{|Z'_{4i}|} \cdot 100\% = 4,8\%$ ;

$$\tilde{Z}_6(d'_c, d'_\delta) = 3,2098 + 0,9334 \frac{d'_c}{d'_c + 0,067} - 2,0286 \frac{d'_\delta}{d'_\delta + 0,067}, \quad (5.24)$$

средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = \sum_i \frac{|Z'_{4i} - \tilde{Z}_{4i}|}{|Z'_{4i}|} \cdot 100\% = 14,22\%$ .

На рисунке 5.23 представлены линии уровня аппроксимирующих функций  $\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\delta)$ ,  $\tilde{Z}_2(d'_c, d'_\delta)$ ,  $\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\delta)$  и  $\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\delta)$ .

Аппроксимирующие функции используем для определения возможных значений толщин средней и внешней окантовок вырезов, обеспечивающих снижение концентрации напряжений в обшивке и ребрах оболочки по сравнению с начальным приближением.

Определим линии уровня аппроксимирующих функций, ограничивающие область допустимых значений толщин окантовок  $d'_c$  и  $d'_\delta$  (таблица 5.2).

**Таблица 5.2 – Значения линий уровня аппроксимирующих функций коэффициентов концентрации напряжений в элементах конструкции**

Аппроксимир. функция	Конструктивные элементы оболочки	Концентр.на пряджений при $d'_\delta, d'_c, d'_\delta$	Снижение концентрации напряжений, %			
			10	15	20	25
$\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\delta)$	обшивка, внутренний слой	2,501	2,25	2,13	2,00	1,88
$\tilde{Z}_2(d'_c, d'_\delta)$	обшивка, внешний слой	3,733	3,36	3,17	2,98	2,8
$\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\delta)$	обшивка, внутренний слой	3,317	2,99	2,82	2,65	2,49
$\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\delta)$	обшивка, внешний слой	21,99	19,79	18,69	17,59	16,49
$\tilde{Z}_5(d'_c, d'_\delta)$	спиральные ребра	2,16	1,94	1,84	1,73	1,62
$\tilde{Z}_6(d'_c, d'_\delta)$	кольцевые ребра	3,21	2,89	2,73	2,57	2,41

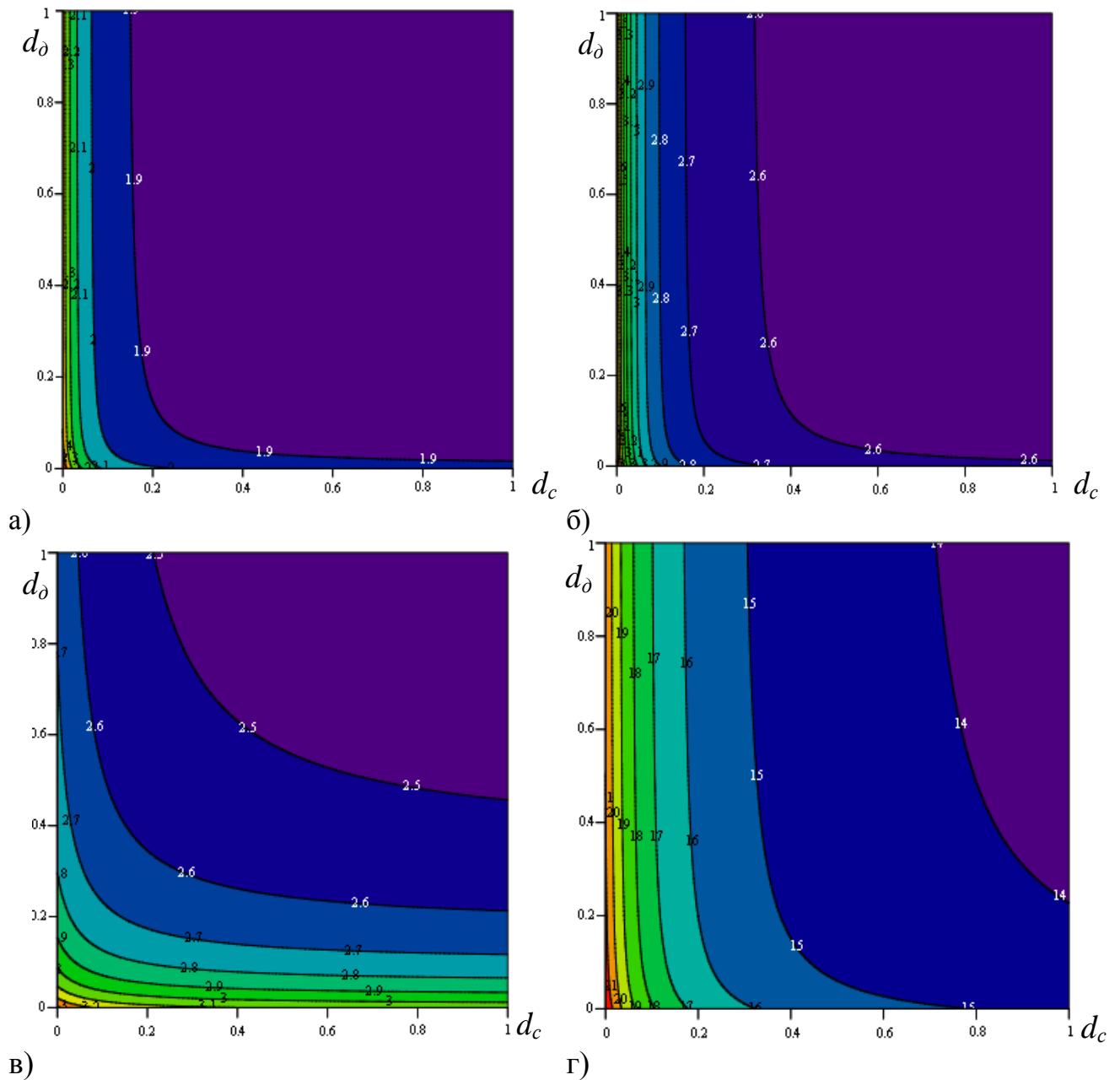


Рисунок 5.23 – Линии уровня аппроксимирующих функций коэффициентов концентрации: а - сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки;

б - сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки;

в - растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внутреннем слое обшивки;

г - растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внешнем слое обшивки

На рисунке 5.24 изображены области допустимых значений толщин средней  $d'_c$  и внешней  $d'_o$  окантовок выреза при снижении концентрации напряжений в обшивке конструкции вне окантовок. При построении областей допустимых



значений использовались функции  $\tilde{Z}_1(d'_c, d'_\partial)$ ,  $\tilde{Z}_2(d'_c, d'_\partial)$ ,  $\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\partial)$  и  $\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\partial)$ .

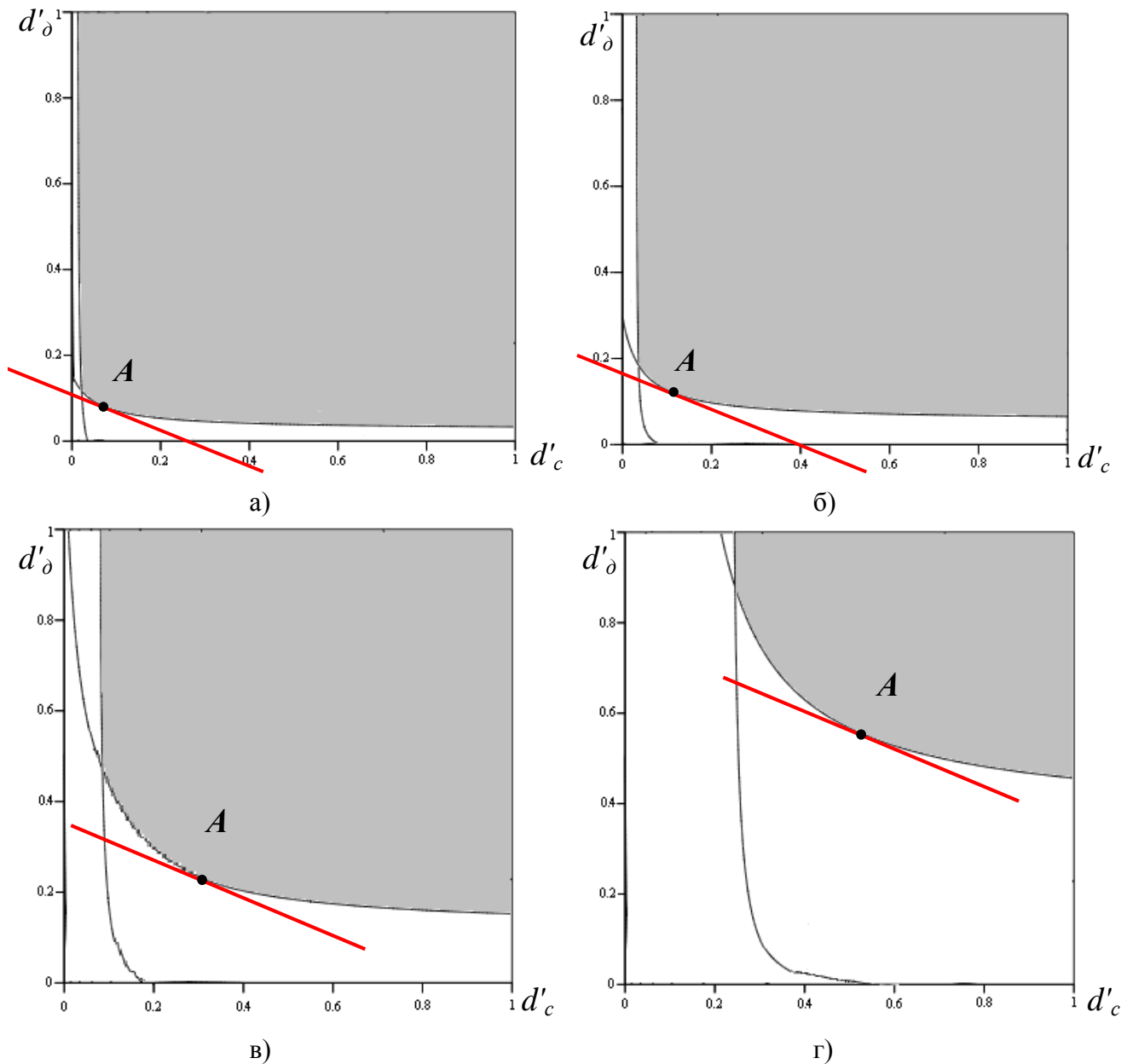


Рисунок 5.24 – Области допустимых значений толщин средней  $d'_c$  и внешней окантовок  $d'_\partial$  выреза по условию снижения концентрации напряжений в обшивке вне окантовок: а –на 10%; б –на 15%; в –на 20%; г –на 25%; прямая красного цвета – линия уровня массы окантовок

Все ограничения выполняются в верхней правой области, которая выделена темным цветом. Учитывая только ограничения по концентрации напряжений в

обшивке, можно было бы принять в качестве наиболее рационального решения точку А, в которой минимальна суммарная масса окантовок.

Прямой красного цвета изображена линия уровня массы окантовок, исходя из условия:

$$\rho_{ок} \cdot 27S_p \cdot d'_c + \rho_{ок} \cdot 66S_p \cdot d'_d = \Delta M, \quad (5.25)$$

где  $\rho_{ок}$  - плотность композитного материала окантовок,

$S_p$  - площадь ромбической ячейки,

$27S_p$ ,  $66S_p$  - площади окантовок (средней и дальней от выреза соответственно),

$\Delta M$  - масса средней и дальней окантовок.

Уточним положение точки А с учетом других ограничений. Для этого рассмотрим области допустимых значений толщин окантовок  $d'_c$  и  $d'_d$  при снижении концентрации напряжений в ребрах конструкции вне окантовок от начального варианта (рисунок 5.25).

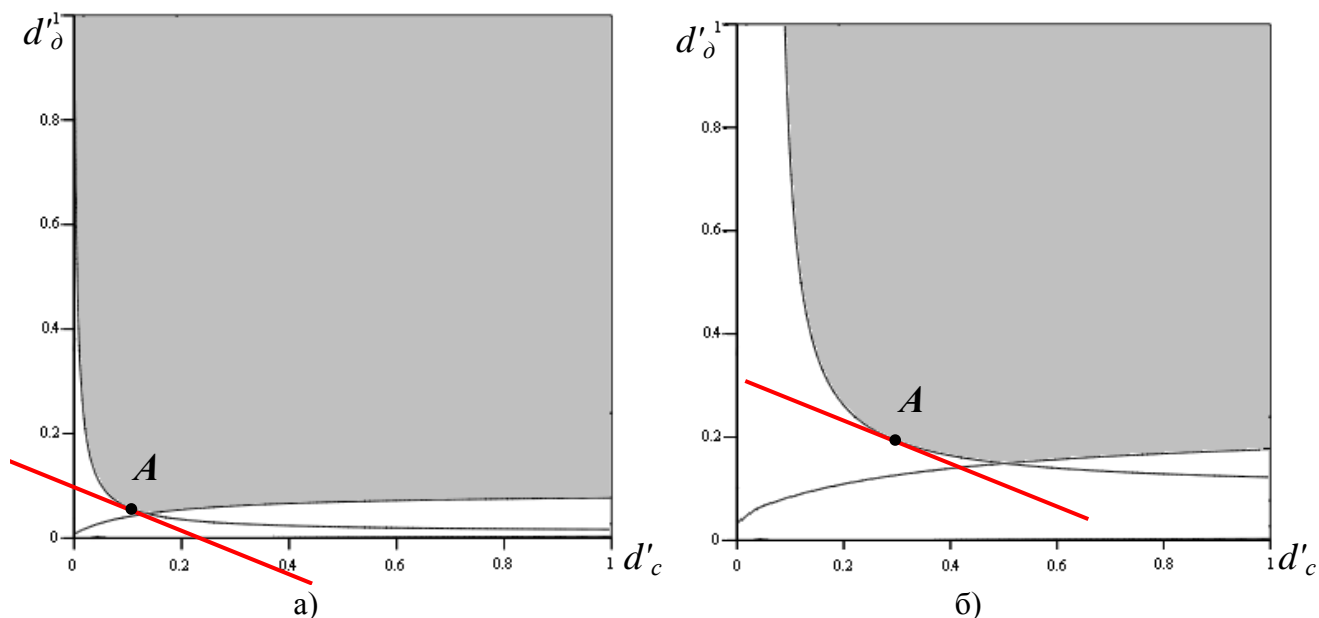


Рисунок 5.25– Области допустимых значений толщин средней  $d'_c$  и внешней окантовок  $d'_d$  выреза при снижении концентрации напряжений в ребрах вне

окантовок при начальном варианте: а – на 10%; б – на 15%;

прямая красного цвета – линия уровня массы окантовок

Сравнивая возможные решения - толщины окантовок, изображенные точкой *A* при снижении концентрации напряжений в обшивке и ребрах на 10% (рисунки 5.24-а и 5.25-а) и на 15% (рисунки 5.24-б и 5.25-б), приходим к выводу о их различии. Выбранные толщины окантовок позволяют снизить концентрацию напряжений в конструктивных элементах на разную величину от начального варианта.

На рисунке 5.26 приведены границы допустимой области, учитывающие ограничения по концентрации напряжений и в обшивке и в ребрах конструкции одновременно.

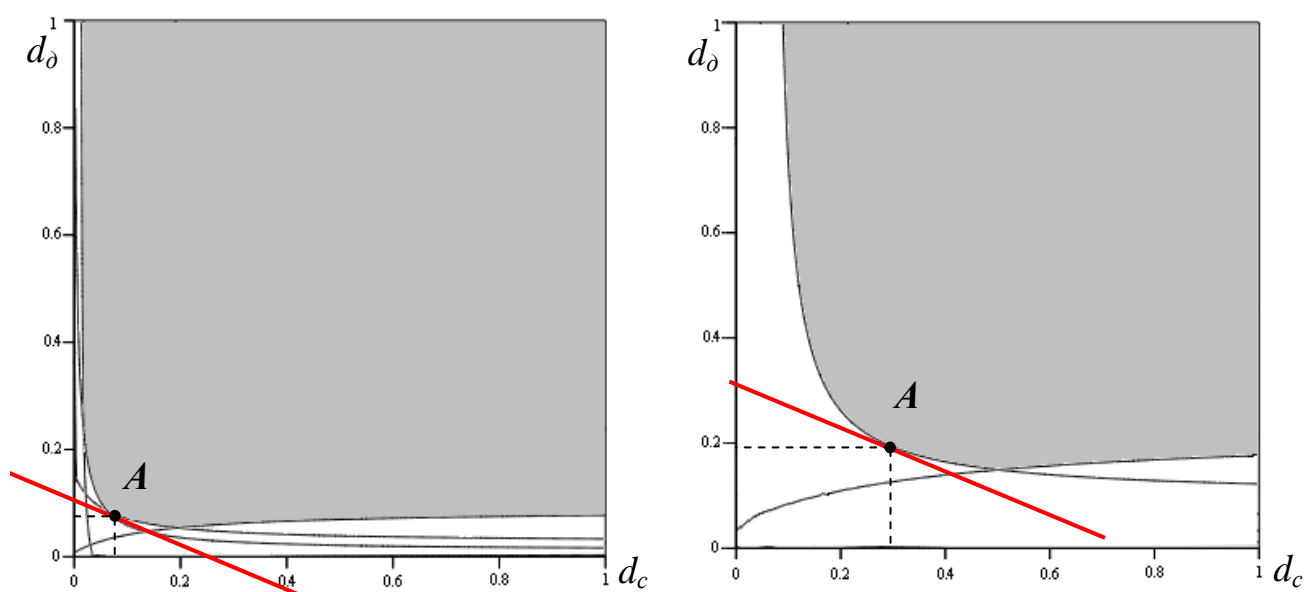


Рисунок 5.26 – Области допустимых значений толщин средней  $d'_c$  и внешней окантовок  $d'_\delta$  выреза при снижении концентрации напряжений в обшивке и ребрах вне окантовок: а – на 10%; б – на 15%;

прямая красного цвета – линия уровня массы окантовок

Как видно из графика 5.26-а, снижение всех коэффициентов концентрации на 10% достигается при выборе следующих толщин окантовок  $d'_c = 0,075$  и  $d'_\delta = 0,07$ , а снижение на 15% - при выборе значений  $d'_c = 0,29$  и  $d'_\delta = 0,18$ . Учитывая ширину окантовок, равную одной ромбической ячейки, суммарная масса окантовок во втором случае в 2,97 раз больше, чем в первом.

Рациональные толщины окантовок определяются не только условиями прочности и жесткости, но и ограничениями, связанными с технологией. Так, размеры окантовок привязаны к вырезам, геометрия и размеры которых формируются путем удаления целых ячеек сетчатой структуры оболочки. Формировать окантовку удобно путем заполнения всей треугольной ячейки ( $\frac{1}{2}$  элементарной ромбической ячейки), например, салфетками из препрега, поэтому размеры окантовок по вертикали и горизонтали кратны половине ячейки сетчатой структуры.

Учитывая сказанное выше, а также результаты исследования влияния толщин окантовок на концентрацию напряжений в обшивке и ребрах сетчатой оболочки, можно рекомендовать следующие толщины ступенчатых окантовок вырезов отсека рассмотренного летательного аппарата:

- толщину средней окантовки  $d_c=0,187l_h$  ( $d'_c=0,33$ ), толщину дальней от выреза окантовки равной  $d_o=0,094l_h$  ( $d'_o=0,17$ ) при неизменной толщине внутренней окантовки  $d_{\bar{o}}=0,563l_h$  ( $d'_{\bar{o}}=1$ );

- размеры окантовок по вертикали -  $\frac{1}{2}$  элементарной ромбической ячейки; по горизонтали – 1 ромбическая ячейка.

Полученные оценки не являются универсальными и подлежат уточнению в случае других конструктивных параметров проектируемой сетчатой конструкции. Результаты проведенного выше исследования представлены в работе [58].

Следующим необходимым этапом является поверочный расчёт, который выполняется как для исходного варианта конструкции, так и для рационального варианта, найденного выше.

#### **5.4 Напряженно-деформированное состояние конструкции при подобранных подкреплениях**

Для проверки рациональности найденных параметров был проведен поверочный расчет напряженно-деформированного состояния конструкции

отсека летательного аппарата, описанного в п. 5.2, при рекомендуемых размерах усиления вырезов. Результаты расчет представлены в работах [43, 109].

Для большей определенности определим нумерацию вырезов в рассматриваемой конструкции. Будем считать первым вырезом, тот, что расположен на рисунке 5.5 слева, вторым вырезом, тот, что расположен справа на этом рисунке, и третьим вырезом тот, что расположен по центру.

**Напряжения в обшивке летательного аппарата.** На рисунках 5.27 -5.29 представлены поля напряжений в слоях обшивки на развертке. В местной системе координат элементов обшивки ось  $s$  направлена по образующей, ось  $t$  перпендикулярно  $s$  по касательной к оболочке. Ось  $n$  дополняет эти два вектора до правой тройки и направлена по нормали во внешность.

Габаритные размеры рассматриваемой конструкции нормированы по её высоте ( $44,884l_h$ ) и длине окружности задней кромке ( $234,72l_h$ ). Нормированная высота отсека  $y'$  изменяется от 0 до 1, а нормированная длина кромки  $x'$  от  $-\pi$  до  $\pi$ .

Так на рисунках 5.27, 5.28 изображены поля напряжений  $\sigma_s$  по образующей во внешнем и внутреннем слое обшивки.

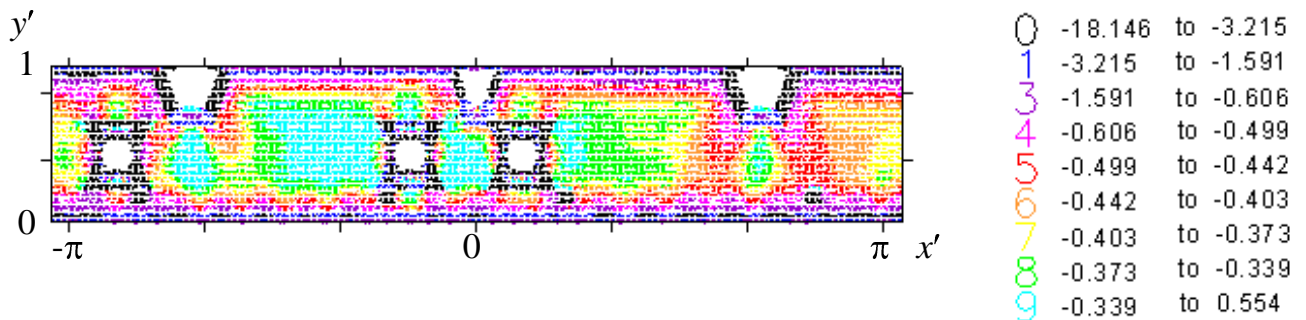


Рисунок 5.27–Распределение напряжений  $\sigma_s$  ( $\text{кГ/мм}^2$ ) во внешнем слое обшивки

Как видно из рисунка 5.27, наибольшие значения напряжения  $\sigma_s$  достигаются на краях вырезов, сверху и снизу окантовок люков. Максимальное значение сжимающих напряжений  $\sigma_s$  по образующей в этом слое равно  $-18,14 \text{ кГ/мм}^2$ .

Второй слой оболочки выполнен из менее жесткого материала, поэтому напряжения в нем существенно меньше. На рисунке 5.28 представлено

распределение тех же напряжений  $\sigma_s$ , но во втором слое, вблизи стыка слоев обшивки.

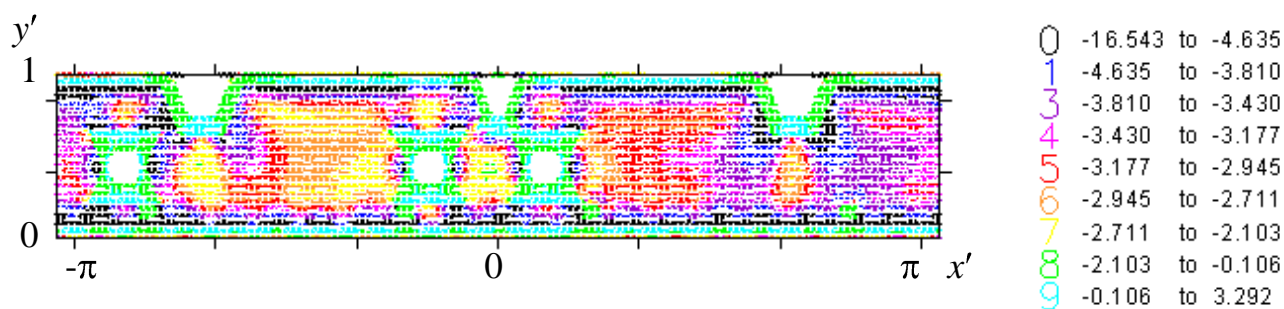


Рисунок 5.28–Распределение напряжений  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) во внутреннем слое обшивки

Сравнивая рисунок 5.27 и рисунок 5.28, отметим, что величина напряжений на краях вырезов и вокруг люков во внутреннем слое уменьшилась в 8,6 раз. Максимальное значение  $\sigma_s$  в этих зонах равно  $-2,10$  кГ/мм<sup>2</sup>. Между тем, отметим, что шпангоуты являются концентраторами: напряжения  $\sigma_s$  достигают наибольшего значения под верхним и над нижним шпангоутами (до  $-16,54$  кГ/мм<sup>2</sup>).

Рассматривая поля напряжений  $\sigma_t$  во внешнем и внутреннем слоях обшивки (рисунок 5.29, рисунок 5.30), отметим, что окружные напряжения в обоих слоях распределены по всей области более равномерно, без выраженных перепадов. В большей части области значения напряжений находятся в диапазоне от  $-3,47$  кГ/мм<sup>2</sup> до  $2,17$  кГ/мм<sup>2</sup> во внешнем слое обшивки и от  $-6$  кГ/мм<sup>2</sup> до  $8,37$  кГ/мм<sup>2</sup> во внутреннем слое.

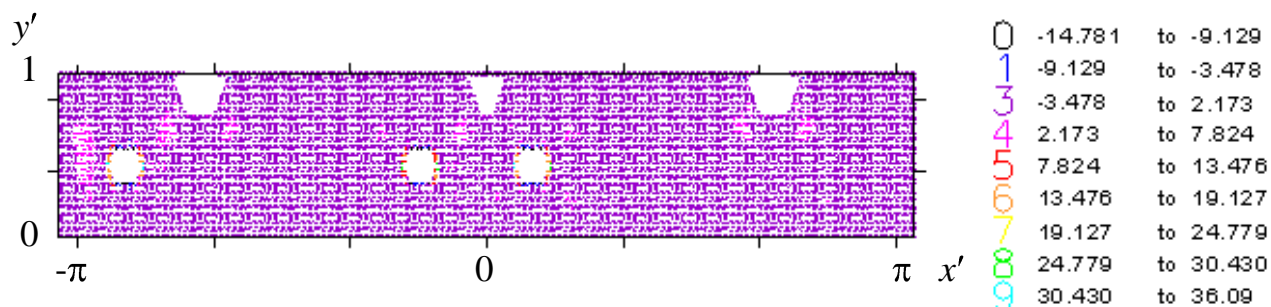


Рисунок 5.29–Распределение напряжений  $\sigma_t$  (кГ/мм<sup>2</sup>) во внешнем слое обшивки

На краях люков отметим наличие небольших областей (правильнее характеризовать их как точечные) наибольших растяжений и сжатий. В первом слое обшивки зоны наибольших растяжений расположены на краях первого и третьего люков на высоте  $y'=0,5$ . Максимальное значение окружных напряжений

в этих областях равно  $36,09 \text{ кГ/мм}^2$ . В материале внутреннего слоя расположение зон повышенных напряжений сохранилось, однако значения увеличились в почти в 2,6 раза по сравнению с внешним слоем и достигли  $94,72 \text{ кГ/мм}^2$ . Зоны наибольших сжимающих напряжений в обоих слоях расположены вертикально друг над другом по краям люков. В материале внешнего слоя обшивки напряжения  $\sigma_t$  достигают  $-14,78 \text{ кГ/мм}^2$ , а во внутреннем  $-34,79 \text{ кГ/мм}^2$ , что в 2,35 раз больше чем во внешнем слое.

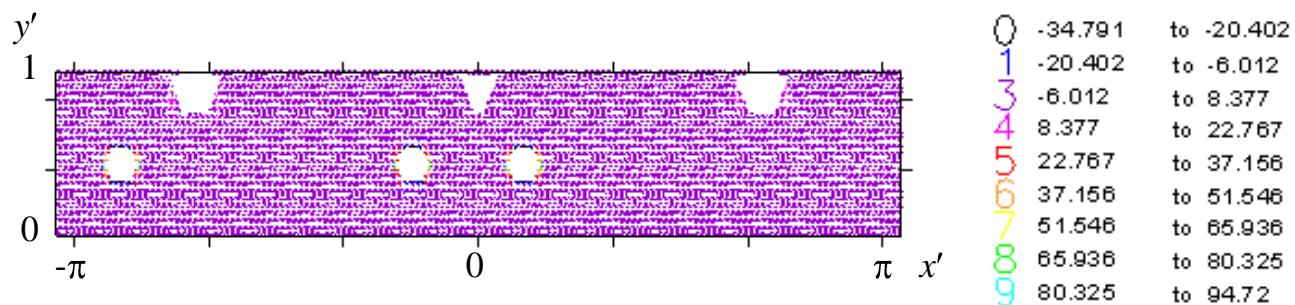


Рисунок 5.30—Распределение напряжений  $\sigma_t$  ( $\text{кГ/мм}^2$ ) во внутреннем слое обшивки

Касательные напряжения  $\tau_{st}$  во внешнем и внутреннем слое обшивки распределены одинаково (рисунок 5.31, рисунок 5.32). Ближе к вырезам значения касательных напряжений растут. Области максимальных положительных значений напряжений  $\tau_{st}$  расположены справа на краю первого и второго выреза. Зоны наибольшего сжатия сосредоточены на краю люков. Они чередуются с зонами растяжений.

Максимальные значения сжимающих напряжений  $\tau_{st}$  в первом слое обшивки  $-2,64 \text{ кГ/мм}^2$ , во втором слое  $-2,22 \text{ кГ/мм}^2$ . Значения наибольших касательных напряжений  $\tau_{st}$  во внешнем слое равны  $2,67 \text{ кГ/мм}^2$ , во внутреннем слое  $2,35 \text{ кГ/мм}^2$ .

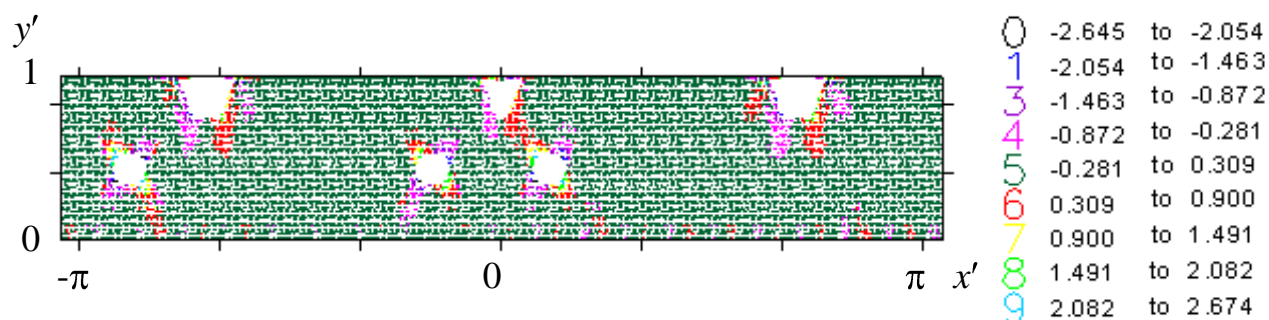


Рисунок 5.31—Распределение касательных напряжений  $\tau_{st}$  ( $\text{кГ/мм}^2$ )

во внешнем слое обшивки



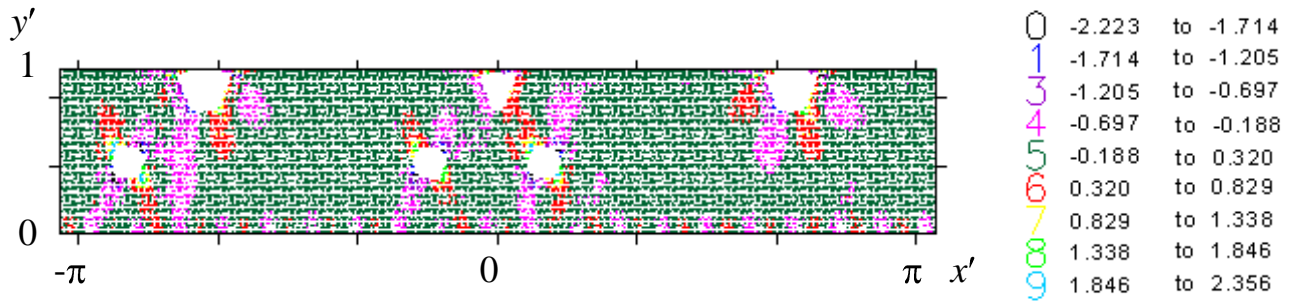
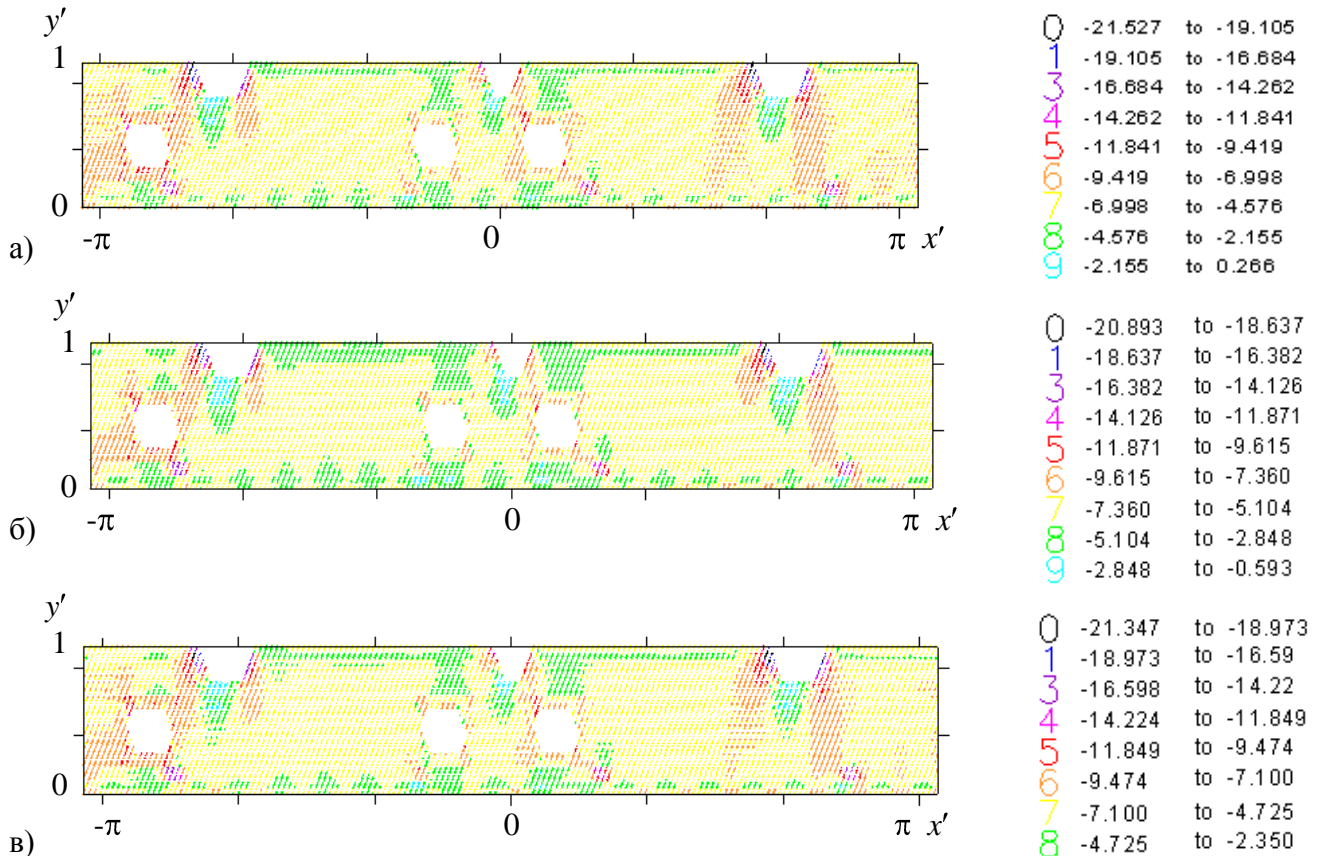


Рисунок 5.32—Распределение касательных напряжений  $\tau_{st}$  (кг/мм<sup>2</sup>)  
во внутреннем слое обшивки

### *Напряжения в оребрении летательного аппарата*

На рисунках 5.33 и 5.34 представлены распределения напряжения  $\sigma_s$  в спиральных ребрах с учетом расположения характерных точек вычисления результатов в поперечном сечении балки (рисунок 3.11-а). В местной системе координат ось  $s$  направлена вдоль ребра, ось  $t$  перпендикулярно  $s$  по касательной к оболочке. Ось  $n$  дополняет эти два вектора до правой тройки, направлена по нормали во внешность. Учитывая обозначенную местную систему координат, к внутренним расчётным точкам в поперечном сечении ребер отнесем с первой по третью точки, а к внешним – с седьмой по девятую.





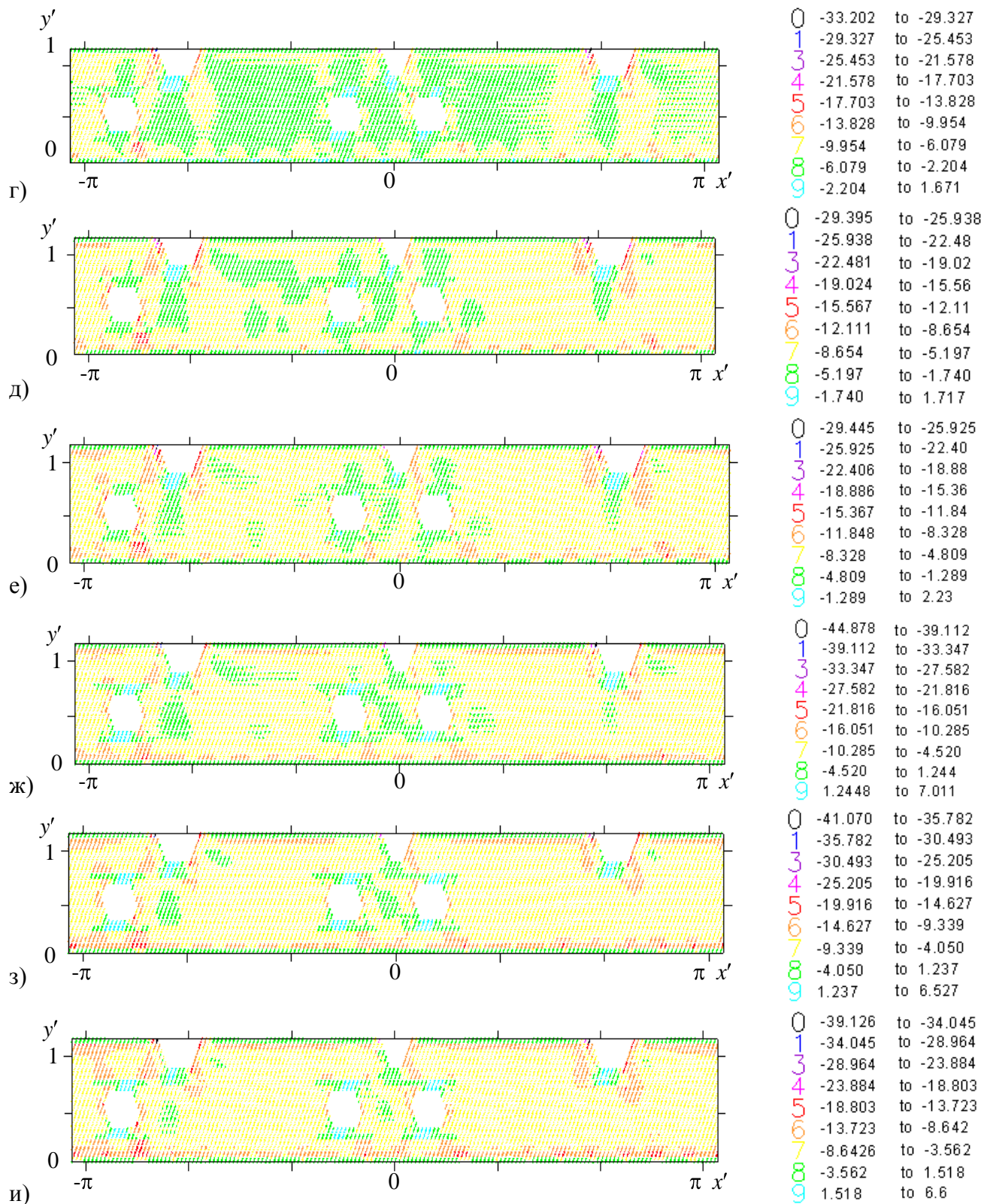


Рисунок 5.33–Напряжения  $\sigma_s$  (кг/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном вправо:

- а – 1 точка в поперечном сечении, б – 2 точка в поперечном сечении,  
 в – 3 точка в поперечном сечении, г – 4 точка в поперечном сечении,  
 д – 5 точка в поперечном сечении, е – 6 точка в поперечном сечении,  
 ж – 7 точка в поперечном сечении, з – 8 точка в поперечном сечении,  
 и – 9 точка в поперечном сечении

Зоны наибольшего растяжения расположены в области наибольших нагрузок между вторым и первым вырезами. Области максимальных растяжений приходятся на границы первого и второго вырезов: в случае спиральных ребер с наклоном влево по левой стороне вырезов, для спиральных ребер с наклоном вправо – по правой стороне. Порядок значений напряжений  $\sigma_s$  для ребер с наклоном влево и вправо одинаков. Кроме того, сходны картины распределения значений напряжений компоненты  $\sigma_s$  с учетом точки вычисления результатов в плане поперечного сечения.

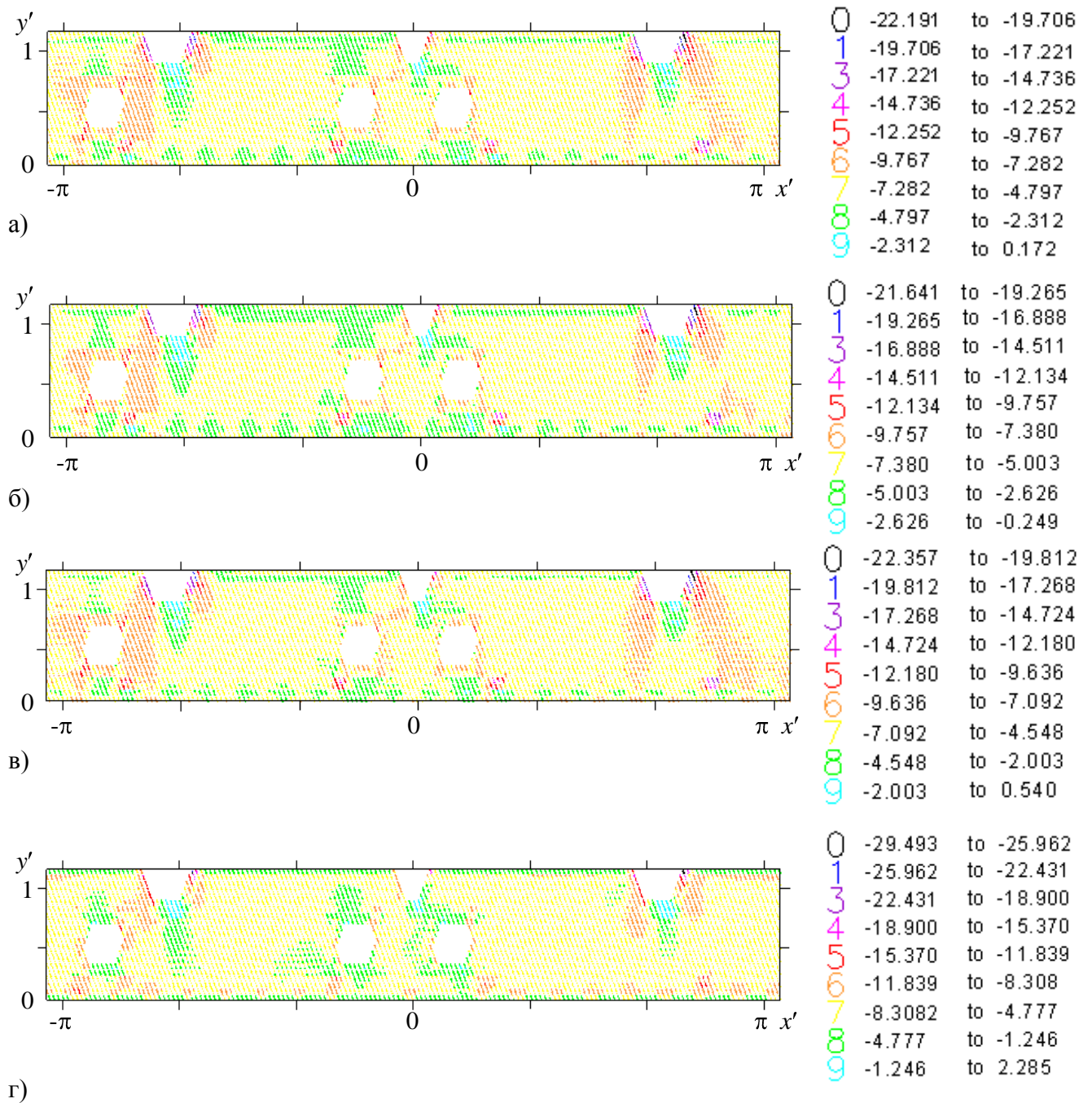
Поля напряжений  $\sigma_s$  с выраженными протяженными зонами повышенных сжимающих напряжений в области наибольших нагрузок характерны для внутренних расчётных точек сечения (рисунок 5.33 а-в, 5.34 а-в). Область наибольшего сжатия протягивается от левой границы второго выреза до прилегающей зоны правой границы первого выреза, включая в себя обширную область вокруг первого люка. Значения напряжений в ней составляют порядка 12-9,5 кГ/мм<sup>2</sup>. В среднем значения напряжений  $\sigma_s$  спиральных рёбер в первых трёх расчётных точках поперечного сечения балки принимают значения от -7 кГ/мм<sup>2</sup> до -4,5 кГ/мм<sup>2</sup>.

Рассматривая поля компоненты напряжений  $\sigma_s$  с 4 по 6 расчётные точки (рисунок 5.33 г-е, 5.34 г-е), отметим, что зоны наибольшего сжатия заметно уменьшились. Сверху и снизу первого и второго люков появились зоны наименьших напряжений, включающие точки растяжений. Такие же области примыкают к нижней части всех вырезов. Значения напряжений в этих зонах составляют от -2,2 кГ/мм<sup>2</sup> до 1,2 кГ/мм<sup>2</sup>.

Наибольших значений напряжения  $\sigma_s$  достигают во внешних точках сечения балок (рисунок 5.33 ж-и, 5.34 ж-и). В среднем значения напряжений  $\sigma_s$  спиральных рёбер не изменились. Они составляют от -10 кГ/мм<sup>2</sup> до -4 кГ/мм<sup>2</sup>. Однако именно в этих расчётных точках компонента  $\sigma_s$  принимает наибольшие положительные и отрицательные значения. Зоны повышенных сжимающих напряжений протягиваются вдоль шпангоутов, окаймляя все вырезы. Наибольших

значений сжимающие напряжения  $\sigma_s$  достигают на краю в верхних углах первого и второго вырезов: в спиральных ребрах с наклоном вправо  $-44,87 \text{ кГ/мм}^2$ , в ребрах с наклоном влево  $-45,33 \text{ кГ/мм}^2$ .

Зоны максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_s$  располагаются сверху и снизу люков, а также около дна первого и второго вырезов. Компонента  $\sigma_s$  достигает значения  $7,3 \text{ кГ/мм}^2$ .



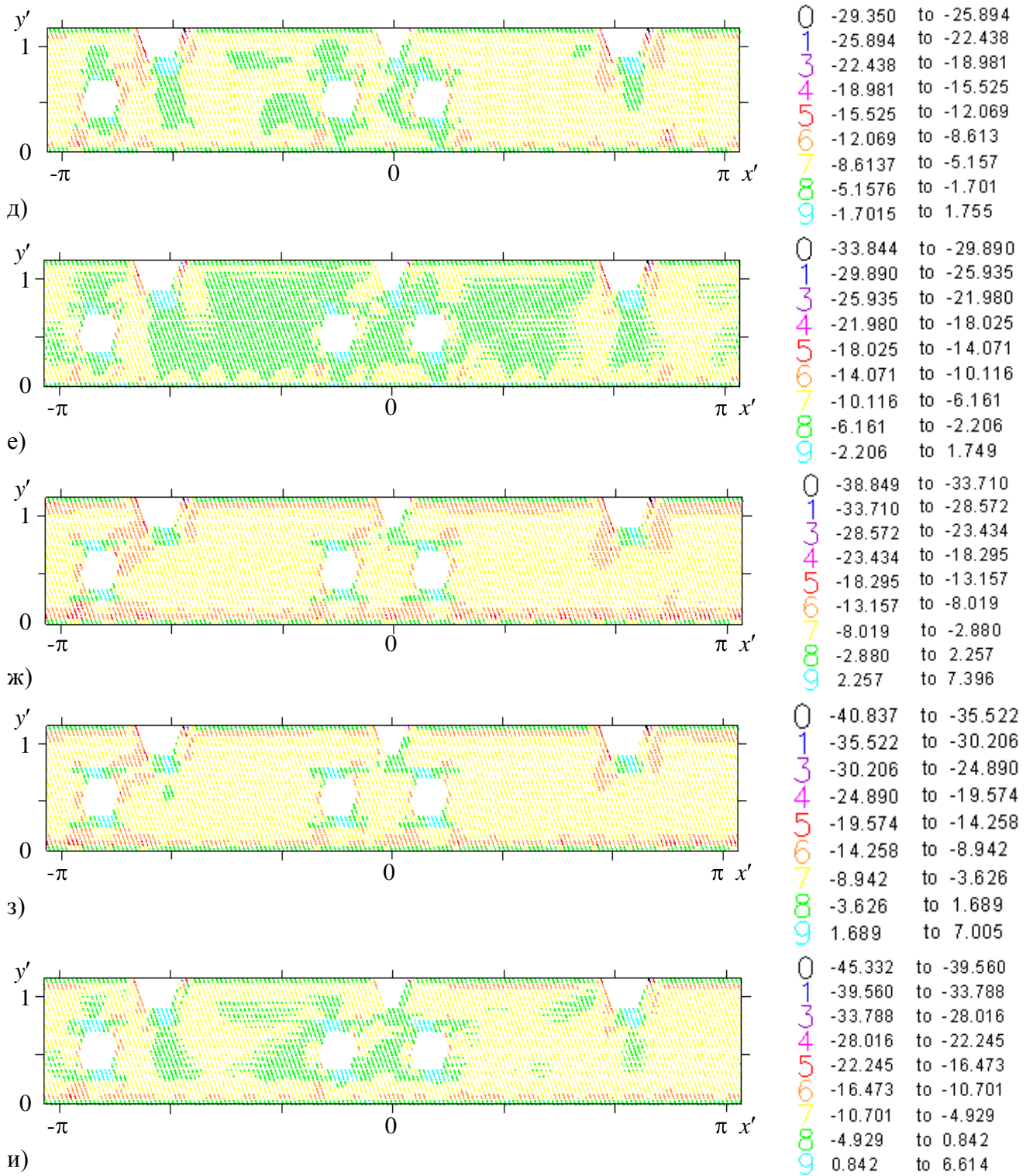


Рисунок 5.34—Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном влево:

- а – 1 точка в поперечном сечении, б – 2 точка в поперечном сечении,  
 в – 3 точка в поперечном сечении, г – 4 точка в поперечном сечении,  
 д – 5 точка в поперечном сечении, е – 6 точка в поперечном сечении,  
 ж – 7 точка в поперечном сечении, з – 8 точка в поперечном сечении,  
 и – 9 точка в поперечном сечении

Кольцевые ребра конструкции в основном подвержены растяжению, однако существуют и области сжатия (рисунок 5.35). Зоны наибольшего сжатия расположены вокруг вырезов и люков, причём это характерно для внутренних расчётных точек поперечного сечения балок (с первой по третью) (рисунок 5.35 а-в). Анализируя полученные значения напряжений  $\sigma_s$  в расчётных точках сечения кольцевых рёбер, отмечаем: чем ближе расчётные точки к верхней границе сечения, тем больше ребра подвержены растяжению.

Рассматривая поле напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах с четвёртой по шестую расчётные точки (что соответствует средней части сечения) отметим, что область повышенных растяжений расположена между вторым и первым вырезами в зоне наибольших нагрузок. Значения компоненты  $\sigma_s$  здесь изменяются от  $2,2 \text{ кГ/мм}^2$  до  $3,2 \text{ кГ/мм}^2$  (рисунок 5.35 г-е). В кольцевых ребрах максимальные положительные значения напряжения  $\sigma_s$  принимают по краям первого и второго вырезов ( $7,3 \text{ кГ/мм}^2$ ), где ранее располагалась область сжатия (рисунок 5.35, а-в).

Анализ рисунка 5.35 ж-и показывает, что во внешних расчётных точках поперечного сечения балок (с 7 по 9 точки) напряжения  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах достигают наибольших положительных значений  $22 \text{ кГ/мм}^2$  на границах первого и второго вырезов. Зона повышенных положительных напряжений  $\sigma_s$  опоясывает все три люка.

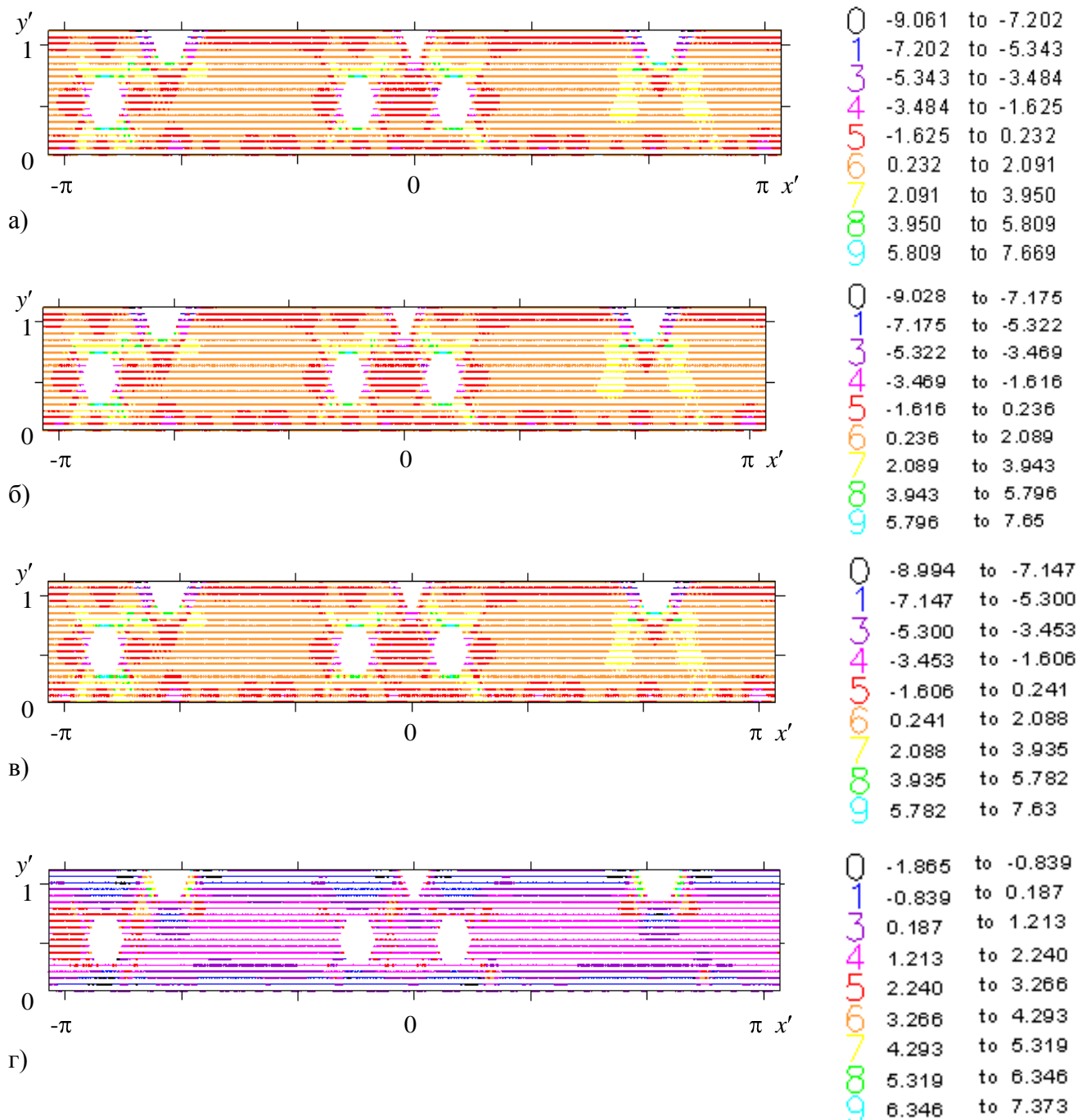
Анализ напряжений  $\sigma_s$  в ребрах (Приложение К, рисунок К.1) показывает, что вертикальные балки и стрингеры в основном подвержены сжатию. Рассматривая напряжения во внутренних расчётных точках сечения, видим, что стрингеры на втором и третьем люке испытывают максимальное сжатие: напряжение  $\sigma_s$  принимает значение  $-25,9 \text{ кГ/мм}^2$ . Расчёт напряжений  $\sigma_s$  в средних и внешних расчётных точках поперечного сечения балок показывает, что наибольшее сжимающее напряжение испытывают стрингеры на крышке первого люка (до  $-30,62 \text{ кГ/мм}^2$ ).

Большая часть вертикальных балок (Приложение К, рисунок К.1, а-е) испытывает среднее сжатие: напряжение  $\sigma_s$  изменяется от  $-9 \text{ кГ/мм}^2$  до  $6 \text{ кГ/мм}^2$ .



Однако расчёты значений напряжений  $\sigma_s$  во внешних расчетных точках поперечного сечения балок (Приложение К, рисунок К.1, ж-и) показывают, что сжимающие напряжения возрастают, достигая  $-32,62 \text{ кГ/мм}^2$ . Это приводит к растяжению вертикальных балок в местах их крепления к шпангоутам.

Таким образом, по сравнению с базовым вариантом напряжения увеличились в тех элементах, в которых запас прочности по напряжениям был наибольшим. Это подтверждает обоснованность сделанных рекомендаций.



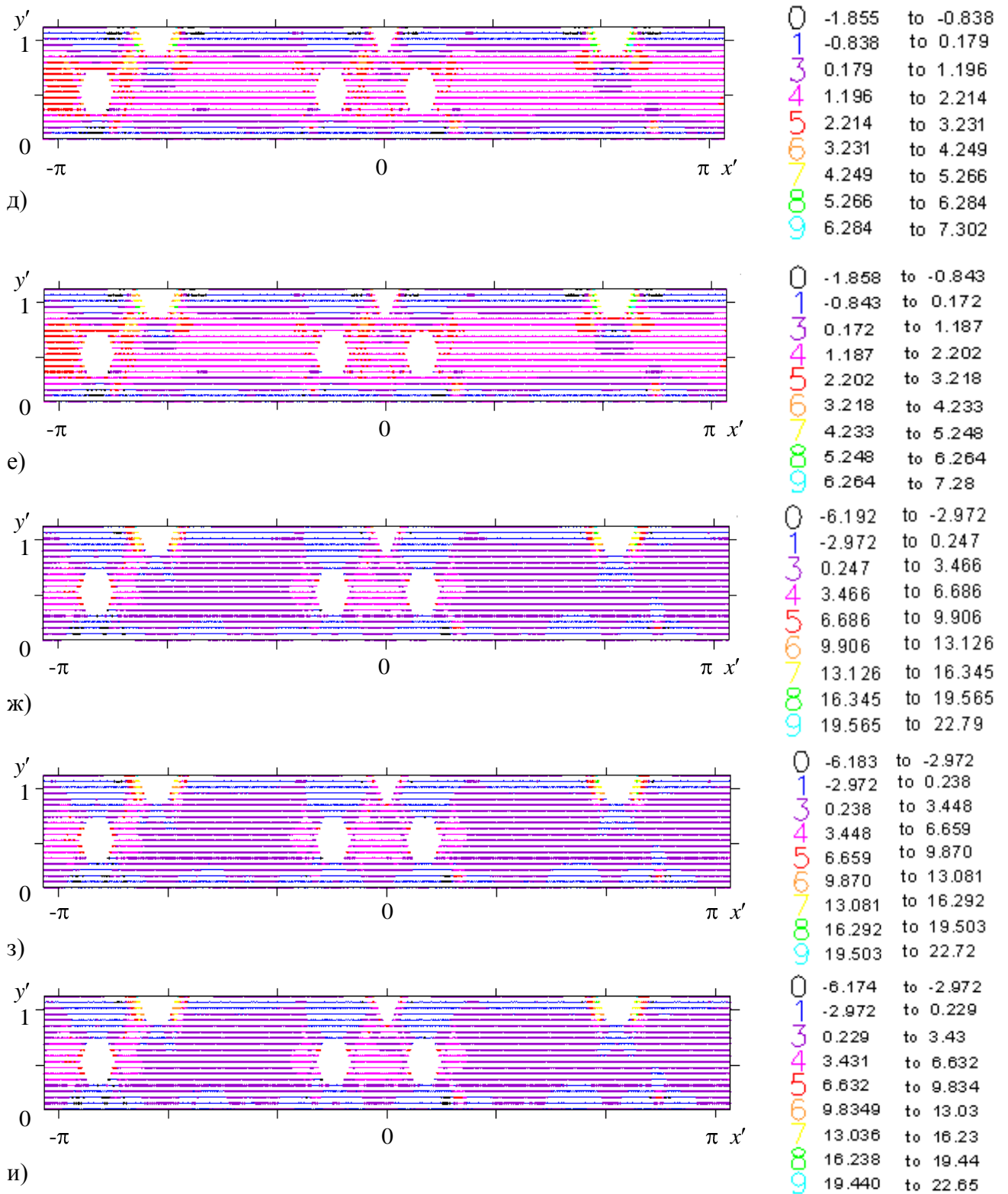


Рисунок 5.35—Поля напряжений  $\sigma_s$  ( $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ ) в кольцевых ребрах:  
 а – 1 точка в поперечном сечении, б – 2 точка в поперечном сечении,  
 в – 3 точка в поперечном сечении, г – 4 точка в поперечном сечении,  
 д – 5 точка в поперечном сечении, е – 6 точка в поперечном сечении,  
 ж – 7 точка в поперечном сечении, з – 8 точка в поперечном сечении,  
 и – 9 точка в поперечном сечении

### ***Влияние жесткости обшивки в окрестности вырезов.***

Для оценки влияния обшивки на напряжения в окрестности вырезов, проанализируем напряжения в ребрах окантовок без учета обшивки.

Рассмотрим поля напряжений в ребрах, попадающих в зону внутренних окантовок вырезов при условии отсутствия обшивки во внутренней окантовке. Оценку напряженно-деформированного состояния проведем в следующих спиральных ребрах модели: 121, 122 ребра с наклоном влево и 279, 280 ребра с наклоном вправо (рисунок 5.36).

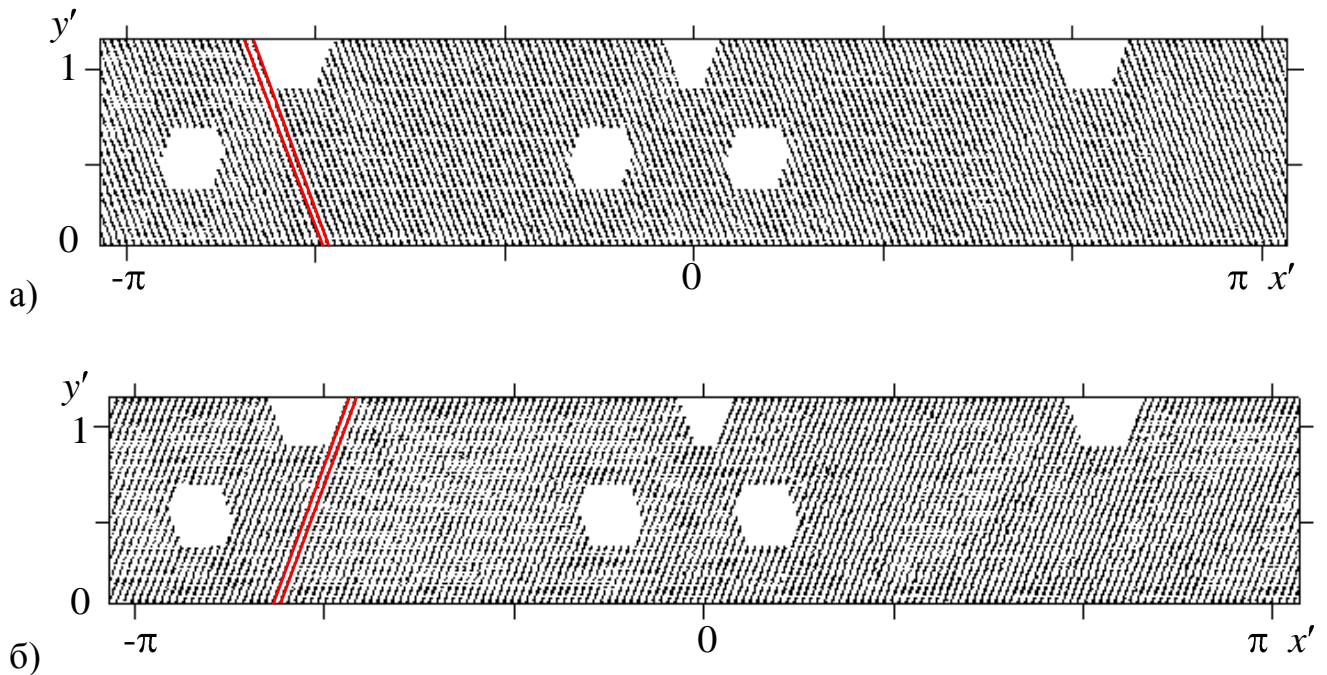


Рисунок 5.36—Спиральные ребра на развертке, попадающие в зону внутренней окантовки первого выреза: а – 121, 122, б – 279, 280

Напряжения  $\sigma_s$  в спиральных ребрах, попадающих в зону внутренних окантовок, представлены на рисунке 5.37. Напряжения убывают по величине от передней стенки к задней пока ребро не достигает внутренней окантовки, причем во всех точках по толщине поперечного сечения ребра величины напряжений  $\sigma_s$  приблизительно равны. При переходе в зону внутренней окантовки наблюдается резкое возрастание напряжений  $\sigma_s$  вплоть до шпангоута, где опять наблюдается уменьшение напряжений. Причем напряжения  $\sigma_s$  принимают свои наибольшие значения в расчетных точках 7-9 по толщине поперечного сечения ребер, а



наименьшие значения в расчетных точках 1-3. Однако, на пиках максимумов наибольшие значения напряжения  $\sigma_s$  достигают в расчетных точках 1-3: до  $-64 \text{ кГ/мм}^2$  в ребрах с наклоном влево (линия 1 на рисунке 5.37 - а) и до  $-69 \text{ кГ/мм}^2$  в ребрах с наклоном вправо (линия 1 на рисунке 5.37 - б). В расчетных точках 4-6 и 7-9 значения напряжений  $\sigma_s$  уменьшаются по сравнению со значениями в точках 1-3 на 23% и 37% соответственно.

Рассмотрим напряжения в спиральных ребрах с наклоном влево (125 - 130 ребро), попадающих в первый вырез (рисунок 5.38). На рисунке 5.39 изображены напряжения  $\sigma_s$  в данных спиральных ребрах в 9 расчетной точке поперечных сечений. Расчетная точка 9 лежит на внешней стороне ребра, которая подвергается наибольшим деформациям. Из рисунка 5.39 видно, что на всех ребрах наблюдается заметное уменьшение продольных напряжений при достижении ребрами внешней окантовки. При достижении ребрами зоны средней окантовки напряжения  $\sigma_s$  вновь возрастают и затем убывают в зоне внутренней окантовки.

Сравним продольные напряжения  $\sigma_s$ , вычисленные в разных расчетных точках поперечного сечения одного из этих ребер, например 126 (рисунок 5.40). После достижения внешней окантовки выреза напряжения  $\sigma_s$ , вычисленные во всех расчетных точках заметно убывают. Однако в зоне средней окантовки в расчетных точках 4 – 9 наблюдается рост напряжений, в точках 1-3 спад значений напряжений  $\sigma_s$  продолжается до самого края выреза. Наибольших значений напряжения  $\sigma_s$  достигают в расчетных точках 7-9 поперечного сечения ребра, однако в зоне средней окантовки картина меняется на противоположную, и в точках 7-9 наоборот наблюдаем наименьшие значения этих напряжений.

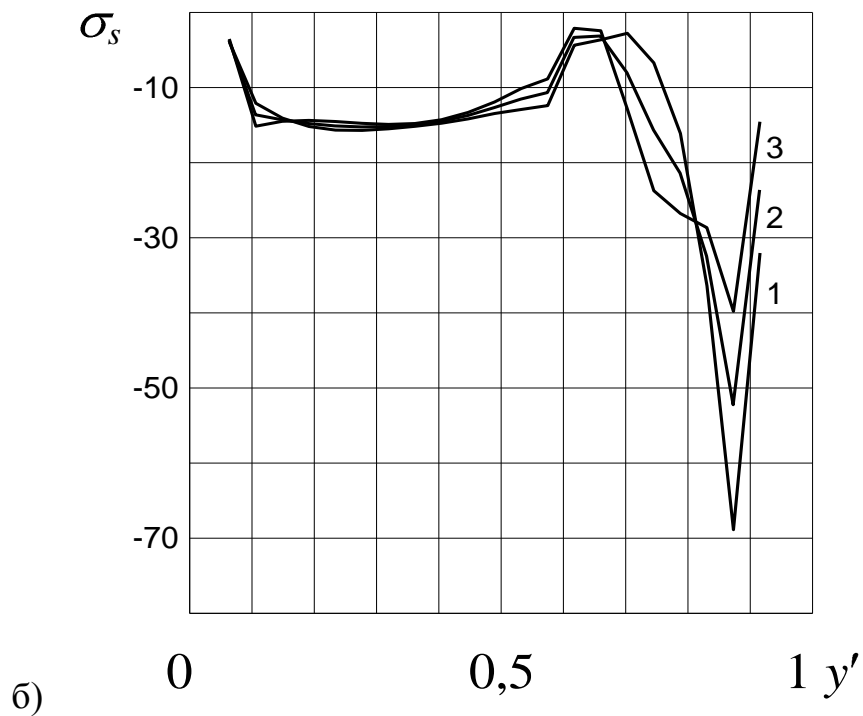
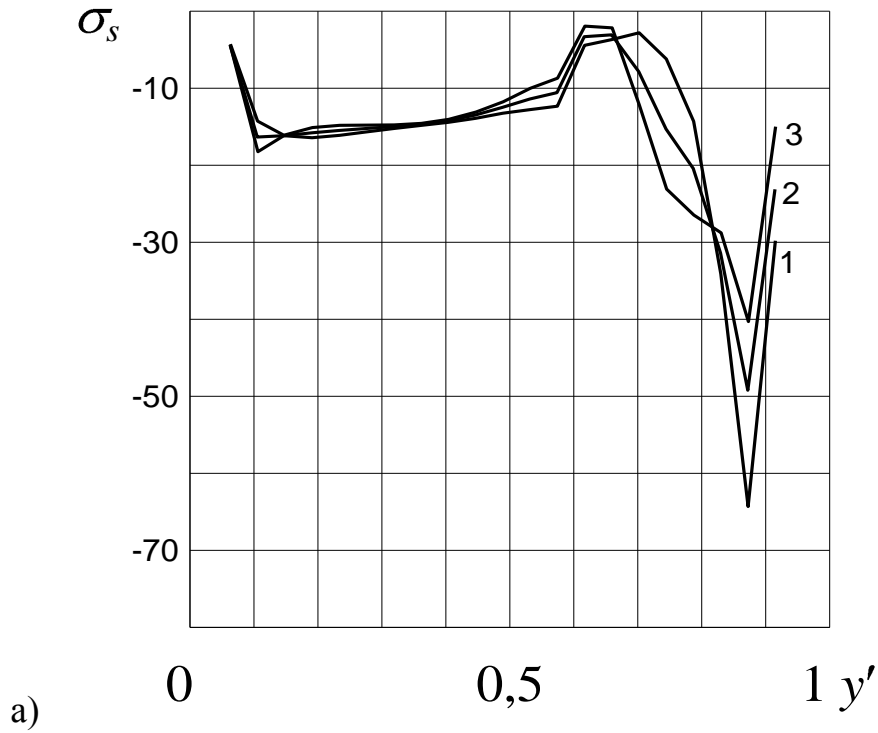


Рисунок 5.37–Напряжения  $\sigma_s$  (кг/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах, проходящих через внутреннюю окантовку первого выреза:

а – 121, 122 ребра с наклоном влево, б – 279, 280 ребра с наклоном вправо;

1 – 1, 2, 3 расчетные точки по толщине поперечного сечения,

2 – 4, 5, 6 расчетные точки по толщине поперечного сечения,

3 – 7, 8, 9 расчетные точки по толщине поперечного сечения

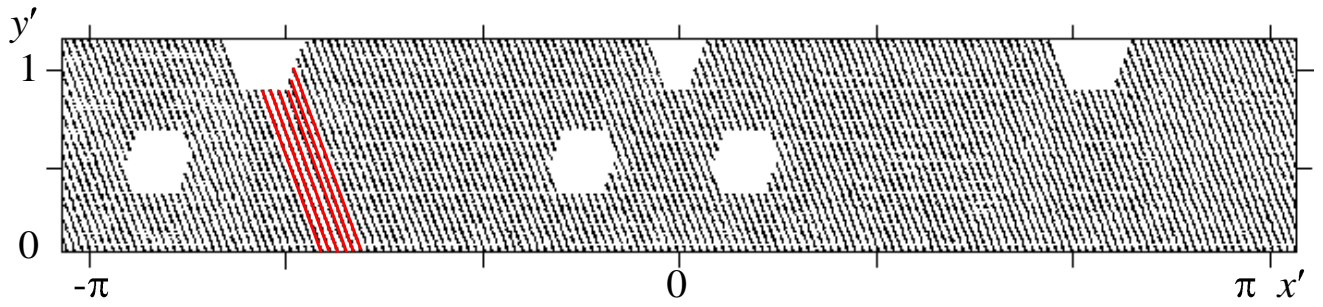


Рисунок 5.38–Спиральные ребра 125-130 с наклоном влево вверх на развертке

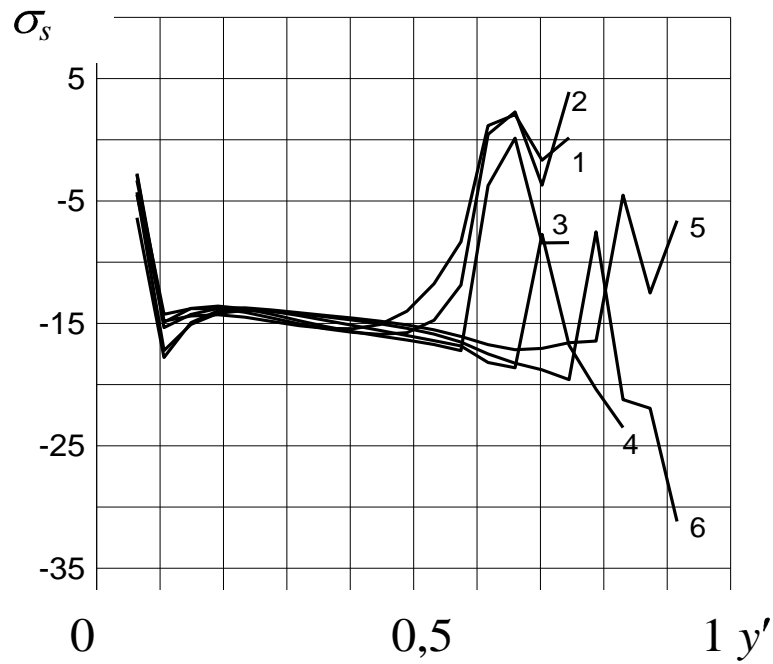


Рисунок 5.39–Напряжения  $\sigma_s$  ( $\text{кг}/\text{мм}^2$ ) в 9 расчетной точке поперечного сечения спиральных ребер с наклоном влево вверх, попавших в первый вырез:

1 – 125 ребро, 2 – 126, 3 – 127, 4 – 128, 5 – 129, 6 – 130

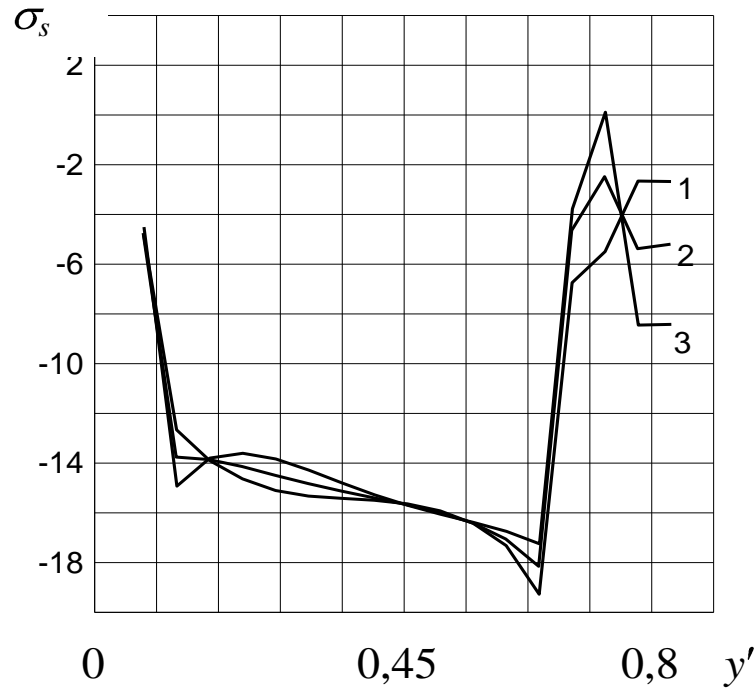


Рисунок 5.40—Напряжения  $\sigma_s$  (кг/мм<sup>2</sup>) в 126 спиральном ребре с наклоном влево вверх, попавшим в первый вырез:

- 1 – 1, 2, 3 расчетные точки по толщине поперечного сечения ребра,  
2 – 4, 5, 6 расчетные точки, 3 – 7, 8, 9 расчетные точки

Рассмотрим напряженное состояние спиральных ребер с наклоном влево вверх (231-235 ребра), попавших во второй вырез (рисунок 5.41). На рисунке 5.42 изображены продольные напряжения  $\sigma_s$  в этих ребрах, вычисленные в 9 расчетной точке поперечных сечений.

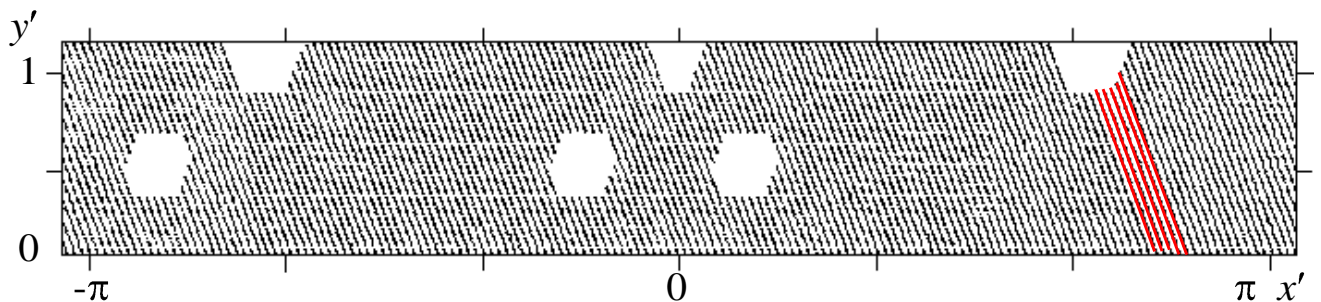


Рисунок 5.41—Спиральные ребра 231-235 с наклоном влево вверх на развертке

На рисунке 5.42 наблюдается уменьшение значений напряжений  $\sigma_s$  во всех ребрах при достижении внешней окантовки. В районе внутренней окантовки

напряжения  $\sigma_s$  снова возрастают. Однако в отличие от рисунка 5.40 в этих ребрах наблюдаются скачки значений напряжений  $\sigma_s$ , что объясняется влиянием усилений оболочки, через которые проходят данные ребра.

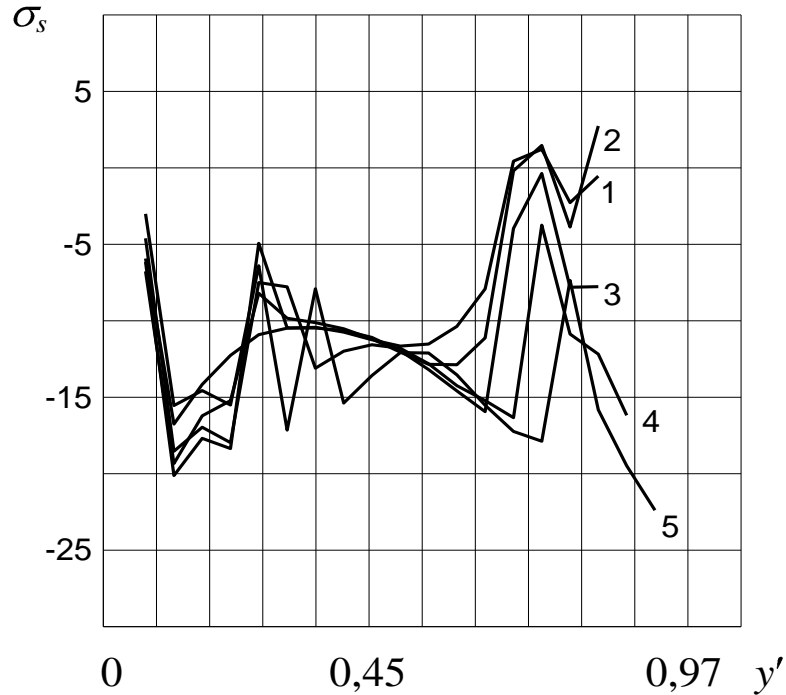


Рисунок 5.42—Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в 9 расчетной точке поперечного сечения спиральных ребер с наклоном влево, попавших во второй вырез:

1 – 231 ребро, 2 – 232, 3 – 233, 4 – 234, 5 – 235

На рисунке 5.43 изображены спиральные ребра 236, 237 конечно-элементной модели, попавшие во второй вырез.

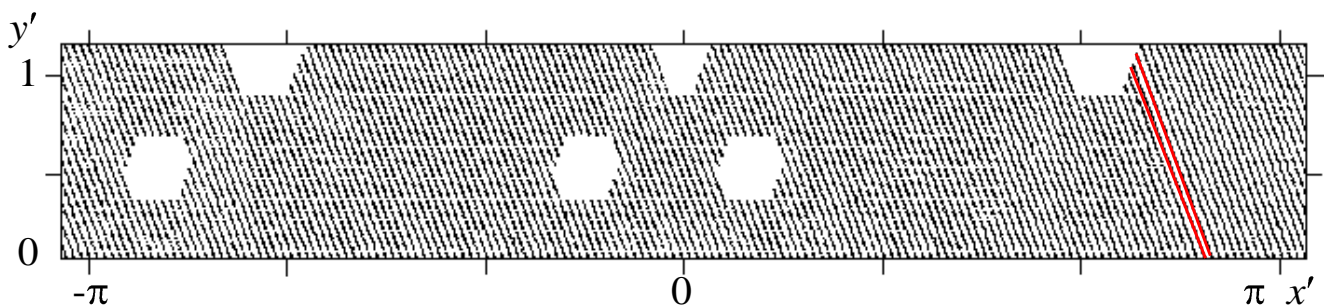


Рисунок 5.43—Спиральные ребра 236, 237 с наклоном влево вверх на развертке

В отличие от ребер 231-235, ребра 236 и 237 большей своей частью лежат в каких-либо усилениях конструкции, что отражается на значениях напряжений  $\sigma_s$  (рисунок 5.44): значения изменяются скачкообразно по всей длине ребер. Наибольшие значения напряжений  $\sigma_s$  достигают на передней кромке ребра 236.

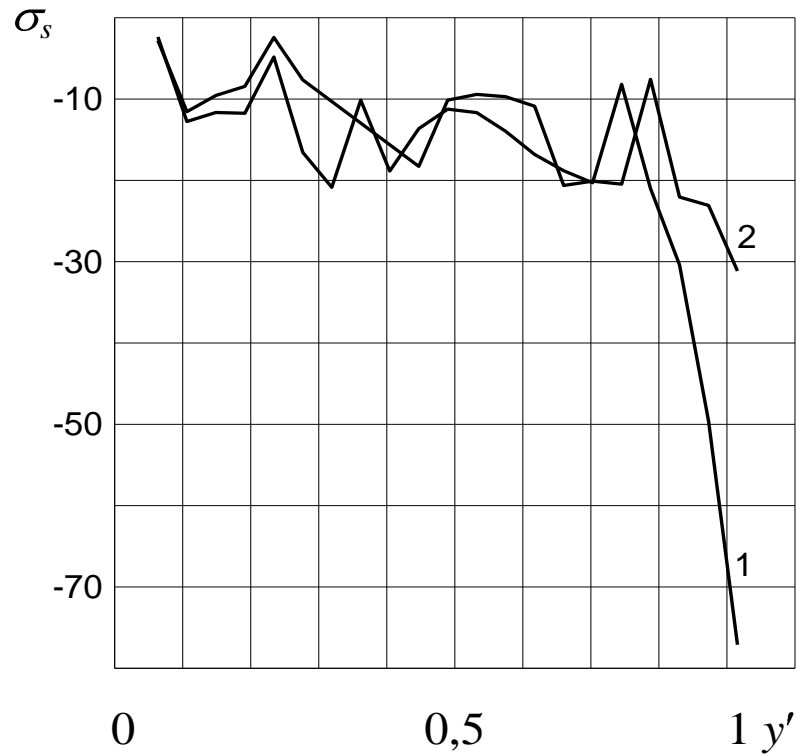


Рисунок 5.44—Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в 9 расчетной точке поперечного сечения спиральных ребер с наклоном влево, попавших во второй вырез:

1 – 236 ребро, 2 – 237 ребро

На рисунке 5.46 представлены продольные напряжения в спиральных ребрах в зоне внутренней окантовки третьего выреза (рисунок 5.45). Данные ребра попадают в разные местные усиления оболочки, в связи с чем наблюдаются осцилляции напряжений по всей их длине.

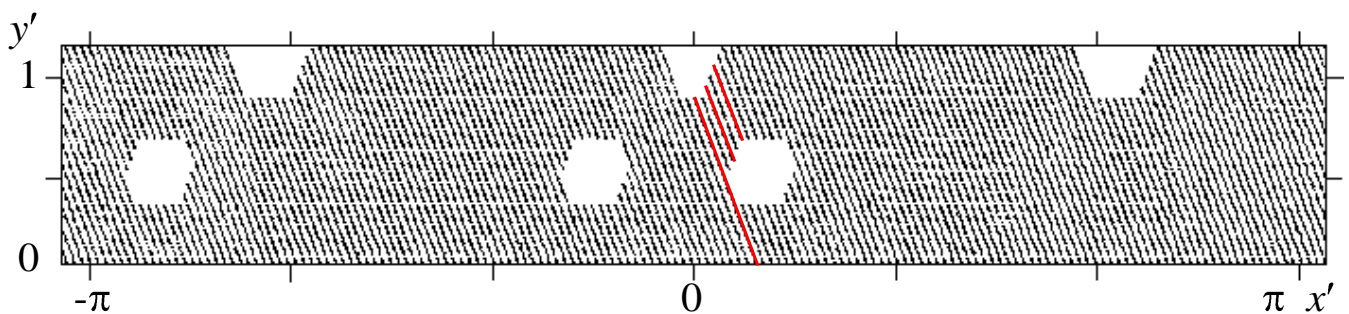


Рисунок 5.45—Спиральные ребра 178, 180, 182 с наклоном влево вверх на развертке

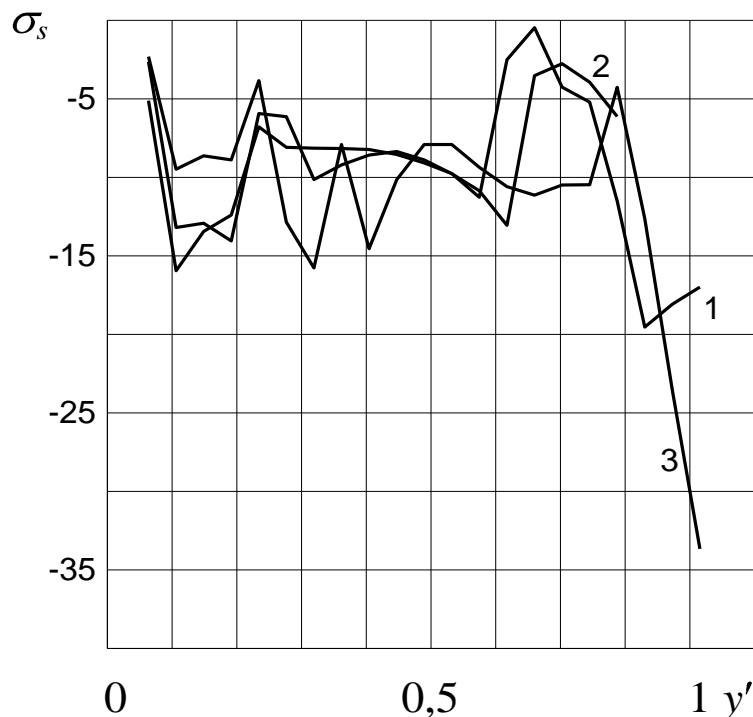


Рисунок 5.46—Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в 9 расчетной точке поперечного сечения спиральных ребер с наклоном влево, попавших в третий вырез:

1 – 180 ребро, 2 – 182, 3 – 178

Рассмотрим напряженное состояние кольцевых ребер, проходящих вблизи вырезов и попадающих в вырезы (рисунок 5.47).

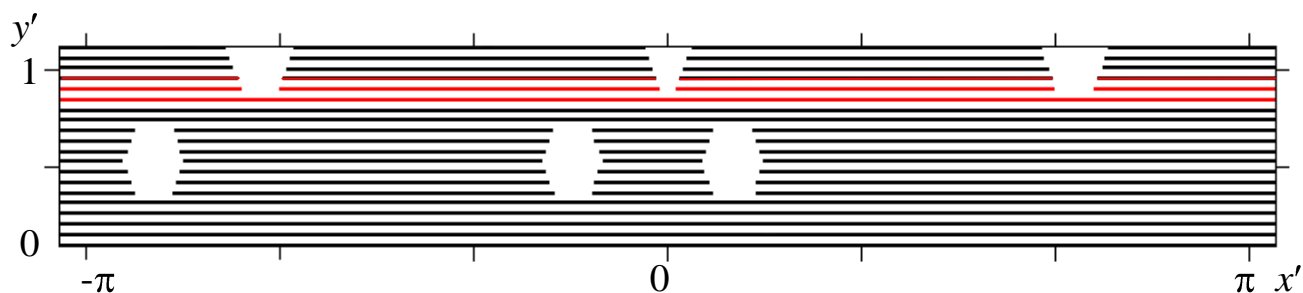


Рисунок 5.47—Кольцевые ребра с 38 по 41

На рисунке 5.48 представлены напряжения в кольцевом ребре, попадающим во внутреннюю окантовку вырезов (ребро 38). Наибольших значений напряжения  $\sigma_s$  достигают в 1-3 расчетных точках поперечного сечения ребер. Пики напряжений приходятся как раз на места, попадающие в зону окантовок вырезов, причем в окантовке второго выреза они наибольшие, в окантовке первого выреза меньше на 15% и в окантовке третьего выреза еще меньше на 60%.

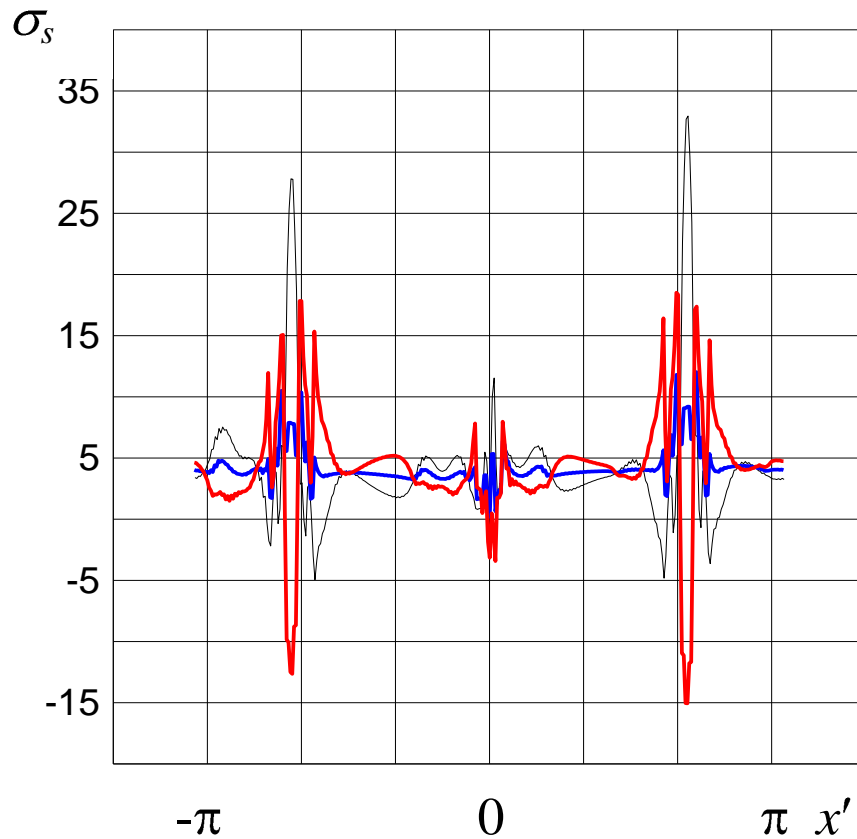


Рисунок 5.48–Напряжения  $\sigma_s$  (кг/мм<sup>2</sup>) в 38 кольцевом ребре, проходящем через внутреннюю окантовку вырезов:

черная – 1, 2, 3 расчетные точки в поперечном сечении ребра,

синяя – 4, 5, 6 расчетные точки в поперечном сечении ребра,

красная – 7, 8, 9 расчетные точки в поперечном сечении ребра

Напряжения  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах, попавших в вырезы, изображены на рисунках 5.49 и 5.50. На рисунке 5.49 представлены напряжения  $\sigma_s$  в 39 кольцевом ребре в разных расчетных точках поперечного сечения. Видно, что своих наибольших значений напряжения  $\sigma_s$  достигают в 7-9 расчетных точках (рисунок 5.49, в). Причем достигаются они как раз в зоне окантовок вырезов. Наибольшие пики значений напряжений  $\sigma_s$ , вычисленных в 1-3 расчетных точках, приходятся на окантовку третьего выреза (рисунок 5.49-а). Для остальных расчетных точек сечения наибольшими оказываются напряжения в окантовке второго выреза.



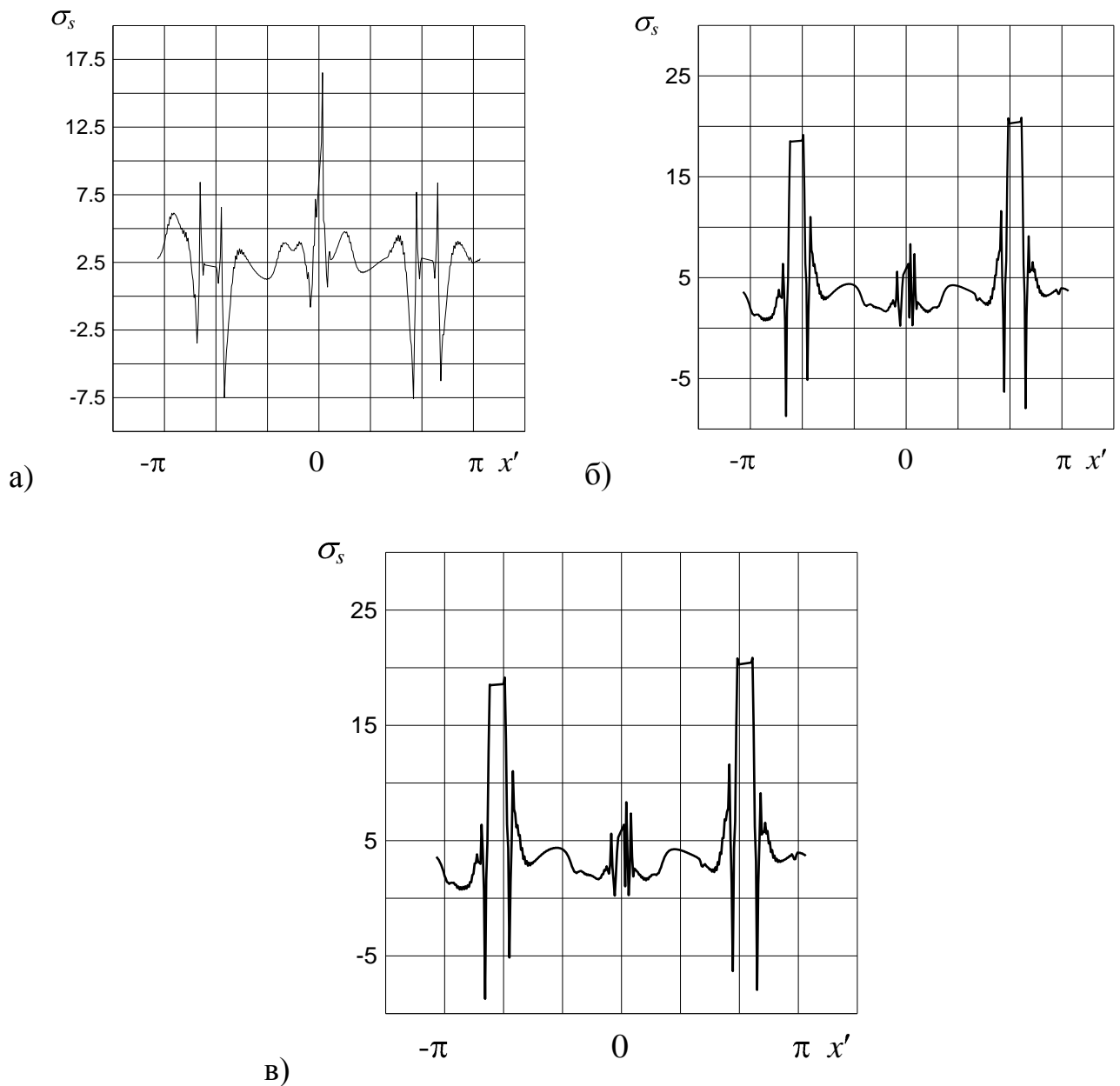


Рисунок 5.49—Напряжения  $\sigma_s$  ( $\text{кг/мм}^2$ ) в 39 кольцевом ребре, попавшем во внутреннюю окантовку и вырезы:

- а – 1, 2, 3 расчетные точки в поперечном сечении ребра,
- б – 4, 5, 6 расчетные точки в поперечном сечении ребра,
- в – 7, 8, 9 расчетные точки в поперечном сечении ребра

На рисунке 5.50 сравниваются напряжения  $\sigma_s$  кольцевых ребер, попавших в вырезы. Как видно из рисунков, наибольшие значения напряжения  $\sigma_s$  достигают в 41 ребре (в зоне внутренней окантовки первого и второго вырезов).

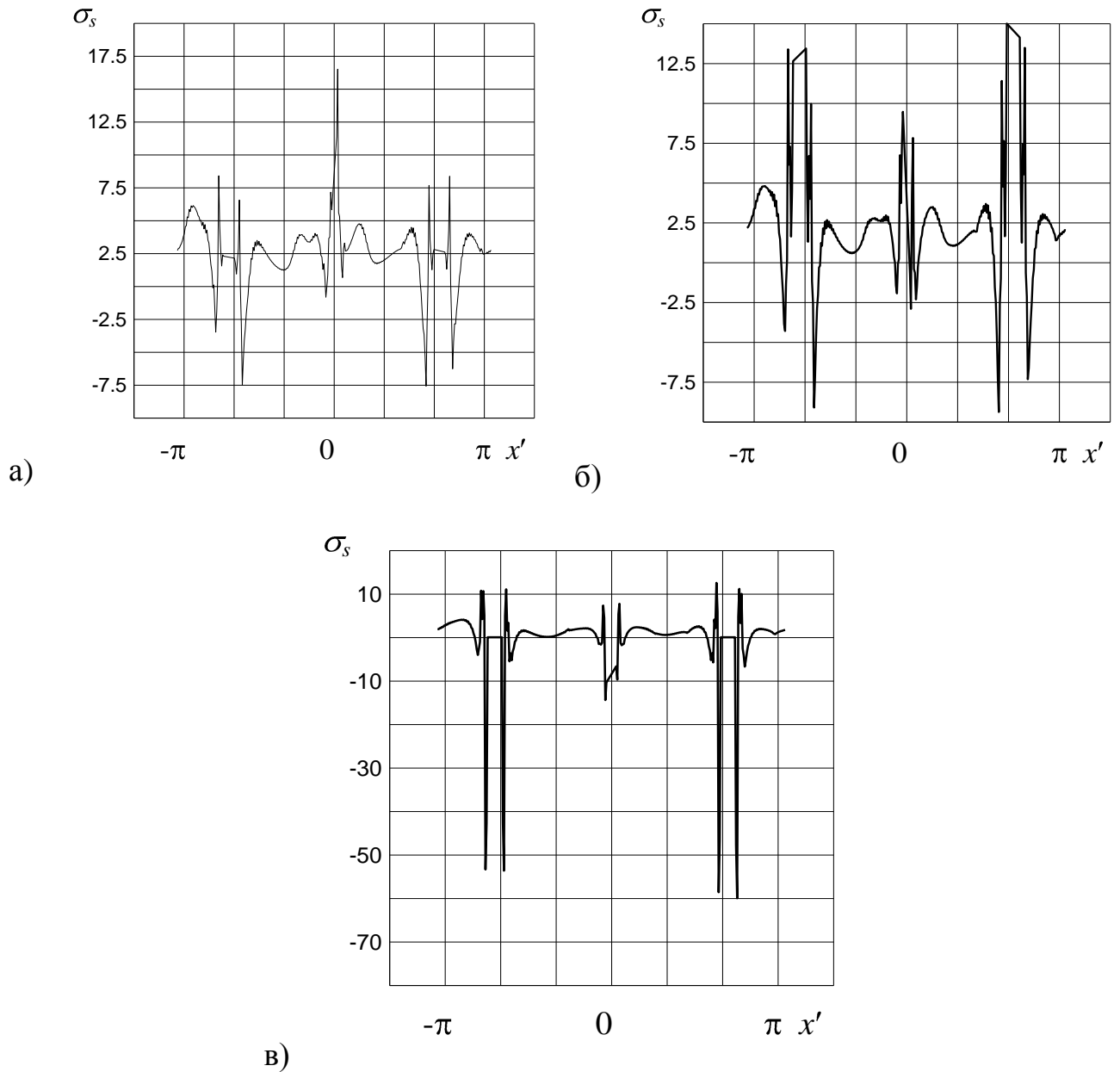


Рисунок 5.50–Напряжения  $\sigma_s$  ( $\text{кг/мм}^2$ ) в первой расчетной точке поперечного сечения кольцевых ребер, попавших во внутреннюю окантовку и вырезы:

а – 39 ребро, б – 40 ребро, в – 41 ребро

Таким образом, «выключение» обшивки на окантовках вырезов не приводит к существенному снижению напряжений в ребрах. Это является аргументом в пользу того, что окантовка с выбранными параметрами в достаточной степени компенсирует влияние выреза. Проверочный расчет подтвердил выполнение ограничений по напряжениям в ребрах, обшивке и окантовках.

### ***Влияние положения линии приложения нагрузки.***

Исследовалось изменение продольных напряжений в ребрах сетчатой оболочки при отключении обшивки в зоне внутренних окантовок вырезов при варьировании линии приложения нагрузки  $\delta_R$ , которая добавлялась на изгибающие моменты при проведении вычислительных экспериментов.

Варьируемый параметр нагрузки  $\delta_R$  выбирался следующим образом:  $\delta_R = 1$ ,  $\delta_R = 0$ ,  $\delta_R = -1$ ,  $\delta_R = -5$ ,  $\delta_R = -10$ ,  $\delta_R = -20$ . Значения параметра  $\delta_R$  выбирались так, чтобы не выходить за пределы нормальной координаты в местной системе. За исключением последнего значения  $\delta_R$  все предыдущие удовлетворяют этому правилу, последний же параметр брали с запасом.

Жесткостные параметры верхней кольцевой балки задавались максимальными:  $I_s = 2 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ ,  $I_t = 2 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 4 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ .

На рисунках 5.51-5.53 представлены поля продольных напряжений в ребрах внутренних окантовок вырезов при варьировании линии приложения нагрузки  $\delta_R$ . Так как габаритные размеры конструкции нормировались по её высоте и длине окружности задней кромке, то нормированная высота отсека  $y'$  изменяется от 0 до 1, а нормированная длина кромки  $x'$  от  $-\pi$  до  $\pi$ .

Рассматривая продольные напряжения  $\sigma_s$  в спиральных и кольцевых ребрах (рисунки 5.51 – 5.53) можно отметить, что сжимающие напряжения достигают своего максимума на кромках в зонах первого и третьего вырезов. В кольцевых ребрах растягивающие напряжения принимают максимальные значения так же на кромках в зонах первого и третьего вырезов. Отметим, что по абсолютной величине максимальные сжимающие напряжения в спиральных ребрах больше максимальных сжимающих напряжений в кольцевых ребрах в 6 раз.

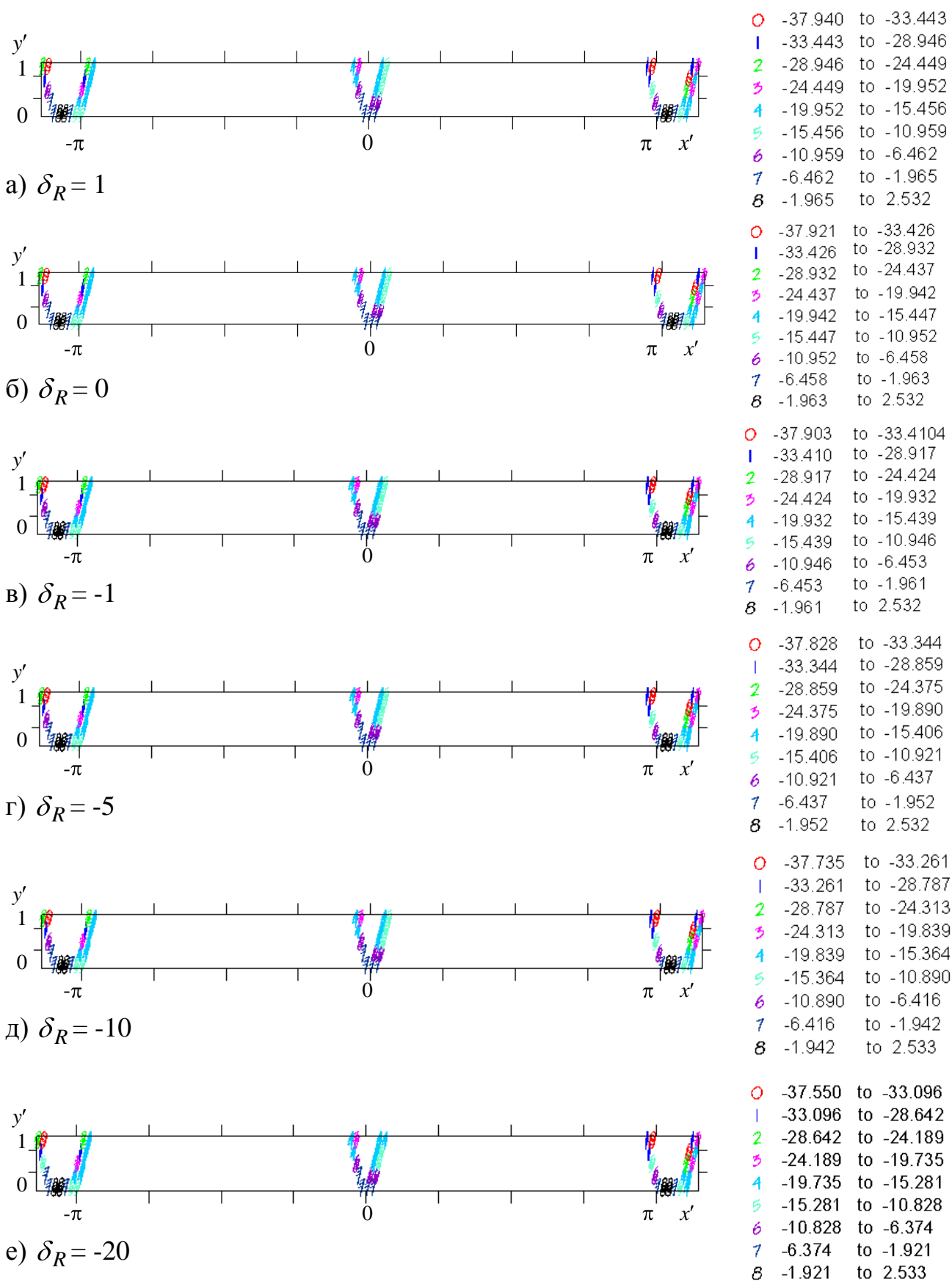


Рисунок 5.51 – Поля напряжений  $\sigma_y$  (кг/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном влево вверх в середине сечения ребра при варьировании параметра  $\delta_R$

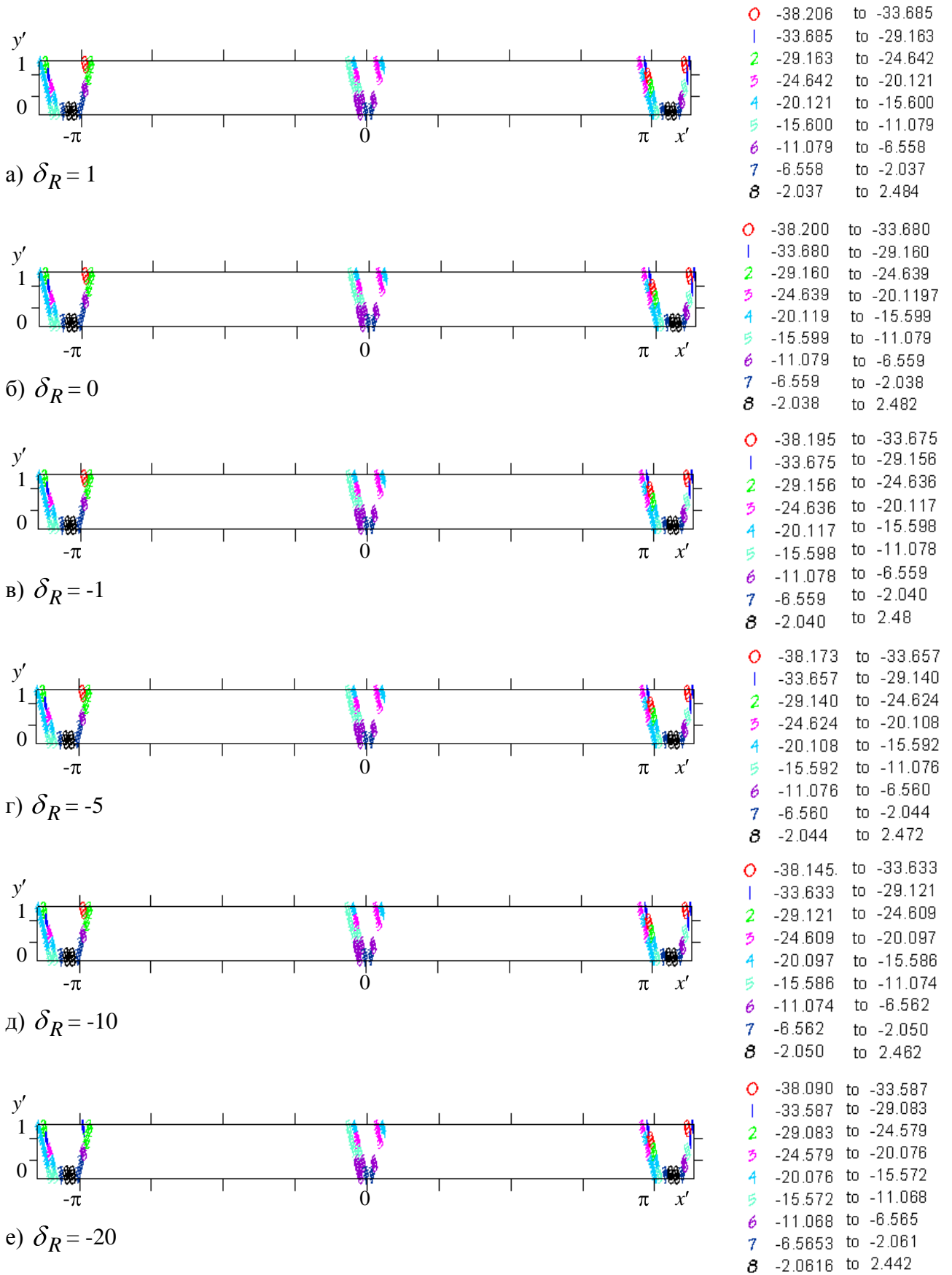


Рисунок 5.52 – Поля напряжений  $\sigma_y$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном вправо вверх в середине сечения ребра при варьировании параметра  $\delta_R$

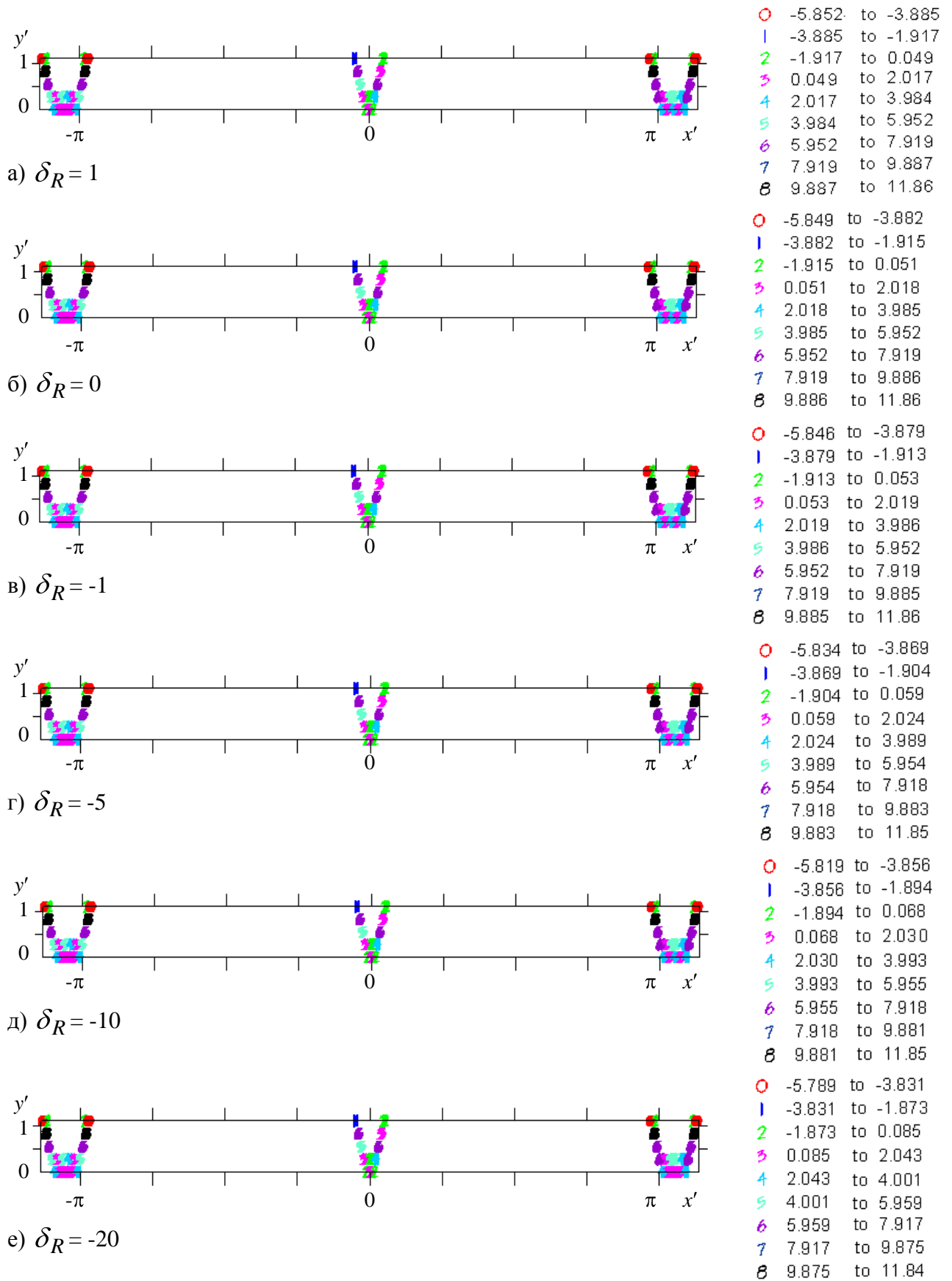
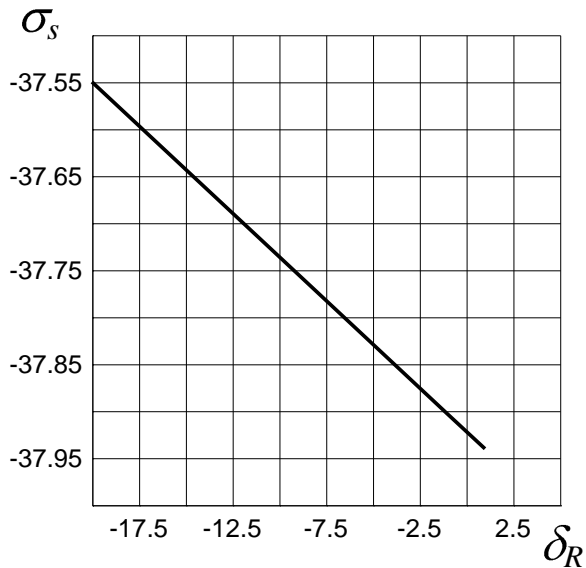
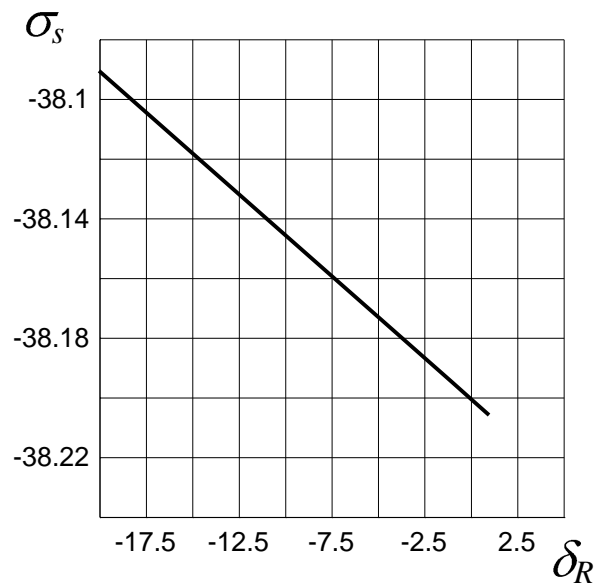


Рисунок 5.53 – Поля напряжений  $\sigma_y$  ( $\text{кГ/мм}^2$ ) в кольцевых ребрах в середине сечения ребра при варьировании параметра  $\delta_R$

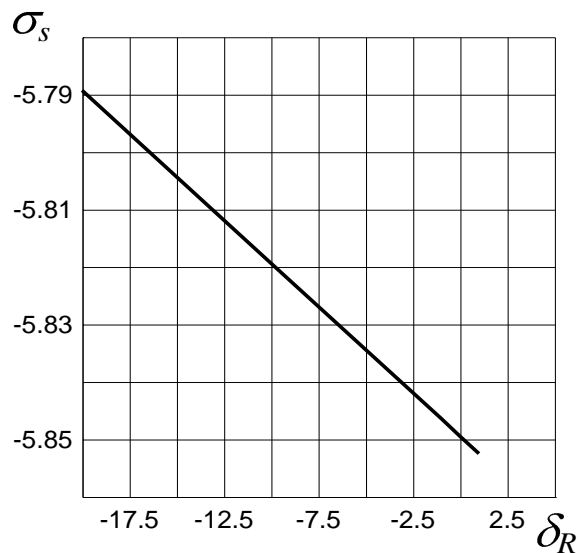
На рисунке 5.54 приведены графики зависимости максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  в ребрах внутренних окантовок вырезов от изменения линии приложения нагрузки.



а)



б)



в)

Рисунок 5.54 – Максимальные сжимающие напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) ребер внутренней окантовки с учетом изменения линии приложения нагрузки  $\delta_R$  : а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх; в – кольцевые ребра

Из графиков видно, что при уменьшении параметра  $\delta_R$  сжимающие напряжения  $\sigma_s$  линейно уменьшаются для всех видов ребер. Однако во всем диапазоне варьирования, ограниченном толщиной переднего шпангоута, изменение напряжений в ребрах не превышает 2%. Следовательно, возможное изменение погонного изгибающего момента в оболочке (модели летательного аппарата) от смещения линии приложения нагрузки не оказывает существенного влияния на напряженное состояние.

***Влияние жесткости нагружающего элемента.***

Исследовалось изменение продольных напряжений в ребрах конструкции в зоне внутренних окантовок вырезов при варьировании жесткости верхней кольцевой балки, имитирующей нагружающую крышку, при отключении обшивки. В качестве варьируемого фактора выступали моменты инерции и момент кручения, которые изменялись от  $I_s = 2 \cdot 10^5 \text{ мм}^4$ ,  $I_t = 2 \cdot 10^5 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 4 \cdot 10^5 \text{ мм}^4$ , увеличиваясь каждый раз в 10 раз, до  $I_s = 2 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ ,  $I_t = 2 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 4 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ .

На рисунках 5.55-5.57 представлены поля продольных напряжений  $\sigma_s$  в ребрах внутренних окантовок вырезов при изменении жесткости верхней кольцевой балки. Рассматривая продольные напряжения  $\sigma_s$  в спиральных и кольцевых ребрах, можно отметить, что сжимающие и растягивающие напряжения достигают своего максимума на кромках в зонах первого и третьего вырезов. Кроме того, по абсолютной величине сжимающие напряжения в спиральных ребрах больше, чем в кольцевых ребрах в среднем в 4.5 раза.



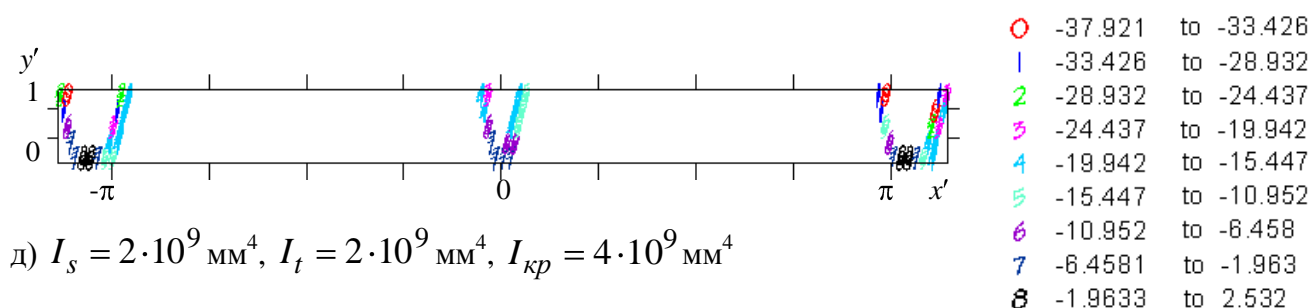
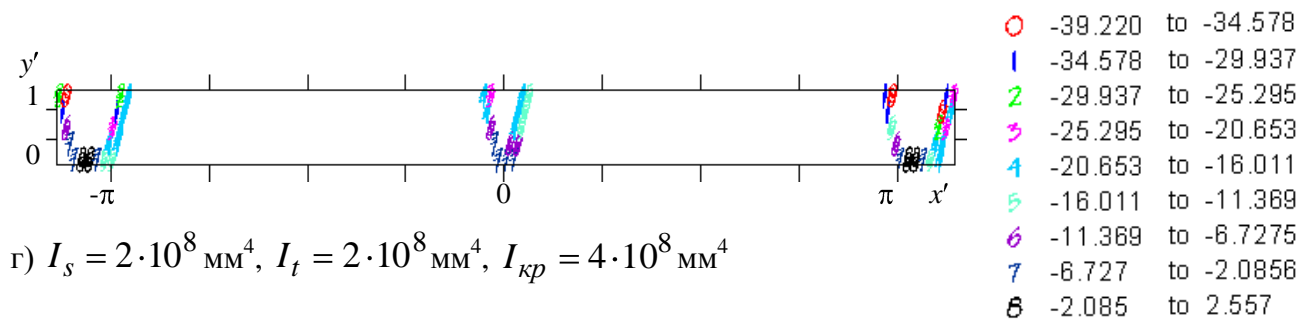
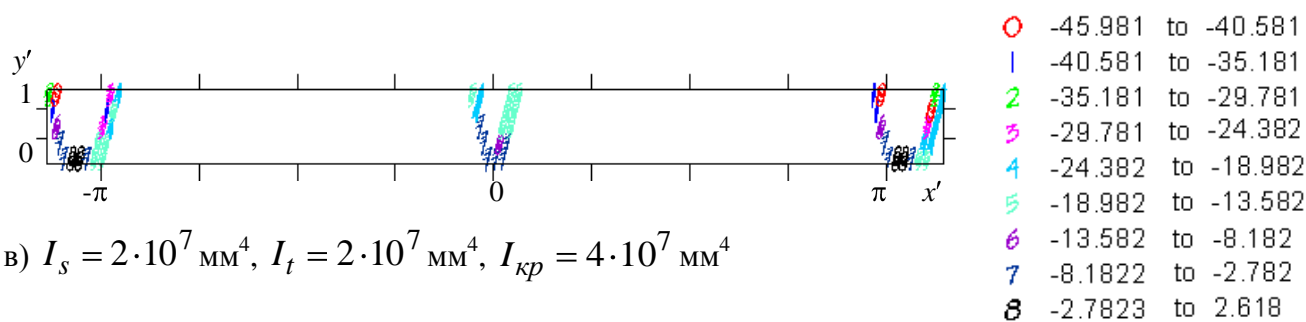
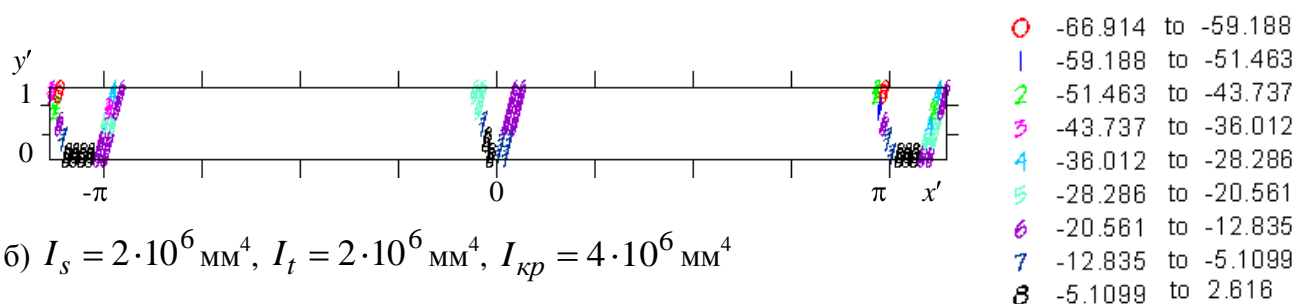
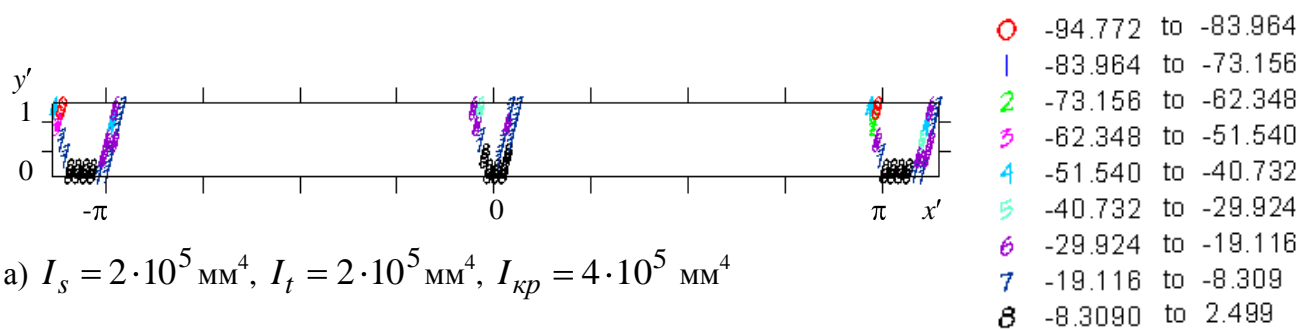


Рисунок 5.55 – Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном влево вверх в середине сечения ребра при изменении жесткости верхней кольцевой балки

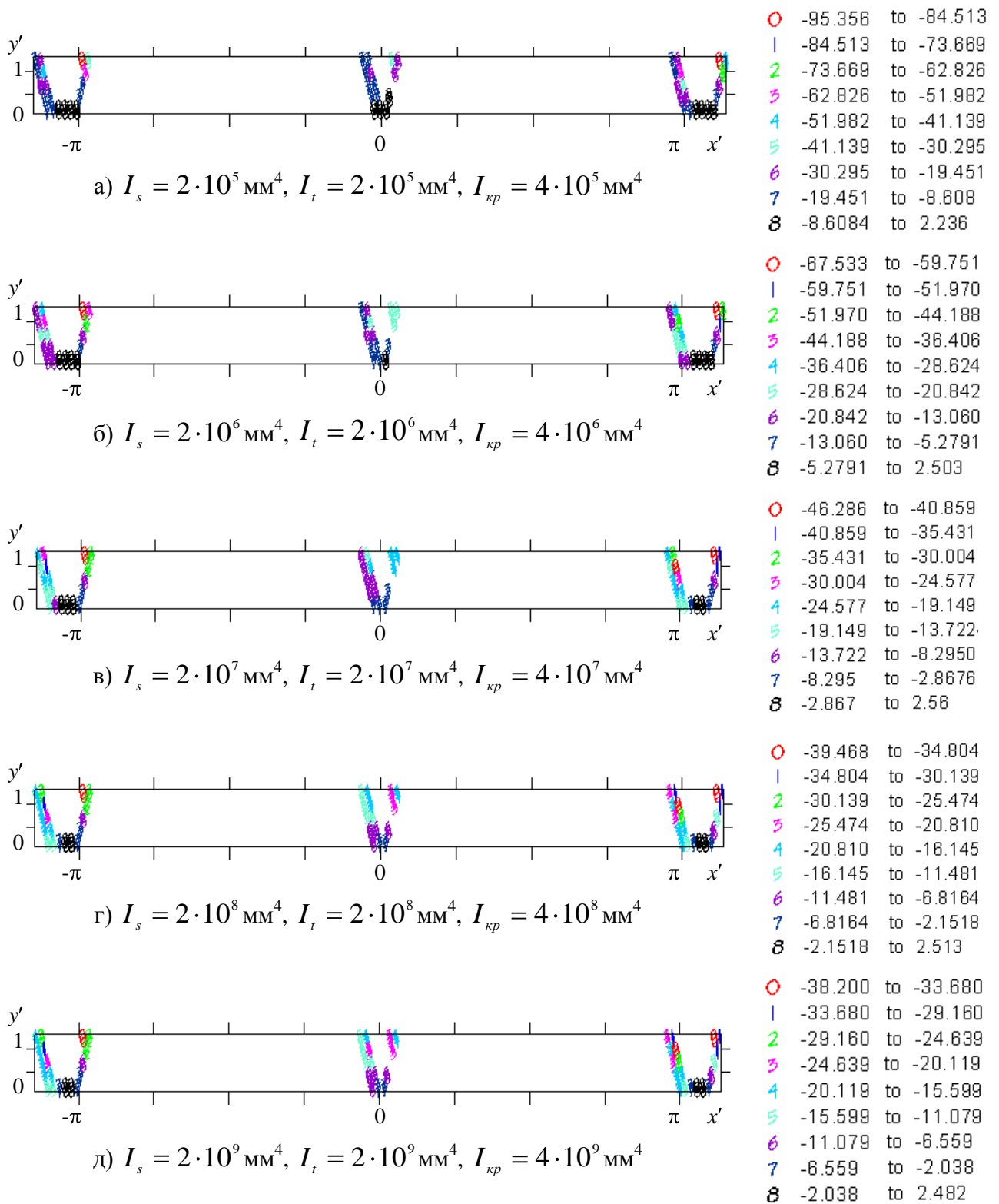


Рисунок 5.56 – Напряжения  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в спиральных ребрах с наклоном вправо вверх в середине сечения ребра при изменении жесткости верхней кольцевой балки

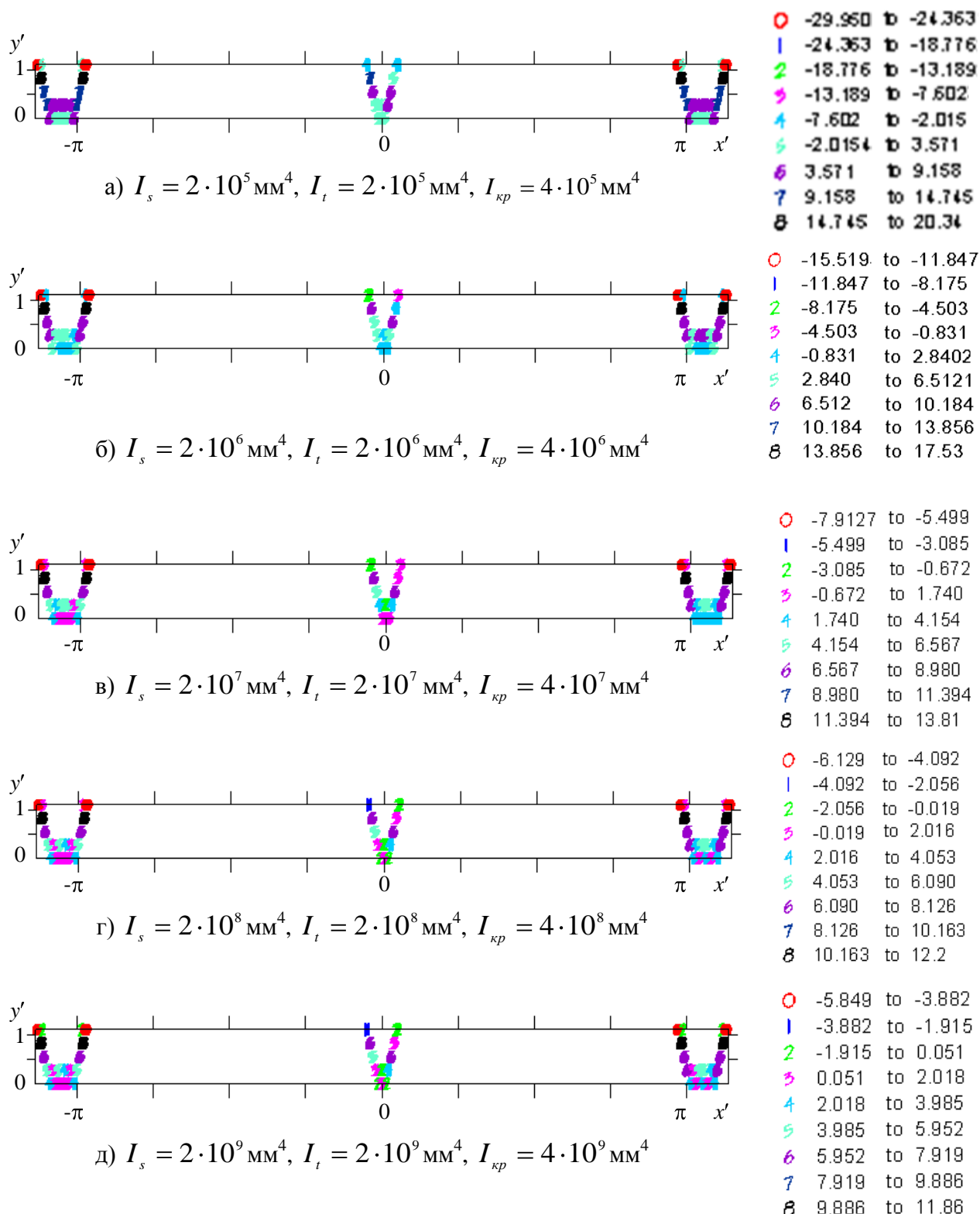


Рисунок 5.57 – Поля напряжений  $\sigma_s$  ( $\text{kG/mm}^2$ ) в кольцевых ребрах в середине сечения ребра при изменении жесткости верхней кольцевой балки

При увеличении жесткости верхней кольцевой балки, сжимающие напряжения во всех трех семействах ребер уменьшаются. Приведем графики зависимости напряжений  $\sigma_s$  от увеличения жесткости нагружающего элемента для ребер внутренней окантовки при отключении обшивки. Так как моменты

инерции изменяются пропорционально, то графики строятся в зависимости только от момента инерции  $I_s$  (рисунок 5.58).

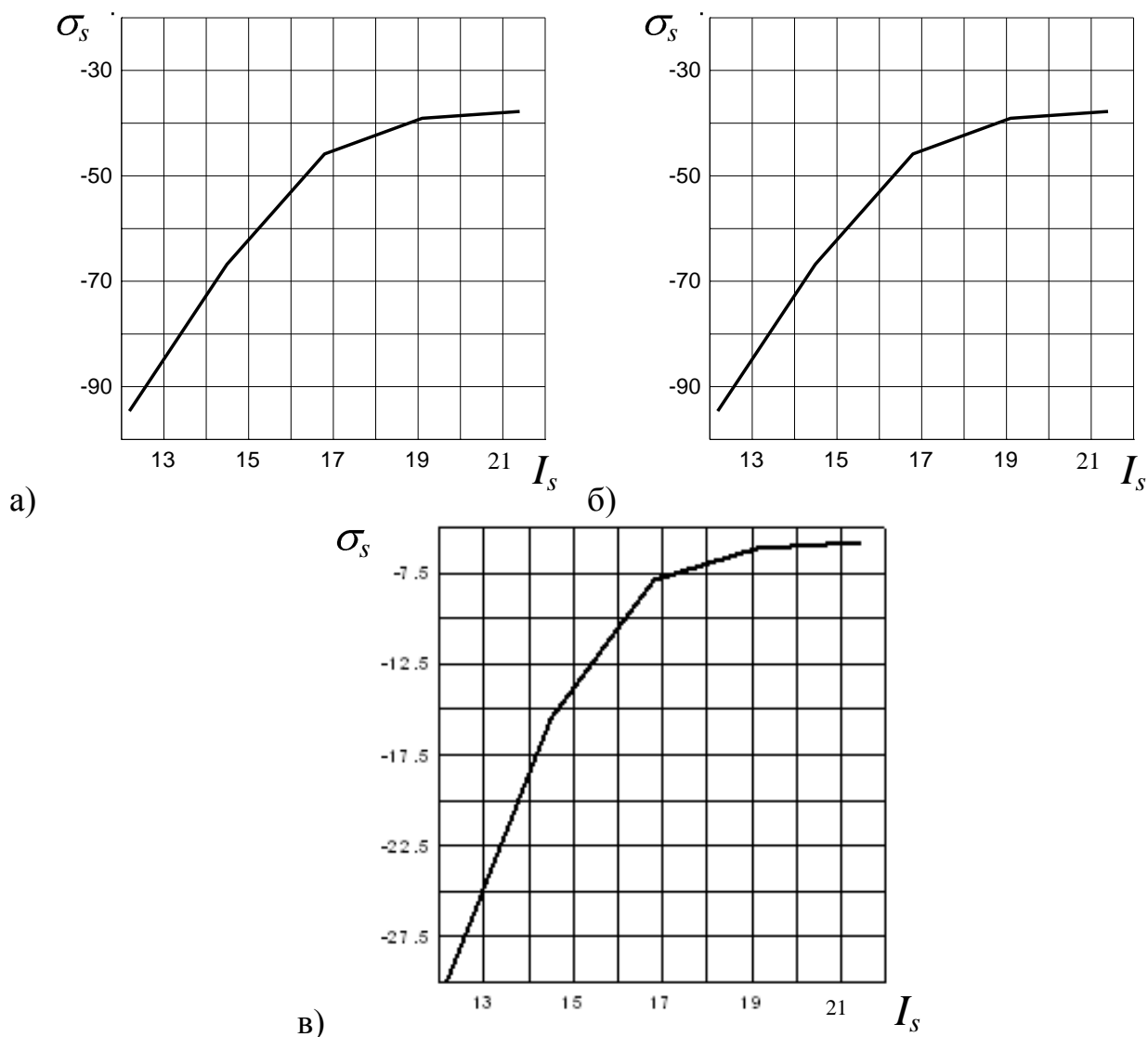


Рисунок 5.58 – Максимальные сжимающие напряжения  $\sigma_s$  (кг/мм<sup>2</sup>) в ребрах внутренней окантовки в зависимости от увеличения момента инерции  $I_s$  :

а – спиральные ребра с наклоном влево вверх; б – спиральные ребра с наклоном вправо вверх; в – кольцевые ребра

Из рисунка 5.58 видно, что продольные напряжения в кольцевых ребрах уменьшаются быстрее, чем в спиральных ребрах, а приращение напряжений на каждом шаге уменьшается линейно. Кроме того, при большом увеличении жесткости, напряжения меняются достаточно медленно и, следовательно, дальнейшее увеличение жесткости не влияет на результат моделирования и поэтому нецелесообразно.

Полученные результаты показывают существенность влияния жесткости кольца на напряжения в ребрах. Сжимающие напряжения в спиральных ребрах уменьшаются более чем в 2 раза, в кольцевых – в 4 раза. Таким образом, снижение жесткости нагружающей плиты (например, при достижении предела пластичности) может привести к неблагоприятному перераспределению напряжений в ребрах оболочки и к их преждевременному разрушению.

### 5.5 Выводы по главе

1. Приведена формальная постановка задачи рационального проектирования сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры. Разработан и приведен алгоритм решения поставленных задач применительно к рациональному выбору параметров окантовок вырезов в сетчатых отсеках летательных аппаратов.

2. Апробация предложенного подхода, основанного на параметрическом исследовании дискретной модели путем проведения серии вычислительных экспериментов, проведена при подборе подкреплений вырезов отсека летательного аппарата. Анализ напряженно-деформированного состояния сетчатой конструкции с вырезом, подкрепленным тремя окантовками переменной толщины, показал, что существенное влияние на концентрацию напряжений в ребрах обшивки оказывает варьирование толщины внешней окантовки; в спиральных ребрах обшивки наименьшие коэффициенты концентрации достигаются при соотношении толщин средней и внешней окантовок 2:1; при увеличении толщины средней окантовки втрое напряжения  $\sigma_s$  во внутреннем слое обшивки уменьшаются примерно в 2 раза. В результате были подобраны толщины средней и внутренней окантовок вырезов отсека летательного аппарата.

3. Проведенный поверочный расчет напряженно-деформированного состояния отсека летательного аппарата при рекомендуемых толщинах окантовок показал, что окантовки с выбранными параметрами в достаточной степени компенсируют влияние вырезов. Поверочный расчет подтвердил выполнение ограничений по напряжениям в ребрах, обшивке и окантовках.

## **6 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ**

Натурные испытания сложных конструкций связаны с необходимостью интерпретации неполных данных эксперимента, содержащих погрешности вследствие неточного воспроизведения в эксперименте заданных условий нагружения и неполного соответствия фактических прочностных и жесткостных параметров конструкции их проектным значениям. По этим причинам анализ данных натурных испытаний должен сопровождаться уточнением фактических условий эксперимента. Одной из частных задач, решаемых при анализе экспериментальных данных, является идентификация фактических параметров прочности, жесткости и нагружения, которые были реализованы при проведении эксперимента над конкретным экземпляром испытываемого изделия.

### **6.1 Формализация задач идентификации**

В данной главе рассматриваются решения двух видов задач идентификации сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры: идентификации фактических параметров прочности и жесткости конструкции и идентификация параметров приложенной нагрузки.

Для формализации обозначенных задач будем использовать представленную ранее (п. 2.5 и 5.1) математическую модель сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры уровня «черного ящика» [107]:

$$\chi = \Psi(p)\check{r}, \quad (6.1)$$

где  $\chi$  – вектор переменных состояния;

$\check{r}$  – вектор переменных воздействий (приложенные силы);

$\Psi$  – оператор модели, который отображает элементы пространства воздействий на элементы пространства состояний;

$\rho$  – вектор структурных параметров модели, включающий «внутренние» характеристики моделируемого объекта.

Ограничения накладываются на переменные параметры состояния при заданных переменных воздействиях: по прочности, жесткости и устойчивости.

Постановка задачи **определения фактических структурных параметров** объекта будет иметь следующий вид.

**Известно:**

- начальный (априорно заданный) вектор структурных параметров модели  $\rho$ ,
- вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ ,
- данные натурального эксперимента  $Q \Leftarrow \chi$ .

**Требуется определить:**

структурные параметры модели  $\tilde{\chi} \subseteq \rho$ , при которых выполняются условия ограничения на отклики модели

$$\tilde{F}(\rho) \geq 0 \quad (6.2)$$

и обеспечивается минимум критерия качества идентификации

$$\Psi \Leftarrow \|\chi - Q\| \rightarrow \min, \quad (6.3)$$

где  $Q'$  – данные натурального эксперимента.

**Задача идентификации нагрузок на конструкцию** может быть сформулирована следующим образом.

**Известно:**

- вектор структурных параметров модели  $\rho$ ,
- априорно заданный вектор переменных воздействий  $\check{r}$ ,
- модель реакции конструкции на воздействия  $\chi = \Psi(\rho)\check{r}$ ,
- данные натурального эксперимента  $Q \Leftarrow \chi$ .

**Требуется определить:**

параметры вектора нагрузок  $\tilde{R} \subseteq \check{r}$ , при которых выполняются ограничения на параметры нагрузок

$$\tilde{F}(\check{r}) \geq 0 \quad (6.4)$$

и обеспечивается минимум критерия качества идентификации

$$\Psi = \|\chi - Q'\| \rightarrow \min, \quad (6.5)$$

где  $Q'$  – данные натурального эксперимента.

Решением задачи определения фактических структурных параметров конструкции по данным физического (натурного) эксперимента будет являться такой вектор структурных параметров модели  $X$ , при котором будут выполняться ограничения (6.2) и критерий минимизации (6.3).

Решением задачи определения нагрузок конструкции по данным физического (натурного) эксперимента также будет являться вектор нагрузок модели  $\tilde{K}$ , при котором будут выполняться ограничения (6.4) и критерий минимизации (6.5).

На рисунках 6.1 и 6.2 приведены блок-схемы алгоритмов решения поставленных задач идентификации.

Формально в рамках приведенных постановок задач найденное решение может быть единственным, но на практике отыскивается область близких решений, из которых с учетом чувствительности модели к вариации оцениваемых факторов, а также априорных данных, полученных независимо другими методами, выбирается окончательный вариант. Заметим, что приведенные постановки задач легко обобщаются для одновременной идентификации воздействий и структурных (конструктивных) параметров.



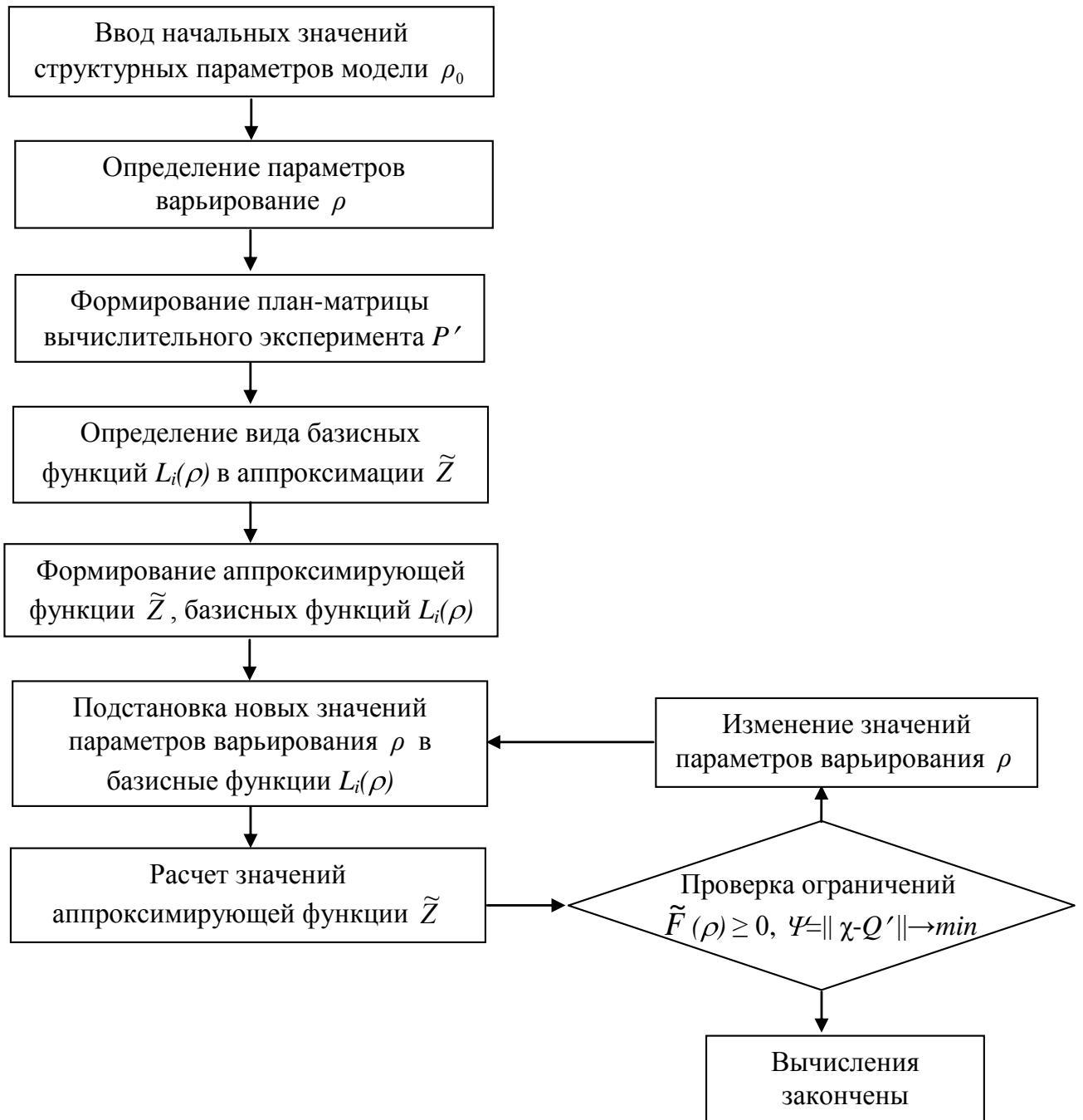


Рисунок 6.1 – Блок-схема алгоритма идентификации структурных параметров модели

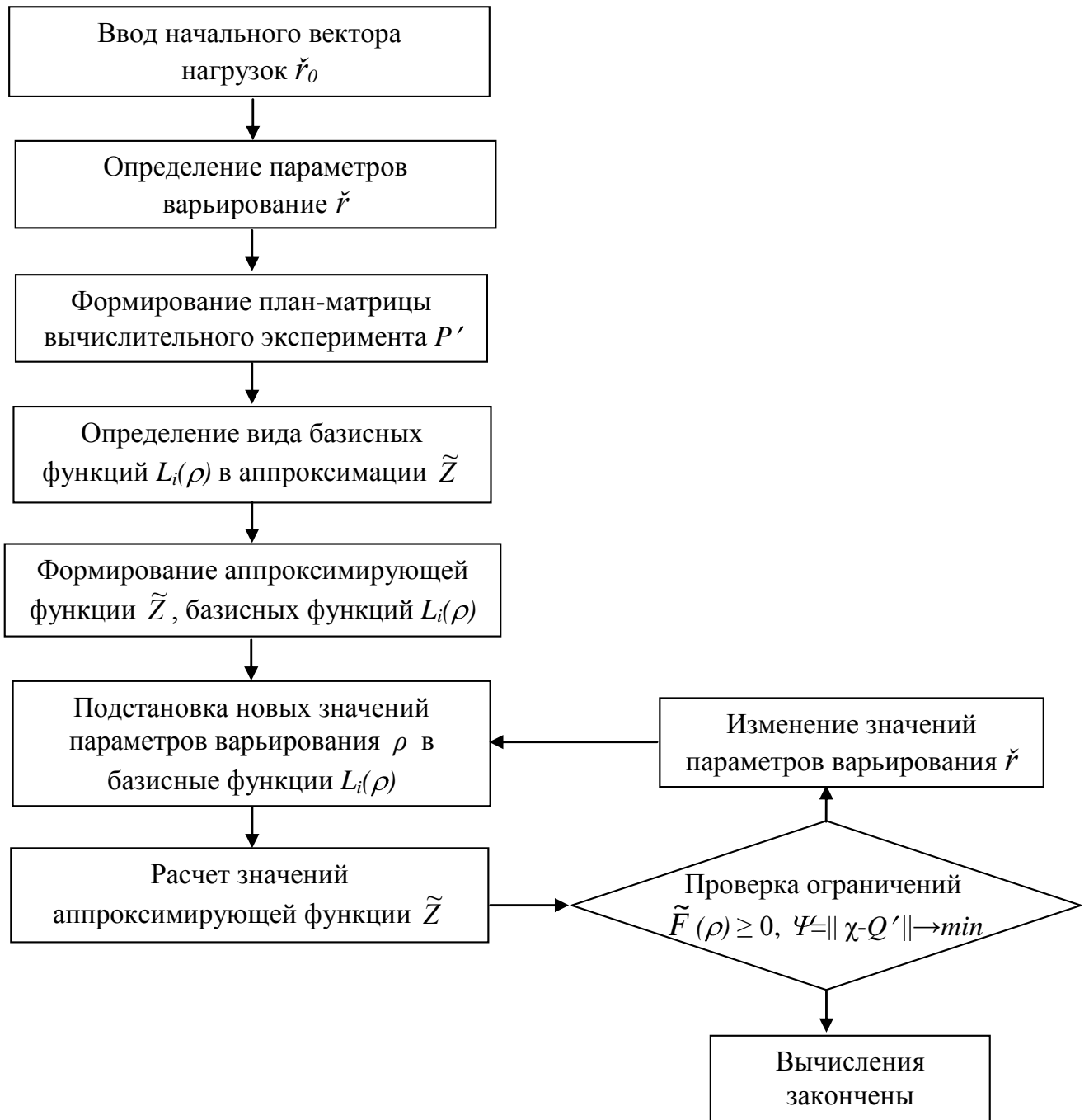


Рисунок 6.2 –Блок-схема алгоритма идентификации приложенных к конструкции нагрузок

## 6.2 Идентификация приложенной нагрузки для составного отсека летательного аппарата

Рассмотрим решение задачи идентификации приложенной нагрузки на примере составного отсека летального аппарата.

Силовая конструкция представляет собой цилиндрическую оболочку и состоит из двух частей: композитной сетчатой оболочки и стрингерного алюминиевого отсека. Структурная схема конструкции представлена на рисунке 6.3.

Нижняя часть конструкции является цилиндрической оболочкой из углепластика в виде усеченного конуса, образованной системой спиральных и кольцевых ребер, соединенных внешней поверхностью с однослойной обшивкой. Обшивка конструкции выполнена из материала со следующими физико-механическими характеристиками: модули упругости в осевом и окружном направлении  $E_1=E_2=30000$  МПа, модуль сдвига  $G=5000$  МПа, коэффициенты Пуассона  $\mu_1=\mu_2=0,2$ . Высота цилиндра составляет  $0,69R$  ( $R$  – радиус оболочки). Высота сечения спиральных и кольцевых ребер одинакова; обозначим её  $h_r$ . Ширина сечения составляет  $0,25h_r$ , а расстояние между спиральными ребрами по высоте равно  $2,63h_r$ . Расстояние между осями пар кольцевых ребер равно  $3,56h_r$ . Расстояние между ребрами внутри пары  $0,25h_r$ . Спиральные и кольцевые ребра выполнены из одного и того же материала с механическими характеристиками: продольный модуль упругости  $E_1=64900$  МПа, модуль упругости поперек армирования  $E_2=6470$  МПа, модуль сдвига  $G=3800$  МПа, коэффициенты Пуассона  $\mu_1=\mu_2=0,21$ .

Конструкция подкреплена двумя шпангоутами – передним и задним, встроенным кольцом и четырьмя продольными ребрами. Имеется три компенсированных выреза круглой формы, усиленные двумя окантовками переменной толщины: внутренней (ближней к вырезам) и внешней (дальней от вырезов). Внешняя окантовка имеет толщину  $h_e$ , поверх которой располагается внутренняя окантовка толщиной  $h_m$ . Вырезы под люки закрыты крышками, форма которых совпадает с формой вырезов. Люк верхнего выреза усилен тремя вертикальными стрингерами, которые выполнены в виде равнобоких уголков.

При построении конечно-элементной модели схема разбиения обшивки нижней части конструкции на треугольные конечные элементы получалась естественным образом наложением оребрения (рисунок 6.6). Границы

треугольных элементов составляют проекции осей спиральных ребер и линии, проходящие через точки их пересечения параллельно продольной оси оболочки и вдоль окружности. Эта же сетка узлов используется при разбивке каждого ребра и шпангоутов на конечные элементы типа балок Тимошенко.

Топологическая схема вырезов, окантовок и шпангоутов представлена на рисунке 6.4.

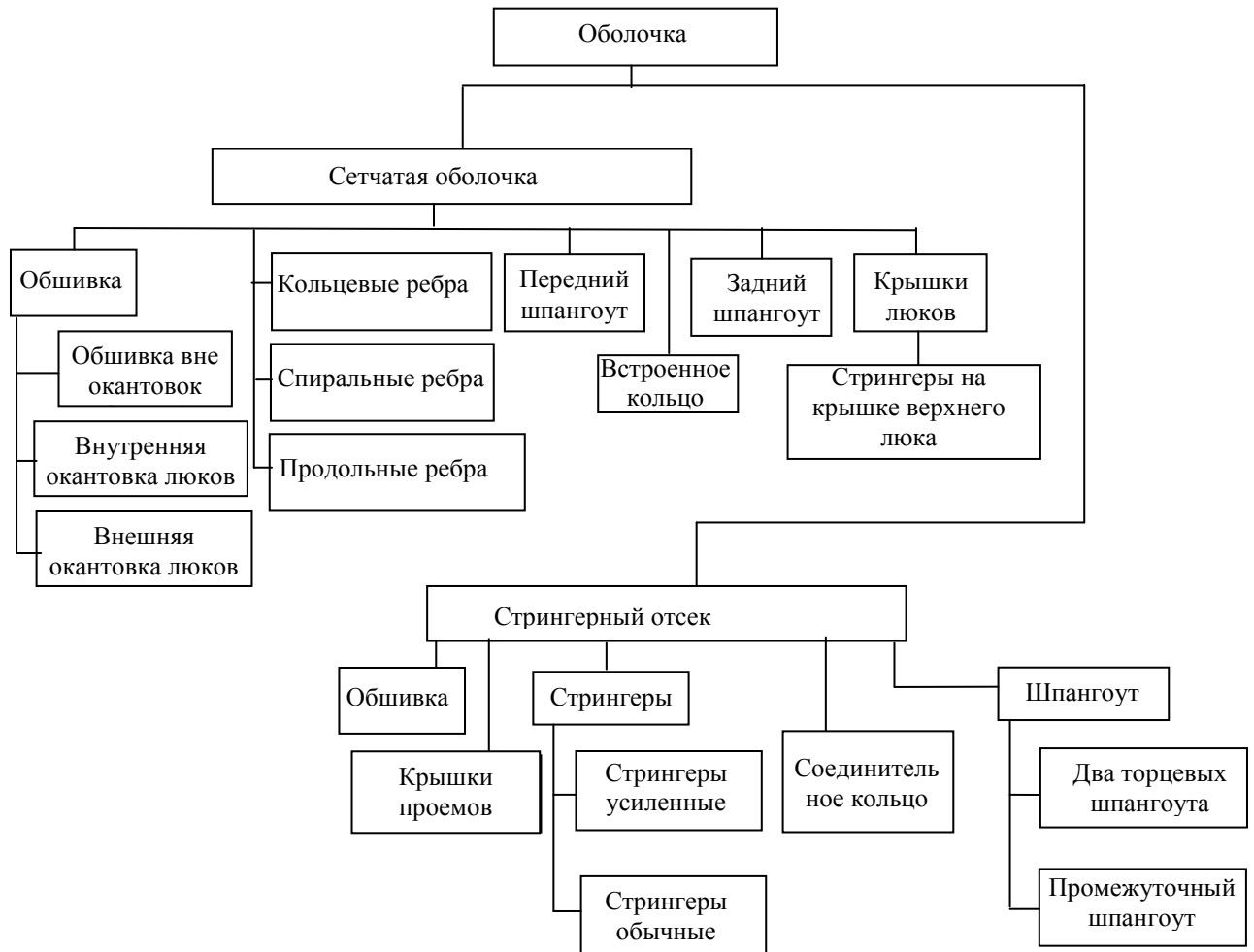


Рисунок 6.3 – Структурная схема конструкции

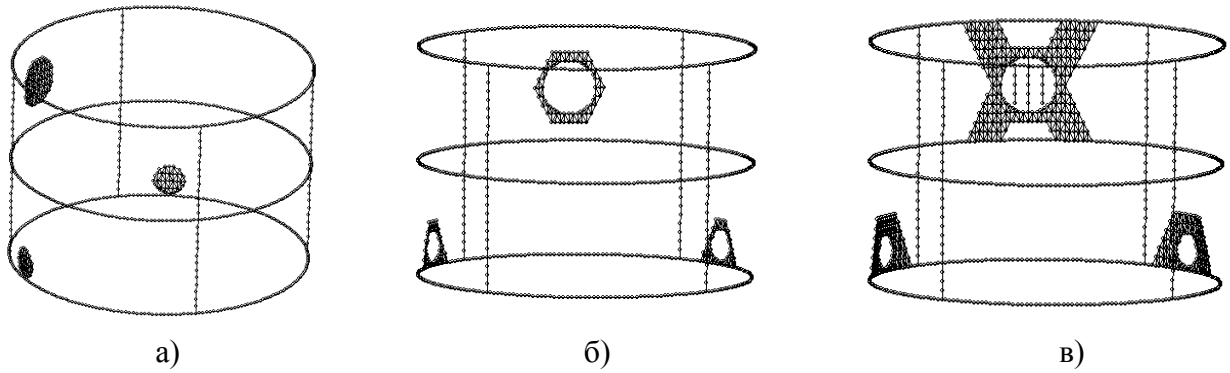


Рисунок 6.4 – Топологическая схема нижней части конструкции:

- а) крышки люков, шпангоуты, встроенное кольцо, продольные ребра;  
 б) шпангоуты, встроенное кольцо, продольные ребра, внутренняя окантовка;  
 в) шпангоуты, встроенное кольцо, продольные ребра, внешняя окантовка люков

Топологическая схема сетки и обшивки представлена на рисунке 6.5.

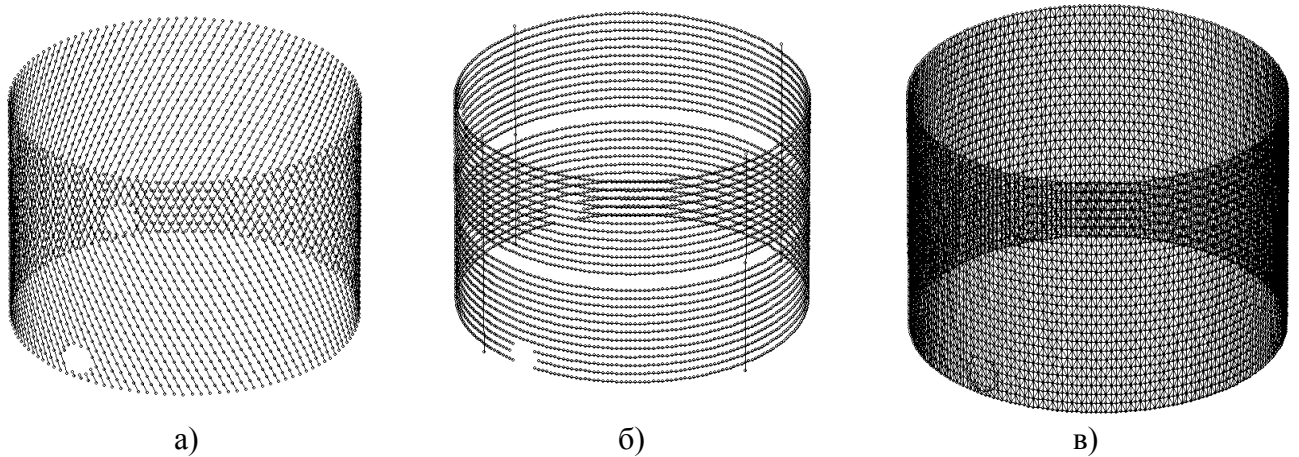


Рисунок 6.5 – Топологическая схема нижней части конструкции:

- а – спиральные ребра с наклоном влево, б – кольцевые и продольные ребра,  
 в – обшивка и крышки люков

Металлический отсек представляет собой конструкцию цилиндрической формы и состоит из однослойной алюминиевой обшивки. Высота этой части конструкции составляет  $0,53R$ . Он содержит четыре равномерно расположенных по окружности проема, частично закрытых несъемными крышками, и укреплен шестью десятками алюминиевых стрингеров и тремя шпангоутами (рисунок 6.6). Алюминиевый сплав, из которого выполнен отсек, имеет следующие механические характеристики: модуль Юнга  $E=7,2 \cdot 10^4$  МПа, коэффициент Пуассона  $\mu=0,3$ .

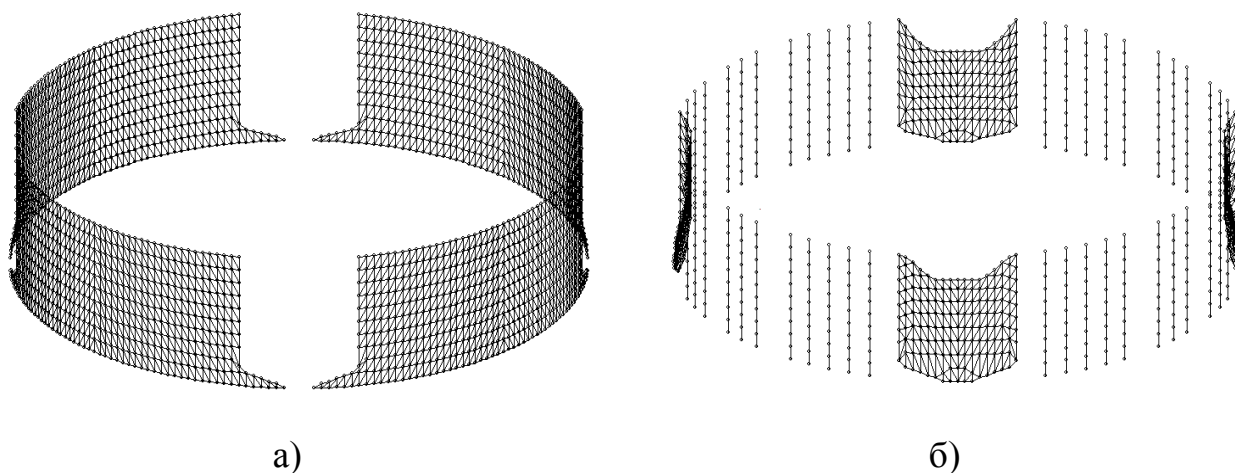


Рисунок 6.6 – Топологическая схема верхней части конструкции

а) обшивка, б) крышки проемов и стрингеры обычные

Стрингерный отсек стыкуется с нижней (композитной) частью конструкции при помощи соединительного кольца (рисунок 6.7).

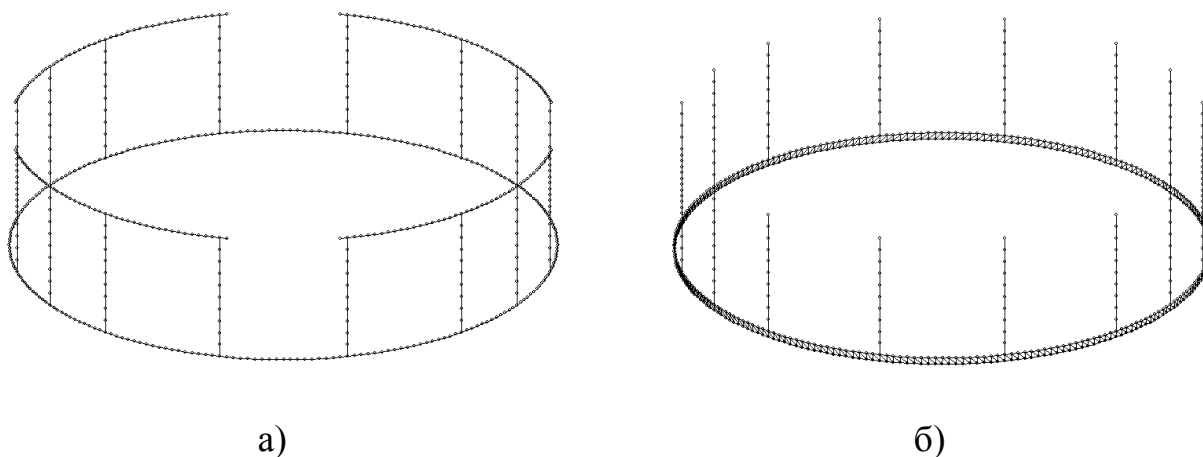


Рисунок 6.7 – Топологическая схема верхней части конструкции:

а) нижний и верхний торцевые шпангоуты с усиленными стрингерами,

б) усиленные стрингеры и обшивка в соединительном кольце

В средней части стрингерный отсек содержит промежуточный шпангоут сложной геометрии (рисунок 6.8). Данный шпангоут имеет переменное сечение – между проемами сечение имеет  $z$ -образную форму, у проемов – форму тавра. Часть шпангоута возле проемов имеет вид пластины. Торцевые шпангоуты имеют сечение в форме неравнополочного уголка.

Толщины обшивок композитной и алюминиевой частей конструкции равны  $h_K = h_C = h$ .

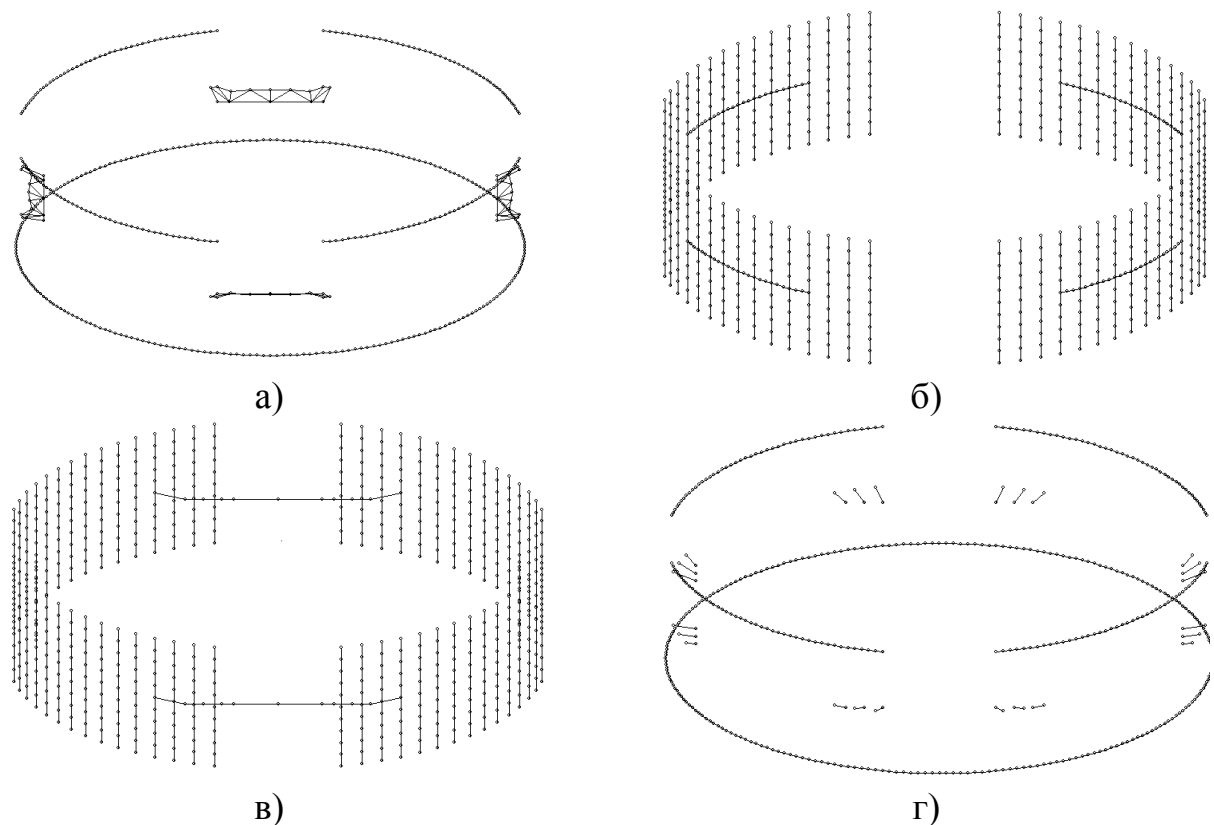


Рисунок 6.8 – Топологическая схема промежуточного шпангоута стрингерного отсека: а) треугольники площадок, б) балки с Z-образным сечением, в) балки с тавровым сечением, г) балки с прямоугольным сечением

Дискретная модель составного отсека летательного аппарата представлена на рисунке 6.9. Данная модель содержит 32364 конечных элементов и 9188 узлов.

Натурный эксперимент проводился в Открытом акционерном обществе «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» (ОАО ЦНИИСМ), г. Хотьково. Данные эксперимента предоставлены в распоряжение автора в рамках выполнения научно-исследовательской работы «Разработка методики, алгоритмов и программного обеспечения для уточненных прочностных и тепловых расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов».

При проведении натурных испытаний на осевое сжатие конструкция жестко закреплялась по нижней кромке, а на верхнюю кромку металлического отсека через плиту прикладывалась нагрузка  $\vec{F}$ .

В процессе нагружения оболочки в определенных её точках измерялись перемещения в направлении образующей. Для этого на конструкции крепились

датчики деформации: 8 в композитной части и 8 в металлическом отсеке. Схема расположения датчиков представлена на рисунке 6.10.

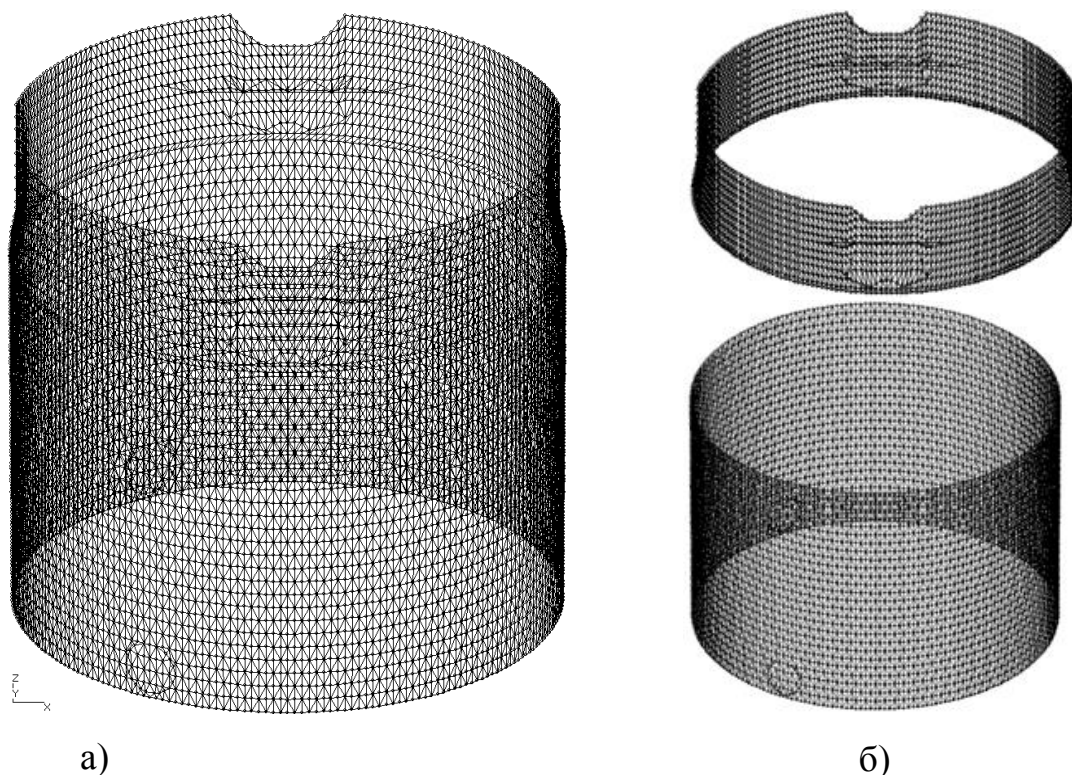


Рисунок 6.9 – Дискретная модель конструкции:

а – общий вид расчетной модели,

б – модели алюминиевой и композитной частей

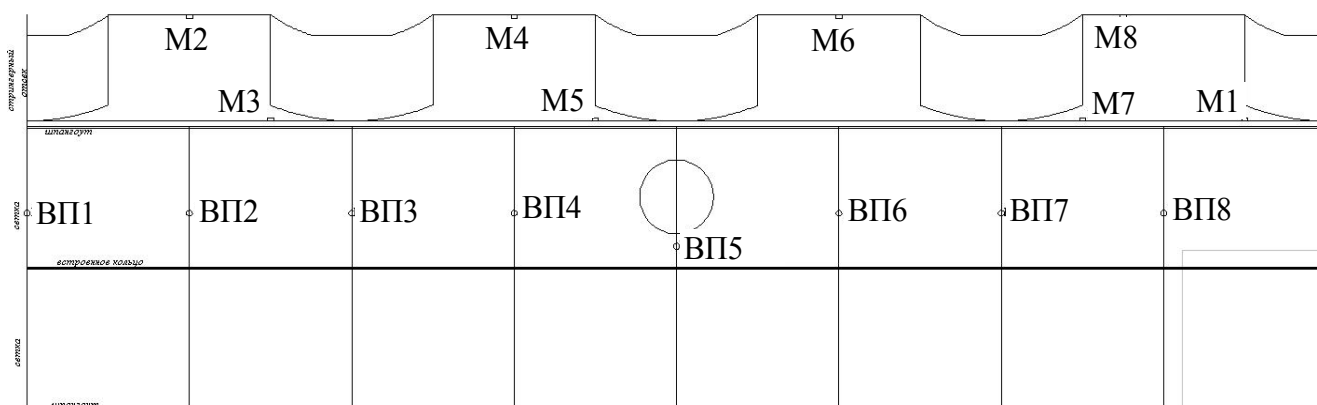


Рисунок 6.10 – Схема расположения датчиков перемещения и деформации на развертке конструкции

Натурный эксперимент проводился на двух однотипных конструкциях (А и Б), изготовленных в разное время. В результате натурального эксперимента были получены значения осевых перемещений в точках расположения датчиков. Результаты натурального эксперимента, представленные на рисунке 6.12,



показывают, что перемещения одних и тех же точек у двух испытываемых конструкций различаются на 15-25%. Эта разница может быть обусловлена различием фактических размеров и физико-механических параметров материалов двух экземпляров конструкции под влиянием технологических факторов [188]. Можно заметить, что осевые перемещения неравномерно распределены вдоль окружности, т.е. наряду со сжатием имеет место общий изгиб, вызванный случайным отклонением линии действия равнодействующей нагрузок от оси оболочки, т.е. появлением, наряду со сжимающей силой, неучтенного изгибающего момента. Этот момент подлежал идентификации.

При построении математической модели конструкции нагружение через плиту учитывалось приложением сосредоточенной силы и моментов в «жестком» узле на нагруженной кромке. «Жесткий» узел располагается в центре окружности (рисунок 6.11 - б) и имел шесть степеней свободы – три линейных перемещения и три угла поворота. Перемещения узлов верхней кромки выражались через перемещения «жесткого» узла, что позволяет привести нагрузку, распределенную по кромке произвольным образом, к действию сосредоточенных сил и моментов, приложенных в «жестком» узле.

Задачу идентификации приложенной нагрузки для составного отсека летательного аппарата при проведении натурального эксперимента сформулируем следующим образом: требуется найти сосредоточенные силы и моменты на «жестком» узле, обеспечивающие минимальное рассогласование вычисленных и измеренных перемещений.

Вектор структурных параметров конструкции  $\rho_0$  включает все необходимые показатели для задания конечно-элементной модели составного отсека летательного аппарата для расчета по этой модели полей напряжений и деформаций. Этот вектор считался известным и фиксированным.

В качестве вектора переменных воздействий  $\check{r}$  выступает приложенная к верхней кромке конструкции сжимающая погонная сила  $P$ .

Отклик  $\chi$  на приложенную к верхней кромке сжимающую погонную силу  $P$  представляет собой поля перемещений.

Распределенная нагрузка в вычислительном эксперименте представлялась в виде комбинации равномерно приложенной нагрузки  $\vec{F}$  с равнодействующей  $P$  и неравномерно распределенной нагрузки, создающей изгибающий момент:

$$\vec{F} = a_1 \cdot \vec{F} + a_2 \cdot \vec{F} \cdot \sin(\alpha) + a_3 \cdot \vec{F} \cdot \cos(\alpha). \quad (6.6)$$

Варьируемыми параметрами в вычислительном эксперименте при схеме задания нагрузки через «жесткий» узел являлись: величина осевой силы, определяющая линейные перемещения «жесткого» узла, и изгибающие моменты относительно осей  $X$ ,  $Y$  глобальной системы координат, вызывающие поворот «жесткого» узла. Как следует из (6.6), это равносильно варьированию коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ .

Распределение перемещений в конструкции в силу линейности деформирования также является линейной комбинацией перемещений, вызванных приложением составляющих общей нагрузки, с теми же коэффициентами:

$$u = a_1 \cdot u + a_2 \cdot u_s + a_3 \cdot u_c. \quad (6.7)$$

Базисные функции  $u$ ,  $u_s$  и  $u_c$  численно рассчитываются в пакете программ «Композит НК» при приложении трех составляющих нагрузок (6.6) по отдельности.

Таким образом, задача идентификации заключается в отыскании минимума функционала следующего вида:

$$\Phi = \left\| U - (a_1 \cdot u + a_2 \cdot u_s + a_3 \cdot u_c) \right\|, \quad (6.8)$$

где  $U$  – вектор значений натурального эксперимента,

$u$  – вектор значений численного расчета при равномерной нагрузке ,

$u_s$  – вектор значений численного расчета при распределении нагрузки по синусу,

$u_c$  – вектор значений численного расчета при распределении нагрузки по косинусу.

Расчет коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  проводился методом наименьших квадратов.

Для оценки реалистичности схемы приложения нагрузки через «жесткий» узел, был проведен расчет с нагрузкой, распределенной по кромке, без наложения дополнительных кинематических ограничений на перемещения нагруженной кромки. Схема приложения нагрузки при математическом моделировании приведена на рисунке 6.11 - а.

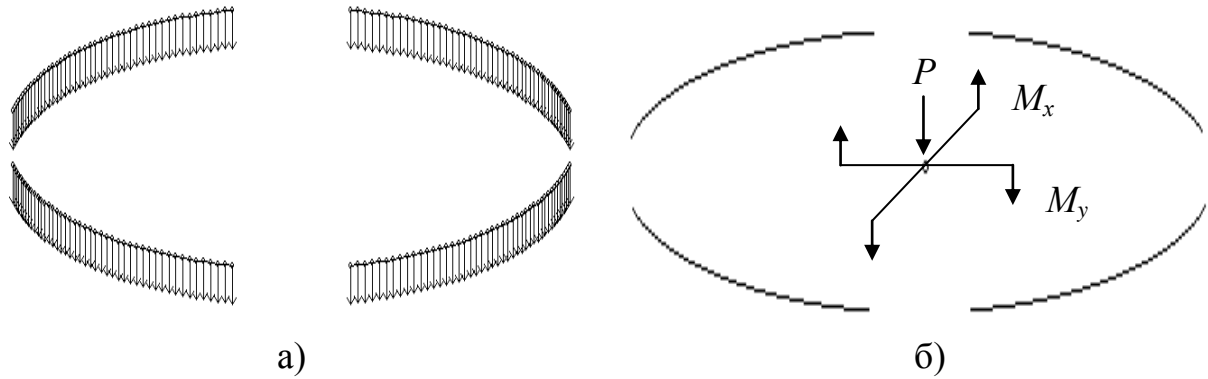


Рисунок 6.11 – Схема приложения нагрузок:  
а) распределенной, б) сосредоточенной

В таблице 6.1 представлены результаты сопоставления перемещений натурального эксперимента и численного расчета в конструкциях А и Б по восьми датчикам перемещений.

Большие отклонения рассчитанных перемещений от измеренных могут быть обусловлены как погрешностью измерения, так и неучтенными при моделировании факторами, такими, как непостоянство физико-механических параметров материалов и технологические отклонения толщины обшивки от номинального размера.

При решении задачи идентификации нагрузки были получены следующие схемы распределения:

- для конструкции А

$$\tilde{F} = 0,877 \cdot \bar{F} - 1,765 \cdot \bar{F} \cdot \sin(\alpha) - 0,093 \cdot \bar{F} \cdot \cos(\alpha), \quad (6.9)$$

- для конструкции Б

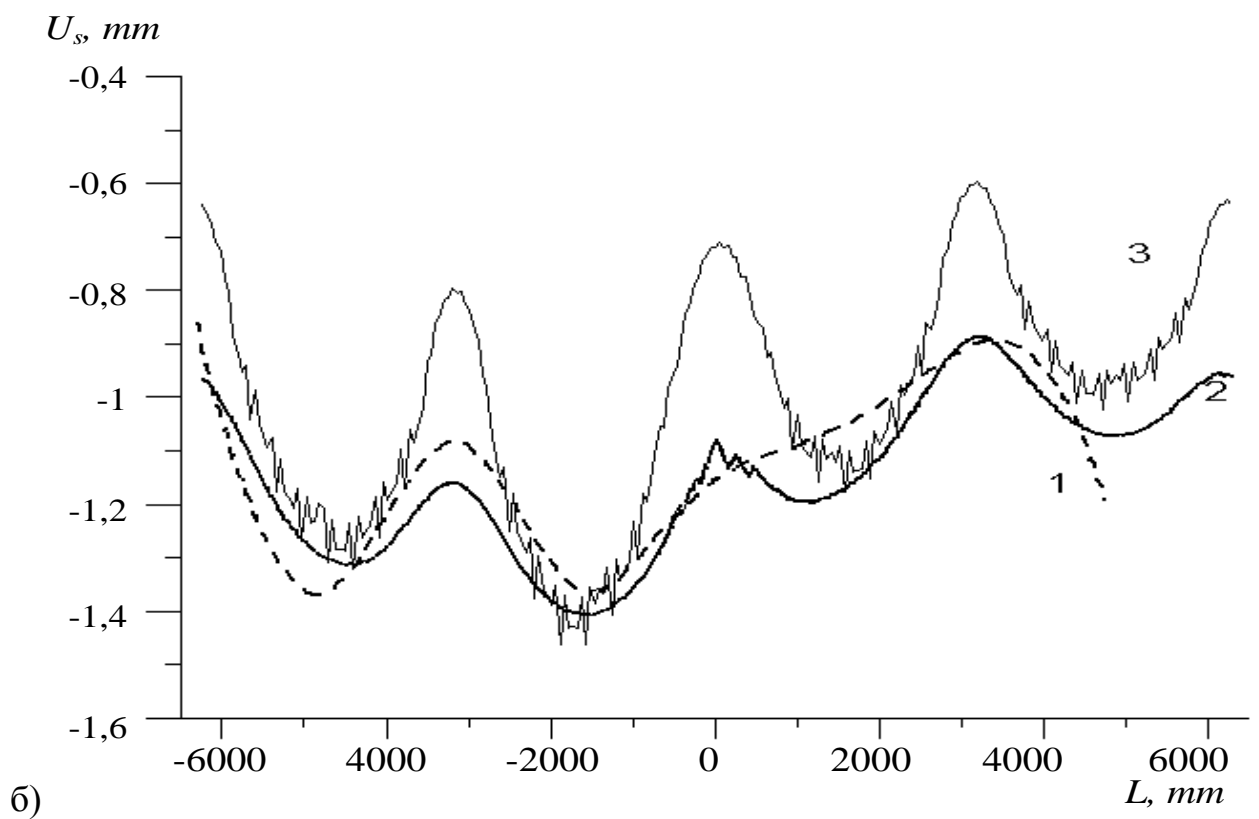
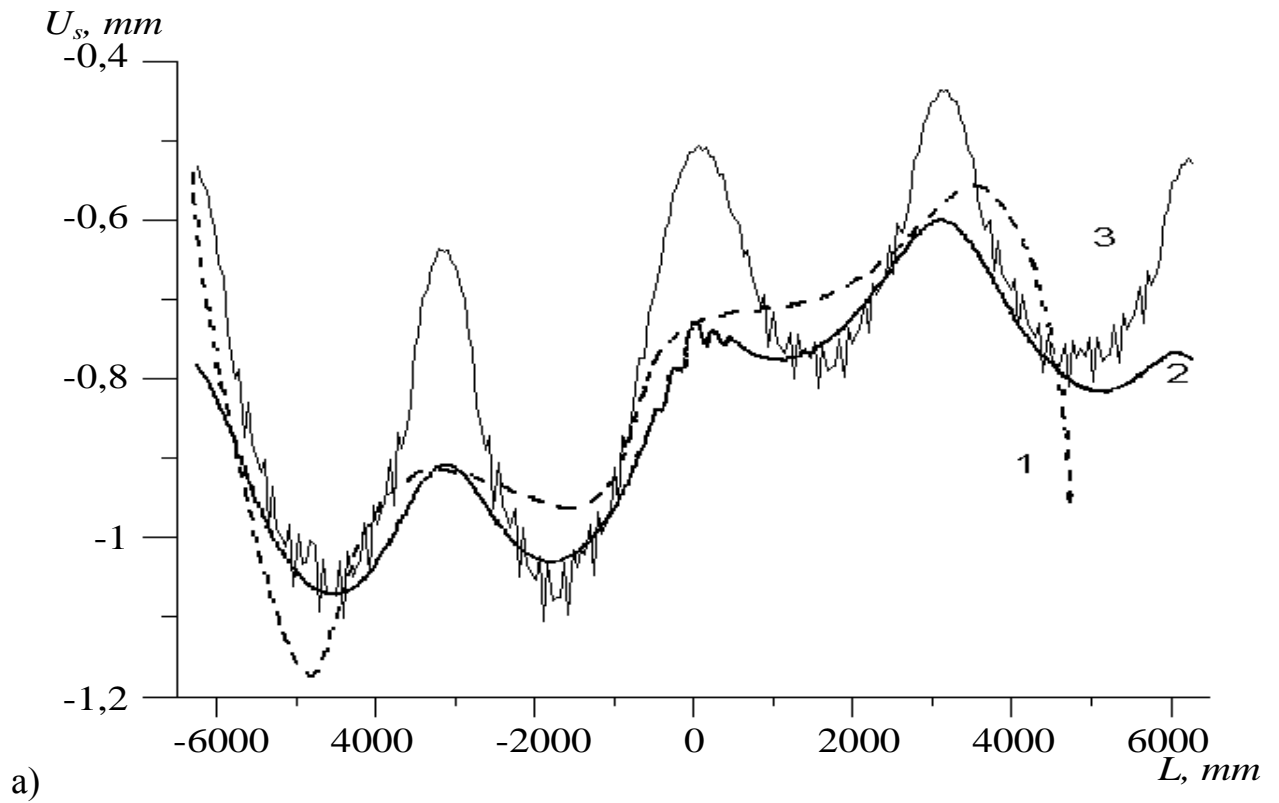
$$\tilde{F} = 1,144 \cdot \bar{F} - 1,778 \cdot \bar{F} \cdot \sin(\alpha) - 1,043 \cdot \bar{F} \cdot \cos(\alpha). \quad (6.10)$$

**Таблица 6.1 – Сопоставление данных натурального эксперимента и численного расчета**

Датчик	Конструкция	Измеренные перемещения, мм	Рассчитанные перемещения, мм		Отклонение вычисленных перемещений от измеренных, %	
			Нагружение через «жесткий» узел	Распределенная нагрузка	Нагружение через «жесткий» узел	Распределенная нагрузка
ВП1	А	0,54	0,7766	0,5294	43,81	1,96
ВП2		1,164	1,0656	1,0938	8,45	6,03
ВП3		0,914	0,9092	0,6395	0,53	30,03
ВП4		0,962	1,0251	1,0675	6,56	10,97
ВП5		0,73	0,6013	0,5143	17,63	29,55
ВП6		0,699	0,7581	0,8121	8,45	16,18
ВП7		0,56	0,6005	0,4384	7,23	21,71
ВП8		0,959	0,7989	0,8085	16,69	15,69
ВП1	Б	0,86	0,963	0,6382	11,98	25,79
ВП2		1,363	1,3038	1,3091	4,34	3,95
ВП3		1,083	1,161	0,8045	7,20	25,72
ВП4		1,363	1,4071	1,4631	3,24	7,34
ВП5		1,155	0,8905	0,719	22,90	37,75
ВП6		1,053	1,1713	1,1756	11,23	11,64
ВП7		0,829	0,8884	0,6021	7,17	27,37
ВП8		1,195	1,0687	1,0225	10,57	14,44

На рисунке 6.12 представлено распределение измеренных и вычисленных перемещений.

Анализируя рисунок 6.12, отметим, что при использовании «жесткого» узла относительное отклонение вычисленных перемещений от измеренных в точках, расположенных под проемами, значительно меньше, чем при расчете с распределенной нагрузкой (разница между значениями составляет 20-30%). Это позволяет заключить, что фактические условия нагружения более соответствуют сосредоточенной нагрузке в «жестком» узле.



- 1 – данные натурального эксперимента; 2 – результаты численного расчета при задании нагрузки с использованием «жесткого» узла;  
 3 – результаты численного расчета с заданием распределенной нагрузки

Рисунок 6.12 - Распределение осевых перемещений, в композиционной части конструкции: а) конструкция А, б) конструкция Б

Таким образом, полученные результаты позволяют количественно интерпретировать данные измерений и учесть влияние фактических условий нагружения на напряженно-деформированное состояние конструкции. Поправка на отклонение линии приложения равнодействующей в дальнейшем может быть использована для оценки напряжений, которые возникнут в конструкции при других условиях нагружения. Результаты проведенного исследования представлены в работах [59, 70].

Несмотря на достигнутое уточнение фактических нагрузок, отклонение измеренных перемещений от вычисленных остается большим. Это может быть вызвано тем, что фактические параметры жесткости отличаются от заданных проектных величин. Таким образом, целесообразно оценить фактические значения жесткостных параметров. Такая оценка требует решения задачи идентификации фактических параметров, определяющих жесткость.

### **6.3 Задача идентификации жесткости крышек люков составного отсека летательного аппарата**

Рассмотренная конструкция имеет закрытые люки, крышки которых соединены с окантовками разъемным соединением. В аналогичных конструкциях летательных аппаратов крышки люка соединяются с основной частью конструкции механическим соединением (разъемным или неразъемным), что создает возможность некоторого нарушения совместности деформирования крышек и ответной части конструкции (окантовок люков). Такая несовместность деформирования снижает жесткость конструкции по сравнению с монолитной и равносильна увеличению податливости крышек. Представляется целесообразным оценить степень снижения фактической жесткости конструкции, варьируя жесткость крышек люков.

Задача идентификации жесткости крышек люков для составного отсека летательного аппарата (описание приводится в п.6.2) при проведении натурного эксперимента формулировалась следующим образом: требуется определить жесткости крышек люков, обеспечивающие минимальное рассогласование

вычисленных и измеренных перемещений. Как предельный случай, учитывалась ситуация, в которой крышка люка имеет нулевую жесткость (крышка люка не соединена с окантовкой).

В качестве исходных параметров задачи выступали:

- вектор структурных параметров конструкции  $\rho_0$  - необходимые показатели для задания конечно-элементной модели составного отсека летательного аппарата, в которых изменялись параметры жесткости крышек люков, а остальные величины были фиксированными;
- вектор переменных воздействий  $\check{r}$  - приложенная к верхней кромке конструкции сжимающая сила  $P$ , которая в данном случае считалась известной (она определена выше);
- реакция конструкции  $\chi$  на приложенную силу  $P$  - поля перемещений конструкции, рассчитанные численно;
- данные натурального эксперимента  $Q'$  - данные датчиков перемещений и деформаций, полученные при проведении натурального эксперимента на конструкции Б.

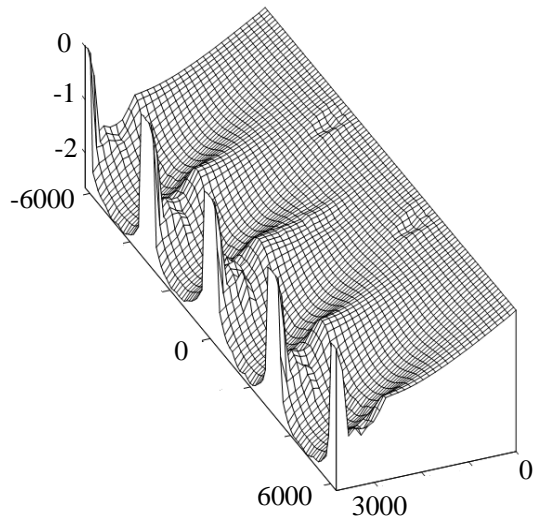
Данная конструкция составного отсека летательного аппарата имеет три люка. При проведении вычислительного эксперимента в качестве факторов рассматривались жесткости крышек  $x_1, x_2, x_3$  на двух уровнях значимости: проектная жесткость (люк закрыт) и нулевая жесткость (люк открыт).

План вычислительного эксперимента включал шесть возможных ситуаций:

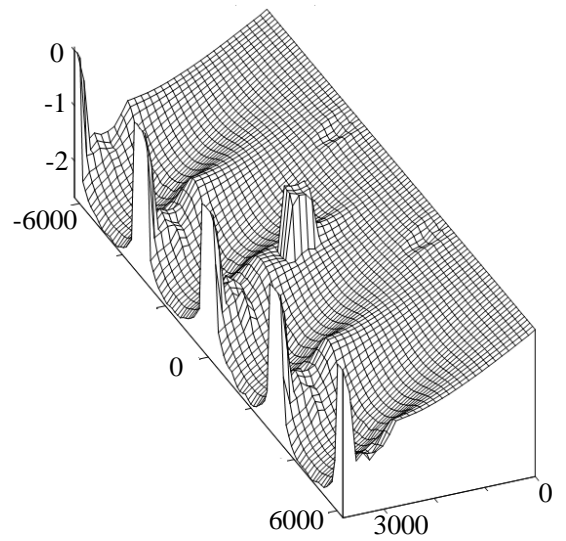
- 1) закрыты все люки, 2) открыт один нижний люк, 3) открыты два нижних люка, 4) открыт верхний люк, 5) открыты один нижний и верхний люки, 6) открыты все люки.

В качестве отклика вычислительного эксперимента выступали результаты численного расчета перемещений в композитной части конструкции в пакете программ «Композит НК».

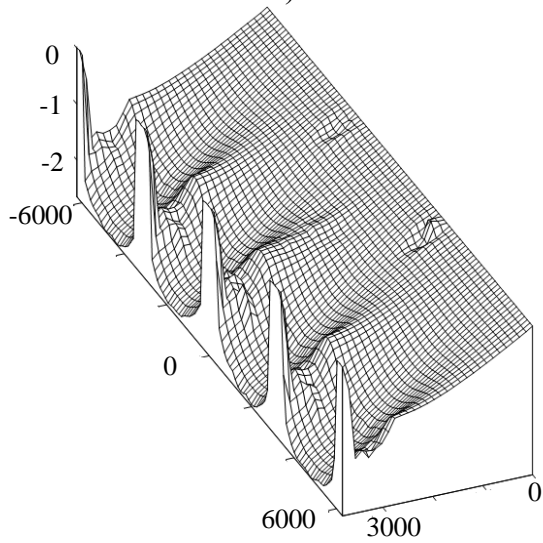
На рисунке 6.13 представлены поля перемещений в композитной части конструкции при варьировании состояния люков конструкции.



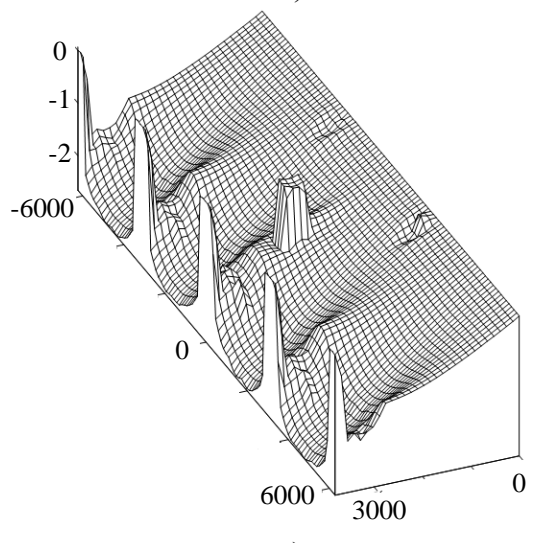
а)



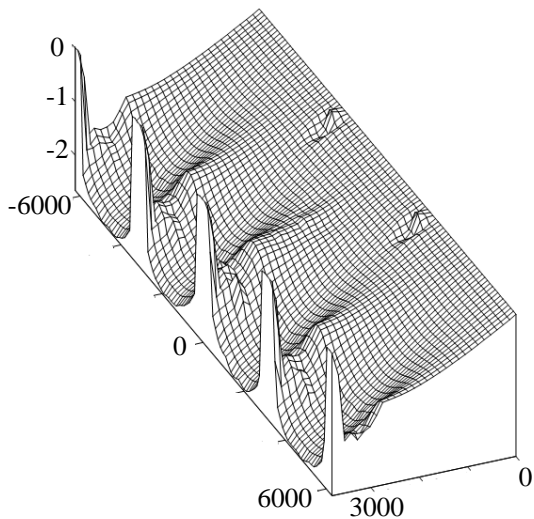
б)



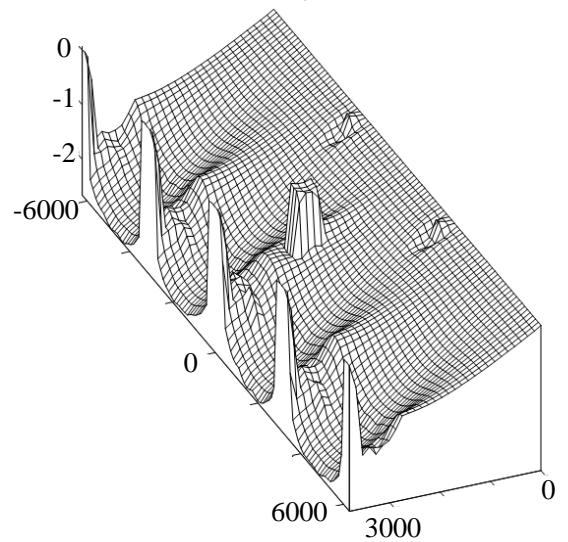
в)



г)



д)



е)

Рисунок 6.13 – Поля осевых перемещений для модели с:

- а) закрытыми люками, б) открытым верхним люком, в) открытым одним нижним люком, г) открытым верхним и одним нижним люком, д) открытыми нижними люками, е) всеми открытыми люками



Таким образом, задача идентификации заключается в отыскании минимума функции следующего вида:

$$\Phi = \|U - u(x_1, x_2, x_3)\|, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (6.11)$$

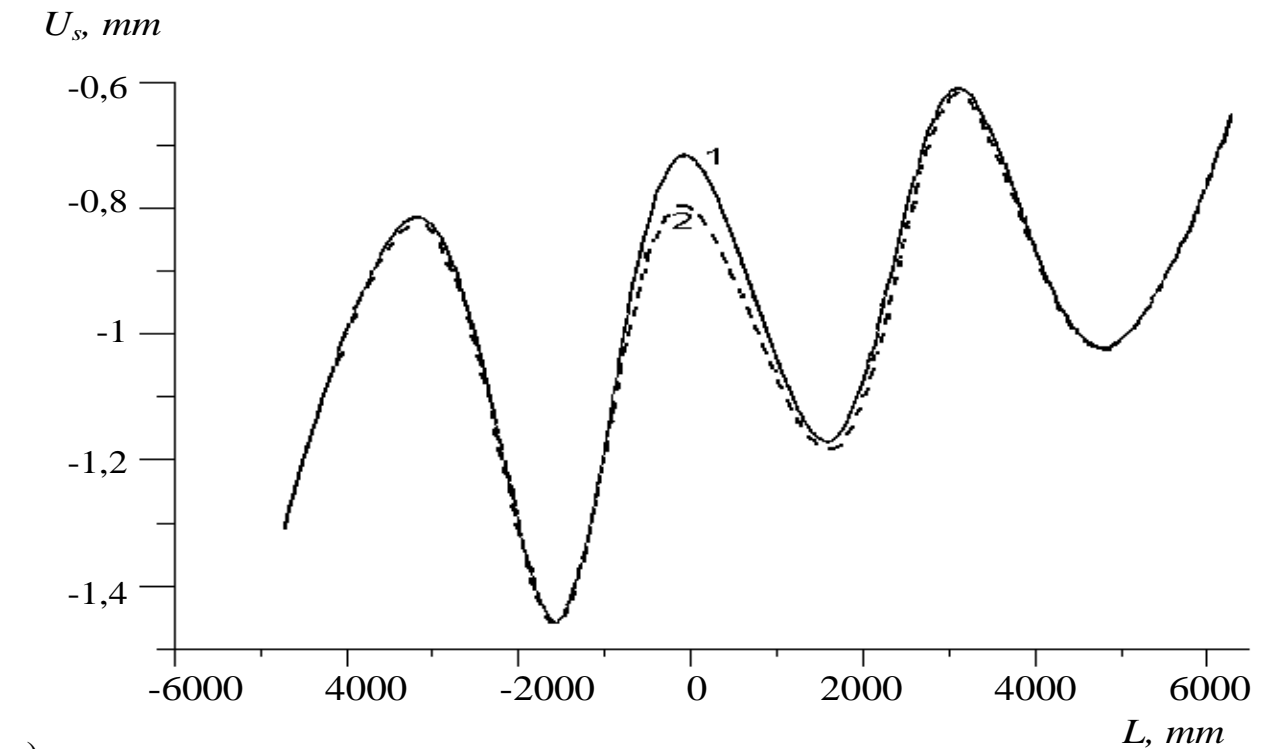
где  $U$ - вектор перемещений, полученный при проведении натурального эксперимента,  $u$  – вектор перемещений, полученный при проведении численного расчета.

На рисунке 6.14 представлены перемещения в композитной части конструкции при проектной и нулевой жесткости крышек люков.

На рисунке 6.15 представлен план вычислительного эксперимента для идентификации жесткости крышек трех люков в композитной части конструкции:  $X_1$  – нижний люк слева,  $X_2$  – нижний люк справа,  $X_3$  – верхний люк. Точкой  $A$  обозначено решение поставленной задачи идентификации при выполнении критерия 6.11.

В результате вычислительного эксперимента было получено, что раскрытие люка влияет на перемещения только в окрестности этого люка. Кроме того, влияние раскрытия люков зависит от способа приложения нагрузки: при распределенной нагрузке раскрытие верхнего люка увеличивает перемещения на 10%, а при сосредоточенной силе – уменьшает на 6-7%. Раскрытие нижних люков оказывает меньшее влияние: при распределенной нагрузке перемещения уменьшаются на 2%, а при сосредоточенной на 1%.

Таким образом, можно предположить, что при проведении натурального эксперимента произошло частичное открытие верхнего люка композитной части конструкции Б. Результаты данного исследования представлены в работе [70].



а)

б)

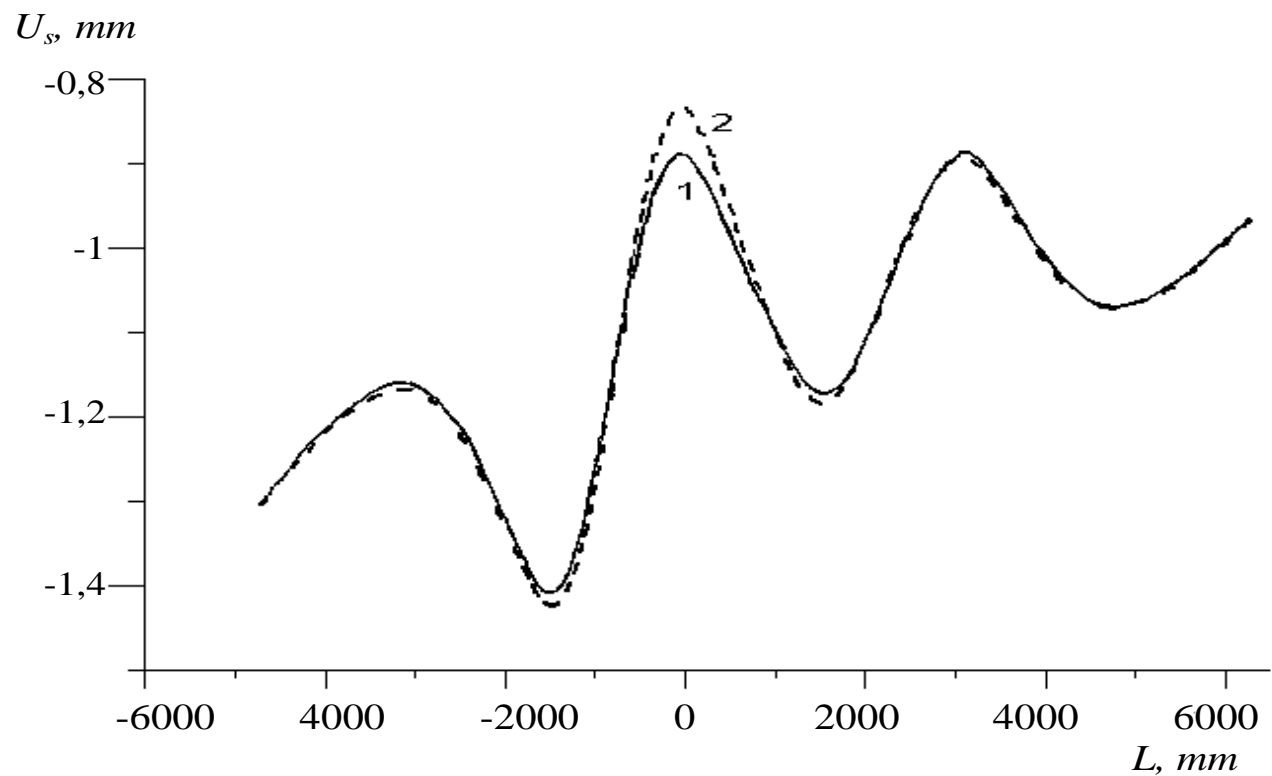


Рисунок 6.14 – Распределение осевых перемещений в композиционной части конструкции Б при нагрузке:

а) распределенной по верхней кромке, б) сосредоточенной в «жестком» узле;

1 – при закрытых люках; 2 – при открытых люках

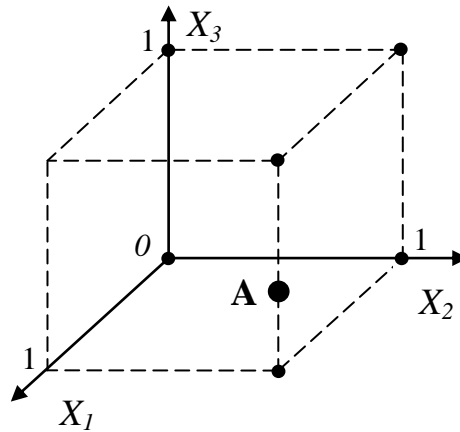


Рисунок 6.15 – План-матрица вычислительного эксперимента

#### 6.4 Идентификация переменной жесткости окантовок отсека летательного аппарата при нелинейном деформировании

Жесткость окантовок является величиной, подверженной существенному влиянию технологических факторов. При интерпретации данных натурных испытаний отличие фактической жесткости окантовок от проектной может существенно исказить представление о напряжениях, действующих вблизи выреза. Поэтому целесообразно оценить фактическую жесткость по данным эксперимента.

Такое исследование проводилось на примере отсека летательного аппарата, описанного в п.5.2, при осевом сжатии.

На рисунке 6.16 приведены рассчитанные численно поля осевых, окружных и нормальных перемещений данной конструкции с приведенными выше подобранными окантовками.

Считаем первым вырезом, тот, что расположен на рисунке 6.16 слева, вторым вырезом, тот, что расположен справа на этом рисунке, и третьим вырезом тот, что расположен по центру. Анализируя продольные перемещения в оболочке (рисунок 6.16-а) отметим монотонность их возрастания вдоль образующей. В среднем наименьшие перемещения имеют место в зоне третьего выреза, что соответствует наименьшим сжимающим силам. Область наибольших

перемещений расположена вдоль верхнего шпангоута. Значения  $u_s$  в этой области достигают -7,48 мм. Продольные перемещения изменяются от -7,48 мм до 0 мм.

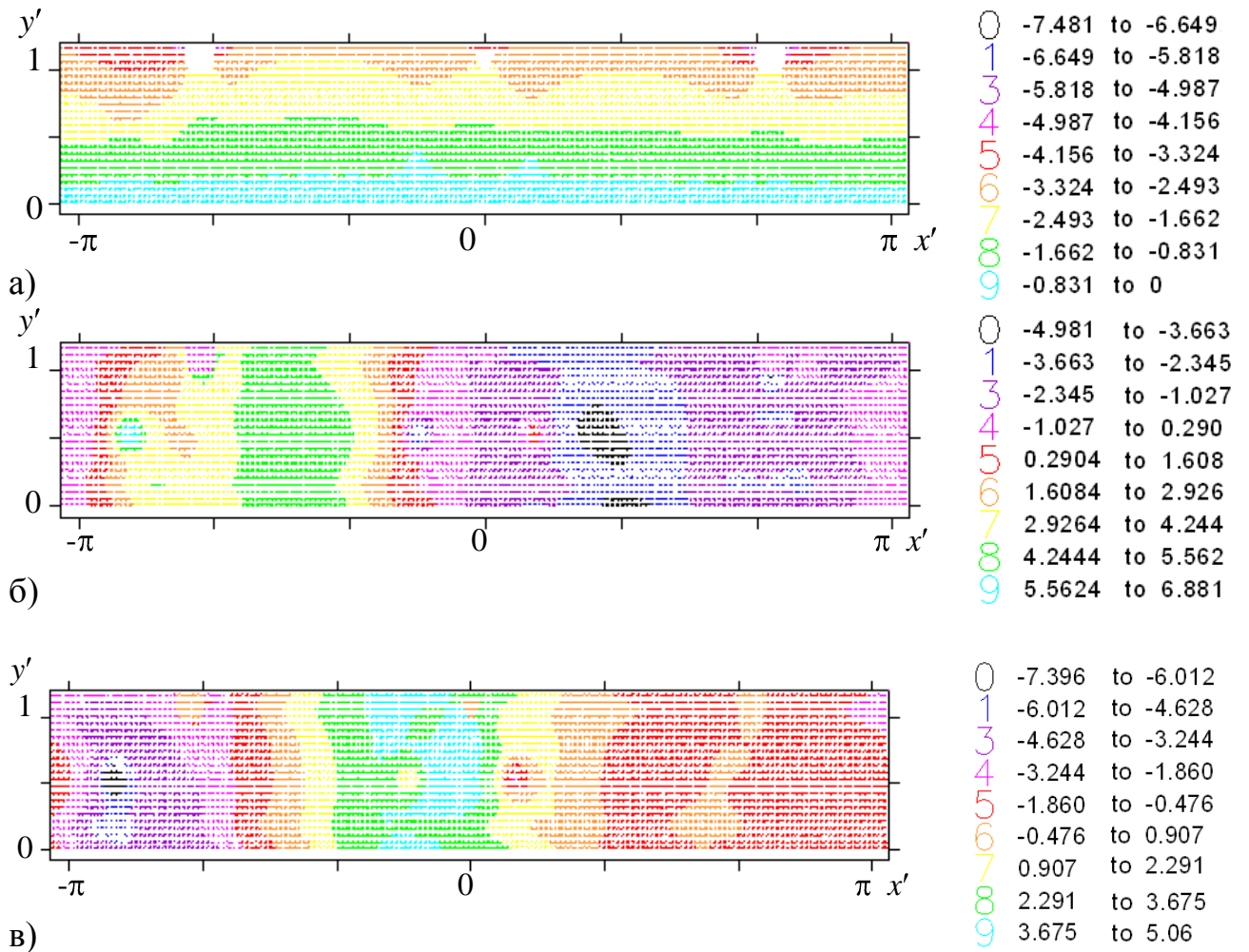


Рисунок 6.16 – Поля перемещений в отсеке летательного аппарата с учетом рекомендованных толщин окантовок:

а - осевые перемещения  $u_s$ , б - окружные перемещения  $u_t$ ,

в - нормальные перемещения (вдоль внутренней нормали)  $u_n$

Поперечные перемещения так же сохраняют монотонность значений, возрастающих вдоль направляющей (рисунок 6.16-б). Область наибольших отрицательных перемещений имеет вытянутую форму и располагается справа от третьего выреза. Отметим наличие небольшой области наибольших положительных перемещений вокруг первого люка. По сравнению с продольными, значения поперечных перемещений  $u_t$  обшивки изменяются от -4,98 мм до 6,88 мм.

Перемещения  $u_n$  имеют две области наибольших значений, которые обтекаемая первый и второй люк (рисунок 6.16-в) вытягиваются от верхнего шпангоута к нижнему. Зона наибольших отрицательных перемещений расположилась вокруг первого люка, значения перемещений  $u_n$  изменяются от -7,39 мм до -1,86 мм. Область повышенных положительных перемещений протянулась вертикально между шпангоутами вблизи второго люка. Перемещения  $u_n$  в этой зоне изменяются от 3,67 мм до 5,06 мм.

Натурный эксперимент проводился в Открытом акционерном обществе «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» (ОАО ЦНИИСМ), г. Хотьково. Данные эксперимента предоставлены в распоряжение автора в рамках выполнения научно-исследовательской работы «Разработка методики, алгоритмов и программного обеспечения для уточненных прочностных и тепловых расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов».

При проведении натурального эксперимента оболочка устанавливалась вертикально и нижней кромкой опиралась на жесткое металлическое кольцо. Верхняя кромка нагружалась сжимающей силой, приложенной внецентренно посредством специального нагружающего устройства через жесткую плиту, опираемую на верхнюю кромку (рисунок 6.17).

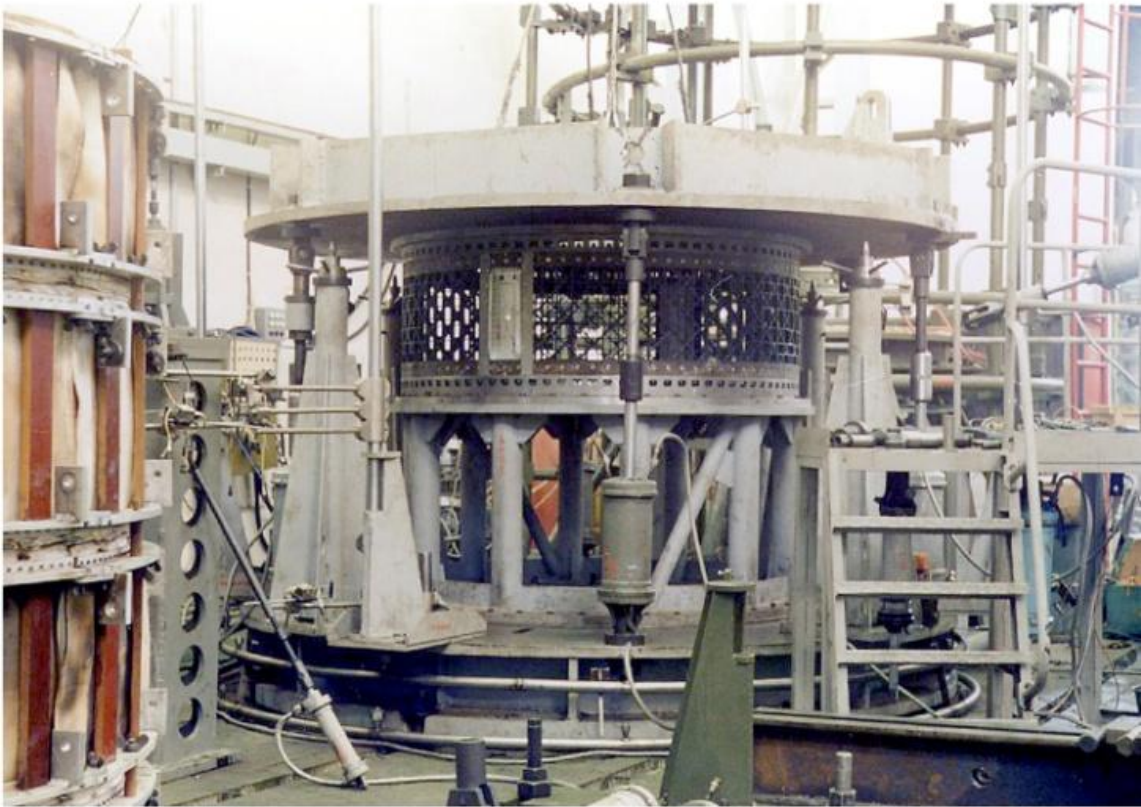


Рисунок 6.17 – Стенд для проведения натурного эксперимента

В процессе нагружения измерялись перемещения вдоль образующей. Для этого в нижней части конструкции были закреплены 12 датчиков деформаций, схема расположения которых представлена на рисунке 6.18.

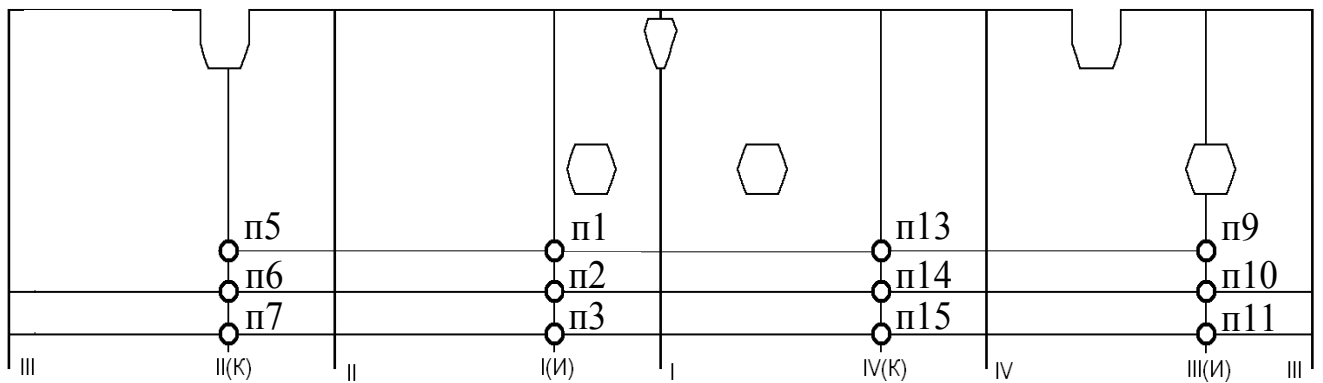


Рисунок 6.18 – Расположение на развертке датчиков деформаций при проведении эксперимента

Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных данных приведен на рисунке 6.19. По вертикальной оси отложены перемещения в миллиметрах, по горизонтальной – приложенная нагрузка в процентах от максимальной.

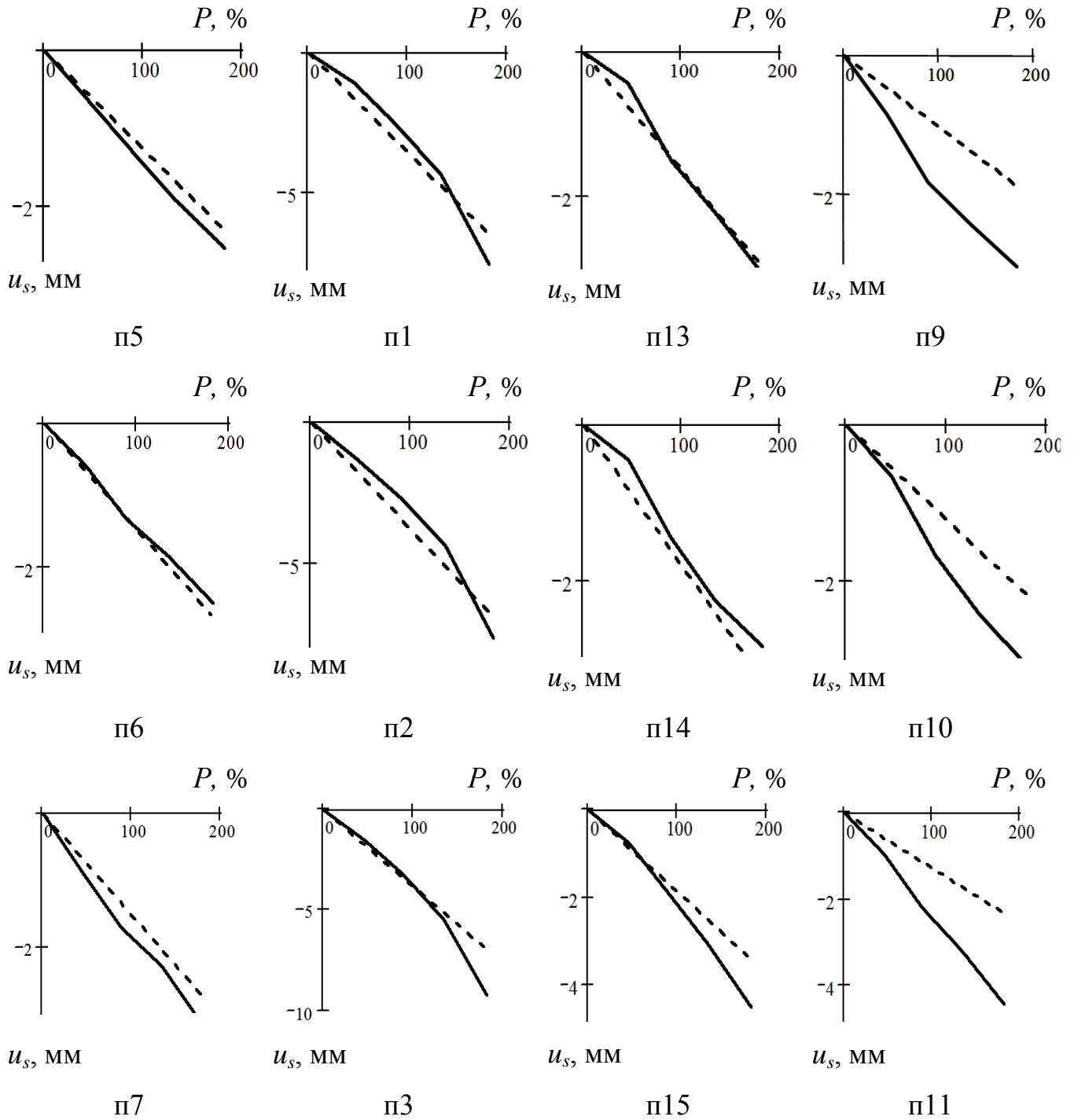
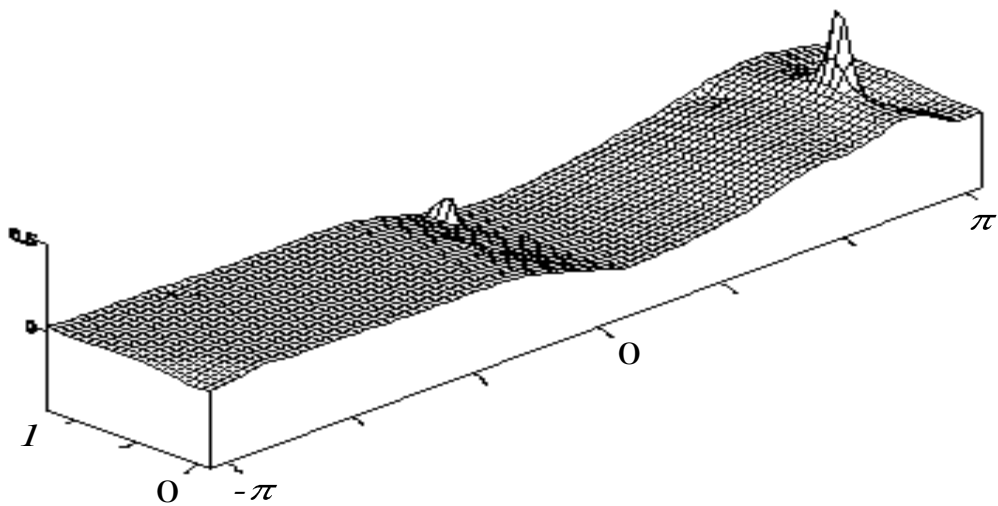


Рисунок 6.19 – Экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования:

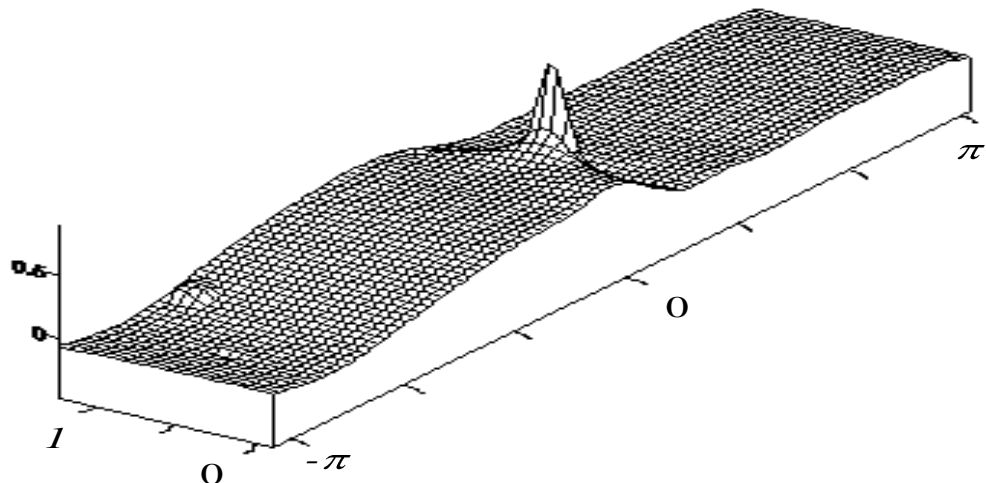
----- – данные численного расчета, ———— данные эксперимента

Как видно из рисунков, наибольшие различия между расчетными и экспериментально измеренными перемещениями достигаются в зоне второго люка (справа) – датчики п9, п10, п11. Экспериментальные точки позволяют предположить, что связь между перемещениями и приложенной нагрузкой нелинейна.

Предположение о геометрически нелинейном поведении сетчатой оболочки проверялось путем исследования на устойчивость отсека летательного аппарата при статическом воздействии. Используя математическую модель устойчивости сетчатой оболочечной конструкции, приведенной в п. 2.4, были рассчитаны критические нагрузки потери устойчивости и определены соответствующие собственные формы (рисунок 6.20). Как выяснилось, существует несколько собственных форм, критические нагрузки которых существенно меньше приложенных в эксперименте.



а)



б)

Рисунок 6.20 – Формы потери устойчивости отсека летательного аппарата

Из рисунков видно, что потеря устойчивости происходит в локальных зонах, примыкающих к вырезам. При удалении от этих зон прогибы малы. Это позволяет



сделать вывод о том, что найденные формы потери устойчивости являются местными. При достижении критической нагрузки происходит местное выпучивание, но общего разрушения конструкции не происходит. Это можно объяснить тем, что возникающая местная потеря устойчивости разгружает оболочку и сглаживает пики напряжений вблизи усиленных вырезов и люков. При этом несущая способность конструкции не снижается от местной потери устойчивости.

Таким образом, несмотря на обнаруженную нелинейность перемещений, для оценки несущей способности на этапе проектирования рассмотренной конструкции может быть использована предлагаемая методика расчета в геометрически линейной постановке вплоть до потери устойчивости по общей форме либо разрушения ребер. Однако при интерпретации данных натурального эксперимента необходимо учитывать возникающую нелинейность. В связи с этим должна быть решена задача идентификации жесткости окантовок, изменяющейся в процессе нагружения вследствие местной потери устойчивости.

Постановка задачи идентификации жесткости окантовок: требуется определить жесткости окантовок вырезов, обеспечивающие минимальное рассогласование вычисленных и измеренных перемещений.

Начальный вектор структурных параметров конструкции  $\rho_0$  включает, необходимые показатели для задания конечно-элементной модели отсека летательного аппарата с рекомендованными толщинами окантовок вырезов  $d_b=0,563l_h$ ,  $d_c=0,187l_h$  и  $d_o=0,094l_h$  ( $l_h - 1/2$  высоты ромбической ячейки). Параметры жесткости окантовок вырезов изменялись, а остальные величины были фиксированными.

В качестве вектора переменных воздействий  $\check{r}$  определим приложенную к верхней кромке конструкции сжимающую силу  $P=10174,45$  кН.

Отклик  $\chi$  на приложенную к верхней кромке сжимающую силу  $P$  представляет собой поля перемещений

При проведении вычислительного эксперимента варьировалась величина приложенной силы, при которой происходит местная потеря устойчивости конструкции.

Критерием идентификации при определении жесткости окантовок, изменяющейся в процессе нагружения, выступало условие минимума функции следующего вида:

$$\Phi = \|U - u(P)\|, \quad (6.12)$$

где  $U$ - вектор перемещений, полученный при проведении натурального эксперимента,

$u(P)$  – вектор перемещений, полученный при проведении численного расчета,

в качестве нормы используется

$$\int_0^{P_{\max}} \max_i |U_i - u_i(P)| dP \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \max_i |U_i - u_i(P)| \cdot P_{\max}. \quad (6.13)$$

Перемещения, рассчитанные по данным вычислительного эксперимента, представлялись в виде комбинации перемещений базового варианта, найденных с учетом линейной зависимости от нагрузок, и добавок, пропорциональных формам потери устойчивости:

$$u(P) = C_0 P + C_1 (P - P_1) H(P - P_1) \cdot X_1 + C_2 (P - P_2) H(P - P_2) X_2 + \dots, \quad (6.14)$$

где  $H(P - P_i)$  – единичные функции Хевисайда,

$X_k$  – собственный вектор пары матриц жесткости и геометрической жесткости, соответствующий  $k$ -й форме потери устойчивости.

Базисные функции  $X_i$  численно рассчитывались в пакете программ «Композит НК». Коэффициенты  $C_i$  и фактические критические нагрузки  $P_i$  оценивались из условия минимума критерия (6.12).

На рисунке 6.21 приведены перемещения в зоне второго люка, измеренные в ходе натурального эксперимента и рассчитанные численно с учетом местной потери устойчивости конструкции.

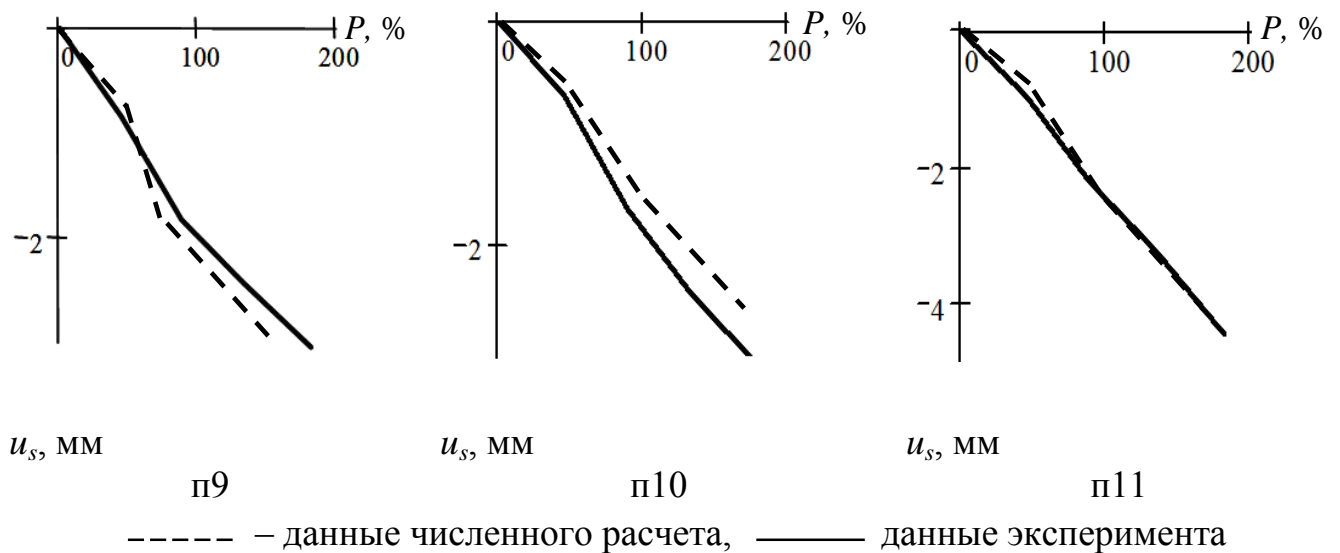


Рисунок 6.21 – Экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования

В результате вычислительного эксперимента определено, что учет местной потери устойчивости в расчете полей перемещений позволяет уменьшить рассогласование измеренных и рассчитанных перемещений. Так, для датчиков п9, п10, п11 погрешность вычисленных значений перемещений не превысила 5%.

Учет нелинейности перемещений в задаче идентификации жесткостей окантовок отсека летательного аппарата по данным натурального эксперимента дает возможность составить более полное представление о работе окантовок вырезов и самой конструкции в целом при статическом нагружении. Напряжения, соответствующие окончательно определенным перемещениям, не превышают предела прочности материала, но существенно (на 15-20%) превышают напряжения, рассчитанные в линейном приближении при проектных параметрах конструкции [58]. Это позволяет более обоснованно сформулировать заключение о прочности по данным натуральных испытаний.

### 6.5 Программная реализация вычислительного эксперимента

Решение задачи рационального проектирования отсека летательного аппарата, задачи идентификации приложенной нагрузки, жесткости крышек люков и окантовок составного отсека космического летательного аппарата получено с помощью исследовательского пакета прикладных программ

«Композит НК». В настоящее время данный комплекс программ имеет частично открытый код, включающий средства визуального программирования, справочно-информационную систему поддержки открытого кода и контроля релевантности, библиотеку функциональных объектов, а также средства подготовки исходных данных и представления результатов вычислительного эксперимента. Ниже представлено описание интерфейса и пошагового использования компьютерных программ при решении представленных в данной диссертационной работе задач.

### ***Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции***

Реализация численного решения задачи расчета напряженно-деформированного состояния конструкции складывается из трех основных этапов:

- задание структурной модели конструкции (препроцессор);
- расчет методом конечных элементов полей перемещений, деформаций и напряжений (процессор);
- выгрузка и представление результатов расчета (постпроцессор).

Рассмотрим выполнение этапов на примере расчета НДС отсека космического летательного аппарата, описанного в главе 5 и главе 6.

На первом этапе с помощью внутреннего языка программирования «Ядро» задается структурная модель сетчатой оболочки. Интерпретируемый код, генерирующий структурную модель, можно разбивать на файлы или блоки. Определяя все варьируемые факторы модели, участвующие в вычислительном эксперименте, в одном блоке формируем блок параметров.

Такой подход позволяет генерировать множество моделей, подобных первоначальной, за короткий временной промежуток. Благодаря этому имеется возможность проводить многочисленные вычислительные эксперименты. На рисунке 6.22 представлена часть программного кода, содержащего варьируемые факторы модели. Заданная модель на языке «Ядро» представляет собой набор файлов с расширением jdr (рисунок 6.23), которые обрабатываются интерпретатором, в результате чего формируется структурная модель конструкции. На рисунке 6.23 интерпретатор обозначен файлом PJadro170507.exe.

```

Параметры.jdg - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка

|real F; F:=200000; {нагрузка}

{=====РЕБРА=====}
real hs;hs:=7.5; {высота спирального ребра}
real ls;ls:=30; {толщина спирального ребра}

real hk;hk:=2.5; {высота кольцевого ребра}
real lk;lk:=30; {толщина кольцевого ребра}
real sk;sk:=5; {расстояние между боковыми стенками ребра - ребро в виде буквы П}

real hw;hw:=2.5; {высота вертикального ребра}
real lw;lw:=30; {толщина вертикального ребра}

{=====ОБШИВКА=====}
real thick;thick:=3; {толщина обшивки}

{=====ОКАНТОВКА=====}
{толщина окантовки изменяется от 0 до 23}
real thickBL;thickBL:=5; {толщина окантовки ближней(внутренней) ЛЮК}
real thickDL;thickDL:=19; {толщина окантовки дальней(средней) ЛЮК}

real thickBV;thickBV:=5; {толщина окантовки ближней(внутренней) ВЫРЕЗ}
real thickDV;thickDV:=19; {толщина окантовки дальней(средней) ВЫРЕЗ}

{=====ШПАНГОУТЫ=====}
real hSH;hSH:=15; {высота шпангоута}
real lSH;lSH:=10; {толщина шпангоута}
real sSH;sSH:=5; {расстояние между боковыми стенками шпангоута - ребро в виде буквы П}

```

Рисунок 6.22 – Варьируемые факторы структурной модели сетчатой оболочки

Структурная модель конструкции представляется в виде набора связанных между собой текстовых файлов, хранящихся в одной папке на диске (рисунок 6.23). Сами файлы условно можно поделить на три группы: файлы, относящиеся к конечным элементам; файлы описывающие узлы дискретной сетки; файлы параметров модели.

Информацию, непосредственно связанную с узлами дискретной модели, содержат:

- файл координат coord.txt;
- файл степеней свободы ng.txt с указанием закрепленных узлов;
- файл нагрузок q.txt;
- файл ориентации в узлах orient.txt, содержащий вектора основной системы координат.

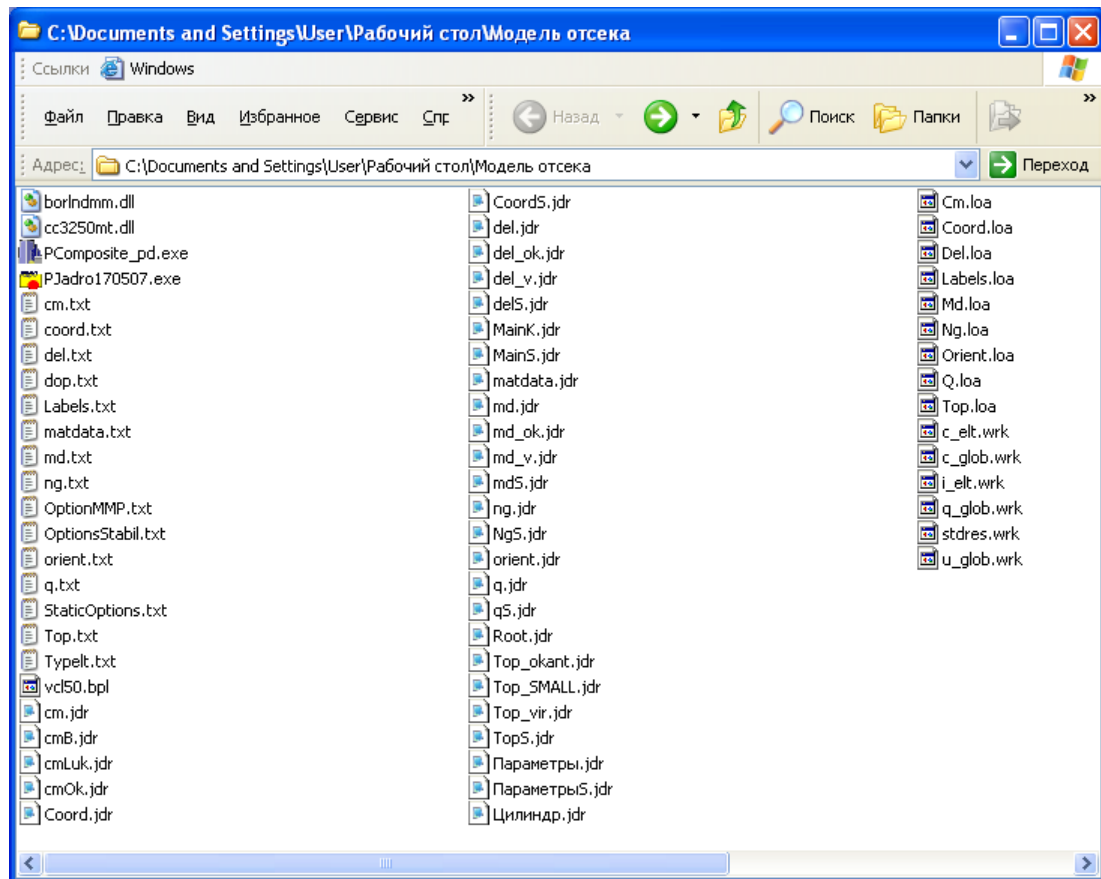


Рисунок 6.23 – Представление структурной модели сетчатой оболочки в виде набора файлов

Информацию о конечных элементах содержат:

- файл векторов местной системы координат на элементе cm.txt;
- файл топологии модели top.txt;
- файл типа элементов typelt.txt;
- файл типа сечения на элементе SecantData.txt;
- файл excentr.txt, содержащий эксцентриситеты на элементе.

Информация о параметрах модели содержится в:

- файле типов материалов matdata.txt;
- файле параметров сечения SecantDataType.txt.

На рисунке 6.24 представлена логическая схема взаимосвязи файлов структурной модели конструкции.

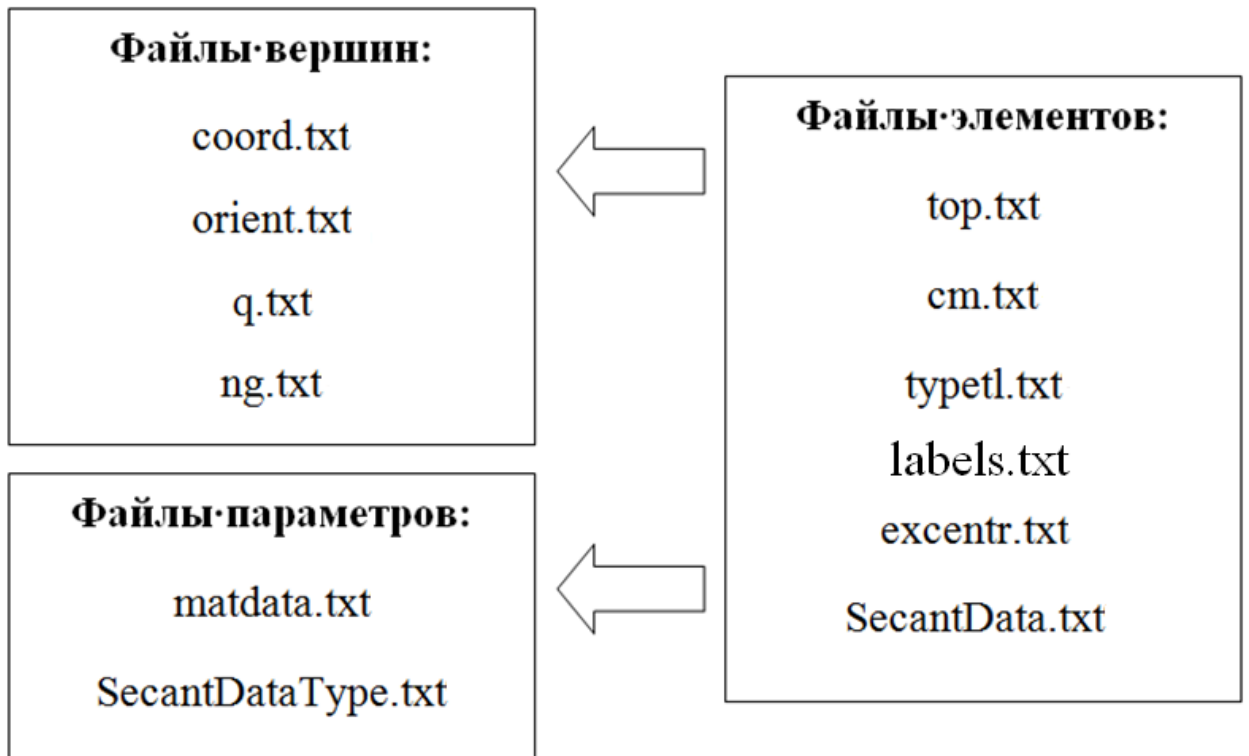


Рисунок 6.24 – Схема взаимосвязи файлов структурной модели

Просмотр дискретной модели осуществляется непосредственно через окно препроцессора. На рисунке 6.25 представлено окно просмотра дискретной модели отсека агрегата космического летательного аппарата, описание которого приведено в п.5.2. Программа позволяет отследить задания геометрии модели; правильность формирования структурных элементов, задание систем координат в узлах и на элементах, закрепление конструкции в определенных узлах, правильность приложения нагрузки (рисунки 6.26 - 6.28).

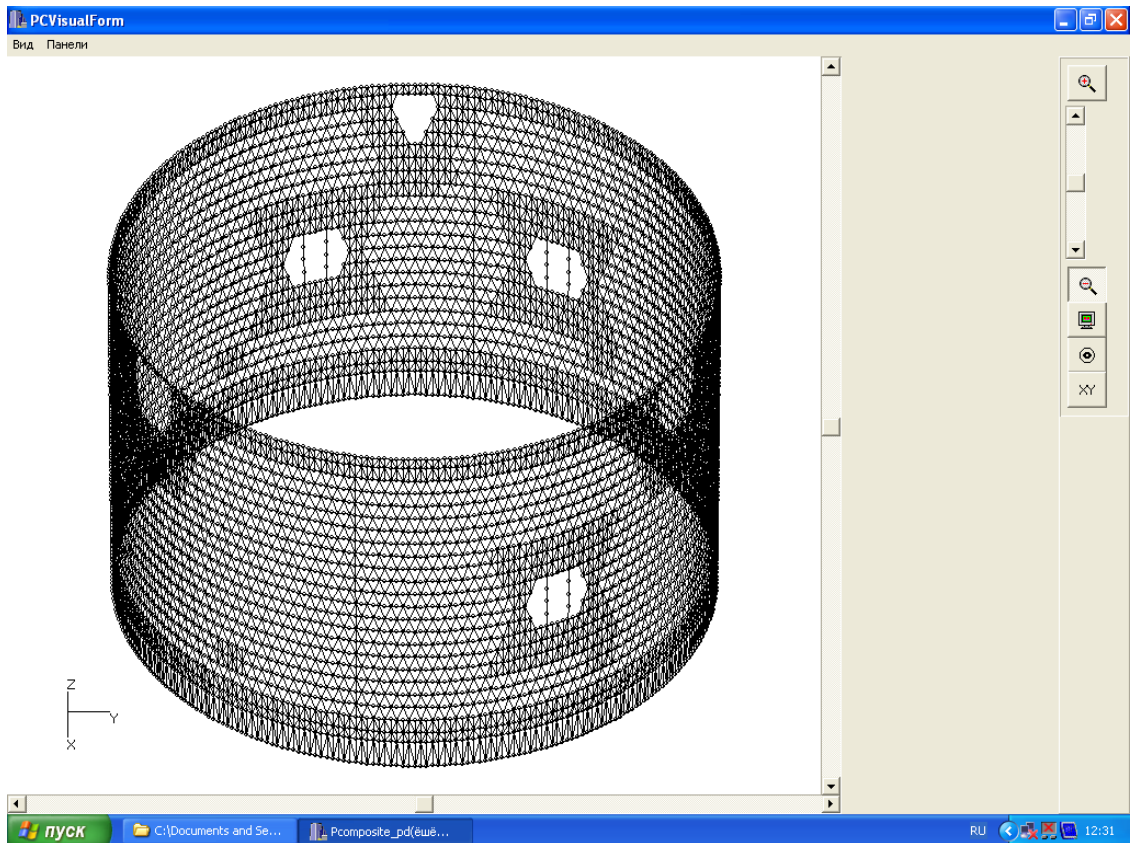


Рисунок 6.25 – Окно просмотра конечно-элементной модели

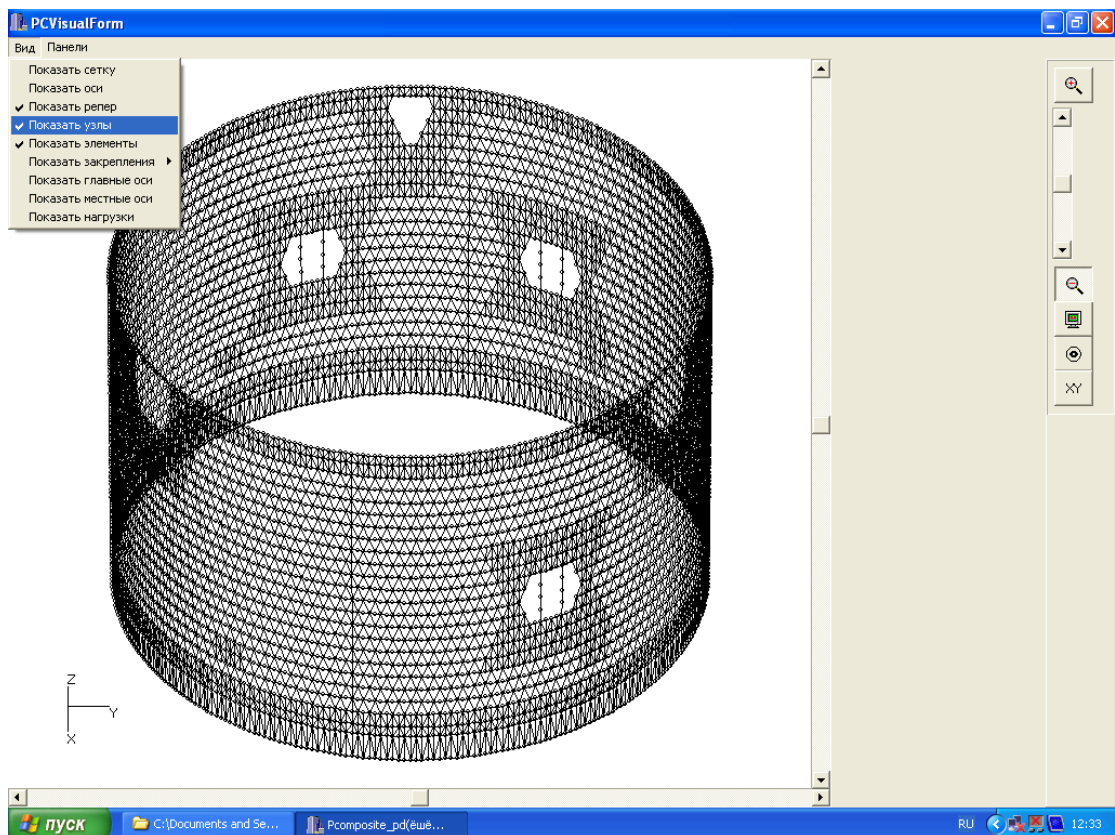


Рисунок 6.26 – Пункт меню «Вид» окна препроцессора



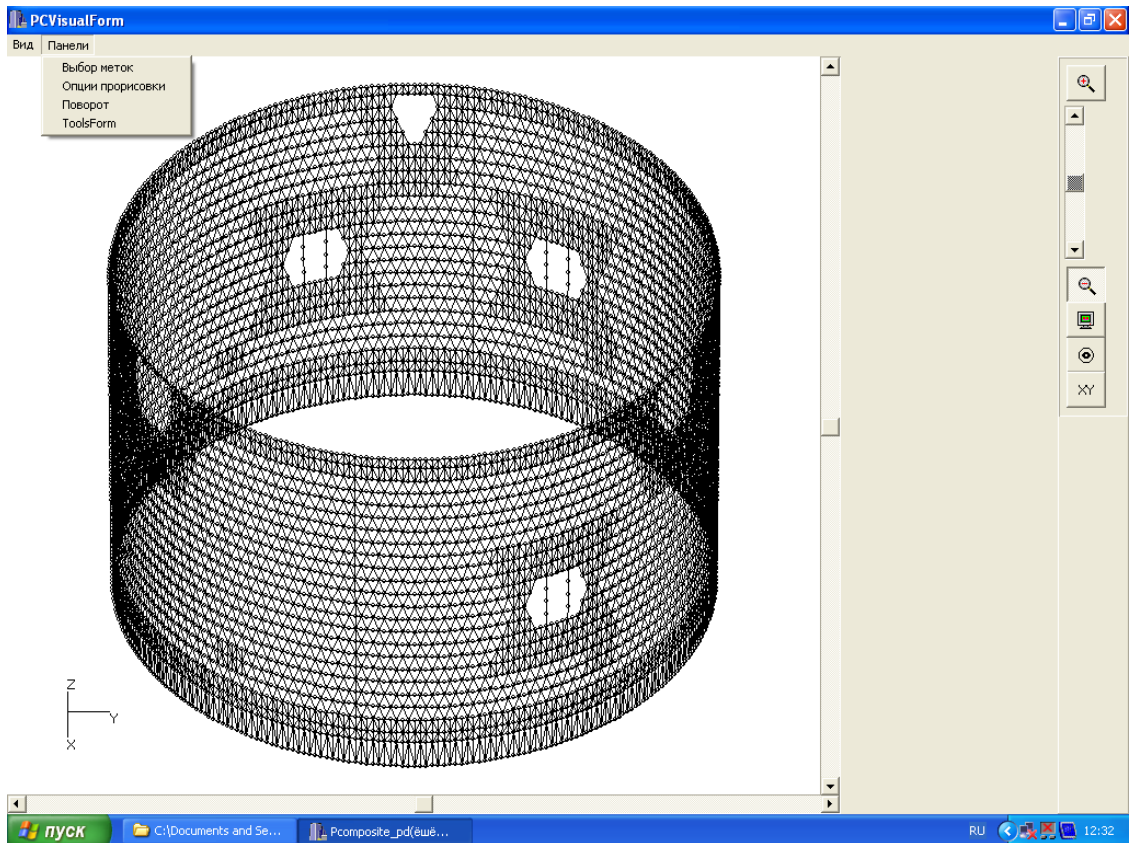


Рисунок 6.27 – Вкладка «Панели» окна препроцессора

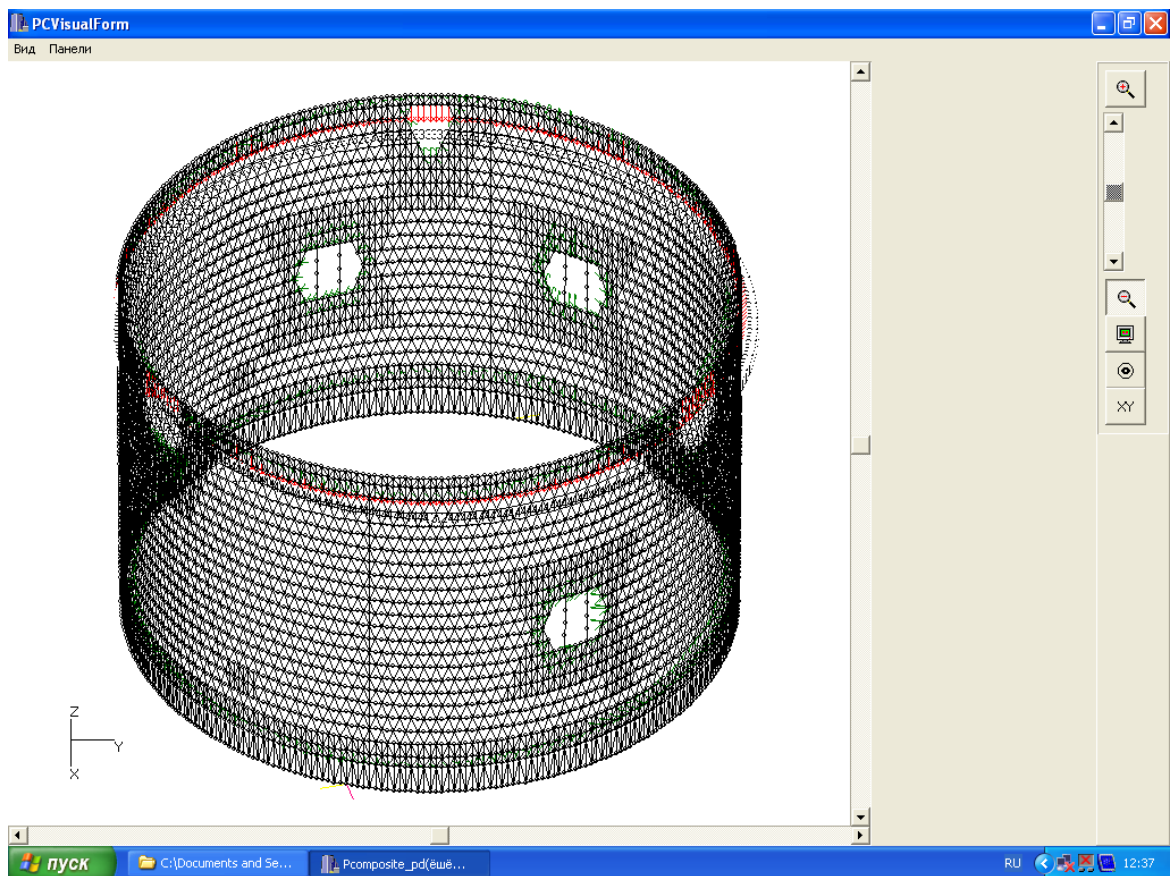


Рисунок 6.28 – Просмотр конечно-элементной модели отсека космического летательного аппарата

На втором этапе процесс расчета полей перемещений, деформаций и напряжений конструкции при статическом нагружении состоит из трех основных шагов.

На первом шаге в процессор необходимо загрузить сгенерированную на первом этапе структурную модель конструкции. Для этого в пункте меню «Файл» необходимо выбрать подпункт «Из текста», после чего в окне «Открыть модель» выбрать папку с текстовыми файлами структурной модели конструкции. На рисунке 6.29 изображено диалоговое окно процессора с загруженной структурной моделью.

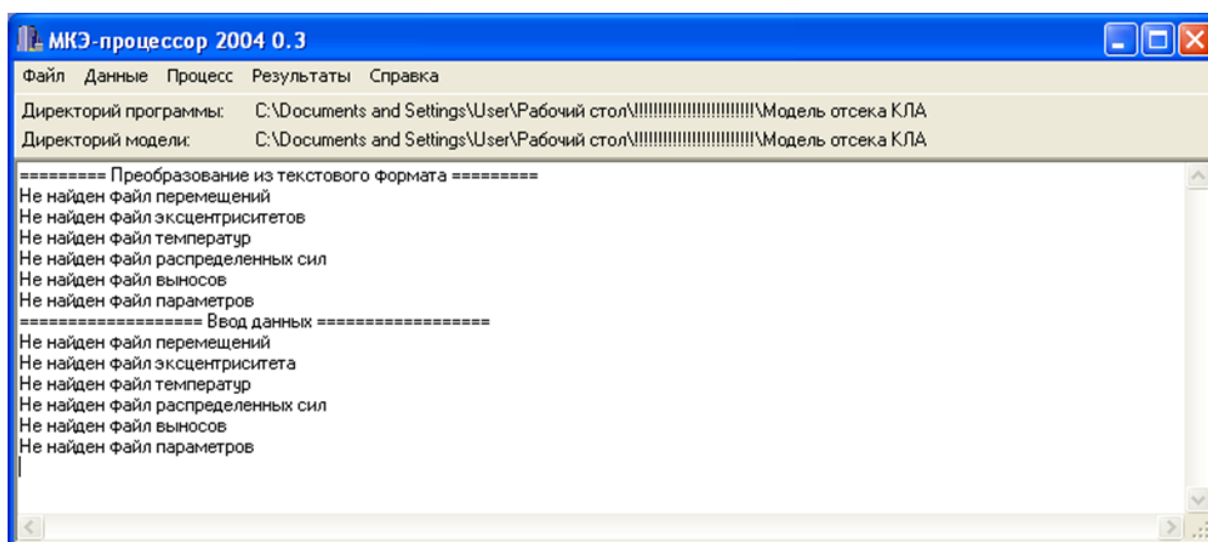
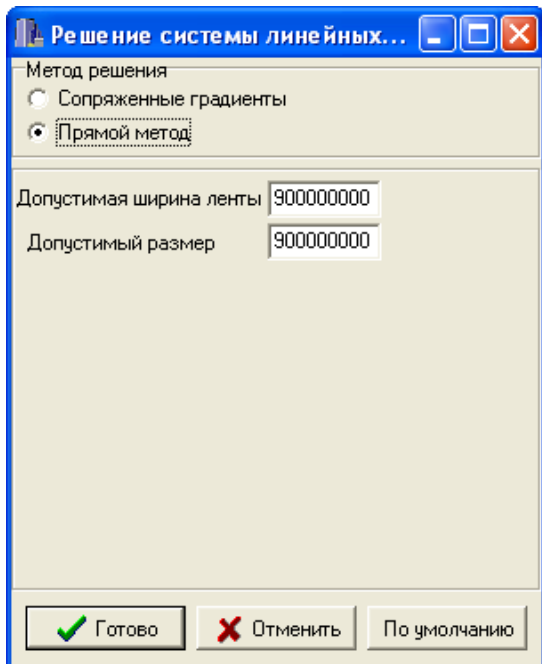


Рисунок 6.29 – Главное диалоговое окно процессора

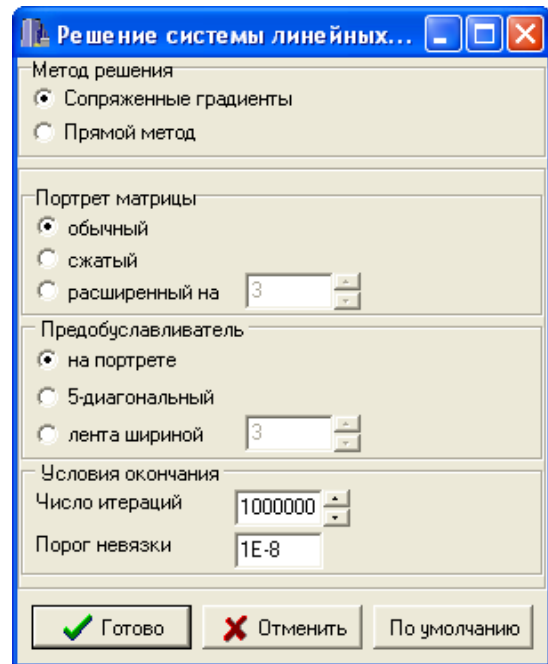
На втором шаге необходимо установить опции решения системы линейных уравнений. Для этого:

- в пункте меню «Процесс» выбираем последовательно подпункты «Задачи» и «Опции»;
- в окне «Опции подзадач» выбираем кладку «Статика»;
- в окне «Опции подзадач "Статика"» нажимаем на кнопку «Опции решения»;
- диалоговое окно «Решение системы линейных уравнений» позволяет выбрать метод решения и установить необходимые для каждого метода настройки.

На рисунке 6.30 представлены возможные настройки для прямого и итерационного методов решения системы уравнений.



а)



б)

Рисунок 6.30 – Настройки диалогового окна «Решение систем линейных уравнений»: а – прямой метод, б – метод сопряженных градиентов

Выбор начального приближения итерационного процесса задается в окне «Опции подзадачи "Статика"» (рисунок 6.31).

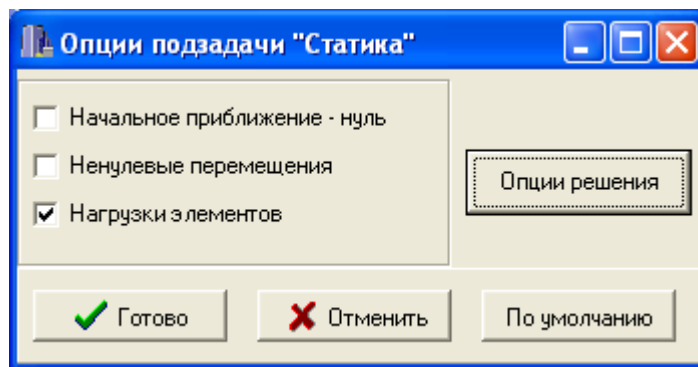


Рисунок 6.31 – Диалоговое окно «Опции подзадачи «Статика»»

На третьем шаге осуществляется непосредственное решение задачи статики, которое включает:

- вычисление локальных матриц жесткости элементов модели,
- сборку глобальной матрицы жесткости,
- факторизацию глобальной матрицы жесткости,
- решение системы линейных уравнений статики,
- вычисление перемещений, деформаций и напряжений в узлах модели.

Запуск данного процесса производится последовательным выбором команд в меню главного окна процессора (рисунок 6.32): пункт меню «Процесс», подпункт «Задачи», подпункт «Статика». Решение запускается командой «Начать». На рисунке 6.33 представлено окно «Статика» по завершению вычислительного процесса.

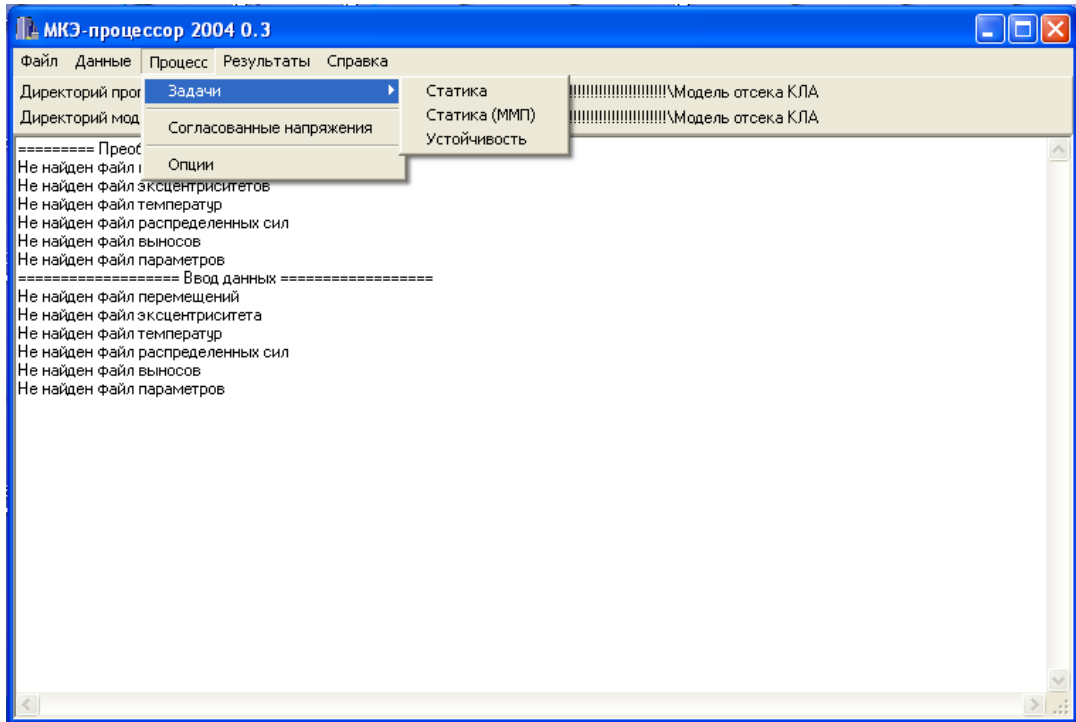


Рисунок 6.32 – Выбор задачи «Статика» в диалоговом окне процессора

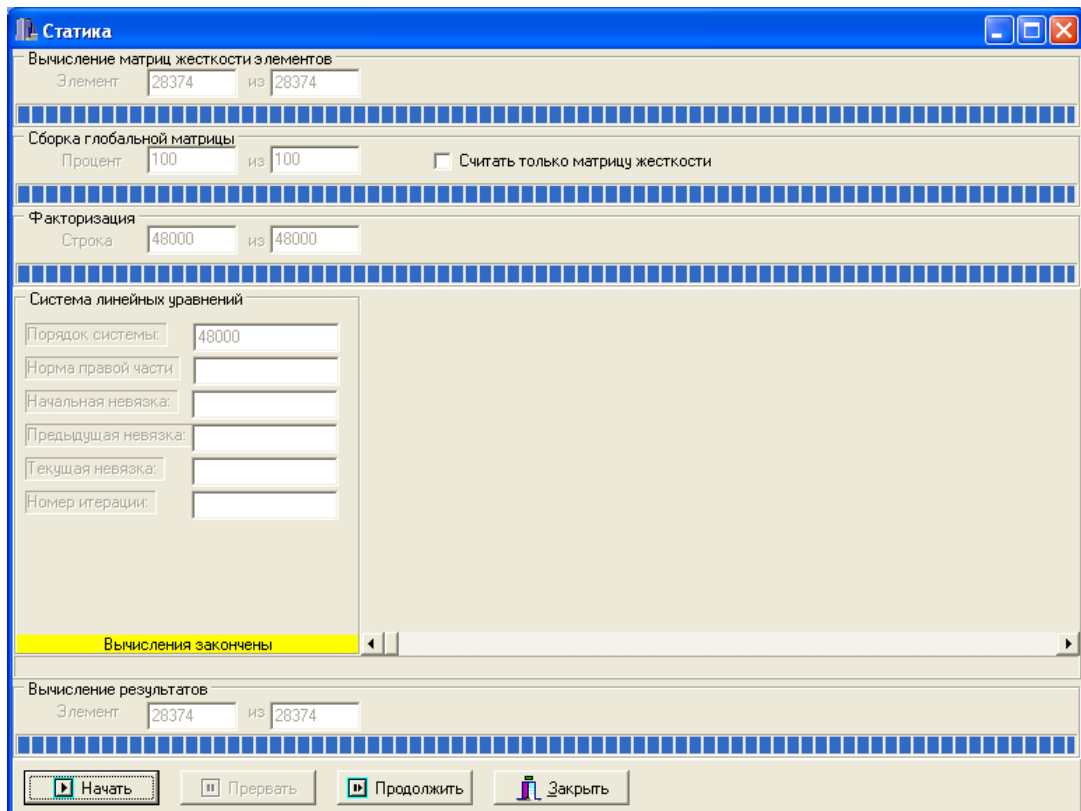


Рисунок 6.33 – Окно задачи «Статика» по завершению вычислительного процесса

На третьем этапе осуществляется выгрузка и визуализация результатов расчета. Пункт меню «Результаты» главного окна процессора позволяет активировать диалоговые окна выгрузки как перемещений, так и напряжений и деформаций (рисунок 6.34).

Рассчитанные перемещения выгружаются полностью по всем узлам конечно-элементной модели (рисунок 6.35). Выгрузка деформаций и напряжений может быть проведена дифференцированно – по типам структурных элементов конструкции, расчетных точек аппроксимации на элементах, компонент тензоров (6.36). Данные формируются в виде файлов формата системы Surfer или Grapher, в которых проводится непосредственная визуализация рассчитанных полей.

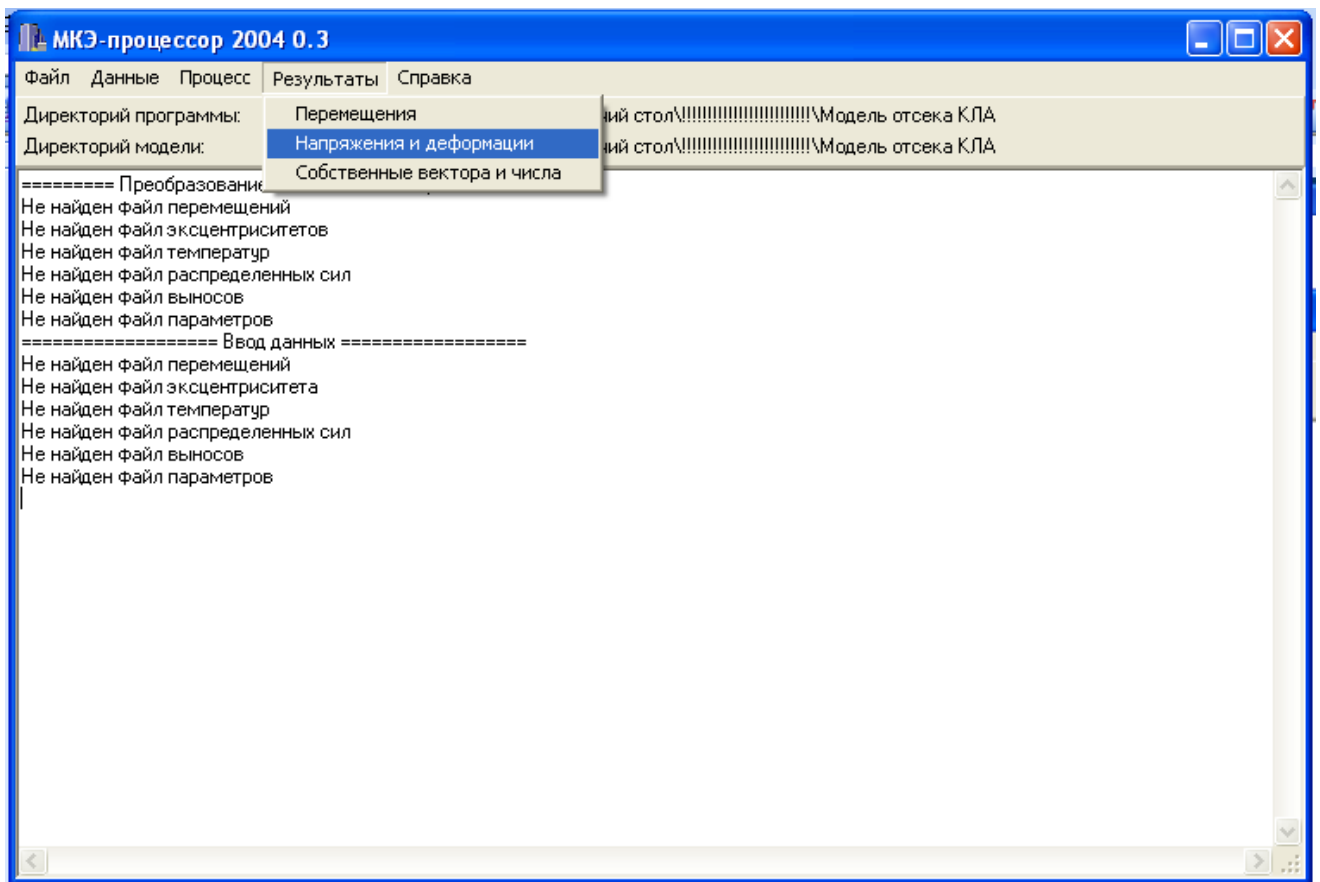


Рисунок 6.34 – Меню «Результаты» диалогового окна процессора

Перемещение

	X	Y	Z	US	UT	UN	OS	OT	ON
1	2001.9537	4.8498808E-11	-173.5	0	-0.580920555157204	-1.11553524724094	0.00685937958930401	0.00653161908501521	-1.5410014884336E-11
2	2001.9537	4.8498808E-11	26.5	-0.426084855335401	-0.600811028945371	-2.06052142140234	0.0058154272419088	0.00288864225194373	-0.000117934990297
3	2002.5948	4.8514338E-11	106.5	-0.536865232043053	-0.609238596436057	-2.25110046880651	0.00559273198878036	0.00169985754984872	-0.000100054229912
4	2003.4482	4.8535012E-11	213	-0.627255944991631	-0.62148622110906	-2.57405357581348	0.00532352685133434	0.0046872261502537	-0.000129035345786
5	2004.3016	4.8555686E-11	319.5	-0.83662805005397	-0.629880805858415	-2.75045000132207	0.00505546896744203	-0.00107835773135213	-0.000156244339089
6	2005.155	4.8576361E-11	426	-0.999237397648025	-0.636510951713337	-2.52814520461908	0.0046592390669983	-0.00303638374429975	-0.000189558133320
7	2006.0084	4.8597035E-11	532.5	-1.13610590647172	-0.642605098542073	-2.18977963358127	0.00419779085304805	-0.00339743537309482	-0.000214098903747
8	2006.8618	4.8617709E-11	639	-1.26339752089599	-0.647916640307029	-1.8565773371318	0.00368991666084875	-0.00281053991373327	-0.000244349289292
9	2007.7152	4.8638383E-11	745.5	-1.38618732606296	-0.654314357601691	-1.59114107277407	0.00321021104858397	-0.00218367394164309	-0.000262925887875
10	2008.5686	4.8659058E-11	852	-1.50478183824845	-0.665306891210805	-1.3998857984468	0.00277217475955401	-0.00139046794671519	-0.000300466543804
11	2009.422	4.8679732E-11	958.5	-1.62251871751935	-0.68297556767559	-1.28746966705431	0.00240487802309711	-0.000748210954715536	-0.000327110014739
12	2010.2754	4.8700406E-11	1065	-1.73821617440577	-0.709388658439822	-1.23948551091015	0.00210240208457842	-0.000136400462024524	-0.000367775591319
13	2011.1288	4.8721081E-11	1171.5	-1.85367583840467	-0.74462793500142	-1.25405315847432	0.00187024601541888	0.000370648002273668	-0.000400841100846
14	2011.9822	4.8741755E-11	1278	-1.96806466677201	-0.789289759048091	-1.318681029362	0.0017130547051646	0.000864144000780301	-0.000434205257063
15	2012.8356	4.8762429E-11	1384.5	-2.08306477042944	-0.841842910712	-1.43354983261763	0.00163987434635355	0.00126333600803328	-0.000463703361719
16	2013.689	4.8783104E-11	1491	-2.19813375831598	-0.900923770299591	-1.58936129293012	0.00163912196734704	0.00164682365598294	-0.000486493600835
17	2014.5424	4.8803778E-11	1597.5	-2.31216294583813	-0.962828489010998	-1.79076488142964	0.00168972597185882	0.00210044911512537	-0.000508294047915
18	2015.3958	4.8824452E-11	1704	-2.42703568880728	-1.0258518068704	-2.03353580883365	0.00173738641444582	0.00240777319817894	-0.000535542082876
19	2016.2492	4.8845127E-11	1810.5	-2.53808694163348	-1.09047401819693	-2.32481793996909	0.00174125484359465	0.00297271631589619	-0.000567679158621
20	2017.1026	4.8865801E-11	1917	-2.65140800288495	-1.15699419695784	-2.64526379169856	0.00166930359584878	0.00304640969329894	-0.000598515847433
21	2017.956	4.8886475E-11	2023.5	-2.77054323316486	-1.22529707168209	-2.95516929357169	0.0015148434968677	0.00265087488068814	-0.000629083656190
22	2018.8094	4.890715E-11	2130	-2.89898017789119	-1.29420922517436	-3.13763410183294	0.00127659510428697	0.000826712013769652	-0.000653829574454
23	2019.6628	4.8927824E-11	2236.5	-3.06079522988873	-1.36371516106336	-2.99100605747887	0.000990435346458869	-0.00363681846350903	-0.000681847999970
24	2020.5162	4.8948498E-11	2343	-3.14524312663696	-1.43788441326414	-2.75423824533533	0.000739035071929968	-0.000839231705929351	0

Не показывать таблицу

Экспорт в Surfer

Экспорт в Grapher

Закреть

Фильтр... Выбрать

Рисунок 6.35 – Окно выгрузки перемещений в узлах дискретной модели

Напряжения и деформации в элементах

Включить в таблицу:

в местной СК

все компоненты

в осях анизотропии

все компоненты

Напряжения

- SigmaS
- SigmaT
- SigmaN
- TauST
- TauTN
- TauNS

Деформации

- EpsilonS
- EpsilonT
- EpsilonN
- GammaST
- GammaTN
- GammaNS

Ключи выборки

Тип элемента

Метка элемента 1

Тип материала

Балка 1

Оболочка 3

8

11

13

14

19

21

22

23

Весь пакет

УТ-900

Армос

Ребра

Подмотка Т-13

В 95

Номер точки в плане 5

Номер слоя

Номер точки по толщине 2

Фильтр... Выбрать Показать Экспорт Закреть

Рисунок 6.36 – Окно выгрузки напряжений и деформаций в узлах дискретной модели



### *Расчет конструкции на устойчивость*

Анализ статической устойчивости сетчатых анизотридных конструкций в программном комплексе «Композит НК» реализуется путем последовательного выполнения следующих этапов:

- задание структурной модели конструкции (препроцессор);
- расчет напряженно-деформированного состояния конструкции (процессор);
- расчета собственных чисел и векторов (процессор);
- выгрузка и представление результатов расчета (постпроцессор).

Реализация первых двух этапов в программном комплексе была подробно описана выше.

На третьем этапе процесс расчета собственных чисел и векторов активизируется путем выбора подпункта «Устойчивость» в пункте меню «Процесс» главного окна процессора (рисунок 6.32). В ходе решения задачи «Устойчивость» выполняются следующие шаги (рисунок 3.7):

- вычисление матриц жесткости и геометрической жесткости элементов модели,
- сборка глобальной матрицы жесткости, матрицы геометрической жесткости и вектора правых частей,
- факторизация глобальной матрицы жесткости,
- решение системы линейных уравнений статики,
- вычисление собственных значений и соответствующих им векторов.

Процедура расчета запускается кнопкой «Начать». На рисунке 6.38 представлено окно «Устойчивость» по завершению вычислительного процесса.

На последнем этапе выполняется выгрузка собственных значений матрицы глобальной жесткости и соответствующих им перемещений в узлах конечно-элементной модели. Выгрузка осуществляется путем выбора в пункте меню «Результат» главного окна процессора подменю «Собственные вектора и числа» (рисунок 6.34). В нижней части окна предусмотрен выбор собственных значений, а кнопка «Выбор» запускает процедуру отбора соответствующих узловых перемещений (рисунок 6.39). Данные расчета сохраняются в виде файла формата системы Surfer и Grapher.

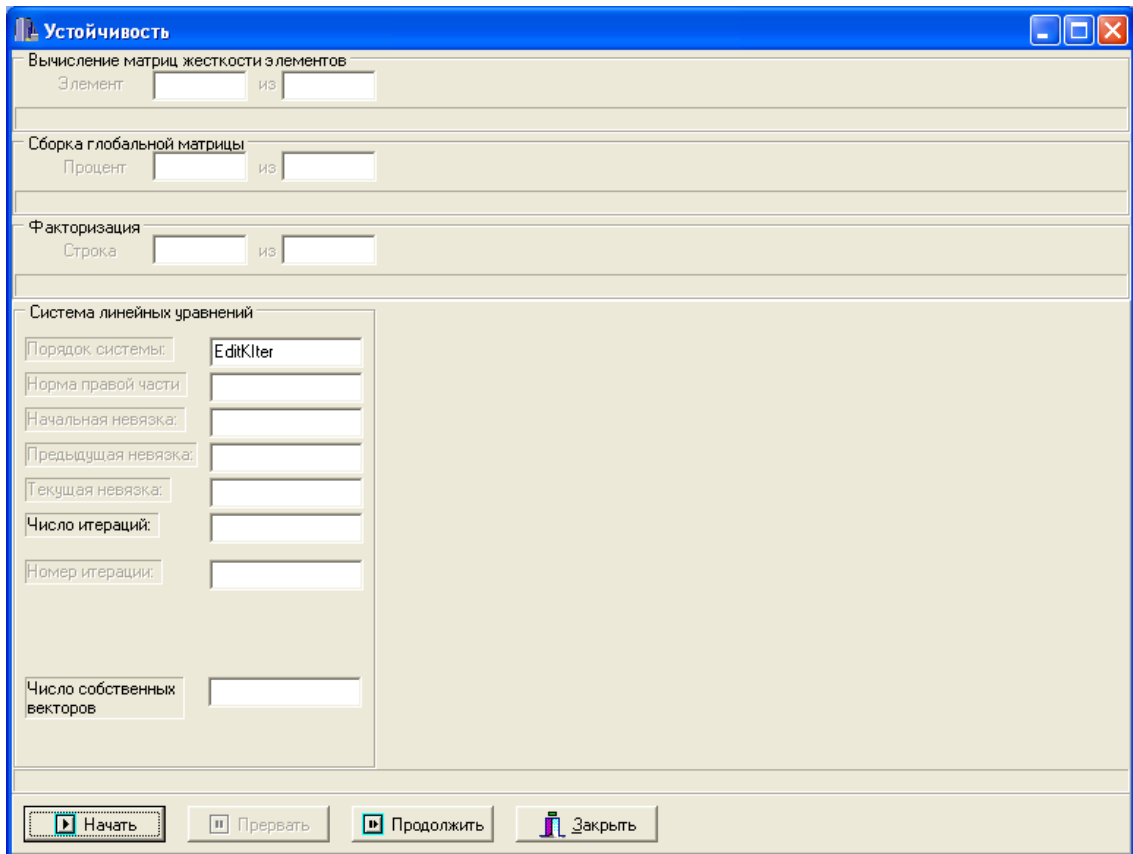


Рисунок 6.37 – Окно задачи «Устойчивость» до начала вычислений

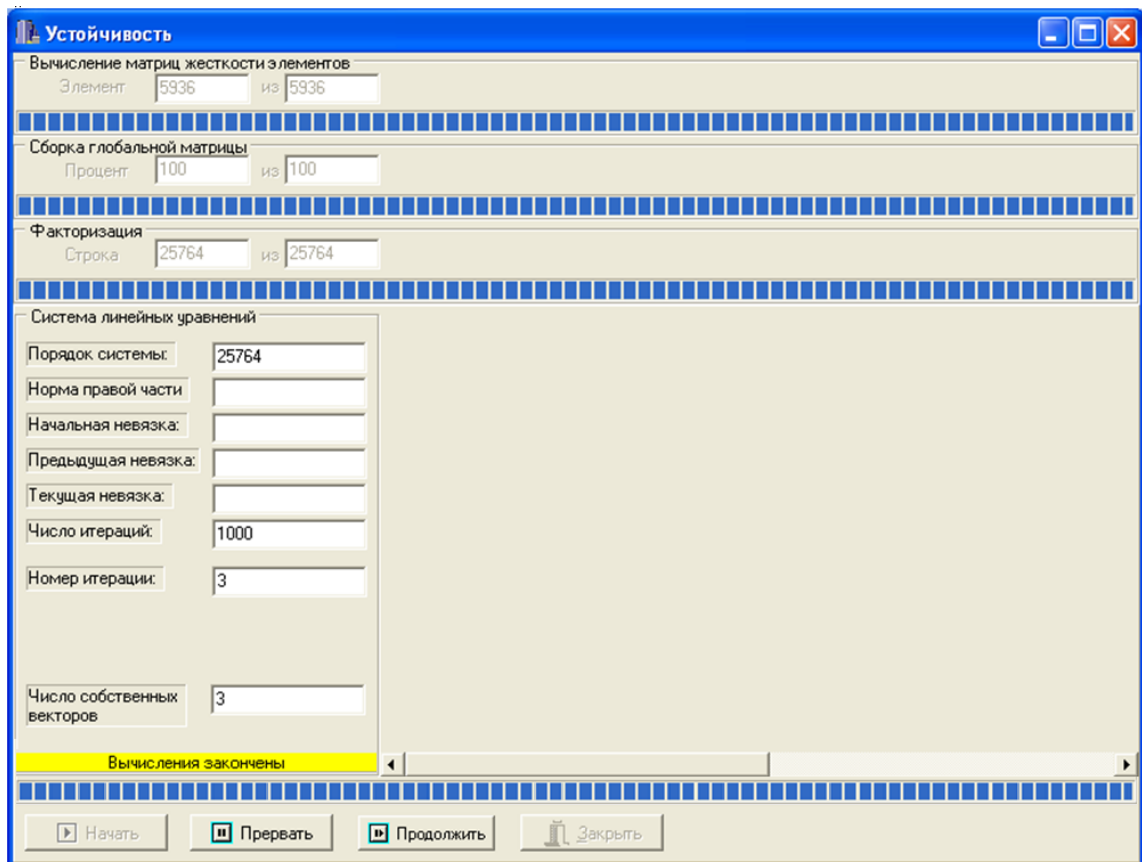


Рисунок 6.38 – Окно задачи «Устойчивость» по окончании вычислительного процесса



	X	Y	Z	US	UT	UN	OS	OT	ON
1	0	0	900	-5.912781161	-1.5031841487	1.81478573322	3.02135633884	3.3081955131	-1.3235388147
2	1331.343229	39.439773	876.054537	4.1056059054	-0.0003612233	-0.0016351391	8.44508191402	7.9778103221	-5.6819904300
3	1317.333992	196.625134	876.054537	-0.0001350925	-0.0003489762	-0.0015797035	8.15876974227	-2.6250736516	1.86959346902
4	1284.832273	351.05031	876.054537	-0.0002943333	-0.0002930516	-0.0013265510	6.85130109368	-5.7193271010	4.07340290071
5	1234.294325	500.547508	876.054537	-0.0004167352	-0.0002004483	-0.0009073664	4.68631913831	-8.0977407802	5.76731431525
6	1166.429591	643.018117	876.054537	-0.0004869784	-8.2756531444	-0.0003746154	1.93479362853	-9.4626627636	6.73942396847
7	1082.190742	776.462161	876.054537	-0.0004962704	4.5292844448	0.00020502290	-1.05889137782	-9.6432259477	6.86801715523
8	982.760307	899.006378	876.054537	-0.0004434494	0.0001676736	0.00075899982	-3.92004678801	-8.6168186760	6.13696376846
9	869.534072	1008.930517	876.054537	-0.0003351260	0.0002690685	0.00121798057	-6.29056609775	-6.5119451047	4.63793711887
10	744.101484	1104.691482	876.054537	-0.0001848570	0.0003367857	0.00152451775	-7.87375318326	-3.5920349655	2.55827816234
11	608.223343	1184.945001	876.054537	-1.1452338250	0.0003623512	0.00164024533	-8.47145635106	-2.2253168216	1.58531387353
12	463.807079	1248.564489	876.054537	0.0001633869	0.0003425645	0.00155067853	-8.00886597456	3.1747902068	-2.2610678006
13	312.87998	1294.656868	876.054537	0.0003177760	0.0002799030	0.00126702757	-6.54388025851	6.1747959966	-4.3977221653
14	157.560733	1322.575104	876.054537	0.0004323921	0.0001822078	0.00082479496	-4.25985748805	8.4019611510	-5.9839885851
15	0.029678	1331.927283	876.054537	0.0004928898	6.1707728307	0.00027933041	-1.44266828396	9.5775163469	-6.8212240067
16	-157.501794	1322.582124	876.054537	0.0004916973	-6.6515492034	-0.0003010956	1.55508691554	9.5543333081	-6.8047179782
17	-312.822285	1294.67081	876.054537	0.0004289630	-0.0001864134	-0.0008438361	4.35820547162	8.3353495294	-5.9365383886
18	-463.751438	1248.585157	876.054537	0.0003125403	-0.0002829807	-0.0012809614	6.61584904450	6.0730537917	-4.3253067512

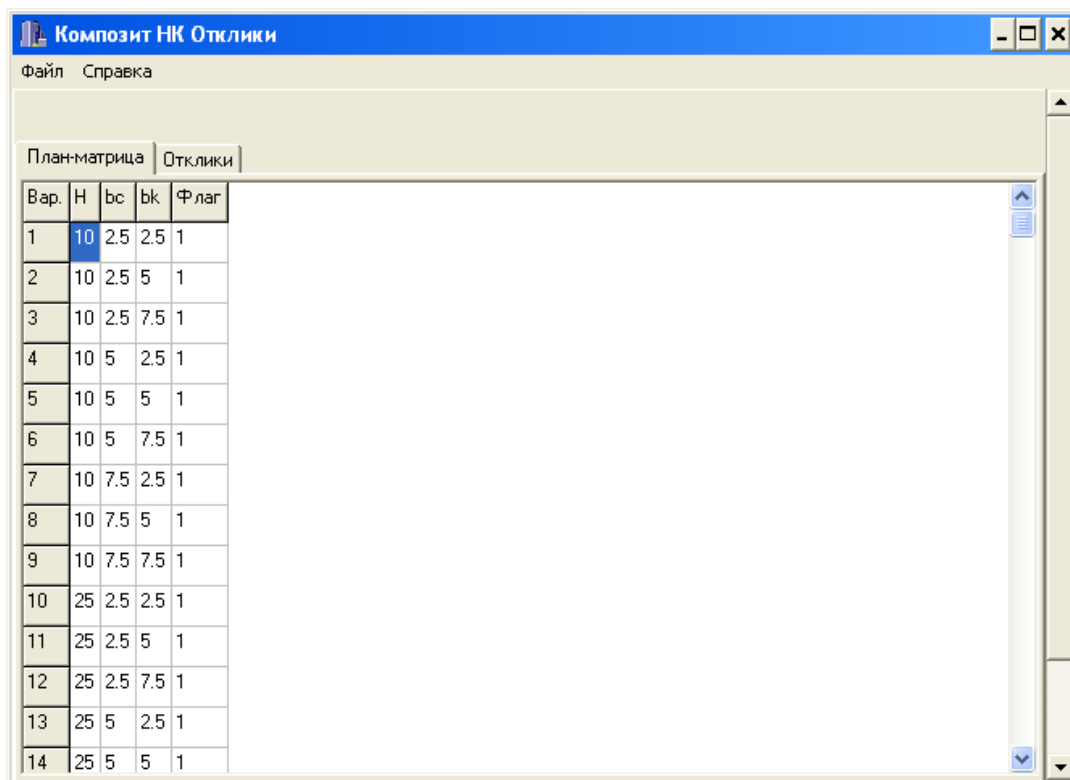
Рисунок 6.39 – Диалоговое окно выгрузки собственных значений и векторов

### *Аппроксимация откликов факторного эксперимента*

Программный комплекс предусматривает возможность автоматизированного построения аппроксимационных функций по результатам факторного эксперимента. Исходными данными выступают: текстовый файл, содержащий план-матрицу факторного эксперимента, и файлы с откликами. Для построения функции аппроксимации необходимо выполнить следующие шаги.

На первом шаге загружаем план-матрицу и отклики факторного эксперимента. Для этого в пункте меню «Файл» главного диалогового окна подпрограммы «Композит НК Отклики» выбираем подпункт «Открыть» и при помощи файлового диалога загружаем план-матрицу (рисунок 6.40).

С помощью команды «Добавить» вкладки «Отклики» загружаем файл отклика из папки с номером эксперимента (рисунок 6.41). Повторяем процедуру до тех пор, пока не будут загружены все результаты экспериментов согласно план-матрице.



Композит НК Отклики

Файл Справка

План-матрица Отклики

Вар.	Н	bc	bk	Флаг
1	10	2.5	2.5	1
2	10	2.5	5	1
3	10	2.5	7.5	1
4	10	5	2.5	1
5	10	5	5	1
6	10	5	7.5	1
7	10	7.5	2.5	1
8	10	7.5	5	1
9	10	7.5	7.5	1
10	25	2.5	2.5	1
11	25	2.5	5	1
12	25	2.5	7.5	1
13	25	5	2.5	1
14	25	5	5	1

Рисунок 6.40 – Отображение план-матрицы в окне подпрограммы «Отклики»

Кнопка «Загрузить все» позволяет пользователю проверить полноту загрузки: во всех ячейках всех вариантов таблицы должен быть проставлен знак «+» (рисунок 6.42).

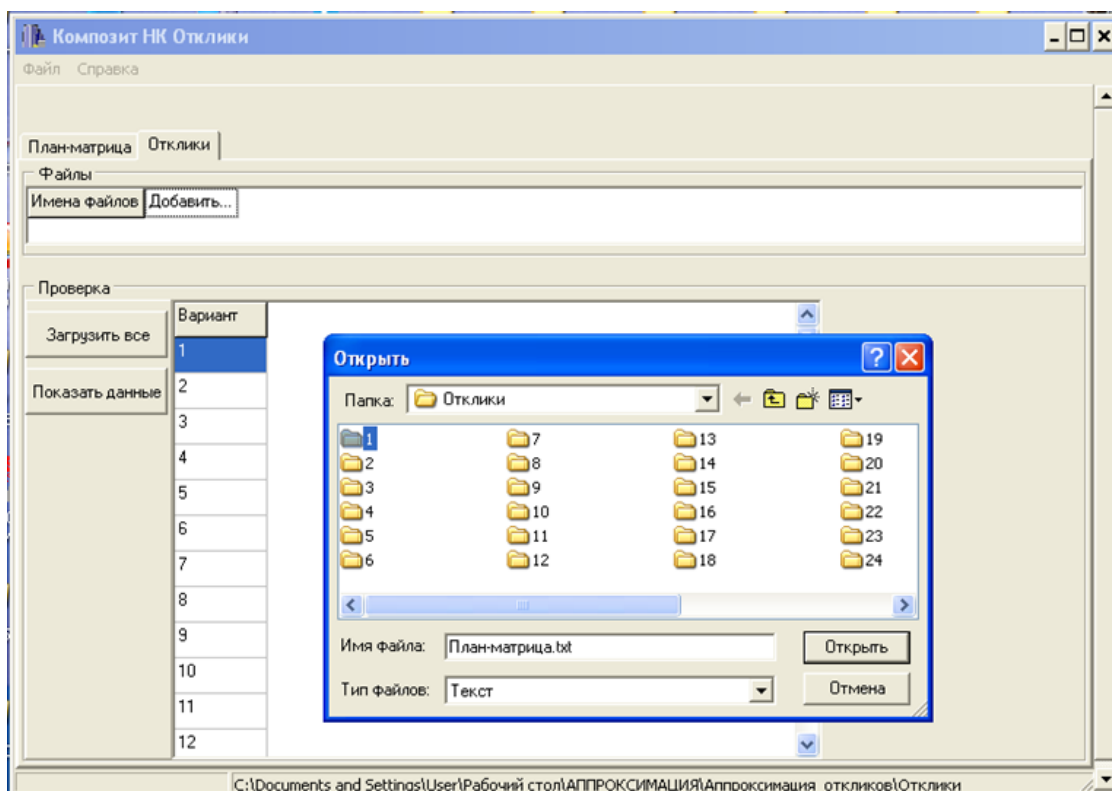


Рисунок 6.41 – Загрузка файлов откликов

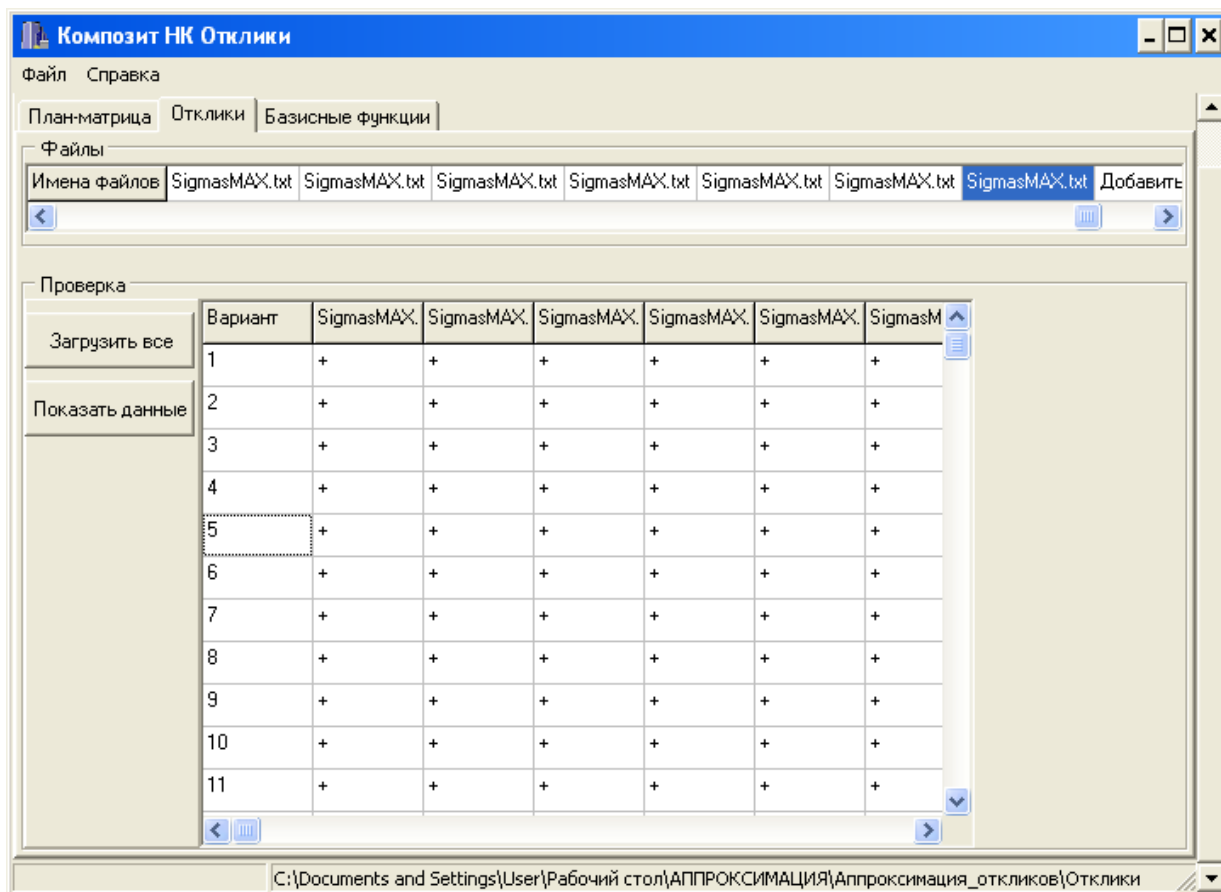


Рисунок 6.42 –Окно закладки «Отклики» соценка загрузки исходных файлов

Вкладка «Базисные функции» позволяет определить необходимый вид базисных функций и сформировать набор для функции отклика (рисунок 6.43).

Щелчок мыши в поле вкладки «Базисные функции» активизирует вкладку «Коэффициенты» (рисунок 6.44). Для расчета коэффициентов необходимо последовательно нажать на кнопки «Вычислить» и «Показать» (рисунок 6.45). Если коэффициенты аппроксимирующей функции ранее были вычислены и сохранены, то их можно загрузить, выполнив команды «Вычислить» и «Загрузить».

Таким образом, разработанные и описанные выше алгоритмы вычислительного эксперимента реализованы программно в виде комплекса вычислительных программ. Эти компоненты в переработанном виде включены в состав комплекса «Композит НК Анизогрид», который является более поздней специализированной версией комплекса «Композит НК».

В настоящем параграфе приведены те компоненты комплекса, проектирование и кодирование которых осуществлялось либо непосредственно автором диссертации, либо при участии соавторов.

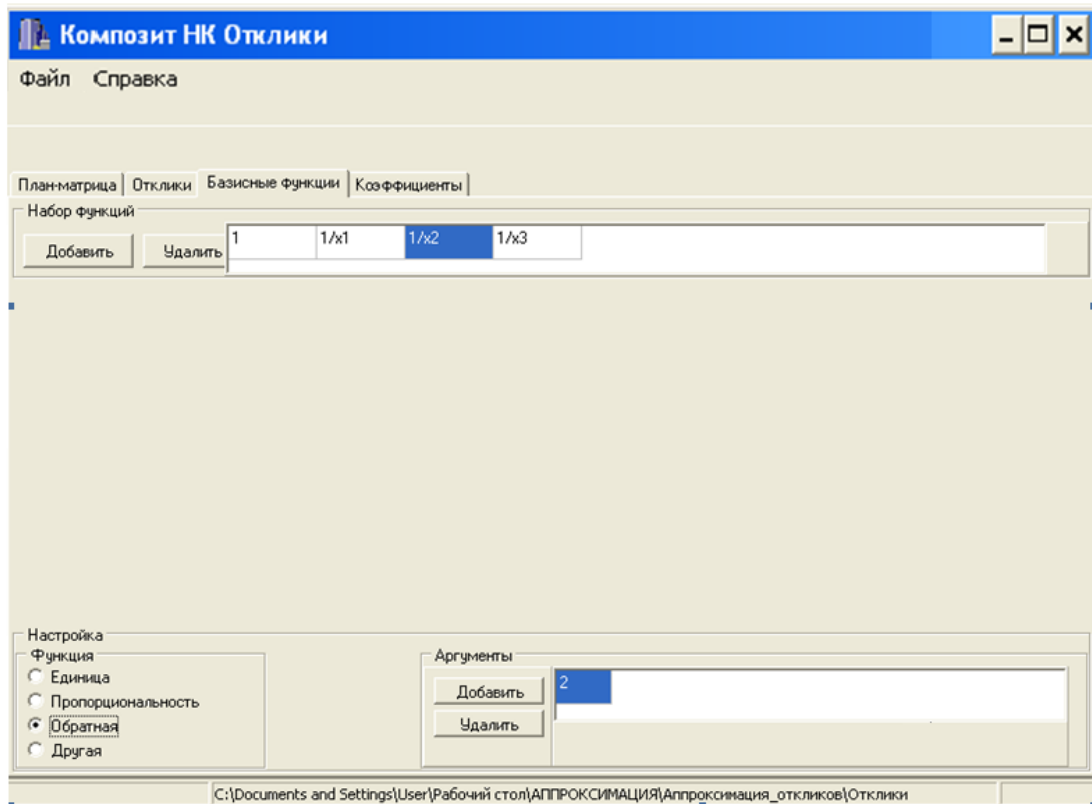


Рисунок 6.43 – Окно закладки «базисные функции»

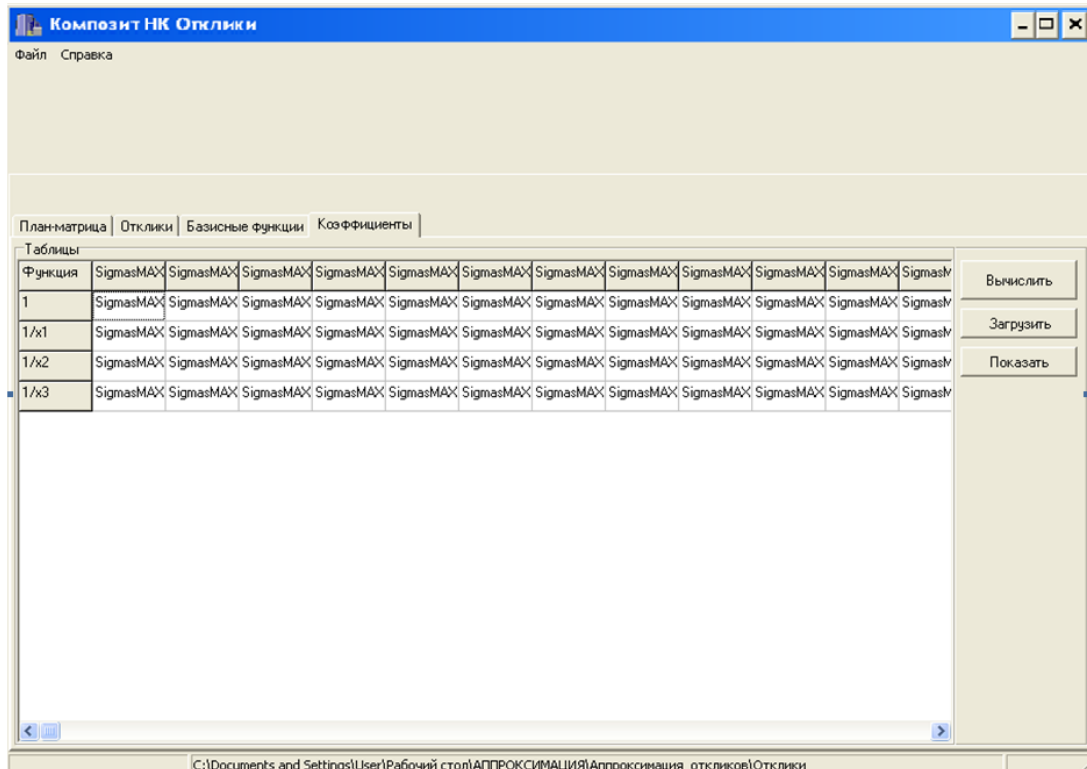


Рисунок 6.44 – Окно закладки «Коэффициенты»

Вар.	U	V	W
1	0	-0.25	0.2
2	174.9625	0.2	2.05
3	0.95	1.405	0.95

Рисунок 6.45 – Пример рассчитанных коэффициентов функции аппроксимации

## 6.6 Выводы по главе

1. Приведены формальные постановки задач идентификации сетчатых композиционных конструкций нерегулярной структуры: идентификации фактических параметров прочности и жесткости конструкции и идентификации параметров приложенной нагрузки. Разработаны и приведены алгоритмы решения поставленных задач.

2. Предложенный подход, основанный на параметрическом исследовании дискретной модели путем проведения серии вычислительных экспериментов, использовался при решении задачи идентификации условий натуральных испытаний составного отсека космического летательного аппарата.

Идентификация позволила получить оценки фактических условий нагружения для двух однотипных конструкций. Подобраны весовые коэффициенты в линейной модели приложенной нагрузки, включающей равномерно приложенную нагрузку и неравномерно распределенную нагрузку, создающую изгибающий момент.

Показано, что способ задания нагрузки через «жесткий» узел более соответствует фактическим условиям нагружения: относительное отклонение вычисленных перемещений от измеренных в контрольных точках значительно меньше, чем при расчете с распределенной нагрузкой (разница между значениями составляет 20-30%).

Решение задачи идентификации жесткости крышек люков позволило оценить возможность самопроизвольного раскрытия люков при проведении натурного эксперимента, что позволяет более обоснованно распространить данные испытаний на другие условия реальной работы конструкции.

3. Сравнение результатов численных расчетов напряженного состояния отсека летательного аппарата с данными натурного эксперимента позволило обнаружить нелинейность перемещений.

Расчет конструкции отсека летательного аппарата на устойчивость позволил определить, что найденные формы являются местными. Определено, что местная потеря устойчивости разгружает оболочку и сглаживает пики напряжений вблизи усиления вырезов и люков, при этом несущая способность конструкции не снижается. В базовом варианте критическая нагрузка по устойчивости составляет 94% от расчетной, что представляется допустимым в пределах точности расчета. Для решения задачи идентификации переменных жесткостных параметров отсека летательного аппарата с учетом нелинейного деформирования использовался предложенный подход, основанный на представлении поля перемещений в виде линейной комбинации форм местной потери устойчивости, добавляемой к основному полю перемещений, и оценке фактических нагрузок, при которых происходит местная потеря устойчивости по разным формам.

Тем самым разработан достаточно общий метод, позволяющий производить объективную интерпретацию данных натурных испытаний на основе математической модели и технологии факторного вычислительного эксперимента.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Учитывая основные соотношения теории тонких ортотропных пластин и соотношения балочной теории ребер с учетом гипотезы Тимошенко, построена многофакторная математическая модель статического деформирования сетчатых композиционных конструкций регулярной и нерегулярной структуры, основанная на классе расчетных схем типа пространственной рамы, в которой обшивка и система ребер деформируются совместно, учитываются конструктивные вырезы и окантовки, а параметры прочности и жесткости могут быть переменными по длине ребер.

2. Получены упрощенные аналитические оценки напряжений в сетчатых конструкциях регулярной структуры, позволяющие удовлетворить ограничениям по прочности и жесткости при проектировании.

3. Разработан и предложен метод поверочного расчета напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочечных конструкций при статическом сжатии, основанный на построении математической модели с помощью аналитического решения идеализированной задачи и получении поправок путем полного дискретного моделирования системы стержней, обшивки, окантовок конструкции. Метод отличается совместным использованием полного дискретно моделирования, аналитических асимптотических оценок и позволяет определять напряжения в каждом конструктивном элементе оболочки.

4. В результате параметрического исследования напряжений и деформаций в сетчатой оболочечной конструкции, содержащей компенсированные и некомпенсированные вырезы, установлены закономерности влияния размеров вырезов и их окантовки на напряжения в конструктивных элементах и критические нагрузки потери устойчивости, которые могут быть использованы в рациональном проектировании сетчатых конструкций отсеков летательных аппаратов.

5. Разработаны алгоритмы рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций летательных аппаратов по критерию

статической прочности, использующие многофакторный вычислительный эксперимент и редуцирование конечно-элементной модели.

6. Разработаны постановки задач и алгоритмы идентификации фактических условий нагружения, прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанные на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения, для расчетно-экспериментального обеспечения статической прочности сетчатых конструкций летательных аппаратов.

7. Предложен подход к решению задачи идентификации переменных жесткостных параметров отсека летательного аппарата с учетом геометрически нелинейного деформирования, основанный на представлении поля перемещений в виде линейной комбинации форм местной потери устойчивости, добавляемой к основному полю перемещений, и оценке фактических нагрузок, при которых происходит местная потеря устойчивости по разным формам.

8. Разработано программное обеспечение проектировочных и идентификационных расчетов крупногабаритных сетчатых конструкций агрегатов летательных аппаратов из композиционных материалов при действии статических и квазистатических нагрузок, которое может быть использовано для обеспечения прочности сетчатых конструкций летательных аппаратов на этапах проектирования, опытной отработки и производства.

9. Тем самым разработана единая методология рационального проектирования и диагностики сетчатых конструкций нерегулярной структуры, включающая методы вычислительного эксперимента, многофакторные математические модели статического деформирования сетчатых конструкций и алгоритмы решения задач поверочного расчета, рационального проектирования и параметрической идентификации модели при интерпретации данных натурных испытаний.

10. Показана применимость разработанных методов, алгоритмов и программ при рациональном проектировании, опытной отработке и технической диагностике конструкций агрегатов летательных аппаратов, выполненных из композиционных материалов по силовой схеме оболочек сетчатой структуры.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абовский, Н.П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек [Текст] / Н.П. Абовский, Н.П. Андреев, А.П. Деруга. – М.: Наука, 1978. – 287 с.
2. Агапов, В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций [Текст] : Учебное пособие / В.П. Агапов – М.: Изд. АСВ, 2000. – 152 с.
3. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий [Текст] / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1971. – 326 с.
4. Азаров, А.В. К теории сетчатых композитных оболочек [Текст] / А.В. Азаров // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2013. – № 1. – С.71-83.
5. Азаров, А.В. Композитные стержневые элементы космических аппаратов [Текст] / А.В. Азаров // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2007. – Вып. 1(146) – С. 3-8.
6. Азаров, А. В. Континуальные и дискретные модели сетчатых композитных цилиндрических оболочек [Текст] / А. В. Азаров // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – №1 (18). – С. 121–130.
7. Азаров, А.В. Оптимальное проектирование композитных сетчатых стержневых элементов космических аппаратов [Текст] / А.В. Азаров // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2007. – Вып. 2(147) — С. 3-7.
8. Азаров, А.В. Проектирование и изготовление композитного бака высокого давления для космического аппарата [Текст] / А.В. Азаров, А.А. Бабичев, Ф.К. Синьковский // Композиты и наноструктуры. – 2013. – № 4. – С.44-57.

9. Айронс, Б.М. Задачи о собственных значениях матриц конструкции: исключение лишних переменных [Текст] / Б.М. Айронс // Ракетная техника и космонавтика. – 1965. – Т.3. – №5. – С. 207-211.
10. Александров, А.В. Методы расчета стержневых систем, пластин и оболочек с использованием ЭВМ. В 2-х ч. Ч.1. [Текст] / А.В.Александров, Б.Я.Лашенников. – М: Стройиздат, 1976. –248 с.
11. Александров, А.В. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы [Текст] / А. В. Александров, Б. Я. Лашенников, Н. Н. Шапошников. – М: Стройиздат, 1983. –488 с.
12. Амбарцумян, С.А. Общая теория анизотропных оболочек [Текст] / С.А. Амбарцумян. - М.: Наука, 1974.– 448 с.
13. Амбарцумян, С.А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость и колебания [Текст] / С.А. Амбарцумян. – М.:Наука, 1987. – 360 с.
14. Амиро, И.Я. Устойчивость ребристых оболочек вращения [Текст] / И.Я. Амиро, О.А. Грачев, В.А. Заруцкий. – Киев: Наукова думка, 1987. – 160 с.
15. Амиро, И.Я. Учет дискретного размещения ребер при изучении напряженно-деформированного состояния, колебаний и устойчивости ребристых оболочек [Текст] / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий // Прикладная механика. – 1998. – 34, – №4. – С. 3-22.
16. Андреев, А.Н. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания [Текст] / А.Н. Андреев, Ю.В. Немировский. – Новосибирск: Наука, 2001. – 288 с.
17. Анизогридные композитные сетчатые конструкции – разработка и приложение в космической технике [Текст] / В.В. Васильев[и др.] // Композиты и наноструктуры. – 2009. – №3. –С. 38-50.
18. Апанович В.Н. Метод внешних конечно-элементных аппроксимаций [Текст] / В.Н. Апанович. – Минск: Высшая школа, 1991. – 171 с.
19. Бакаенко, В.Д. Моделирование сетчатых композитных спиц зонтичных антенн космических аппаратов [Текст] / В.Д. Бакаенко, А.В. Лопатин // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2013. –Т.1, №9. – С. 84-85.

20. Бакулин, В.Н. Алгоритм быстрых итераций подпространств и его применение к исследованию устойчивости слоистых подкрепленных оболочек [Текст] / В.Н.Бакулин, В.О. Каледин, В.М. Карпий // В сб.: Расчет тонкостенных элементов конструкций на прочность, устойчивость, колебания и долговечность. М.: МАИ. – 1988. – с. 57-63.
21. Бакулин, В.Н. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов [Текст] / В. Н. Бакулин, А. А. Рассоха. – М.: Машиностроение, 1987. – 312 с.
22. Баничук, Н.В. Методы оптимизации авиационных конструкций [Текст] /Н.В. Баничук, В.И. Бирюк, А.П. Сейранян, В.Н. Фролов, Ю.Ф. Яремчук. – М. Машиностроение, 1989. – 296 с.
23. Баничук, Н.В. Оптимизация элементов конструкций из композиционных материалов [Текст] / Н.В. Баничук, В.В. Кобелев, Р.Б. Рикардс. – М. Машиностроение, 1988. –224 с.
24. Барынин, В.А. Современные технологии неразрушающего контроля конструкций из полимерных композиционных материалов [Текст] / В.А. Барынин, О.Н. Буданан, А.А. Кульков. – М.: ИД «Спектр», 2013. – 243 с.
25. Бате, К.-Ю. Методы конечных элементов [Текст] / К.-Ю. Бате. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 1024 с.
26. Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст]: учебное пособие для ВУЗов / Н. С. Бахвалов. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.
27. Белкин А.Е. Расчет пластин методом конечных элементов: Учебное пособие [Текст] / А.Е.Белкин, С.С.Гаврюшин – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 232 с.
28. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов [Текст] / Н.М. Беляев - М.: Наука, 1976. –608с.
29. Берг, Ч. Расчет оболочек. Композиционные материалы. В 8-ми т. [Текст] / Ч. Берг. – М.: Машиностроение, 1987. – 312 с.
30. Биргер, И. А. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник. В 3-х т. Т.2. [Текст]/И. А. Биргер, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 464с.

31. Богартычук, А.С. Применение метода конечных элементов к расчёту трансверсально- изотропной цилиндрической оболочки с отверстием [Текст] / А.С.Богартычук, К.Н.Шнеренко // Прикладная механика. 1987. – Т.23. – №12.1. – С. 125-128.
32. Бруяка, В.А. Инженерный анализ в ANSYSWorkbench [Текст]: учебное пособие/В.А. Бруяка [и др.] – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 271с.
33. Бунаков, В.А. Оптимальное проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек [Текст]/ В.А. Бунаков // Механика конструкций из композиционных материалов. 1992. – №26. – С. 101-125.
34. Бунаков, В. А. Сетчатые композитные конструкции [Текст] / В. А. Бунаков, В. Д. Протасов // Механика и научно-технический прогресс. Т. 4. Приложение механики к задачам технологии. – Москва : Наука, – 1988. – С. 273–287.
35. Бунаков, В. А. Сетчатые композитные цилиндрические оболочки [Текст] / В. А. Бунаков, В. Д. Протасов // Механика композиционных материалов. – 1989. – №6. – С. 1046–1053.
36. Будадин, О.Н. Современные технологии неразрушающего контроля конструкций из полимерных композиционных материалов [Текст]/ О.Н. Будадин, А.А. Кульков // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2013. – Вып. 1(168) — С. 59-68.
37. Бурнышева, Т. В. Автоматизация вычислительного эксперимента в механике конструкций [Текст] / Т. В. Бурнышева, В.О. Каледин, И.В. Бухарова // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2013. – Вып. 1(168) — С. 23-28.
38. Бурнышева, Т. В. Влияние обшивки на фоновые напряжения при статическом деформировании ферменных конструкций из композитов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научный вестник НГТУ. – 2012. – №3 (48). – С. 93-100.
39. Бурнышева, Т.В. Влияние обшивки на фоновые напряжения при статическом деформировании композиционных сетчатых оболочек [Текст] / Т.В. Бурнышева // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. ст. 9-ой Всероссийской науч. конф. В 3 т. – Новокузнецк. – 2008. – Т.2. – С. 105-111.

40. Бурнышева, Т.В. Дискретное моделирование напряжений в сетчатых оболочках [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, Е.В. Решетникова // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. тр. 8-й Всероссийской науч. конф. - Новокузнецк: НФИ КемГУ. – 2006. – В 2-х т. Т.2. – С. 16-19.

41. Бурнышева, Т.В. Исследование влияния сквозных вырезов на устойчивость сетчатых оболочечных конструкций [Текст] / Решетневские чтения: материалы XV Междунар. науч.конф., посвящ. памяти генер. конструктора ракет.-космич. систем акад. М.Ф. Решетнева (10-12 нояб. 2011, . Красноярск): в 2 ч. // под общ. ред. Ю.Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т.- Красноярск, 2011. – Ч.2. – С. 438-439.

42. Бурнышева, Т.В. Исследование концентрации напряжений в окрестности вырезов в сетчатых оболочках [Текст] / Т.В. Бурнышева, Е.В. Решетникова // Математическое моделирование и краевые задачи: Труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч.1:Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций. – Самара: СамГТУ. – 2008. – С. 69-71.

43. Бурнышева, Т.В. Исследование концентрации напряжений в окрестности вырезов сетчатых оболочек из полимерных композиционных материалов [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, Е.В. Решетникова // Инновационные недра Кузбасса. IT-технологии: Сб. науч. тр. – Кемерово: ИНТ. – 2007. – С. 273-275.

44. Бурнышева, Т.В. Исследование статического деформирования оребренной оболочечной конструкции с технологическими вырезами [Текст] / Т.В. Бурнышева // Краевые задачи и математическое моделирование: тематич. ст. науч. ст.: в 3 т. Т.1. / НФИ ГОУ ВПО «КемГУ» под общ. ред. В.О. Каледина. – Новокузнецк: РИО НФИ КемГУ, 2010 – С. 42-52.

45. Бурнышева, Т. В. Математическая модель совместного деформирования элементов анизотридных конструкций космических летательных аппаратов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. - №6. – С. 94-97.

46. Бурнышева, Т. В. Методика проектировочного расчета сетчатых оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом нагружении [Текст] / Т. В. Бурнышева // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. – №3. – С. 97-100.

47. Бурнышева, Т.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом нагружении [Текст] / Т.В. Бурнышева // Материалы XVIII Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2011). – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. – 2011. – С.44-46.

48. Бурнышева, Т. В. Напряженное состояние сетчатых оболочечных конструкций с вырезами при осевом сжатии [Текст]/ Т. В. Бурнышева, В.О. Каледин // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. -№1. – С. 25-27.

49. Бурнышева, Т.В. Напряженное состояние сетчатых оболочечных конструкций с вырезами при осевом сжатии [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин // Численные методы решения задач упругости и пластичности: Тезисы докладов XXII Всероссийской конференции, Барнаул, 4-7 июля 2011 г./ Под ред. В.М. Фомина. -Новосибирск: Нонпарель, 2011. – С. 15-17.

50. Бурнышева, Т. В. Осевое сжатие оребренных конструкций из композиционных материалов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Вестник Кемеровского государственного университета. – 2009. – №4 (40). – С. 40-46.

51. Бурнышева, Т.В. О программной реализации расчета устойчивости оболочечной конструкции при геометрически нелинейном докритическом состоянии [Текст] / Т.В. Бурнышева, Я.С. Крюкова // Краевые задачи и математическое моделирование: тематич. ст. науч. ст.: в 3 т. Т.3. / НФИ ГОУ ВПО «КемГУ» под общ. ред. В.О. Каледина. – Новокузнецк: РИО НФИ КемГУ, 2010 – С. 88-91.

52. Бурнышева, Т.В. О решении задачи устойчивости оболочечных конструкций из композиционных материалов [Текст] / Т.В. Бурнышева, Ю.А. Дудина // Краевые задачи и математическое моделирование: тематич. ст. науч. ст.:

в 3 т. Т.2. / НФИ ГОУ ВПО «КемГУ» под общ. ред. В.О. Каледина. – Новокузнецк: РИО НФИ КемГУ, 2010 – С. 142-149.

53. Бурнышева, Т. В. Особенности деформирования сетчатых композиционных оболочек при статическом осевом сжатии [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, А.Б. Миткевич // Заводская лаборатория. Диагностика материалов.– 2012. – Т. 78. – № 11. – С. 61-65.

54. Бурнышева, Т. В. Оценка взаимного влияния составных частей оболочечной конструкции при осевом сжатии [Текст]/ Т. В. Бурнышева, А. Ф. Разин, О. А. Штейнбрехер // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. – №2. – С. 127-131.

55. Бурнышева, Т.В. Параметрическое исследование влияния геометрии окантовок вырезов на концентрацию напряжений в сетчатых оболочечных конструкциях [Текст] / Т.В. Бурнышева, Е.В. Решетникова // Материалы XV Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009). – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. – 2009. – С.161-163.

56. Бурнышева, Т.В. Параметрическое исследование концентрации напряжений в окрестности вырезов в сетчатых оболочках из полимерных композиционных материалов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Материалы XV Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2007). – М.: Вузовская книга. – 2007. – С.106-107.

57. Бурнышева, Т.В. Применение вычислительного эксперимента при расчете напряженно-деформированного состояния канического адаптера [Текст] / Т.В. Бурнышева, О.А. Штейнбрехер, А.Д. Ульянов // Краевые задачи и математическое моделирование: сборник тематических научн. статей - Новокузнецк. – 2014. – С. 105-111.

58. Бурнышева, Т. В. Применение методологии вычислительного эксперимента в задачах проектирования и диагностики анизотридных конструкций космических летательных аппаратов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. - №6. – С. 98-102.

59. Бурнышева, Т. В. Применение методологии вычислительного эксперимента при идентификации анизотридных композиционных конструкций [Текст] / Т.В. Бурнышева // Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социально-экономических системах: труды IV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. В 2 ч. Ч 1. – Новокузнецк: Изд. центр СибГИУ, 2016. – С.93-98.

60. Бурнышева, Т.В. Программно-методическое обеспечение прочностных расчетов анизотридных конструкций [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций: сборник материалов III Всерос. конф. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – С. 45-46.

61. Бурнышева, Т.В. Расчет коэффициентов концентрации при статическом деформировании ферменных конструкций из композиционных материалов [Текст] / Решетневские чтения: материалы XIV Междунар. науч. конф., посвящ. памяти генерал. конструктора ракет.-космич. систем академика М.Ф. Решетнева (10-12 нояб. 2010, . Красноярск): в 2 ч. // под общ. ред. Ю.Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т.- Красноярск, 2010. – Ч.2. – С. 380-381.

62. Бурнышева, Т.В. Расчет напряженно-деформированного состояния в сетчатых оболочках с усиленными вырезами при статическом нагружении [Текст] / Т.В. Бурнышева // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций: тез. докл. II Всерос. конф. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – С. 19-20.

63. Бурнышева, Т.В. Расчет напряженно-деформированного состояния оболочечной конструкции сложной структуры пакетом программ «КОМПОЗИТ НК» [Текст] / Т.В. Бурнышева, О.А. Штейнбрехер // Материалы XVII Международной конференции по механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2011). – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. – 2011. – С.175-176.

64. Бурнышева, Т. В. Решение задачи устойчивости сетчатых оболочек из композиционных материалов при статическом нагружении [Текст] / Т. В.



Бурнышева, Ю.А. Кравцова // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. – №1. – С. 101-105.

65. Бурнышева, Т. В. Сравнение дискретного и континуального подхода к расчету напряженного состояния сетчатых оболочечных конструкций при статическом нагружении [Текст] / Т. В. Бурнышева, В.О. Каледин // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. - №4. – С. 113-116.

66. Бурнышева, Т. В. Статическое деформирование композиционных сетчатых конструкций. Влияние обшивки на фоновые напряжения [Текст]/ Т. В. Бурнышева, [и др.] // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2009. – Вып. 3(154) – 4(155) – С. 5-10.

67. Бурнышева, Т.В. Учет жесткости обшивки при статическом деформировании композиционных сетчатых оболочек [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, Е.В. Решетникова // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. ст. 9-ой Всероссийской науч. конф. В 3 т. – Новокузнецк. – 2008. – Т.2. – С. 120-122.

68. Бурнышева, Т. В. Учет конструктивных вырезов при расчете полей напряжений оребренных оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом деформировании [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научный вестник НГТУ. – 2011. – №3 (44). – С. 93-102.

69. Бурнышева, Т. В. Фоновые напряжения в ферменных конструкциях из композитов [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, А.Б. Миткевич // Научный вестник НГТУ. – 2011. – №3 (44). – С. 103-114.

70. Бурнышева, Т.В. Численный расчет напряженно-деформированного состояния оболочек сложной структуры [Текст] / Т.В. Бурнышева, О. А. Штейнбрехер // Вестник Восточно-Казахского государственного технического университета, Вычислительные технологии Ч.1. – 2013. – С. 124 - 128.

71. Вайнберг, Д. В. Метод конечного элемента в механике деформируемых тел [Текст] / Д. В. Вайнберг, А. С. Городецкий // Прикладная механика. – 1972. – № 8. – С. 10-15.

72. Ванин, Г.А. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами [Текст] / Г. А. Ванин, Н. П. Семенюк. – Киев: Наукова думка, 1987. – 200 с.

73. Васильев, В.В. Анизотридная композитная сетчатая секция фюзеляжа пассажирского самолета [Текст] / В.В. Васильев, А.Ф. Разин, В.А. Никитюк // Композиты и наноструктуры. – 2013. – №3. – С.5-14.

74. Васильев, В.В. Исследование влияния формы ячейки на напряженное состояние композитной сетчатой конструкции при локальном нагружении [Текст] / В.В. Васильев, М.В. Никитин, А.Ф. Разин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2005. – Вып. 1(138) – 2(139). – С. 78-81.

75. Васильев, В.В. К задаче устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии [Текст] / В.В. Васильев // Известия РАН. Механика твердого тела. - 2011. – №2.–С. 5-15.

76. Васильев, В.В. Классическая теория пластин история и современный анализ [Текст] / В.В. Васильев // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1998. – №3. –С. 46-58.

77. Васильев, В. В. Композитные сетчатые балочные элементы для авиационных конструкций [Текст] / В. В. Васильев, А. Ф. Разин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2006. – Вып. 1(142) – 2(143). – С. 3-6.

78. Васильев, В. В. Механика конструкций из композиционных материалов [Текст] / В. В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

79. Васильев, В.В. Оболочки и пластинки из композиционного материала с пространственной схемой армирования [Текст] / В.В. Васильев, Г.П. Пичхадзе //Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – 1982. Вып.9. – С.83-90.

80. Васильев, В.В. Продольные и изгибные колебания сетчатого композитного переходного отсека космического аппарата [Текст] / В.В. Васильев, А.А. Склезнев // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т.15. – N 2. – С. 242-255.

81. Васильев, В.В. Проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек, сжатых в осевом направлении [Текст] / В.В. Васильев, В.А. Бунаков // Механика конструкций из композиционных материалов. – 2000. – №2. – С. 68 - 77.
82. Васильев, В.В. Сетчатая оболочка вращения (варианты) [Текст] / В.В. Васильев, А.Ф. Разин, М.С. Артюхов // патент на изобретение RUS 2153419 10.03.1999.
83. Васильев, В. В. Сетчатый композитный отсек для стыковки ракеты-носителя с космическим аппаратом [Текст] / В. В. Васильев [и др.] // Полет. – 1999. – №9. – С. 44–47.
84. Васильев, В. В. Теория сетчатых и подкрепленных композитных оболочек [Текст] / В. В. Васильев, А.В. Лопатин // Механика конструкций из композиционных материалов. – 1984. –С. 31-36.
85. Винарский, М. С. Планирование эксперимента в технологических исследованиях [Текст] / М. С. Виварский, М. В. Лурье. – Киев: «Техніка», 1975 – 168 с.
86. Волков, Л.И. Надежность летательных аппаратов [Текст] / Л.И. Волков, А.М. Шишкевич. – М.: Высш. шк., 1975. – 294 с.
87. Вольмир, А.С. Устойчивость деформируемых систем [Текст] / А.С. Вольмир. – М.: Физмат-гиз, 1967.–984с.
88. Гайдачук, В.Е. Дифференциальный метод проектирования рациональных корпусных авиаконструкций из композиционных материалов [Текст] / В.Е. Гайдачук, Я.С. Карпов // Самолетостроение. Техника воздушного флота: респ. межвед. науч.-техн. сб. / Харьк. Авиаци. ин-т. – Х., – 1978. – Вып. 43. – С. 81 - 92.
89. Галлагер, Р. Методы конечных элементов. Основы. [Текст] / Р. Галлагер – М.: Мир, 1984. – 428 с.
90. Голда, Ю.Л. Решение задач устойчивости оболочек с отверстиями в локальной постановке [Текст] / Ю.Л. Голда. – Тр. Моск. инж. строит. ин-та, 1973. – С. 160-164.

91. Голованов, А.И. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций [Текст] / А.И. Голованов, О.Н. Тюленева, А.Ф. Шигабутдинов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 392 с.
92. Гольденвейзер, А. Л. Теория упругих тонких оболочек [Текст] / А. Л. Гольденвейзер. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
93. Горенштейн, Б.В. Расчет сетчатых систем В.Г. Шухова на прочность, жесткость и устойчивость [Текст] / Б.В.Горенштейн // Расчет пространственных конструкций. – 1969. – Вып.5. – С. 146-152.
94. Городецкий, А.С. Компьютерные модели конструкций [Текст] / А.С. Городецкий, И.Д. Евзеров – К.: Издательство «Факт», 2005 – 344 с.
95. Григолюк, Э. И. Устойчивость оболочек [Текст] / Э. И. Григолюк, В. В. Кабанов. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
96. Гузь, А.Н. Механика разрушения композитных материалов при сжатии [Текст] / А.Н. Гузь – Киев: Наукова думка, 1990. – 632 с.
97. Доннелл, Л.Г. Балки, пластины и оболочки [Текст] / Л.Г. Доннелл. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. литер., 1982. – 568 с.
98. Еременко, С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел [Текст] /С.Ю. Еременко. – Х.: Изд-во «Основа», 1991. – 272 с.
99. Журавлев, А.А. Устойчивость стержневой конструкции цилиндрической оболочки при равномерном осевом сжатии [Текст] / А.А. Журавлев, А.Н. Доброгурский // Легкие строительные конструкции: Сборник научных трудов СГСУ. Ростов. – 1999. – С. 4-17.
100. Заруцкий, В.А. К оценке критических нагрузок потери устойчивости ребристых и сферических оболочек [Текст] / В.А. Заруцкий, В.Ф. Сивак // Прикладная механика. – 1999. -35. – № 9. – С. 47-50.
101. Заруцкий, В.А. О влиянии деформаций поперечного сдвига на собственные колебания цилиндрических оболочек, усиленных кольцевыми ребрами [Текст] / В.А. Заруцкий, Ю.В. Сюсаренко // Прикладная механика. – 1991.–Т.27. – № 2. – С. 54-61.

102. Зельвин, А. Б. Исследование характеристик устойчивости сетчатой оболочки из композиционных материалов [Текст] / А. Б. Зельвин, И.О. Кленов // Прикладные задачи аэромеханики и геокосмической физики. – 1991. – С. 89-94.
103. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред [Текст] / О. Зенкевич, И. Чанг. – М.: Недра, 1974. – 304 с.
104. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 544 с.
105. Игнатъев, В.А. Расчет стержневых пластинок и оболочек. Метод дискретных конечных элементов [Текст] / В.А. Игнатъев. – Саратов: Изд-во СГУ, 1988. – 156 с.
106. Кабанов, В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек [Текст] / В.В. Кабанов. – М.: Машиностроение, 1982. – 253 с.
107. Казначеева, О.К. Идентификация параметров упругости и жесткости конструкций из армированных материалов [Текст] / О. К. Казначеева, В. О. Каледин. – Новочеркасск: ЛИК, 2012. – 135 с.
108. Каламкар, А.Л. К определению эффективных характеристик сетчатых оболочек и пластинок периодической структуры [Текст] / А.Л. Каламкар // Механика твердого тела. – 1987. – №2. – С. 181-185.
109. Каледин, В.О. Интерпретация данных натурных испытаний оболочечной композитной конструкции при статическом осевом сжатии [Текст] / В.О. Каледин и др. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2015. – Т. 81. – № 3. – С. 53-58.
110. Каледин, В.О. Концепция языка программирования «Ядро» [Текст] / В.О. Каледин. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2008. – 47 с.
111. Каледин, В.О. Напряженно-деформированное состояние подкрепленных и составных оболочек вращения [Текст] / В.О. Каледин, Е.В. Решетникова // Вопросы оборонной техники. Серия 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2002. - №3. – С. 5-14.
112. Каледин, В.О. Численно-аналитические модели в прочностных расчетах пространственных конструкций [Текст] / В.О. Каледин. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2000. – 204 с.

113. Калиткин, Н.Н. Численные методы [Текст] / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
114. Кан, С.Н. Расчет самолета на прочность [Текст] / С.Н. Кан, И.А. Свердлов. – М.: Машиностроение, 1966. – 519 с.
115. Каплун, А.Б. ANSYS в руках инженера [Текст] / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
116. Клованич, С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики [Текст] / С.Ф. Клованич. – Библиотека журнала «Світгеотехніки», 2009.– 400 с.
117. Комиссар, О.Н. Российский центр компетенций по разработке и производству аэрокосмических конструкций из полимерных материалов [Текст] / О.Н.Комиссар, А.К. Хмельницкий // Композиты и наноструктуры. – 2012. – №2. – С. 19-25.
118. Композиционные материалы [Текст]: справочник / под ред. Д.М. Карпиноса. – Киев : Наукова думка, 1985. – 592 с.
119. Коробейников, С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел [Текст] / С.Н. Коробейников - Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. – 262 с.
120. Кукуджанов, С.Н. Об устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек [Текст] /С.Н. Кукуджанов // Известия РАН. Механика твердого тела. - 2011. – №6.–С. 80-92.
121. Ланцош, К. Вариационные принципы механики [Текст] / К. Ланцош. – М.: Мир, 1965. – 408 с.
122. Лопатин, А. В. Напряженное состояние и устойчивость подкрепленных композитных пластин и оболочек вращения [Текст]: дис. / А. В. Лопатин. – Москва, 1997. – 365 с.
123. Лопатин, А.В. Устойчивость при изгибе композитной цилиндрической оболочки с продольными ребрами жесткости [Текст] / А.В. Лопатин // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1993. – № 1. – С. 169-177.

125. Малмейстер, А.К. Системный анализ внутренних напряжений в композитной намоточной оболочке [Текст] / А.К. Малмейстер // Механика композитных материалов. – 1989. – № 4. – С. 660-663.

126. Малмейстер, А.К. Соппротивление жестких полимерных материалов [Текст] / А.К. Малмейстер, В.П. Тамуж, Г.А. Тетерс. – Рига: Издательство «Зинатне», 1972. – 500 с.

127. Мамай, В.И. Несущая способность тонкостенных оболочек с локальными несовершенствами [Текст] / В.И. Мамай // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2.–С. 26-31.

128. Маслов, А.И. Рентгенотехника [Текст] / А.И. Маслов. – М.: Машиностроение, 1992. – С.313-327.

129. Математическое моделирование статики сетчатой оболочки с учетом концентрации напряжений [Текст] / Т.В. Бурнышева[и др.] // Вестник ТГУ. Сер. «Математика. Кибернетика. Информатика». – 2006. - №19. – С.233-237.

130. Метод конечных элементов [Текст] / Под ред. П.М. Варвака – Киев: Вища школа, 1981. – 176 с.

131. Методы исследований и организация экспериментов / Под ред. проф. К.П. Власова – Х.: Издательство «Гуманитарный центр», 2002. – 256 с.

132. Механика композитных материалов и элементов конструкций. В 3 т. Т.2. Механика элементов конструкций [Текст] / под ред. Я.М. Григоренко. – Киев: Наукова думка, 1983. – 464 с.

133. Механические соединения сетчатых композитных конструкций [Текст] / В. В.Васильев [и др.] // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2010. – Вып. 4(159) – С. 3-9.

134. Миткевич, А.Б. Разработка и экспериментальная проверка критериев моделирования напряженно-деформированного состояния эластичных резервуаров подушечного типа для хранения горючего [Текст] / А.Б. Миткевич, В.П. Пономарев, О. Д. Никитин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2006. – Вып. 3/4 – С. 16-22.

135. Немировский, Ю.В. Прочность элементов конструкций из композитных материалов [Текст] / Ю.В.Немировский, Б.С. Резников – Новосибирск: Наука, 1986. – 166 с.
136. Новожилов, В.В. Линейная теория тонких оболочек [Текст] / В. В. Новожилов, К. Ф. Черных, Е. И. Михайловский. – Л.: Политехника, 1991. – 656 с.
137. Норри, Д. Введение в метод конечных элементов [Текст] / Д. Норри, Ж. де Фриз – М.: Мир, 1981. – 304 с.
138. О влиянии углов ориентации спиральных ребер на перемещения канонической и цилиндрической сетчатых оболочек [Текст] / В.В. Васильев, [и др.] // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2012. – Вып. 1(164) – 2(165) – С. 3-7.
139. Образцов, И.Ф. Метод конечных элементов в задачах механики летательных аппаратов [Текст]: Учебное пособие для студентов авиац. спец. вузов / И.Ф. Образцов, Л.М. Савельев, Х.С. Хазанов – М.: Высш. шк., 1985. – 392 с.
140. Образцов, И. Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов [Текст] / И.Ф. Образцов, В. В. Васильев, В. А. Бунаков. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
141. Образцов, И. Ф. Строительная механика летательных аппаратов [Текст] / И. Ф. Образцов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1986. – 536 с.
142. Огородникова, О.М. Конструкционный анализ в среде ANSYS [Текст]: учебное пособие / О.М. Огородникова. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2004. – 68с.
143. Оден, Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред [Текст] / Дж. Оден. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
144. Парлетт, Б. Симметричная задача собственных чисел [Текст] / Б. Парлетт. – М.: Мир, 1983. – 384 с.
145. Перспективы применения решетчатых несущих поверхностей. [Текст] / М.И. Ништ [и др.] // Самолетостроение. Техника воздушного флота. – 1990. – Вып. 57. –С. 17-23.



146. Победря Б.Е. О точности эффективных характеристик в механике композитов [Текст] / Б.Е. Победря // Механика композитных материалов. – 1990. – №3. – С. 408-413.

147. Полиновский, В. И. Применение методов конечных элементов при проектировании композитных сетчатых отсеков для ракетно-космической техники [Текст] / В. И. Полиновский // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2009. –3(154) – 4(155) – С. 17-22.

148. Постнов, В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций [Текст] / В. А. Постнов, И. Я. Хархурим. – Ленинград: Судостроение, 1974. – 342 с.

149. Пшеничнов, Г.И. Расчет сетчатых цилиндрических оболочек [Текст] / Г.И. Пшеничнов. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 112 с.

150. Пшеничнов, Г.И. Теория упругих тонких сетчатых оболочек и пластинок [Текст] / Г.И. Пшеничнов. – М.: Наука, 1982. – 352 с.

151. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 712 с.

152. Работнов, Ю.Н. Соппротивление материалов [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М.: Физматгиз., 1962. – 456 с.

153. Развитие пакета программ математического моделирования сопряженных задач механики неоднородных конструкций [Текст] / Т.В. Бурнышева [и др.] // Вестник Кемеровского государственного университета. – 2010. – №1 (41). – С. 3-8.

154. Разин, А.Ф. Рациональное подкрепление композитных сетчатых отсеков в зонах действия локальных осевых нагрузок [Текст] / А.Ф. Разин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2002. – Вып. 3(129). – С. 27-29.

155. Разин, А.Ф. Рациональное подкрепление люков в композитных сетчатых конструкциях [Текст] / А.Ф. Разин, Вл. О. Каледин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2002. – Вып. 3(129). – С. 36-38.

156. Разработка методики, алгоритмов и программ для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов. Статика слоистых конструкций: Отчет о НИР [Текст] / руководитель В.О. Каледин. – Новокузнецк, 1985. – 102с. – №ГР 01850039154. – Деп. ВНТИЦ. – Инв. № 02860024610.

157. Разработка методики, алгоритмов и программ для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов: Отчет о НИР [Текст] / руководитель В. О. Каледин. – Новокузнецк, 1986. – 53 с. – ГР № 01860094278. – Деп. ВНТИЦ. – Инв. № 02870033072.

158. Разработка методики, алгоритмов и программ для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов. Динамика конструкций: Отчет о НИР [Текст] / руководитель В. О. Каледин. – Новокузнецк, 1987. – 59 с. – ГР № 01870019129. – Деп. ВНТИЦ. – Инв. № 02880020553.

159. Разработка методики, алгоритмов и программ для расчета напряженно-деформированного состояния конструкций из композиционных материалов. Теплопроводность анизотропных конструкций: Отчет о НИР [Текст] / руководитель В. О. Каледин. – Новокузнецк, 1988. – 89 с. – ГР № 01880021006. – Деп. ВНТИЦ. – Инв. № 02900000489.

160. Численно-аналитические методы в задачах механики сплошной среды с усложненными физико-механическими свойствами: Отчет о НИР [Текст] / руководитель В. О. Каледин. – Новокузнецк, 1989. – 88 с. – ГР № 01860119967. – Деп. ВНТИЦ. – Инв. № 02900000491.

161. Рикардс, Р. Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин [Текст] / Р. Б. Рикардс. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.

162. Рикардс, Р. Б. Оптимизация ребристых оболочек из композитов, работающих на устойчивость при внешнем давлении [Текст] / Р.Б. Рикардс, М.В. Гольдманис // Механика композитных материалов. – 1980. – №3. – С. 468-475.

163. Рикардс, Р. Б. Устойчивость оболочек из композиционных материалов [Текст] / Р. Б. Рикардс, Г.А. Тетерс. – Рига: Зинатне, 1974. – 310 с.

164. Самогин, Ю. Н. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Текст]: учебное пособие / Ю. Н. Самогин, под ред. В. П. Чиркова. – М.: Физматлит, 2012. – 200 с.
165. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов [Текст] / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
166. Сетчатая оболочка в виде тела вращения из композиционных материалов и способ её изготовления [Текст] / А.И. Андронов [и др.] // патент на изобретение RUS 2149761 03.06.1999.
167. Сетчатая оболочка вращения из композиционных материалов [Текст] / В.В. Васильев [и др.] // патент на изобретение RUS 2442690 19.11.2010.
168. Современные методы испытаний композиционных материалов [Текст] / Г. А. Ванин [и др.] // Научно-методический сборник. НТП – 4-92. Под ред. А.П. Гусенкова. – М.: МНТК «Надежность машин», 1992. – 247 с.
169. Соломонов, Ю.С. Композитные материалы в ракетной и аэрокосмической технике [Текст] / Ю.С. Соломонов, В.В. Васильев, В.П. Георгиевский // Труды МИТ. Научно-технический сборник. – 2006. – Т. 8. – Ч.1. – С. 7-25.
170. Спиридонов, А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов [Текст] / А.А. Спиридонов. - М.: Машиностроение, 1981. –184 с.
171. Справочник по композиционным материалам в двух книгах. Т.1. [Текст] / под ред. Дж. Любина. – М.: Машиностроение, 1988. – 448 с.
172. Справочник по композиционным материалам в двух книгах. Т.2. [Текст] / под ред. д.т.н. Б.Э.Галлера. – М.: Машиностроение, 1988. – 584 с.
173. Стренг, Г. Теория метода конечных элементов [Текст] / Г. Стренг, Г. Фикс. – М.: Мир, 1980. – 512 с.
174. Суханов, А.В. Применение стеклопластиков в силовых конструкциях крепи тоннелей, сооружаемых методом продавливания [Текст] / А.В. Суханов, В.Г. Попов, Вл. О. Каледин // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2003. – Вып. 3/4 – С. 18-30.

175. Сьярле, Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач [Текст] / Ф. Сьярле. – М.: Мир, 1977. – 349 с.
176. Тепловой неразрушающий контроль изделий [Текст] / О.Н. Будадин [и др.]. - М.: Наука, 2002. – 476 с.
177. Тику, Ш. Эффективная работа: Solidworks 2005 [Текст] / Ш.Тику. – СПб.: Питер, 2005. – 517 с.
178. Тимошенко, С.П. Механика материалов [Текст] / С.П. Тимошенко, Дж. Гере. – СПб.: Издательство "Лань", 2002. – 672 с.
179. Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки [Текст] / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Физматгиз, 1963. – 470 с.
180. Тимошенко, С.П. Устойчивость упругих систем [Текст] / пер. с англ. И.К. Снитко; под ред. с примеч. и добавл. статьи В.З. Власова. – М.:Госстройиздат, 1946. – 532 с.
181. Уилкинсон, Дж. Алгебраическая проблема собственных значений [Текст] / Дж. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 389 с.
182. Устойчивость ребристых цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении [Текст]/ Г.Д. Гавриленко[и др.] // Прикладная механика. – 1994. – 30. – № 1. – С. 33-37.
183. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Текст] / В. И. Феодосьев. – 9-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986.– 512 с.
184. Фиалко, С. Ю. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений в современных МКЭ-комплексах [Текст] / С. Ю. Фиалко – М.: Издательство СКАД СОФТ, Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 2009. – 160с.
185. Филин, А. П. Элементы теории оболочек [Текст] / А. П. Филин. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Стройиздат, 1987. – 384 с.
186. Фрегер, Г.Е. Расчет и оптимальное проектирование композитных элементов стержневых конструкций [Текст] / Г.Е. Фрегер, Н.А. Карвасарская // Механика композитных материалов. – 1990. – № 3. – С. 501-507.

187. Хартман, К. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов [Текст] / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер. – М.: Мир, 1977. – 552 с.
188. Шатов, А.В. Конечно-элементное моделирование сетчатого цилиндра с эллиптическим поперечным сечением / А.В. Шатов, А.В. Лопатин // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2013. –Т.1, № 9. – С. 106-107.
189. Шевченко, А.А. Физикохимия и механика композиционных материалов [Текст] / А.А. Шевченко. – М.: Профессия, 2010. – 224 с.
190. Шимкович, Д. Г. FEMAP & NASTRAN. Инженерный анализ методом конечных элементов [Текст] / Д. Г. Шимкович. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 701 с.
191. Шимкович, Д. Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows [Текст] / Д. Г. Шимкович. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.
192. Шухов, В.Г. Строительная механика. Избранные труды [Текст] / В.Г. Шухов - М.: Наука, 1977. – 192 с.
193. Шухов, В.Г. Стропила. Изыскание рациональных типов прямолинейных стропильных ферм и теория арочных ферм [Текст] / В.Г. Шухов – Изд. Политехнического общества, 1897. – 120 с.
194. Щербаков, В.Т. Экспериментальное исследование прочности и устойчивости оболочек из углепластика [Текст] / В.Т. Щербаков, А.Г. Попов // Механика композитных материалов. – 1990. –№2. – С. 256-262.
195. *Adams, V. Building Better Products with Finite Element Analysis [Text]/ V. Adams, A. Askenazi. – 1999. –587p.*
196. *Bakhvalov, Yu. O. Proton-M Composite Interstage Structures: Design, Manufacturing and Performance [Electronic resourc] / Yu. O. Bakhvalov [et al.] // European Conf. for Aerospace Sciences. – Russia, 2005. – (CD-ROM).*
197. *Bunakov, V.A. Design of Axially Compressed Composite Cylindrical Shells with Lattice Stiffeners [Text] / In: Optimal Structural Design // Technomic. – 1999. –P. 207 - 246.*
198. *Chen, Y. N. Buckling of clamped oval cylindrical shells under axial compression [Text] / Y. N. Chen, G. Feinstein, J. Kempner // AIAA Journal. – 1971. – 9(9). - P. 1733–1738.*

199. *Donnell, L. H. Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression [Text] / L. H. Donnell, C. C. Wan // Journal Appl. Mech. 1950. – 17(1). – p. 73-83.*
200. *Feinstein, G. Stability of oval cylindrical shells [Text] / G. Feinstein, B. Erickson, J. Kempner // Exper. Mech. 1971. – 11(11). – P. 514–520.*
201. *Frulloni, E.. Experimental study and finite element analysis of the elastic instability of composite lattice structures for aeronautic applications [Text] / E. Frulloni, J.M. Kenny, P. Conti, L. Torre // Composite Structures. – 2007. – Vol. 78. – P. 519-528.*
202. *George, P.L. Automatic Mesh Generation. Application to Finite Element Methods [Text] / P.L. George. - Paris, John Wiley & Sons. - 1991. – 412 p.*
203. *Honor, M.E. A finite element analysis of deep drawing [Text] / M.E. Honor, R.D. Wood // The boundary condition problem. Numer. meth. and Form. Process. – 1989. – P. 807-808.*
204. *Hou, A. Strength of composite latticed structures [Text] / An Hou, Kurt Gramoll // AIAA. – 1997. – V. 1251. – P. 23–28.*
205. *Hutchinson, J. W. Buckling and initial postbuckling behavior of oval cylindrical shells under axial compression [Text] / J. W. Hutchinson // Journal of Appl. Mech. – 1968. – 35(1). - P. 66–72.*
206. *Huybrechts, S. Analysis and behavior of grid structures [Text] / Steven Huybrechts, Stephen W. Tsai // Composites Science and Technology. – 1996. – V. 1001–1015. – No. 56. – P. 698–706.*
207. *Kanou, H. Numerical modeling of stresses and buckling loads of isogrid lattice composite structure cylinders [Text] / H. Kanou, S. M. Nabavi, J. E. Jam // International Journal of Engineering, Science and Technology. – 2013. Vol. 5. – No. 1. - P. 42-54.*
208. *Karthick, B. Structural Analysis Of Fuselage With Lattice Structure [Text] / B. Karthick, S. Balaji, P. Maniiarasan. // International Journal of Engineering Research & Technology. – 2013. – Vol. 2, is. 6. – P. 145–156.*
209. *Koiter, W. T. Elastic stability and postbuckling behavior [Text] / W. T. Koiter // Proc. Symp. Nonlinear Problems. – 1963. – P. 257–275.*

210. *Chun-Yung Niu, M. Composite airframe structures (practical design information and data [Text] /M.Chun-Yung Niu// Hong Kong Conmilit Press LTD.– 2005.*

211. *Lopatin, A. V. Axial deformability of the composite lattice cylindrical shell under compressive loading: Application to a load-carrying spacecraft tubular body [Text] / A. V. Lopatin, E. V. Morozov, A. V. Shatov // Composite Structures. – 2016. – Vol. 146. – P. 201–206.*

212. *Lopatin, A. V. Bending of the composite lattice cylindrical shell with the midspan rigid disk loaded by transverse inertia forces [Text] / A. V. Lopatin, E. V. Morozov, A. V. Shatov // Composite Structures. – 2016. – Vol. 150. – P. 181–190.*

213. *Lopatin, A. V. Deformation of a cantilever composite anisogrid lattice cylindrical shell with the end rigid disk loaded by transverse inertia forces [Text] / A. V. Lopatin, E. V. Morozov, A. V. Shatov // Composite Structures. – 2015. – Vol. 129. – P. 27–35.*

214. *Micks, W. R. Minimum weight of stiffened cylindrical shells in pure bending [Text]/ W. R. Micks // Journal of Aero Science. – 1950. – 17(4). – P. 211–216.*

215. *Morozov, E.V. Buckling analysis and design of anisogrid composite lattice conical shells [Text] / E.V. Morozov, A.V. Lopatin, V.A. Nesterov // Composite Structures. – 2011. – 93. – P. 3150–3162.*

216. *Morozov, E.V. Finite-element modelling and buckling analysis of anisogrid composite lattice cylindrical shells [Text] / E.V. Morozov, A.V. Lopatin, V.A. Nesterov // Composite Structures. – 2011. - 93. – P. 308–323.*

217. *Rahimi, G. H. Analysis of the effect of stiffener profile on buckling strength in composite isogrid stiffened shell under axial loading [Text] / G. H. Rahimi, M. Zandi, S. F. Rasouli // Aerospace Science and Technology. – 2013. – Vol. 24. – P. 198–203.*

218. *Paschero, M. Improvement of the axial buckling capability of elliptical cylindrical shells [Text] / M. Paschero // Blacksburg, Virginia. – 2008. –155p.*

219. *Patel, B. P. Application of higher-order finite element for elastic stability analysis of laminated cross-ply oval cylindrical shells [Text]/ B. P. Patel, C. S. Munot, S. S. Gupta, C. T. Sambandam, M. Ganapati // Finite Element in Analysis and Design . – 2004. – 40(9-10). –P. 1083–1104.*

220. Reddy, Ambur D *Continuous Filament Wound Composite Concepts for Aircraft Fuselage Structures [Text]* / Ambur D. Reddy, Rao Valisetty, W. Rehfield Lawrence // *Journal of Aircraft*. – 1985. – No. 3. – P. 159–168.
221. Robinson, J. *Understanding finite element stress analysis [Text]*/ J. Robinson - Robinson&Associates. England. 1981. – 405p.
222. Rose, J.L. *Damage Analysis in Composite Materials [Text]* / J.L. Rose, W. Shelton // *Composite Reliability*. - ATSM STP 580. – 1975. - p. 215-f.
223. Ruzzene, M. *Non-axisymmetric buckling of stiffened shells: static and dynamic analysis [Text]* / M. Ruzzene // *Comput. Struct.* – 2004. – 82. –P. 257–269.
224. Sambandam, C. T. *Buckling characteristics of cross-ply elliptical cylinders under axial compression [Text]* / C. T. Sambandam, B. P. Patel, S. S. Gupta, C. S. Munot, M. Ganapathi. // *Composite Structures*. – 2003. 62(1). – P. 7–17.
225. Sun, G. *Buckling and initial post-buckling behavior of laminated oval cylindrical shells under axial compression [Text]* / G. Sun // *Journal of Applied Mechanics*. – 1991. – 58(1). –P. 848 - 851.
226. Vasiliev, V. V. *Anisogrid Conical Adapters for Commercial Space Application [Text]* / V. V. Vasiliev [et al] // *AIAA*. – 2005. – Vol. 3440. – P. 457–469.
227. Vasiliev, V.V. *Anisogrid Lattice Structures –Survey of Development and Application [Text]* / V.V. Vasiliev, V.A. Barynin, A.F. Razin // *Composite Structures*. - 2001. 54. –P. 361-370.
228. Vasiliev, V.V. *Anisogrid Composite Lattice Structures for Spacecraft and Aircraft Applications [Text]* / V.V. Vasiliev, A.F. Razin // *Composite Structures*. - 2006. 76. –P. 182-189.
229. Tennyson, R. C. *A note on the classical buckling load of circular cylindrical shell under axial compression [Text]* / R. C. Tennyson. // *AIAA Journal*. 1963. – 1(2). P.475–476.
230. Tennyson, R. C. *Buckling of circular cylindrical shells in axial compression [Text]* / R. C. Tennyson. // *AIAA Journal*. – 1964. – 2(7). P. 1351–1353.
231. Totaro, G.. *Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications [Text]* / G. Totaro, Z. Gürdal // *Aerospace Science and Technology*. – 2009. – Vol. 13. –P. 157-164.



**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**СОПОСТАВЛЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО И КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДОВ  
ПРИ РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ОБОЛОЧКИ В ОКРЕСТНОСТИ ВЫРЕЗА**

**Таблица А.1 – Характеристики сетчатой структуры оболочки и результаты вычислительного эксперимента**

<b>№ вычислительного эксперимента</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Количество пар спиральных ребер	32	64	128	256	512
Количество кольцевых ребер	5	10	20	40	80
Площадь поперечного сечения спирального ребра (мм <sup>2</sup> )	7,5×30=225	7,5×15=112,5	7,5×7,5=56,25	7,5×3,75=28,125	3,75×3,75=14,0625
Площадь поперечного сечения кольцевого ребра (мм <sup>2</sup> )	7,5×30=225	7,5×15=112,5	7,5×7,5=56,25	7,5×3,75=28,125	3,75×3,75=14,0625
Суммарная площадь поперечного сечения ребер (мм <sup>2</sup> )	8325	8325	8325	8325	8325
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> спиральных ребер сетчатой структуры в оболочке без выреза</b>					
при дискретном моделировании	-14,3845	-14,0933	-14,0857	-14,0336	-14,0306
при континуальном подходе	-13,89	-13,89	-13,89	-13,89	-13,89
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> кольцевых ребер сетчатой структуры в оболочке без выреза</b>					
при дискретном моделировании	3,9563	1,6638	1,6193	1,5930	1,591
при континуальном подходе	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> спиральных ребер сетчатой структуры в оболочке с некомпенсированным вырезом</b>					
при дискретном моделировании	-	-	-32,78	-14,61	-13,93
при континуальном подходе	-	-	-100,55	-141,41	-197,86

**Таблица А.2 – Результаты вычислительного эксперимента для оболочки некомпенсированным вырезом**

<b>№ вычислительного эксперимента</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> спиральных ребер сетчатой структуры. Расчетная точка 1</b>					
при дискретном моделировании	-	-	-32,7775	-44,9768	-59,0479
расстояние от расчетной точки 1 до точки А (мм)	-	89,44	44,72	22,36	11,18
длина стороны выреза, АМ (мм)	-	178,9	178,9	178,9	178,9
расстояние от расчетной точки 1 до точки А в долях относительно АМ, $d_c$	-	0,49	0,249	0,125	0,062
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> спиральных ребер сетчатой структуры. Расчетная точка 2</b>					
при дискретном моделировании	-	-	-26,5815	-34,2191	-44,2937
расстояние от расчетной точки 2 до точки А (мм)	-	89,44	44,72	22,36	11,18
длина стороны выреза, АМ (мм)	-	178,9	178,9	178,9	178,9
расстояние от расчетной точки 1 до точки А в долях относительно АМ, $d_c$	-	0,49	0,249	0,125	0,062
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> спиральных ребер сетчатой структуры</b>					
при континуальном подходе	-	-100,56	-141,41	-197,86	-

## Продолжение таблицы А.2

<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> кольцевых ребер сетчатой структуры. Расчетная точка 3</b>					
при дискретном моделировании	-	-	-0,5734	-2,1265	-3,3654
расстояние от расчетной точки 2 до точки А (мм)	-	40,00	20,00	10,00	5,00
длина стороны выреза, АМ (мм)	-	178,9	178,9	178,9	178,9
расстояние от расчетной точки 1 до точки А в долях относительно АМ, $d_c$	-	0,224	0,111	0,055	0,027
<b>Напряжения <math>\sigma_s</math> кольцевых ребер сетчатой структуры.</b>					
при континуальном подходе	-	-10,4102	-10,8198	-13,2931	-

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

**ВЛИЯНИЕ ОБШИВКИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ  
СОСТОЯНИЕ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ**

**Таблица Б.1 – Напряжения в оболочке при варьировании толщины ( $h$ ) и модулей упругости обшивки ( $E_1, E_2$ ) в 1-м эксперименте**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в поперечном сечении элемента	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном влево</i>	-1,050446274	-0,954802835	1	-9,105
	-1,050446274	-1,047214594	2	-0,307
	-1,050446274	-1,139626353	3	8,489
	-1,050446274	-0,95576274	4	-9,013
	-1,050446274	-1,048174499	5	-0,216
	-1,050446274	-1,140586258	6	8,581
	-1,050446274	-0,956722646	7	-8,922
	-1,050446274	-1,049134405	8	-0,124
	-1,050446274	-1,141546164	9	8,672
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном вправо</i>	-1,050446274	-1,139626402	1	8,489
	-1,050446274	-1,047214644	2	-0,307
	-1,050446274	-0,954802885	3	-9,105
	-1,050446274	-1,140586329	4	8,581
	-1,050446274	-1,048174571	5	-0,216
	-1,050446274	-0,955762813	6	-9,013
	-1,050446274	-1,141546256	7	8,672
	-1,050446274	-1,049134498	8	-0,124
	-1,050446274	-0,95672274	9	-8,922
$\sigma_s$ <i>кольцевое ребро</i>	0,222711584	0,236922891	1	6,381
	0,222711584	0,236922868	2	6,381
	0,222711584	0,236922844	3	6,381
	0,222711584	0,226799616	4	1,835
	0,222711584	0,226799592	5	1,835
	0,222711584	0,226799568	6	1,835
	0,222711584	0,21667634	7	-2,709
	0,222711584	0,216676317	8	-2,709
	0,222711584	0,216676293	9	-2,709

Продолжение таблицы Б.1

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в поперечном сечении элемента	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,000456245	-0,000455402	1	-0,184
	-0,000456245	-0,000455555	2	-0,151
$\varepsilon_t$	0,000074237	7,93E-05	1	6,771
	0,000074237	7,78E-05	2	4,797
$\gamma_{st}$		-7,14E-06	1	
		-4,22E-06	2	
$\sigma_s$	-0,042505516	-0,042034817	1	-1,107
	-0,042505516	-0,042162295	2	-0,807
$\sigma_t$	0,08685783	0,095130243	1	9,524
	0,08685783	0,092719924	2	6,749
$\tau_{st}$		-0,002620046	1	
		-0,001548474	2	

**Таблица Б.2 – Напряжения в оболочке при варьировании толщины ( $h$ ) и модулей упругости обшивки ( $E_1, E_2$ ) во 2-м эксперименте**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном влево</i>	-1,050446274	-0,954729119	1	-9,112
	-1,050446274	-1,047186386	2	-0,310
	-1,050446274	-1,139643654	3	8,491
	-1,050446274	-0,955679733	4	-9,021
	-1,050446274	-1,048137001	5	-0,219
	-1,050446274	-1,140594268	6	8,581
	-1,050446274	-0,956630347	7	-8,931
	-1,050446274	-1,049087615	8	-0,129
	-1,050446274	-1,141544882	9	8,672
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном вправо</i>	-1,050446274	-1,139643721	1	8,491
	-1,050446274	-1,04718645	2	-0,310
	-1,050446274	-0,954729179	3	-9,112
	-1,050446274	-1,140594338	4	8,581
	-1,050446274	-1,048137066	5	-0,219
	-1,050446274	-0,955679795	6	-9,021
	-1,050446274	-1,141544954	7	8,672
	-1,050446274	-1,049087683	8	-0,129
	-1,050446274	-0,956630412	9	-8,931
$\sigma_s$ <i>кольцевое ребро</i>	0,222711584	0,238464777	1	7,073
	0,222711584	0,238464092	2	7,073
	0,222711584	0,238463408	3	7,072
	0,222711584	0,227386847	4	2,099
	0,222711584	0,227386163	5	2,098
	0,222711584	0,227385478	6	2,098
	0,222711584	0,216308917	7	-2,874
	0,222711584	0,216308233	8	-2,875
	0,222711584	0,216307548	9	-2,875



Продолжение таблицы Б.2

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,000456245	-0,000455386	1	-0,188
	-0,000456245	-0,000455484	2	-0,166
$\varepsilon_t$	0,000074237	7,95E-05	1	7,031
	0,000074237	7,86E-05	2	5,935
$\gamma_{st}$		-7,04E-06	1	
		-5,44E-06	2	
$\sigma_s$	-0,085011033	-0,084037027	1	-1,145
	-0,085011033	-0,084181193	2	-0,976
$\sigma_t$	0,173715659	0,190895584	1	9,889
	0,173715659	0,1882172	2	8,347
$\tau_{st}$		-0,002584205	1	
		-0,001995769	2	

**Таблица Б.3 – Напряжения в оболочке при варьировании толщины ( $h$ ) и модулей упругости обшивки ( $E_1, E_2$ ) в 3-м эксперименте**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ спиральное ребро с наклоном влево	-1,050446274	-0,954585054	1	-9,125
	-1,050446274	-1,047071135	2	-0,321
	-1,050446274	-1,139557216	3	8,483
	-1,050446274	-0,955633665	4	-9,025
	-1,050446274	-1,048119746	5	-0,221
	-1,050446274	-1,140605827	6	8,582
	-1,050446274	-0,956682276	7	-8,926
	-1,050446274	-1,049168357	8	-0,121
	-1,050446274	-1,141654438	9	8,682
$\sigma_s$ спиральное ребро с наклоном вправо	-1,050446274	-1,139557269	1	8,483
	-1,050446274	-1,047071119	2	-0,321
	-1,050446274	-0,954585111	3	-9,125
	-1,050446274	-1,14060589	4	8,582
	-1,050446274	-1,048119811	5	-0,221
	-1,050446274	-0,955633732	6	-9,025
	-1,050446274	-1,14165451	7	8,682
	-1,050446274	-1,049168431	8	-0,121
	-1,050446274	-0,956682353	9	-8,926
$\sigma_s$ кольцевое ребро	0,222711584	0,23931199	1	7,453
	0,222711584	0,239310304	2	7,453
	0,222711584	0,239308618	3	7,452
	0,222711584	0,227751976	4	2,263
	0,222711584	0,22775029	5	2,262
	0,222711584	0,227748604	6	2,261
	0,222711584	0,216191962	7	-2,927
	0,222711584	0,216190276	8	-2,928
	0,222711584	0,216188591	9	-2,928

## Продолжение таблицы Б.3

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,000456245	-0,00045543	1	-0,178
	-0,000456245	-0,00045548	2	-0,167
$\varepsilon_t$	0,000074237	7,96E-05	1	7,234
	0,000074237	7,92E-05	2	6,649
$\gamma_{st}$		-6,97E-06	1	
		-6,13E-06	2	
$\sigma_s$	-0,170022065	-0,168045868	1	-1,162
	-0,170022065	-0,168198808	2	-1,072
$\sigma_t$	0,347431318	0,382842892	1	10,192
	0,347431318	0,379984689	2	9,369
$\tau_{st}$		-0,002557005	1	
		-0,00224823	2	

**Таблица Б.4–Напряжения в оболочке при варьировании толщины ( $h$ ) и модулей упругости обшивки ( $E_1, E_2$ ) в 4-м эксперименте**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном влево</i>	-1,050446274	-0,954387165	1	-9,144
	-1,050446274	-1,046899808	2	-0,337
	-1,050446274	-1,139412451	3	8,469
	-1,050446274	-0,95560128	4	-9,029
	-1,050446274	-1,048113923	5	-0,222
	-1,050446274	-1,140626566	6	8,584
	-1,050446274	-0,956815395	7	-8,913
	-1,050446274	-1,049328038	8	-0,106
	-1,050446274	-1,141840682	9	8,700
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном вправо</i>	-1,050446274	-1,139412487	1	8,469
	-1,050446274	-1,046899848	2	-0,337
	-1,050446274	-0,954387208	3	-9,144
	-1,050446274	-1,140626615	4	8,584
	-1,050446274	-1,048113976	5	-0,222
	-1,050446274	-0,955601336	6	-9,029
	-1,050446274	-1,141840743	7	8,700
	-1,050446274	-1,049328104	8	-0,106
	-1,050446274	-0,956815464	9	-8,913
$\sigma_s$ <i>кольцевое ребро</i>	0,222711584	0,239877965	1	7,707
	0,222711584	0,239876973	2	7,707
	0,222711584	0,23987598	3	7,707
	0,222711584	0,2280875	4	2,413
	0,222711584	0,228086508	5	2,413
	0,222711584	0,228085515	6	2,412
	0,222711584	0,216297035	7	-2,880
	0,222711584	0,216296043	8	-2,880
	0,222711584	0,21629505	9	-2,881

## Продолжение таблицы Б4

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,000456245	-0,0004555	1	-0,163
	-0,000456245	-0,000455523	2	-0,158
$\varepsilon_t$	0,000074237	7,98E-05	1	7,496
	0,000074237	7,96E-05	2	7,188
$\gamma_{st}$		-6,95E-06	1	
		-6,52E-06	2	
$\sigma_s$	-0,34004413	-0,33603236	1	-1,179
	-0,34004413	-0,3361909	2	-1,133
$\sigma_t$	0,694862637	0,768188343	1	10,552
	0,694862637	0,765179727	2	10,119
$\tau_{st}$		-0,002551106	1	
		-0,002392246	2	

**Таблица Б.5 – Напряжения в оболочке при варьировании толщины ( $h$ ) и модулей упругости обшивки ( $E_1, E_2$ ) в 5-м эксперименте**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном влево</i>	-1,050446274	-0,954204151	1	-9,162
	-1,050446274	-1,046740571	2	-0,352
	-1,050446274	-1,139276991	3	8,456
	-1,050446274	-0,955576101	4	-9,031
	-1,050446274	-1,048112522	5	-0,222
	-1,050446274	-1,140648942	6	8,587
	-1,050446274	-0,956948052	7	-8,900
	-1,050446274	-1,049484473	8	-0,091
	-1,050446274	-1,142020893	9	8,717
$\sigma_s$ <i>спиральное ребро с наклоном вправо</i>	-1,050446274	-1,13927703	1	8,456
	-1,050446274	-1,04674061	2	-0,352
	-1,050446274	-0,95420419	3	-9,162
	-1,050446274	-1,14064899	4	8,587
	-1,050446274	-1,04811257	5	-0,222
	-1,050446274	-0,95557615	6	-9,031
	-1,050446274	-1,14202095	7	8,717
	-1,050446274	-1,04948453	8	-0,091
	-1,050446274	-0,956948111	9	-8,900
$\sigma_s$ <i>кольцевое ребро</i>	0,222711584	0,240281935	1	7,889
	0,222711584	0,240283164	2	7,889
	0,222711584	0,240284392	3	7,890
	0,222711584	0,228388894	4	2,549
	0,222711584	0,228390122	5	2,549
	0,222711584	0,228391351	6	2,550
	0,222711584	0,216495852	7	-2,790
	0,222711584	0,216497081	8	-2,790
	0,222711584	0,21649831	9	-2,789

## Продолжение таблицы Б5

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность (%) $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,000456245	-0,000455559	1	-0,150
	-0,000456245	-0,000455557	2	-0,148
$\varepsilon_t$	0,000074237	8,00E-05	1	7,776
	0,000074237	7,99E-05	2	7,615
$\gamma_{st}$		-6,97E-06	1	
		-6,75E-06	2	
$\sigma_s$	-0,680088261	-0,671911781	1	-1,202
	-0,680088261	-0,672075045	2	-1,178
$\sigma_t$	1,389725274	1,541750016	1	10,939
	1,389725274	1,538610363	2	10,713
$\tau_{st}$		-0,002559224	1	
		-0,00247829	2	

**Таблица Б.6–Напряжения в оболочке при расположении обшивки снаружи реберной структуры**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ спиральное ребро	-1,05	-1,048119746	5	-0,179
	-1,05	-1,048119811		-0,179
	-1,05	-1,140605827	6	8,629
	-1,05	-0,955633732		-8,987
	-1,05	-1,049168357	8	-0,079
	-1,05	-1,049168431		-0,079
$\sigma_s$ кольцевое ребро	0,223	0,22775029	5	2,130
	0,223	0,227748604	6	2,129
	0,223	0,216190276	8	-3,053
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,0004562	-0,00045543	1	-0,168
	-0,0004562	-0,00045548	2	-0,157
$\varepsilon_k$	0,00007424	7,96E-05	1	7,229
	0,00007424	7,92E-05	2	6,645
$\sigma_s$	-0,17	-0,168045868	1	-1,149
	-0,17	-0,168198807	2	-1,059
$\sigma_k$	0,374	0,382842891	1	2,364
	0,374	0,379984688	2	1,600



**Таблица Б.7 – Напряжения в оболочке при расположении обшивки внутри реберной структуры**

	Теоретический расчет $\sigma_{теор}$	Численный эксперимент $\sigma_{чис}$	№ расчетной точки в сечении поперечного ребра	Относительная погрешность $\delta = \frac{\sigma_{чис} - \sigma_{теор}}{\sigma_{теор}}$
$\sigma_s$ спиральное ребро	-1,05	-1,0482552	5	-0,166
	-1,05	-1,0482553		-0,166
	-1,05	-1,1403232	6	8,602
	-1,05	-0,95618738		-8,934
	-1,05	-1,0497367	8	-0,025
	-1,05	-1,049736		-0,025
$\sigma_s$ кольцевое ребро	0,223	0,22333667	5	0,150
	0,223	0,22334515	6	0,154
	0,223	0,22333668	8	0,150
<b>Расчеты для обшивки</b>				
$\varepsilon_s$	-0,0004562	-0,00045549	1	-0,155
	-0,0004562	-0,00045547	2	-0,160
$\varepsilon_k$	0,00007424	7,68E-05	1	3,455
	0,00007424	7,65E-05	2	3,081
$\sigma_s$	-0,17	-0,168923	1	-0,633
	-0,17	-0,169002	2	-0,587
$\sigma_k$	0,374	0,364478	1	-2,545
	0,374	0,36266	2	-3,032

**Таблица Б.8—Напряжения в реберной структуре оболочки с обшивкой при варьировании высоты ячейки  $L_h$  и ширины кольцевого ребра в поперечном сечении  $B_k$**

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
спиральное ребро с наклоном влево	80	7,5	-0,674	-0,7285571792	5	2	1,080
	120		-0,771	-0,7404967484			0,960
	160		-0,819	-0,7397094696			0,903
	200		-0,849	-0,7386730356			0,870
	240		-0,87	-0,7381146295			0,848
спиральное ребро с наклоном влево	80	5	-0,656	-0,7250907560	5	2	1,105
	120		-0,764	-0,7410770553			0,969
	160		-0,816	-0,7407949078			0,907
	200		-0,848	-0,7395368063			0,872
	240		-0,87	-0,73883797			0,849
спиральное ребро с наклоном влево	80	2.5	-0,599	-0,7197404990	5	2	1,201
	120		-0,701	-0,7415028594			1,057
	160		-0,805	-0,7423252508			0,922
	200		-0,842	-0,7407624891			0,879
	240		-0,867	-0,7397830680			0,853
спиральное ребро с наклоном вправо	80	7,5	-0,674	-0,7285572152	5	2	1,080
	120		-0,771	-0,7404967761			0,960
	160		-0,819	-0,7397094760			0,903
	200		-0,849	-0,7386730538			0,870
	240		-0,87	-0,7381146513			0,848

Продолжение таблицы Б.8

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
спиральное ребро с наклоном вправо	80	5	-0,656	-0,7250908047	5	2	1,105
	120		-0,764	-0,7410770741			0,969
	160		-0,816	-0,7407949240			0,907
	200		-0,848	-0,7395368232			0,872
	240		-0,87	-0,7388379820			0,849
спиральное ребро с наклоном вправо	80	2,5	-0,599	-0,7197405538	5	2	1,201
	120		-0,701	-0,7415028835			1,057
	160		-0,805	-0,7423252657			0,922
	200		-0,842	-0,7407624957			0,879
	240		-0,867	-0,7397830719			0,853
кольцевое ребро	80	7,5	0,301	0,2770922135	5	2	0,920
	120		0,244	0,2003536733			0,821
	160		0,199	0,1656337793			0,832
	200		0,166	0,1506115555			0,907
	240		0,143	0,1422735972			0,994
кольцевое ребро	80	5	0,44	0,3428053081	5	2	0,779
	120		0,362	0,2424432348			0,669
	160		0,297	0,1931881729			0,650
	200		0,249	0,1717871198			0,689
	240		0,214	0,1603237039			0,749
кольцевое ребро	80	2,5	0,803	0,4460564864	5	2	0,555
	120		0,701	0,3069806333			0,437
	160		0,585	0,2326850573			0,397
	200		0,495	0,1997629391			0,403
	240		0,427	0,1833577808			0,429

Продолжение таблицы Б.8

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
спиральное ребро с наклоном влево	80	7,5	-0,674	-0,72848364	6	2	1,080
	120		-0,771	-0,740511			0,960
	160		-0,819	-0,73971406			0,903
	200		-0,849	-0,73867217			0,870
	240		-0,87	-0,73811442			0,848
спиральное ребро с наклоном влево	80	5	-0,656	-0,724974426	6	2	1,105
	120		-0,764	-0,741087989			0,970
	160		-0,816	-0,740803477			0,907
	200		-0,848	-0,739536647			0,872
	240		-0,87	-0,738837286			0,849
спиральное ребро с наклоном влево	80	2.5	-0,599	-0,719559146	6	2	1,201
	120		-0,701	-0,741499538			1,057
	160		-0,805	-0,742339598			0,922
	200		-0,842	-0,740765003			0,879
	240		-0,867	-0,739782086			0,853
спиральное ребро с наклоном вправо	80	7,5	-0,674	-0,72863075	6	2	1,081
	120		-0,771	-0,74048252			0,960
	160		-0,819	-0,73970489			0,903
	200		-0,849	-0,73867392			0,870
	240		-0,87	-0,73811486			0,848
спиральное ребро с наклоном вправо	80	5	-0,656	-0,725207134	6	2	1,105
	120		-0,764	-0,74106614			0,969
	160		-0,816	-0,740786356			0,907
	200		-0,848	-0,739536982			0,872
	240		-0,87	-0,738838664			0,849

Продолжение таблицы Б.8

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
спиральное ребро с наклоном вправо	80	2,5	-0,599	-0,719921907	6	2	1,201
	120		-0,701	-0,741506205			1,057
	160		-0,805	-0,742310918			0,922
	200		-0,842	-0,740759979			0,879
	240		-0,867	-0,739784058			0,853
кольцевое ребро	80	7,5	0,301	0,2770901	6	2	0,920
	120		0,244	0,20035484			0,821
	160		0,199	0,16563199			0,832
	200		0,166	0,15060581			0,907
	240		0,143	0,14226506			0,994
кольцевое ребро	80	5	0,44	0,342803818	6	2	0,779
	120		0,362	0,242444001			0,669
	160		0,297	0,193187249			0,650
	200		0,249	0,171783254			0,689
	240		0,214	0,160317759			0,749
кольцевое ребро	80	2.5	0,803	0,446056302	6	2	0,555
	120		0,701	0,306981055			0,437
	160		0,585	0,232684957			0,397
	200		0,495	0,199761482			0,403
	240		0,427	0,183355203			0,429
спиральное ребро с наклоном влево	80	7,5	-0,674	-0,71800715	8	2	1,065
	120		-0,771	-0,74263763			0,963
	160		-0,819	-0,74041985			0,904
	200		-0,849	-0,73854286			0,869
	240		-0,87	-0,73805934			0,848

Продолжение таблицы Б.8

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $k = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
спиральное ребро с наклоном влево	80	5	-0,656	-0,708316719	8	2	1,079
	120		-0,764	-0,742714249			0,972
	160		-0,816	-0,742126221			0,909
	200		-0,848	-0,739529212			0,872
	240		-0,87	-0,738726381			0,849
спиральное ребро с наклоном влево	80	2,5	-0,599	-0,693374458	8	2	1,157
	120		-0,701	-0,740938978			1,056
	160		-0,805	-0,744560339			0,924
	200		-0,842	-0,741184925			0,880
	240		-0,867	-0,739646948			0,853
спиральное ребро с наклоном вправо	80	7,5	-0,674	-0,71800716	8	2	1,065
	120		-0,771	-0,74263765			0,963
	160		-0,819	-0,74041984			0,904
	200		-0,849	-0,73854286			0,869
	240		-0,87	-0,73805936			0,848
спиральное ребро с наклоном вправо	80	5	-0,656	-0,708316756	8	2	1,079
	120		-0,764	-0,742714268			0,972
	160		-0,816	-0,742126229			0,909
	200		-0,848	-0,739529216			0,872
	240		-0,87	-0,738726387			0,849
спиральное ребро с наклоном вправо	80	2,5	-0,599	-0,6933745	8	2	1,157
	120		-0,701	-0,740938993			1,056
	160		-0,805	-0,744560346			0,924
	200		-0,842	-0,741184917			0,880
	240		-0,867	-0,739646949			0,853

Продолжение таблицы Б.8

	Высота элементарной ячейки, $h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma_s^{теор}$	Численный эксперимент, $\sigma_s^{чис}$	№ расчетной точки в сечении ребра	№ расчетной точки по длине ребра	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
кольцевое ребро	80	7,5	0,301	0,27709222	8	2	0,920
	120		0,244	0,20035367			0,821
	160		0,199	0,16563376			0,832
	200		0,166	0,15061158			0,907
	240		0,143	0,14227361			0,994
кольцевое ребро	80	5	0,44	0,342805297	8	2	0,779
	120		0,362	0,242443262			0,669
	160		0,297	0,193188138			0,650
	200		0,249	0,171787147			0,689
	240		0,214	0,160323725			0,749
кольцевое ребро	80	2.5	0,803	0,446056474	8	2	0,555
	120		0,701	0,306980596			0,437
	160		0,585	0,232685056			0,397
	200		0,495	0,199762953			0,403
	240		0,427	0,183357826			0,429

**Таблица Б.9–Напряжения в обшивке оболочки при варьировании  
высоты ячейки  $L_h$  и ширины кольцевого ребра в поперечном сечении  $B_k$**

	Высота элементарной ячейки $L_h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет	Численный эксперимент, № расчетной точки		Среднее значение напряжений	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
				1 расчетная точка	2 расчетная точка		
$\sigma_s$ (обшивка)	80	7,5	-0,904	-0,9499013	-0,95141571	-0,9506585	1,051
	120		-0,876	-0,8421392	-0,84173106	-0,8419351	0,961
	160		-0,88	-0,7962420	-0,79608999	-0,7961660	0,904
	200		-0,891	-0,7749234	-0,77493228	-0,7749278	0,869
	240		-0,902	-0,7644261	-0,76443702	-0,7644315	0,847
$\sigma_s$ (обшивка)	80	5	-0,906	-0,9381189	-0,94087012	-0,9394945	1,036
	120		-0,873	-0,8373654	-0,83714323	-0,8372543	0,959
	160		-0,876	-0,7938559	-0,79366683	-0,7937613	0,906
	200		-0,886	-0,7721278	-0,77216174	-0,7721447	0,871
	240		-0,897	-0,7614826	-0,76155026	-0,7615164	0,848
$\sigma_s$ (обшивка)	80	2,5	-0,908	-0,9198042	-0,92448954	-0,9221468	1,015
	120		-0,868	-0,8273708	-0,82767660	-0,8275237	0,953
	160		-0,869	-0,7903643	-0,79012995	-0,7902471	0,909
	200		-0,879	-0,7689785	-0,76899825	-0,7689883	0,874
	240		-0,889	-0,7579343	-0,75805780	-0,7579960	0,852
$\sigma_t$ (обшивка)	80	7,5	0,067	0,08512509	0,08505596	0,08509052	1,270
	120		0,036	0,03081997	0,03103171	0,03092584	0,859
	160		0,012	0,00470812	0,00493586	0,00482199	0,401
	200		-0,006	-0,0052215	-0,00512353	-0,0051725	0,857
	240		-0,019	-0,0113965	-0,01130640	-0,0113514	0,597



Продолжение таблицы Б.9

	Высота элементарной ячейки $L_n$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет	Численный эксперимент, № расчетной точки		Среднее значение напряжений	Поправочный коэффициент $\kappa = \frac{\sigma_s^{чис}}{\sigma_s^{теор}}$
				1 расчетная точка	2 расчетная точка		
				$\sigma_t$ (обшивка)	80 120 160 200 240		
$\sigma_t$ (обшивка)	80 120 160 200 240	2,5	0,12 0,079 0,052 0,028 0,014	0,26928531 0,15062740 0,07801437 0,04856448 0,03518031	0,267502414 0,149493211 0,077660994 0,048254978 0,034754503	0,26839386 0,15006030 0,07783768 0,04840973 0,03496740	1,309 0,993 0,694 0,569 0,529

**Таблица Б.10 – Изгибные напряжения (по высоте в сечении) в оболочке с обшивкой при варьировании высоты ячейки  $L_h$  и ширины кольцевого ребра в поперечном сечении  $B_k \sigma^{изг}$**

	Высота элементарной ячейки $L_h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma^{изг}$	Приращение $\sigma_s$ во второй расчетной точке по длине ребра	Приращение $\sigma_s$ в третьей расчетной точке по длине ребра	Численный эксперимент $\sigma^{изг}$	Поправочный коэффициент $K^{изг} = \frac{\sigma_{чис}^{изг}}{\sigma_{теор}^{изг}}$
спиральное ребро с наклоном влево	80	7,5	-0,181	0,01055	0,011765	0,01257423	-0,06947
	120		-0,074	-0,00214	-0,00193	-0,0017845	0,024115
	160		-0,04	-0,00071	-0,00076	-0,0007925	0,019812
	200		-0,025	0,00013	5,68E-05	7,9257E-06	-0,00032
	240		-0,017	0,000055	-0,00011	-0,0002125	0,012503
спиральное ребро с наклоном влево	80	5	-0,194	0,016774	0,01827	0,019267	-0,09932
	120		-0,077	-0,00164	-0,00115	-0,00083	0,010767
	160		-0,041	-0,00133	-0,00135	-0,00136	0,033212
	200		-0,025	7,59E-06	-3,8E-05	-6,8E-05	0,002712
	240		-0,017	0,000112	1,04E-05	-5,7E-05	0,003359
спиральное ребро с наклоном влево	80	2,5	-0,216	0,026366	0,028089	0,029238	-0,13536
	120		-0,081	0,000564	0,001576	0,00225	-0,02778
	160		-0,042	-0,00224	-0,00214	-0,00208	0,049499
	200		-0,026	-0,00042	-0,00042	-0,00042	0,016243
	240		-0,017	0,000136	0,000131	0,000128	-0,00755
спиральное ребро с наклоном вправо	80	7,5	-0,181	0,01055	0,011765	0,01257421	-0,06947
	120		-0,074	-0,00214	-0,00193	-0,0017844	0,024114
	160		-0,04	-0,00071	-0,00076	-0,0007925	0,019813
	200		-0,025	0,00013	5,68E-05	0,00000791	-0,00032
	240		-0,017	5,53E-05	-0,00011	-0,0002125	0,012503

Продолжение таблицы Б.10

	Высота элементарной ячейки $L_h$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$	Теоретический расчет $\sigma^{изг}$	Приращение $\sigma_s$ во второй расчетной точке по длине ребра	Приращение $\sigma_s$ в третьей расчетной точке по длине ребра	Численный эксперимент $\sigma^{изг}$	Поправочный коэффициент $K^{изг} = \frac{\sigma_{чис}^{изг}}{\sigma_{теор}^{изг}}$
спиральное ребро с наклоном вправо	80	5	-0,194	0,016774	0,01827	0,019267	-0,09932
	120		-0,077	-0,00164	-0,00115	-0,00083	0,010767
	160		-0,041	-0,00133	-0,00135	-0,00136	0,033212
	200		-0,025	7,61E-06	-3,8E-05	-6,8E-05	0,002712
	240		-0,017	0,000112	1,04E-05	-5,7E-05	0,00336
спиральное ребро с наклоном вправо	80	2,5	-0,216	0,026366	0,028089	0,029238	-0,13536
	120		-0,081	0,000564	0,001576	0,00225	-0,02778
	160		-0,042	-0,00224	-0,00214	-0,00208	0,0495
	200		-0,026	-0,00042	-0,00042	-0,00042	0,016243
	240		-0,017	0,000136	0,000131	0,000128	-0,00755
кольцевое ребро	80	7,5	-0,181	8,9E-09	-0,0067	-0,0111622	0,06167
	120		-0,074	-6E-09	-0,00254	-0,0042344	0,057222
	160		-0,04	-1,5E-08	-0,00206	-0,0034308	0,085771
	200		-0,025	2,09E-08	-0,00198	-0,0032954	0,131818
	240		-0,017	9,7E-09	-0,00192	-0,0032062	0,1886
кольцевое ребро	80	5	-0,194	-1,2E-08	-0,00378	-0,00631	0,032507
	120		-0,077	2,68E-08	-8,4E-05	-0,00014	0,001825
	160		-0,041	-3,5E-08	-0,00023	-0,00039	0,009546
	200		-0,025	2,68E-08	-0,00055	-0,00092	0,036613
	240		-0,017	2,09E-08	-0,00075	-0,00125	0,07382
кольцевое ребро	80	2,5	-0,216	-1,2E-08	0,00134	0,002234	-0,01034
	120		-0,081	-3,8E-08	0,003815	0,006359	-0,07851
	160		-0,042	-1,6E-09	0,002468	0,004113	-0,09794
	200		-0,026	1,43E-08	0,001453	0,002422	-0,09316
	240		-0,017	4,52E-08	0,000826	0,001377	-0,08098

**Таблица Б.11 – Изгибные напряжения (по ширине в сечении) в оболочке с обшивкой при варьировании высоты ячейки  $L_h$  и ширины кольцевого ребра в поперечном сечении  $B_k$**

	Высота элементарной ячейки $L_{ji}$ (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра $B_k$ (мм)	Теоретический расчет $\sigma^{изг}$	Приращение $\sigma_s$ во второй расчетной точке по длине ребра	Приращение $\sigma_s$ в третьей расчетной точке по длине ребра	Численный эксперимент $\sigma^{изг}$	Коэффициент концентрации $K^{изг} = \frac{\sigma_{чис}^{изг}}{\sigma_{теор}^{изг}}$
спиральное ребро с наклоном влево	80	7,5	-0,181	7,35E-05	0,072886	0,12142724	-0,67087
	120		-0,074	-1,4E-05	0,03277	0,05462625	-0,73819
	160		-0,04	-4,6E-06	0,018297	0,03049793	-0,76245
	200		-0,025	8,66E-07	0,011679	0,0194645	-0,77858
	240		-0,017	2,1E-07	0,008096	0,0134924	-0,79367
спиральное ребро с наклоном влево	80	5	-0,194	0,000116	0,077457	0,129017	-0,66504
	120		-0,077	-1,1E-05	0,034269	0,057123	-0,74186
	160		-0,041	-8,6E-06	0,018875	0,031464	-0,76743
	200		-0,025	1,6E-07	0,011969	0,019949	-0,79796
	240		-0,017	6,83E-07	0,00827	0,013782	-0,81073
спиральное ребро с наклоном влево	80	2,5	-0,216	0,000181	0,084646	0,140956	-0,65257
	120		-0,081	3,32E-06	0,036563	0,060936	-0,7523
	160		-0,042	-1,4E-05	0,019704	0,03285	-0,78214
	200		-0,026	-2,5E-06	0,012353	0,020589	-0,7919
	240		-0,017	9,83E-07	0,008492	0,014153	-0,83252
спиральное ребро с наклоном вправо	80	7,5	-0,181	-7,4E-05	-0,07289	-0,12142736	0,670869
	120		-0,074	1,43E-05	-0,03277	-0,05462625	0,738193
	160		-0,04	4,59E-06	-0,0183	-0,03049794	0,762449
	200		-0,025	-8,7E-07	-0,01168	-0,01946453	0,778581
	240		-0,017	-2,1E-07	-0,0081	-0,01349243	0,793672

Продолжение таблицы Б.11

	Высота элементарной ячейки Lh (мм)	Ширина сечения кольцевого ребра Bк(мм)	Теоретический расчет $\sigma^{изг}$	Приращение $\sigma_s$ во второй расчетной точке по длине ребра	Приращение $\sigma_s$ в третьей расчетной точке по длине ребра	Численный экспериме нт $\sigma$ изг	Коэффицие нт концентрац ии $K^{изг} = \frac{\sigma_{чис}^{изг}}{\sigma_{теор}^{изг}}$
спирально е ребро с наклоном вправо	80	5	-0,194	-0,00012	-0,07746	-0,12902	0,665038
	120		-0,077	1,09E-05	-0,03427	-0,05712	0,741857
	160		-0,041	8,57E-06	-0,01888	-0,03146	0,767427
	200		-0,025	-1,6E-07	-0,01197	-0,01995	0,797957
	240		-0,017	-6,8E-07	-0,00827	-0,01378	0,81073
спирально е ребро с наклоном вправо	80	2,5	-0,216	-0,00018	-0,08465	-0,14096	0,652575
	120		-0,081	-3,3E-06	-0,03656	-0,06094	0,752296
	160		-0,042	1,43E-05	-0,0197	-0,03285	0,782145
	200		-0,026	2,52E-06	-0,01235	-0,02059	0,791903
	240		-0,017	-9,9E-07	-0,00849	-0,01415	0,832521
кольцевое ребро	80	7,5	-0,181	-2,1E-06	2,09E-05	3,6161E-05	-0,0002
	120		-0,074	1,16E-06	7,71E-06	1,2082E-05	-0,00016
	160		-0,04	-1,8E-06	-7,2E-05	-0,0001194	0,002986
	200		-0,025	-5,7E-06	-0,00018	-0,0003008	0,012035
	240		-0,017	-8,5E-06	-0,0003	-0,0004993	0,029374
кольцевое ребро	80	5	-0,194	-1,5E-06	1,78E-05	3,06E-05	-0,00016
	120		-0,077	7,66E-07	1,21E-05	1,97E-05	-0,00026
	160		-0,041	-9,2E-07	-5E-05	-8,2E-05	0,001998
	200		-0,025	-3,9E-06	-0,00013	-0,00022	0,008894
	240		-0,017	-5,9E-06	-0,00023	-0,00037	0,021846
кольцевое ребро	80	2,5	-0,216	-1,8E-07	9,55E-06	1,6E-05	-7,4E-05
	120		-0,081	4,21E-07	8,69E-06	1,42E-05	-0,00018
	160		-0,042	-1E-07	-1,4E-05	-2,3E-05	0,000557
	200		-0,026	-1,5E-06	-5,2E-05	-8,6E-05	0,003309
	240		-0,017	-2,6E-06	-9,5E-05	-0,00016	0,00921

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ВЫРЕЗА НА НАПРЯЖЕННО-  
ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ**

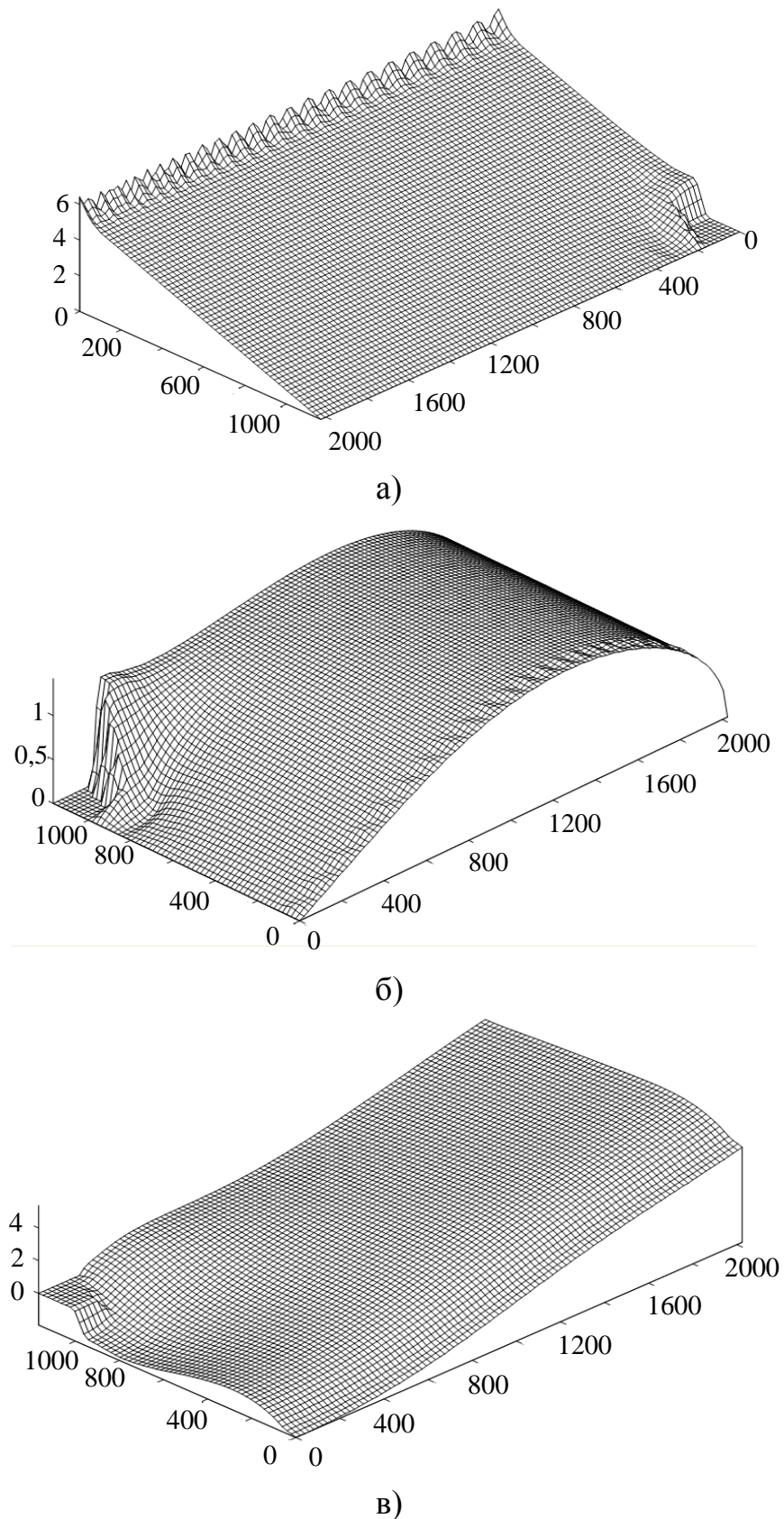
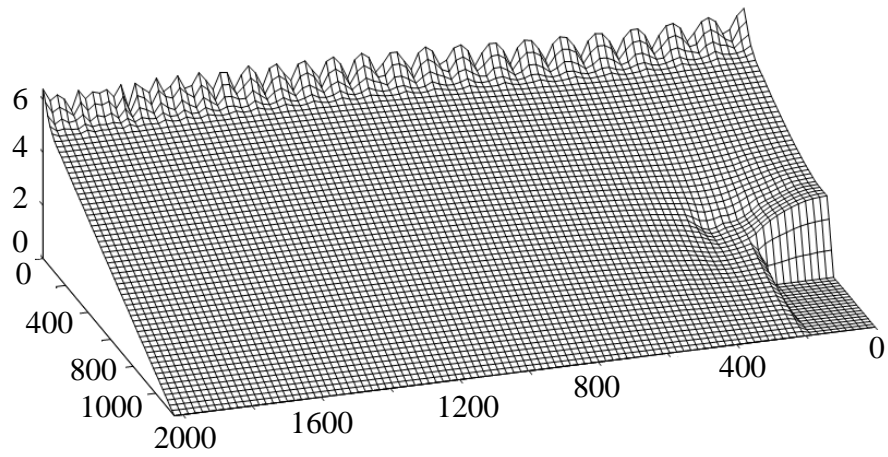


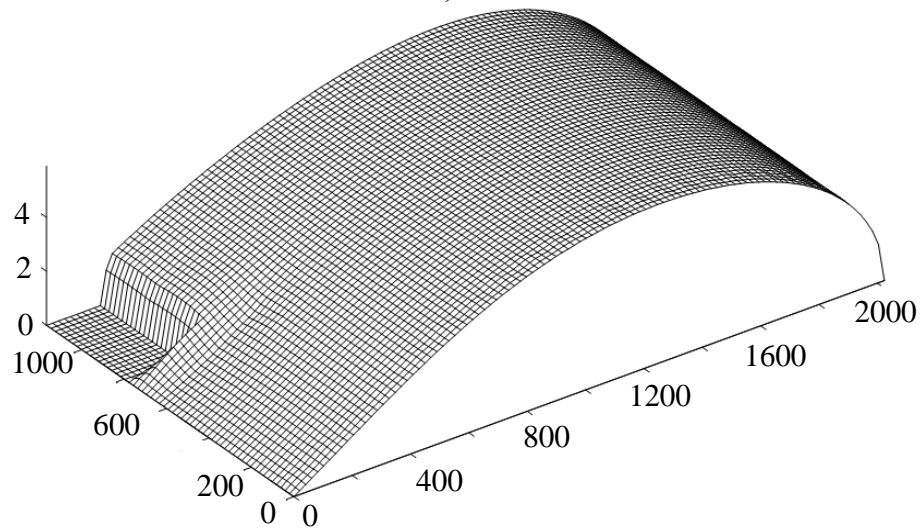
Рисунок В.1 –Поля перемещений в оболочке с шестиугольным вырезом:

а) компонента  $u_s$ , б) компонента  $u_t$ , в) компонента  $n$ ;

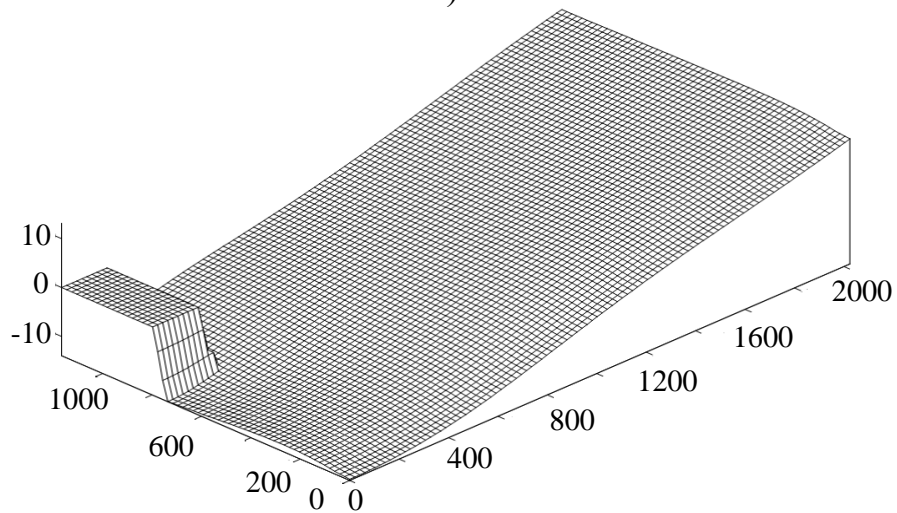
ширина выреза - 4 элементарные ячейки, ширина окантовки - 1 элементарная ячейка, материал окантовки - салфетки из ткани УТ-900



а)



б)



в)

Рисунок В.2 –Поля перемещений в оболочке с четырехугольным вырезом:

а) компонента  $u_s$ , б) компонента  $u_t$ , в) компонента  $u_n$ ;

ширина выреза - 4 элементарные ячейки, ширина окантовки - 1 элементарная

ячейка, материал окантовки - салфетки из ткани УТ-900



**Таблица В.1 - Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки четырехугольного выреза. Материал окантовки - алюминиевый сплав В95.**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
Максимальные значения компоненты $\sigma_s$ , МПа									
0,5	-38,40	-60,72	-86,59	-38,28	-46,95	-61,03	19,34	29,30	45,78
1	-33,06	-43,27	-56,54	-37,42	-41,79	-45,08	15,68	21,49	29,80
1,5	-35,38	-42,22	-49,05	-32,65	-37,93	-41,23	9,86	9,42	14,75
2	-28,14	-32,05	-37,31	-37,50	-42,48	-42,47	8,22	8,55	15,49
Приведенные напряжения $\kappa_s$									
0,5	1,80	2,85	4,06	1,88	2,31	2,99	2,16	3,28	5,12
1	1,55	2,03	2,65	1,84	2,05	2,21	1,75	2,40	3,33
1,5	1,67	1,98	2,30	1,60	1,86	2,03	1,10	1,05	1,65
2	1,32	1,50	1,75	1,84	2,09	2,09	0,92	0,96	1,73

**Таблица В.2 - Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки четырехугольного выреза. Материал окантовки - салфетки из ткани УТ900**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
Максимальные значения компоненты $\sigma_s$ , МПа									
0,5	-39,14	-64,21	-96,55	-34,87	-43,21	-57,67	20,42	29,58	47,96
1	-35,48	-50,33	-69,76	-36,21	-41,53	-44,83	16,83	24,35	34,22
1,5	-33,92	-44,67	-61,64	-31,77	-34,49	-37,92	10,05	12,01	15,02
2	-33,50	-38,09	-51,30	-33,12	-36,94	-37,15	7,95	7,67	15,43
Приведенные напряжения $\kappa_s$									
0,5	1,89	3,10	4,66	1,67	2,07	2,77	2,16	3,13	5,07
1	1,71	2,43	3,37	1,74	1,99	2,15	1,78	2,57	3,62
1,5	1,64	2,16	2,98	1,53	1,66	1,82	1,06	1,27	1,59
2	1,62	1,84	2,48	1,59	1,77	1,78	0,84	0,81	1,63

**Таблица В.3 – Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки четырехугольного выреза. Материал окантовки - рубленное волокно**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
Максимальные значения компоненты $\sigma_s$ , МПа									
0,5	-38,42	-63,35	-96,72	-31,81	-38,88	-53,17	21,42	28,61	47,56
1	-35,60	-51,52	-72,55	-34,48	-39,28	-43,03	17,36	25,55	36,30
1,5	-33,99	-46,53	-65,18	-31,04	-33,68	-37,75	11,67	14,21	18,90
2	-32,97	-39,71	-54,92	-32,38	-34,72	-34,41	12,23	10,54	15,40
Приведенные напряжения $\kappa_s$									
0,5	1,63	2,68	4,10	1,45	1,77	2,43	2,22	2,97	4,93
1	1,51	2,18	3,07	1,57	1,79	1,96	1,80	2,65	3,76
1,5	1,44	1,97	2,76	1,42	1,54	1,72	1,21	1,48	1,96
2	1,40	1,68	2,33	1,48	1,59	1,57	1,27	1,10	1,59

**Таблица В.4 – Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки шестиугольного выреза. Материал окантовки - алюминиевый сплав В95.**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
<b>Максимальные значения компоненты <math>\sigma_s</math>, МПа</b>									
0,5	-28,64	-35,60	-50,97	-30,79	-42,05	-65,69	23,43	42,69	44,34
1	-31,28	-37,79	-48,07	-32,81	-33,74	-46,11	13,45	25,07	37,97
1,5	-33,27	-36,49	-43,37	-35,56	-32,9	-38,92	18,4	26,85	36,84
2	-32,69	-34,59	-38,71	-34,42	-36,89	-36,25	13,46	22,61	23,99
<b>Приведенные напряжения <math>\kappa_s</math></b>									
0,5	1,27	1,58	2,26	1,37	1,87	2,92	1,94	3,53	3,67
1	1,39	1,68	2,13	1,46	1,50	2,05	1,11	2,08	3,14
1,5	1,48	1,62	1,93	1,58	1,46	1,73	1,52	2,22	3,05
2	1,45	1,54	1,72	1,53	1,64	1,61	1,11	1,87	1,99

**Таблица В.5 – Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки четырехугольного выреза. Материал окантовки - салфетки из ткани УТ900**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
<b>Максимальные значения компоненты <math>\sigma_s</math>, МПа</b>									
0,5	-27,83	-38,30	-49,87	-34,96	-48,44	-64,96	25,67	33,94	44,56
1	-33,4	-40,33	-51,40	-30,01	-39,33	-50,99	14,55	28,85	41,54
1,5	-33,91	-39,32	-48,48	-32,45	-36,94	-47,25	17,71	27,66	37,46
2	-32,92	-39,59	-44,86	-32,61	-34,64	-39,25	12,88	17,98	27,77
<b>Приведенные напряжения <math>\kappa_s</math></b>									
0,5	1,26	1,73	2,26	1,55	2,15	2,88	2,36	3,12	4,09
1	1,51	1,82	2,33	1,33	1,75	2,26	1,34	2,65	3,81
1,5	1,53	1,78	2,19	1,44	1,64	2,10	1,63	2,54	3,44
2	1,49	1,79	2,03	1,45	1,54	1,74	1,18	1,65	2,55

**Таблица В.6 – Максимальные значения и приведенные продольные напряжения  $\sigma_s$  в ребрах конструкции в пределах двух ромбических ячеек от края окантовки четырехугольного выреза. Материал окантовки - рубленое волокно**

Типы ребер	Спиральные балки с наклоном влево			Спиральные балки с наклоном вправо			Кольцевые балки		
Ширина окантовки $l_{ок}$ (ромбические ячейки)	Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)			Ширина выреза (ромбические ячейки)		
	2	4	6	2	4	6	2	4	6
<b>Максимальные значения компоненты <math>\sigma_s</math>, МПа</b>									
0,5	-29,143	-40,55	-49,03	-35,49	-49,17	-54,98	24,11	30,24	52,93
1	-32,85	-40,13	-51,81	-31,04	-40,51	-52,60	14,94	28,77	42,13
1,5	-33,45	-39,42	-48,99	-30,19	-38,19	-48,73	17,18	27,93	37,98
2	-32,48	-37,78	-45,77	-31,09	-33,55	-40,94	13,01	18,69	29,49
<b>Приведенные напряжения <math>\kappa_s</math></b>									
0,5	1,26	1,76	2,13	1,51	2,09	2,34	2,21	2,78	4,86
1	1,42	1,74	2,25	1,32	1,73	2,24	1,37	2,64	3,87
1,5	1,45	1,71	2,12	1,29	1,63	2,08	1,58	2,56	3,49
2	1,41	1,64	1,99	1,32	1,43	1,74	1,19	1,72	2,71

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**

**ВЛИЯНИЕ УСИЛЕННЫХ ВЫРЕЗОВ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ  
НАПРЯЖЕНИЙ В СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКЕ**







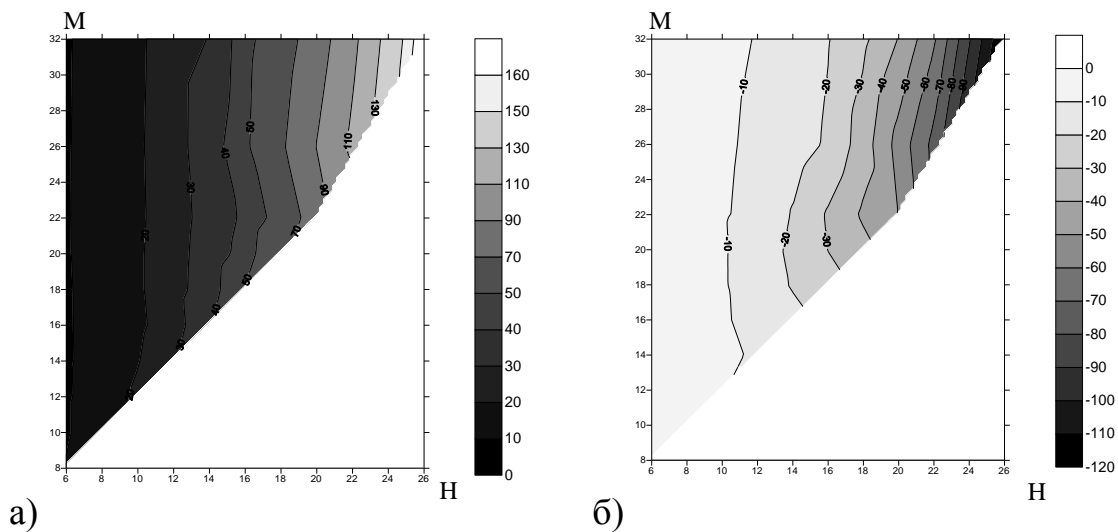




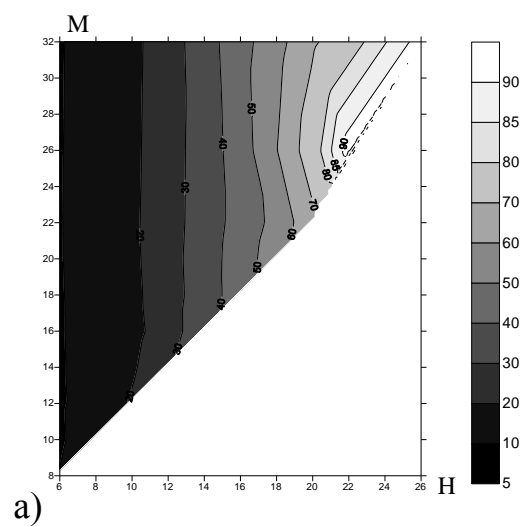




Вырез – 3 ромбических ячейки



Вырез – 4 ромбических ячейки



Вырез – 5 ромбических ячеек

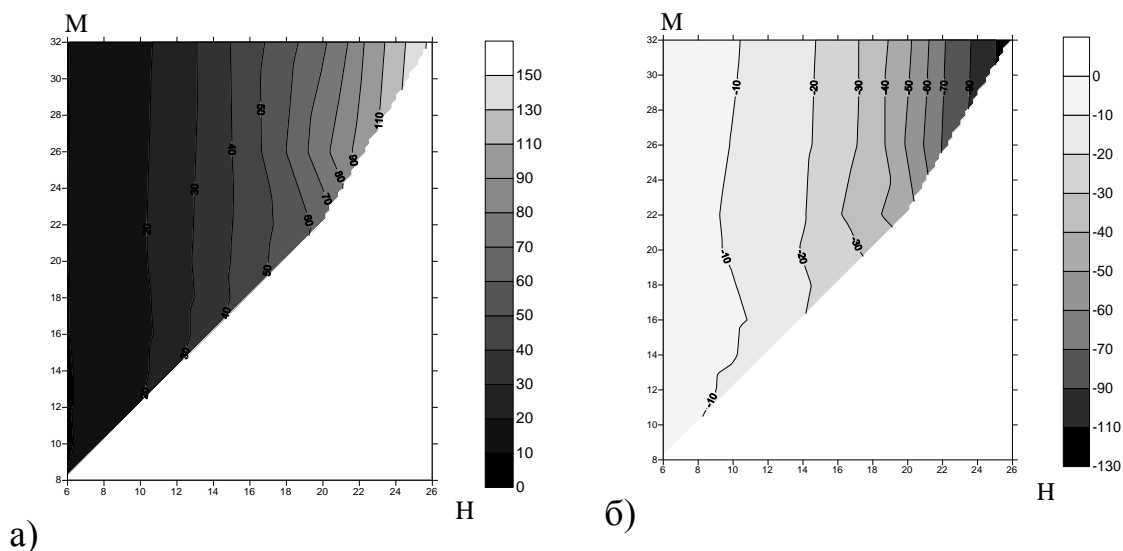
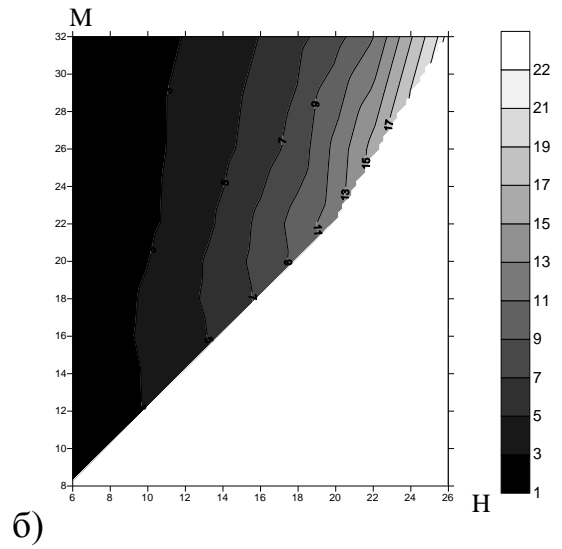
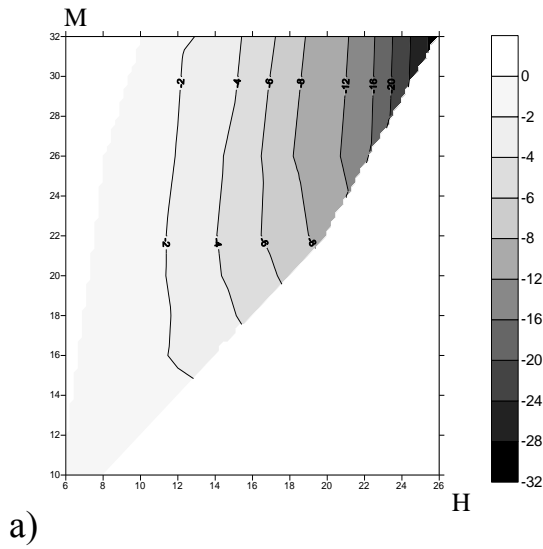


Рисунок Г.1 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_{обшивки}$  на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов:

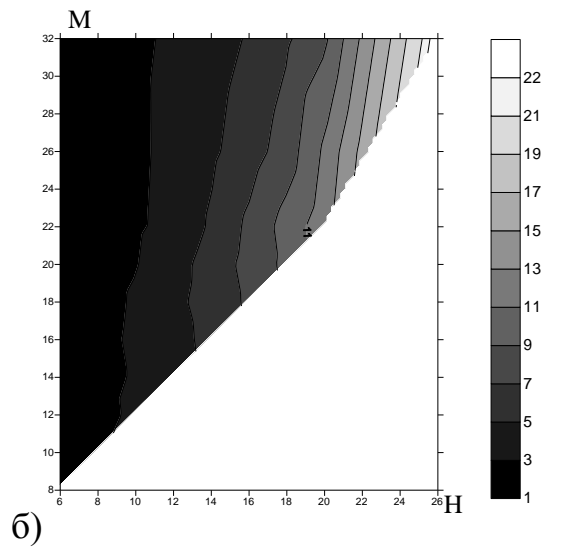
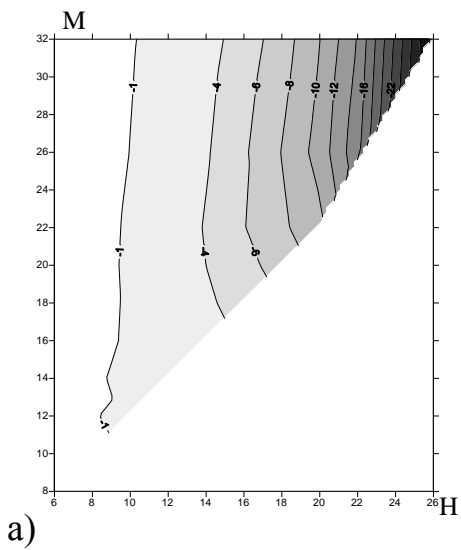
Н – ширина выреза, М – расстояние между вырезами;

а) растягивающие, б) сжимающие

Вырез – 3 ромбических ячейки



Вырез – 4 ромбических ячейки



Вырез – 5 ромбических ячеек

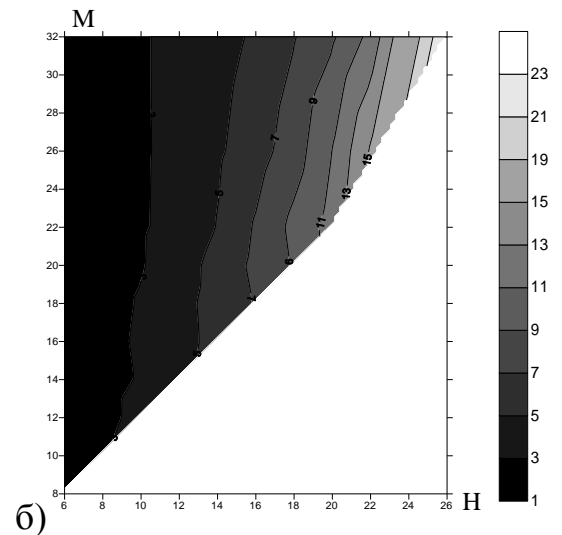
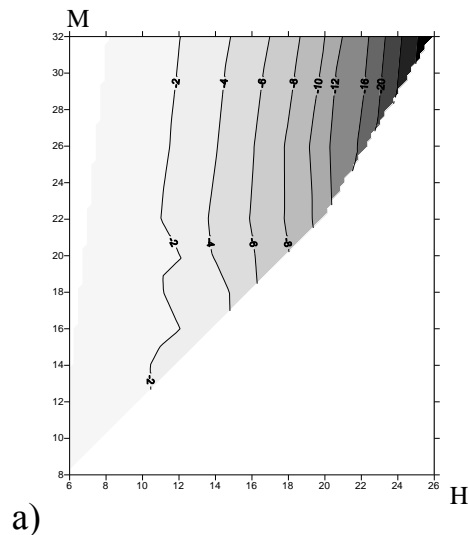
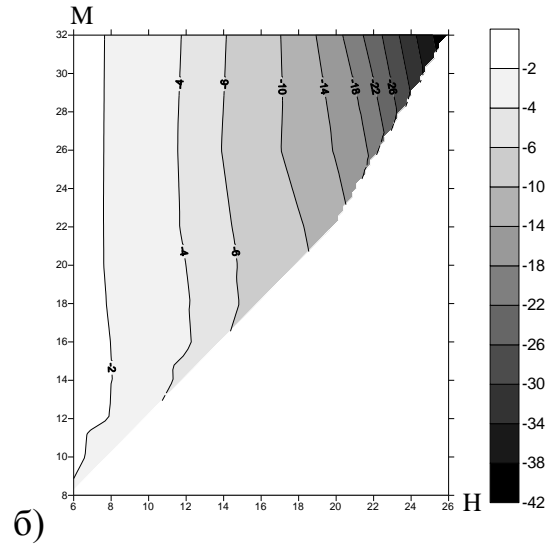
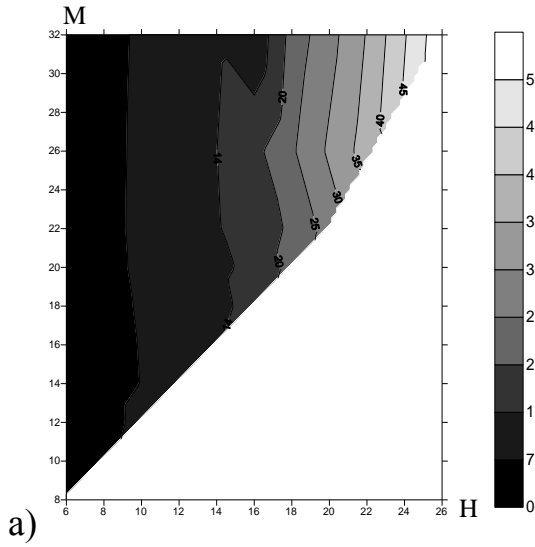


Рисунок Г.2 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений  $\sigma_{\text{обшивки}}$  на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов:

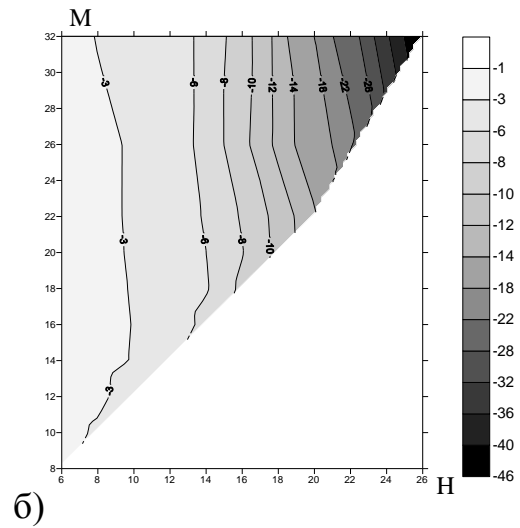
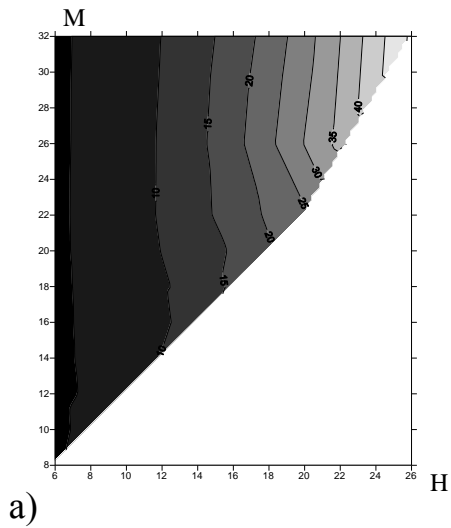
Н – ширина выреза, М – расстояние между вырезами;

а) растягивающие, б) сжимающие

Вырез – 3 ромбических ячейки



Вырез – 4 ромбических ячейки



Вырез – 5 ромбических ячеек

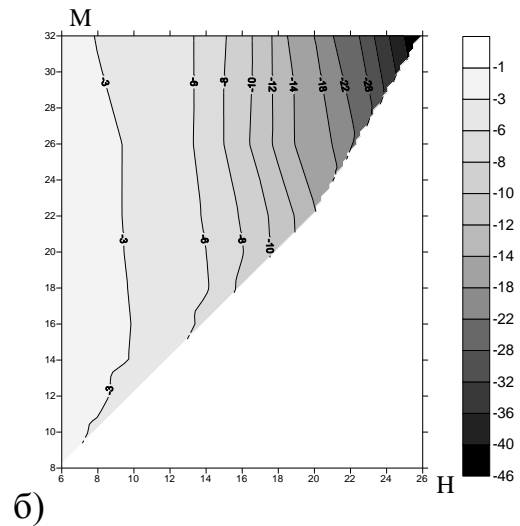
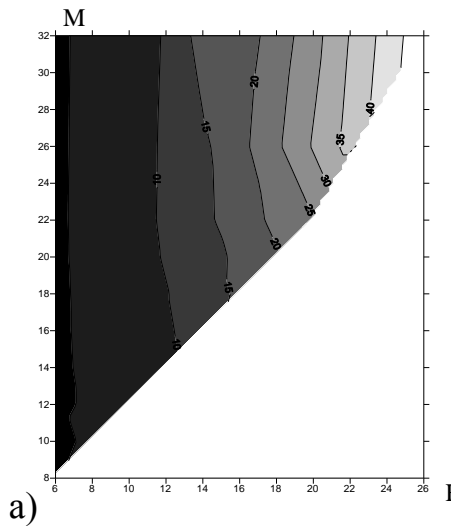


Рисунок Г.3 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений

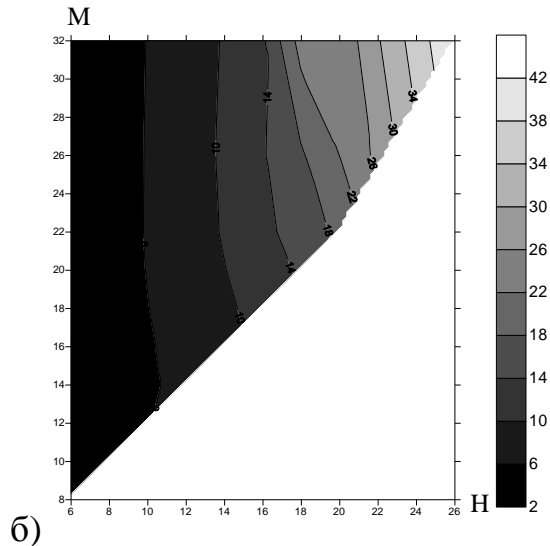
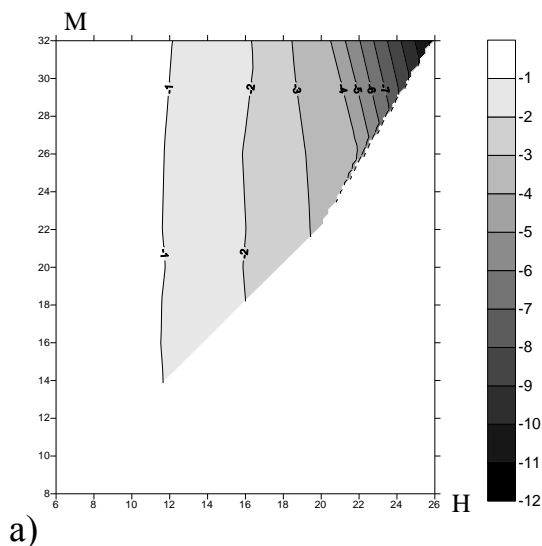
 $\sigma_3$  кольцевых ребер на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов:

Н – ширина выреза, М – расстояние между вырезами;

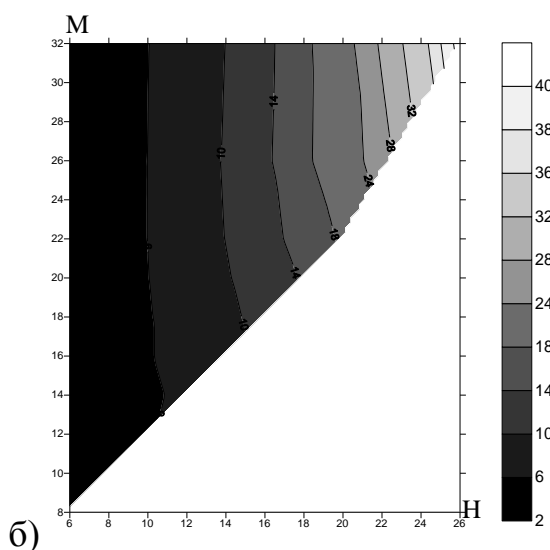
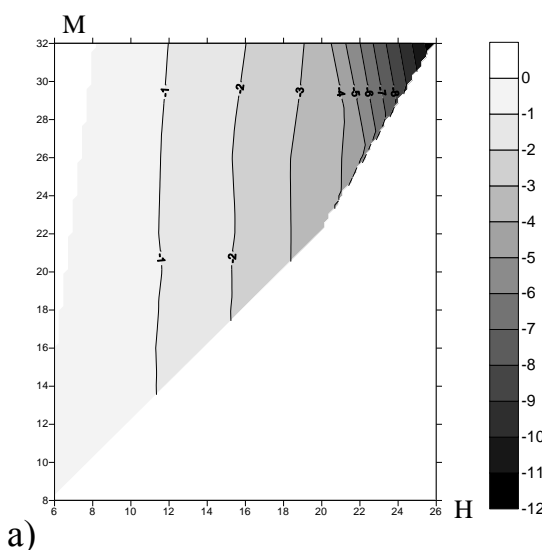
а) растягивающие, б) сжимающие



Вырез – 3 ромбических ячейки



Вырез – 4 ромбических ячейки



Вырез – 5 ромбических ячеек

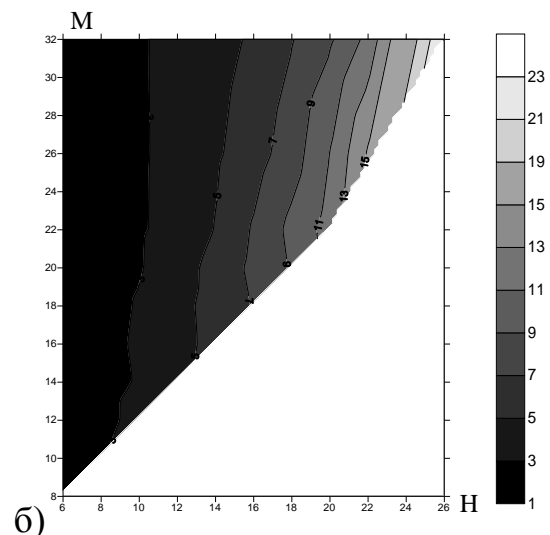
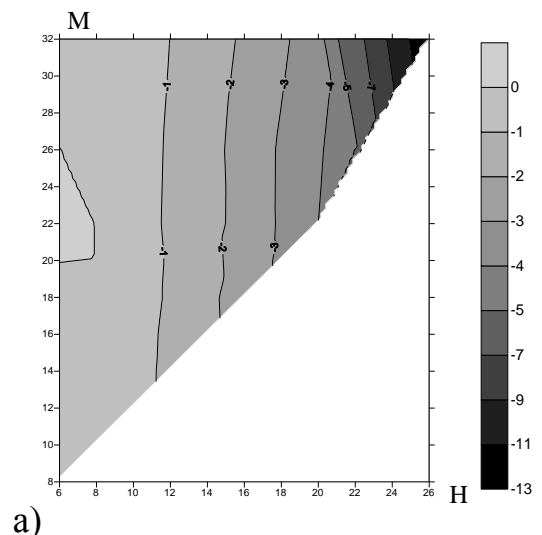


Рисунок Г.4 – Линии уровня коэффициентов концентрации напряжений

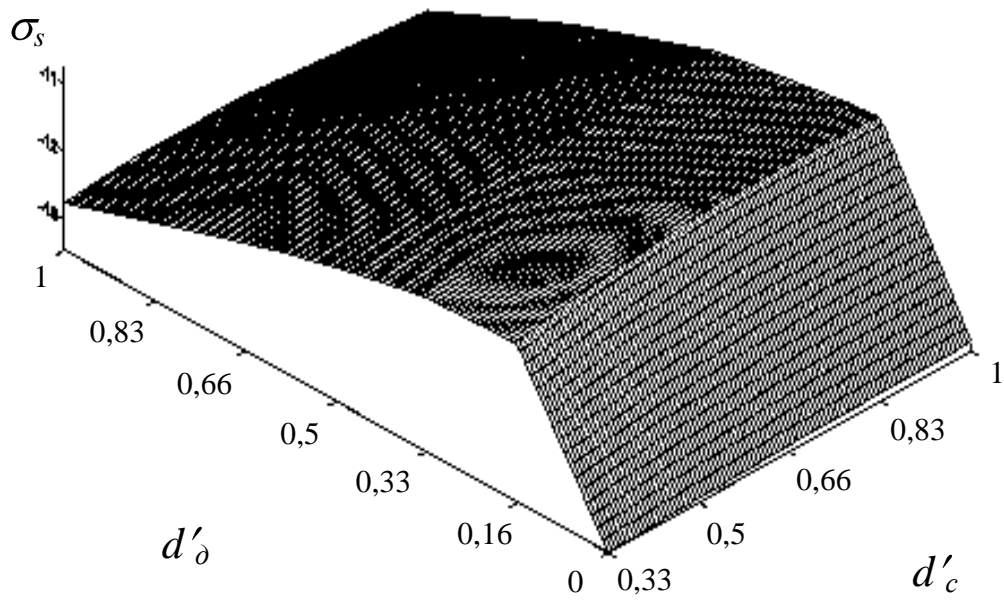
$\sigma_s$  спиральных ребер на расстоянии 2-х ромбических ячеек от окантовок вырезов:

Н – ширина выреза, М – расстояние между вырезами;

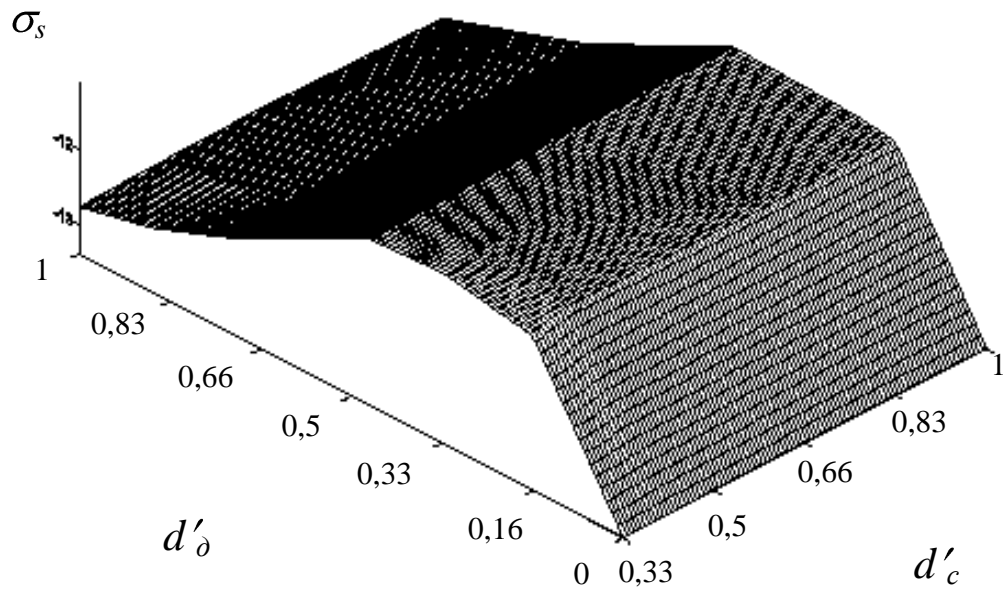
а) растягивающие, б) сжимающие

**ПРИЛОЖЕНИЕ Д**

**ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ  
ОБОЛОЧКИ С ШЕСТИУГОЛЬНЫМ ВЫРЕЗОМ,  
УСИЛЕННЫМ ОКАНТОВКАМИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ**



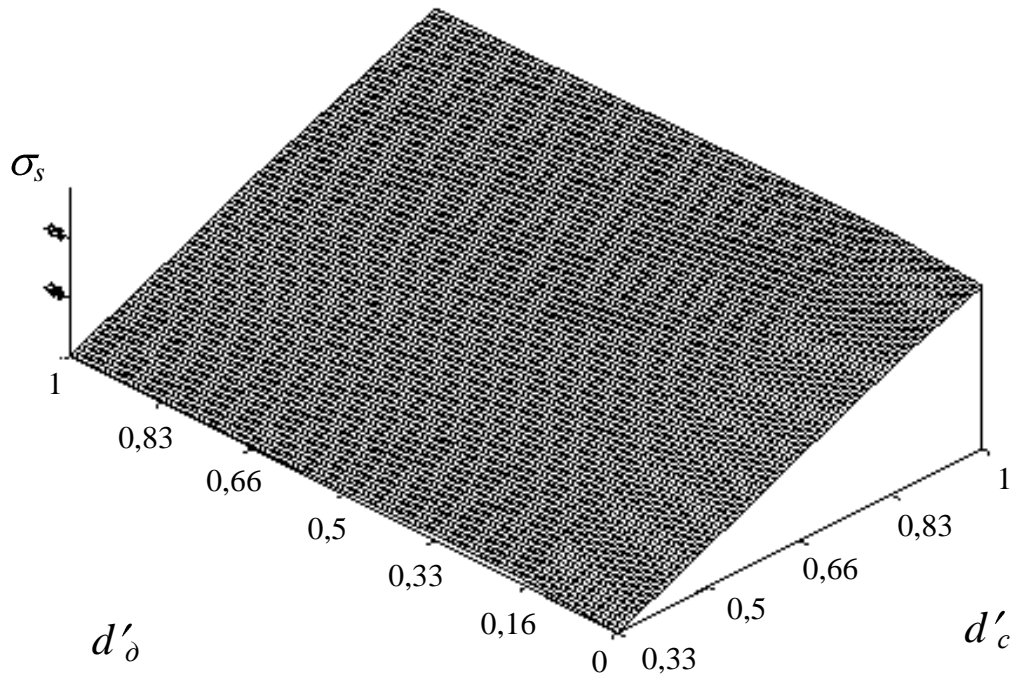
а)



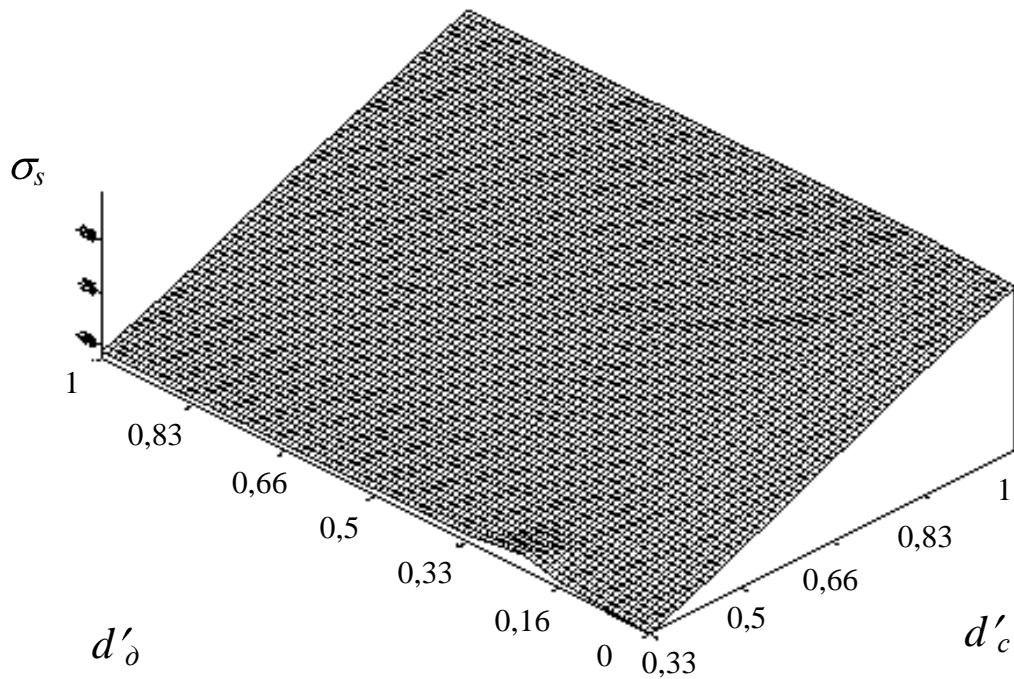
б)

Рисунок Д.1 –Поля максимальных сжимающих продольных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных рёбрах в пределах двух ячеек от внутренней окантовки выреза:

а) с наклоном влево вверх; б) с наклоном вправо вверх



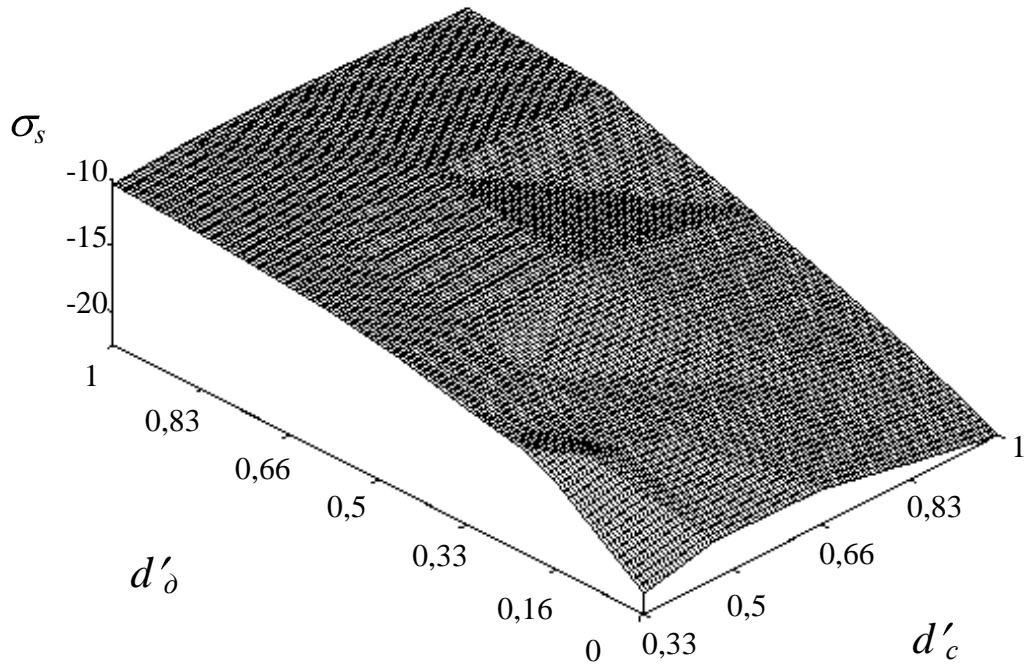
а)



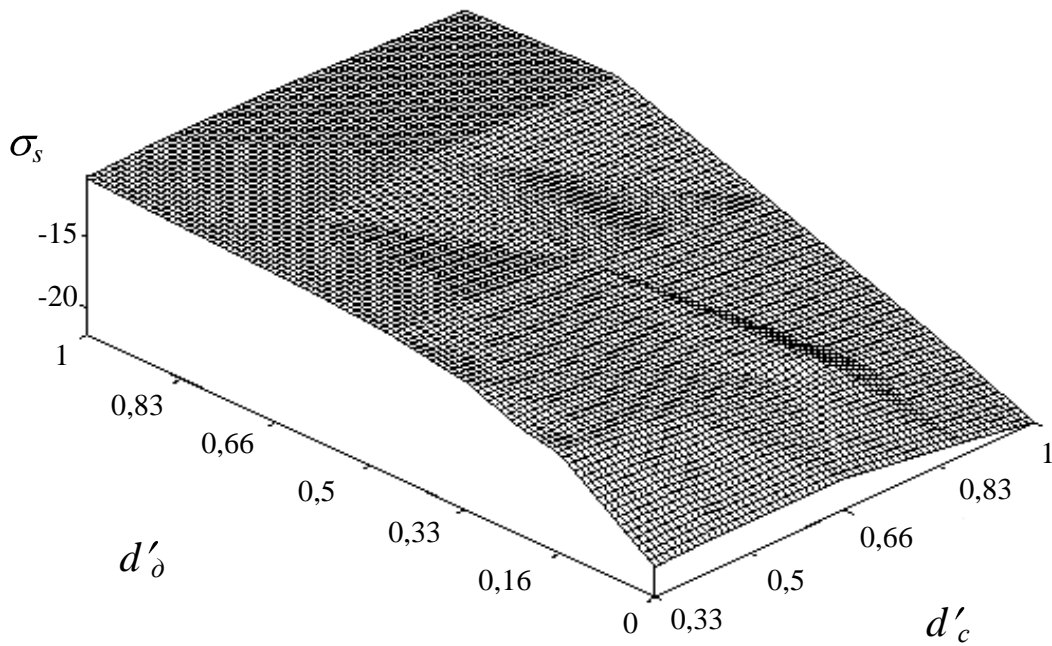
б)

Рисунок Д.2– График зависимости максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  в спиральных рёбрах средней окантовки от варьирования толщины окантовок:

а) рёбра с наклоном влево вверх; б) рёбра с наклоном вправо вверх



а)



б)

Рисунок Д.3– График зависимости максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  в спиральных рёбрах внешней окантовки от варьирования толщины окантовок:

а) ребра с наклоном влево вверх; б) ребра с наклоном вправо вверх

**ПРИЛОЖЕНИЕ Е**

**РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКТИВНЫХ  
ЭЛЕМЕНТОВ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ**

Моменты инерции сечений элементов спиральных ребер вычисляются по формулам, представленным в [30].

1. Моменты инерции элементов спиральных ребер:

$$I_t = \frac{b \cdot h^3}{12}, I_n = \frac{h \cdot b^3}{12}, I_{кр} = k_1 \cdot h \cdot b^3, \quad (E.1)$$

где  $b$  – ширина сечения ребра,  $h$  – толщина ребра.

Коэффициент  $k_1$  определяется приближенной формулой:

$$k_1 \approx \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{0.63}{\beta} + \frac{0.052}{\beta^5} \right), \quad (E.2)$$

где  $\beta = \frac{h}{b}$ . (E.3)

2. Моменты инерции элементов кольцевых ребер:

$$I_t = \frac{b \cdot h^3}{12}, I_n = \frac{h \cdot b^3}{12} + h \cdot b \cdot \frac{k}{2}, I_{кр} = k_1 \cdot h \cdot b^3 \quad (E.4)$$

где  $k$  – расстояние между срединными поверхностями кольцевых ребер одной пары,  $b$  – ширина сечения ребра,  $h$  – толщина ребра,  $k_1$  – коэффициент, определяемый приближенными формулами (E.2), (E.3) из данного приложения.

На рисунке E.1 представлены поперечные сечения спиральных и кольцевых ребер.

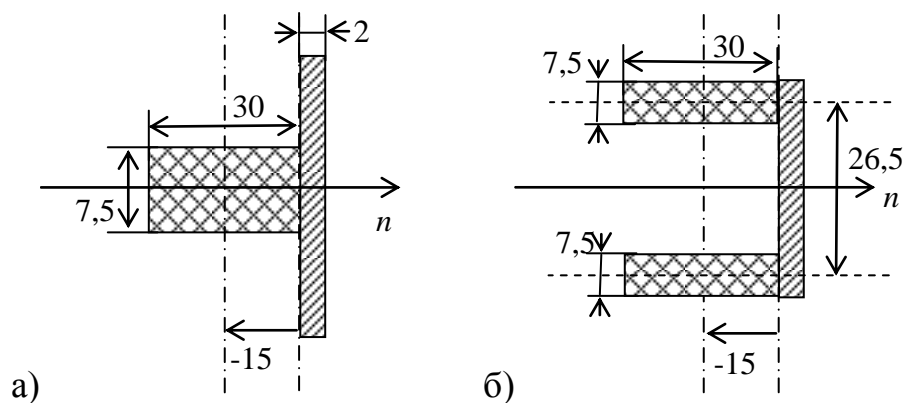


Рисунок E.1 – Поперечное сечение:

а - спирального ребра, б – кольцевого ребра

Используя формулу Е.1 и параметры сечения спирального ребра (рисунок Е.1, а) моменты инерции составят:  $I_t = 16875 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1054,688 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 3556,406 \text{ мм}^4$ , где  $b=7,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 4$ ,  $k_1=0,281$ .

Моменты инерции  $I_t$  и  $I_{кр}$  элементов кольцевых ребер вычисляется попарно по формулам (Е.4). При  $b= 7,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 4$ ,  $k_1=0,281$ ,  $k = 26,5$  (рисунок Е.1, б), моменты инерции кольцевого ребра:  $I_t = 16875 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1086,3 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 3556,406 \text{ мм}^4$ .



**ПРИЛОЖЕНИЕ Ж**

**ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ  
МАТЕРИАЛОВ ОТСЕКА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

## 1. Материал ребер:

- модуль упругости вдоль ребра  $E_1 = 6490$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль упругости поперек ребра  $E_2 = 647$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 380$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = 0,21$ ,  $\mu_2 = 0,021$ .

## 2. Материал «Салфетки» УТ-900:

- модули упругости  $E_1 = E_2 = 3000$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2$ .

## 3. Подмотка из ст/ткани Т-13:

- модуль упругости по кольцу  $E_1 = 2300$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль упругости по оси  $E_2 = 1800$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = 0,13$ ,  $\mu_2 = 0,1$ .

## 4. Обшивка, материал УТ-900:

- модули упругости  $E_1 = E_2 = 3000$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2$ .

## 5. Обшивка, материал Армос:

- модуль упругости по кольцу  $E_x = 408$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль упругости по оси  $E_y = 6329$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 367$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = 0,046$ ,  $\mu_2 = 0,72$ .

## 6. Материал торцевых шпангоутов УТ-900:

- модули упругости  $E_1 = E_2 = 3000$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- модуль сдвига  $G = 500$  кгс/мм<sup>2</sup>;
- коэффициенты Пуассона  $\mu_1 = \mu_2 = 0,2$ .

## Жесткостные характеристики конструктивных элементов модельной сетчатой оболочки

Поперечное сечение спирального ребра представлено на рисунке Ж1 - а. Моменты инерции элементов спиральных ребер вычисляются по формулам, представленным в приложении Е.

Для спирального ребра  $b=7,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 4$ ,  $k_1=0,281$ . В результате вычислений получаем следующие моменты инерции:  $I_t = 16875 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1054,688 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 3556,406 \text{ мм}^4$ .

Поперечное сечение кольцевого ребра представлено на рисунке Ж1 - б. Ширина сечения каждого кольцевого ребра равна 7,5 мм. Моменты инерции  $I_t$  и  $I_{кр}$  элементов кольцевых ребер вычисляется попарно по формулам (4), описанным в данном приложении, где ребра  $b= 7,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 4$ ,  $k_1=0,281$ ,  $k = 26,5$ . В результате вычислений получаем следующие моменты инерции:  $I_t = 16875 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1086,3 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 3556,406 \text{ мм}^4$ .

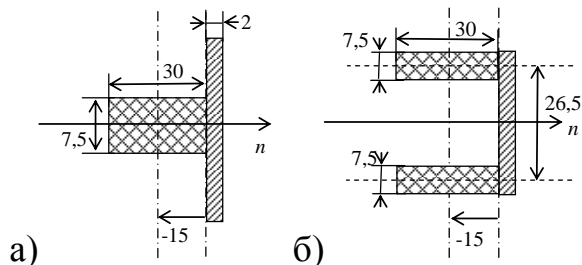


Рисунок Ж1—Поперечное сечение:

а - спирального ребра, б – кольцевого ребра

### Жесткостные характеристики элементов отсека летательного аппарата

Ширина сечения каждого спирального ребра равна 7,5 мм, толщина 30 мм. Моменты инерции элементов спиральных ребер вычисляются по формулам, представленным в приложение Е. Для спирального ребра  $b=7,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 4$ ,  $k_1=0,281$ . В результате вычислений получаем следующие моменты инерции:  $I_t = 16875 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1054,688 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 3556,406 \text{ мм}^4$ .

Ширина сечения кольцевого ребра равна 2,5 мм при толщине 30 мм. Расстояние между срединными поверхностями кольцевых ребер одной пары равно  $k=26,5$ . Моменты инерции  $I_t$  и  $I_{кр}$  элементов кольцевых ребер вычисляются попарно по формулам приложения Е, где ребра  $b=2,5$  мм,  $h=30$  мм,  $\beta = 12$ ,  $k_1 = 0,3333$ . В результате вычислений получаем следующие моменты инерции:  $I_t = 11250 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 26412,5 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 312,5 \text{ мм}^4$ .

Моменты инерции элементов стрингеров равны [29, 200]:  $I_t = 3400 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 12900 \text{ мм}^4$ , где  $b=25$  мм,  $h=3$  мм.

Момент кручения вычисляется по формуле (Е1), где  $k_1=0,3071$ ,  $\beta = 8$ , и равен  $I_{кр} = 207,292 \text{ мм}^4$ .

Моменты инерции элементов передней полки переходного кольца вычисляются по формулам (Е1), где  $b=8$  мм,  $h=38,5$  мм,  $\beta = 5$ ,  $k_1=0,2914$  и равны соответственно  $I_t = 38044,417 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 1642,667 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 5744,077 \text{ мм}^4$ .

Моменты инерции элементов задней полки переходного кольца вычисляются также по формулам (Е1),  $b=10$  мм,  $h=60$  мм,  $\beta = 6$ ,  $k_1=0,2984$  и равны  $I_t = 180000 \text{ мм}^4$ ,  $I_n = 5000 \text{ мм}^4$ ,  $I_{кр} = 17904 \text{ мм}^4$ .

**Таблица Ж.1 – Метки элементов дискретной модели отсека летательного аппарата**

<b>Зона модели</b>	<b>Первая метка</b>	<b>Вторая метка</b>
Вырезы (игнорируемые элементы)	0	0
Зона оболочки вне вырезов и подкреплений	1	99
Внутренняя зона окантовок	2	99
Средняя зона окантовок	3	99
Внешняя (дальняя от выреза) зона окантовок вырезов и зона окантовок шпангоутов	4	99
Передний шпангоут	5	99
Задний шпангоут	6	99
Крышки люков	7	99
Местные усиления	8	99
Спиральные ребра в зоне вне окантовок	11 – наклон вверх-влево на развертке, 21 – наклон вверх-вправо на развертке	100-259 – наклон вверх-влево на развертке, 260-419 – наклон вверх-вправо на развертке
Спиральные ребра в зоне внутренних окантовок	12 – наклон вверх-влево на развертке, 22 – наклон вверх-вправо на развертке	100-259 – наклон вверх-влево на развертке, 260-419 – наклон вверх-вправо на развертке

Продолжение таблицы Ж.1

<b>Зона модели</b>	<b>Первая метка</b>	<b>Вторая метка</b>
Спиральные ребра в зоне средних окантовок	13 – наклон вверх-влево на развертке, 23 – наклон вверх-вправо на развертке	100-259 – наклон вверх-влево на развертке, 260-419 – наклон вверх-вправо на развертке
Спиральные ребра в зоне внешних окантовок	14 – наклон вверх-влево на развертке, 24 – наклон вверх-вправо на развертке	100-259 – наклон вверх-влево на развертке, 260-419 – наклон вверх-вправо на развертке
Кольцевые ребра в зоне вне окантовок	31	420-443
Кольцевые ребра в зоне внутренних окантовок	32	420-443
Кольцевые ребра в зоне средних окантовок	33	420-443
Кольцевые ребра в зоне внешних окантовок	34	420-443
Продольные ребра в зоне вне окантовок	41	444-447
Продольные ребра в зоне средних окантовок	43	444-447
Продольные ребра в зоне внешних окантовок	44	444-447
Стрингеры крышек люка	77	450
Верхняя кольцевая балка	55	443
Стенка переходного кольца	19	451
Задняя полка переходного кольца	29	452
Передняя полка переходного кольца	39	453

**ПРИЛОЖЕНИЕ И**

**ФОНОВЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТЫ КОНЦЕНРАЦИИ  
НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ОТСЕКА  
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

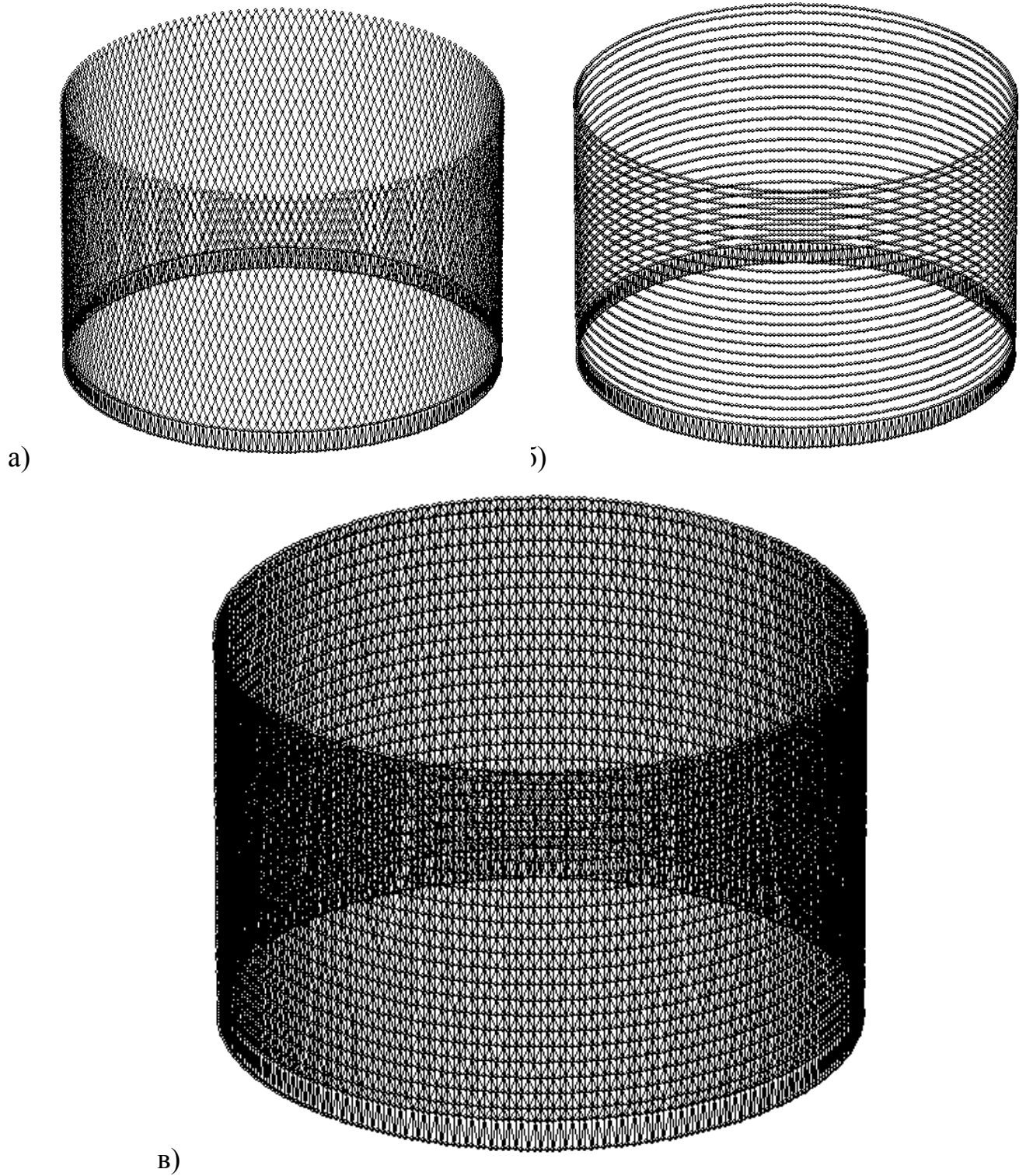


Рисунок И.1 – Конечно-элементная модель сетчатой оболочки отсека летательного аппарата для расчета фоновых напряжений:

а – спиральные ребра и переходное кольцо,

б – кольцевые ребра и переходное кольцо,

в – обшивка и переходное кольцо



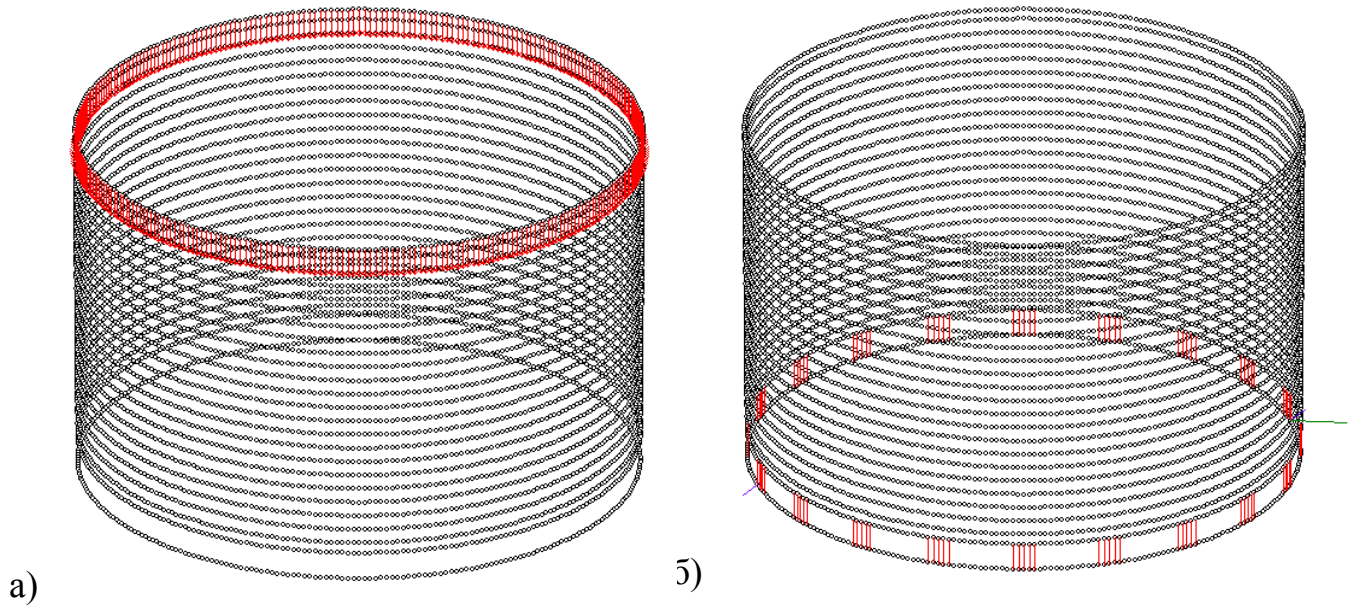


Рисунок И.2 – Конечно-элементная модель для расчета фоновых напряжений:

а - схема приложения сжимающей нагрузки в узлах верхней кромки;

б - схема закрепления перемещений в узлах нижней кромки

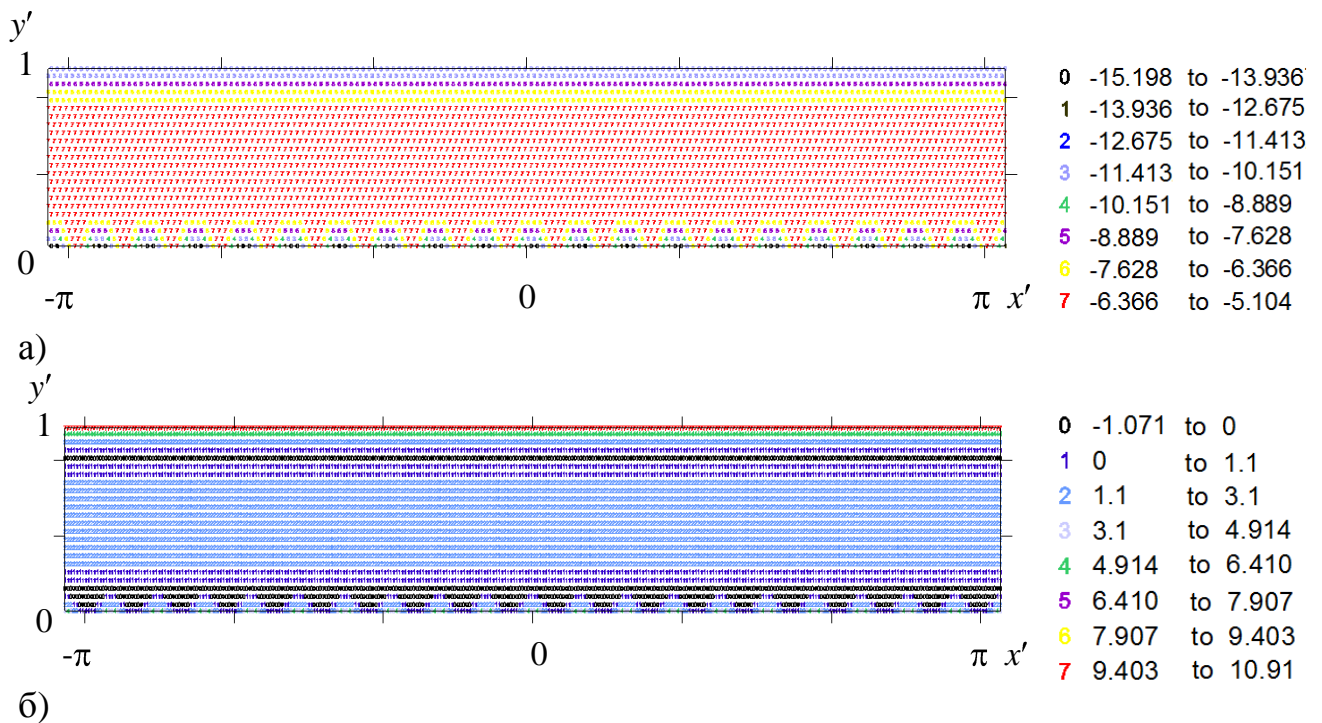


Рисунок И.3 – Поля фоновых напряжений  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>):

а – в спиральных ребрах, б – в кольцевых ребрах

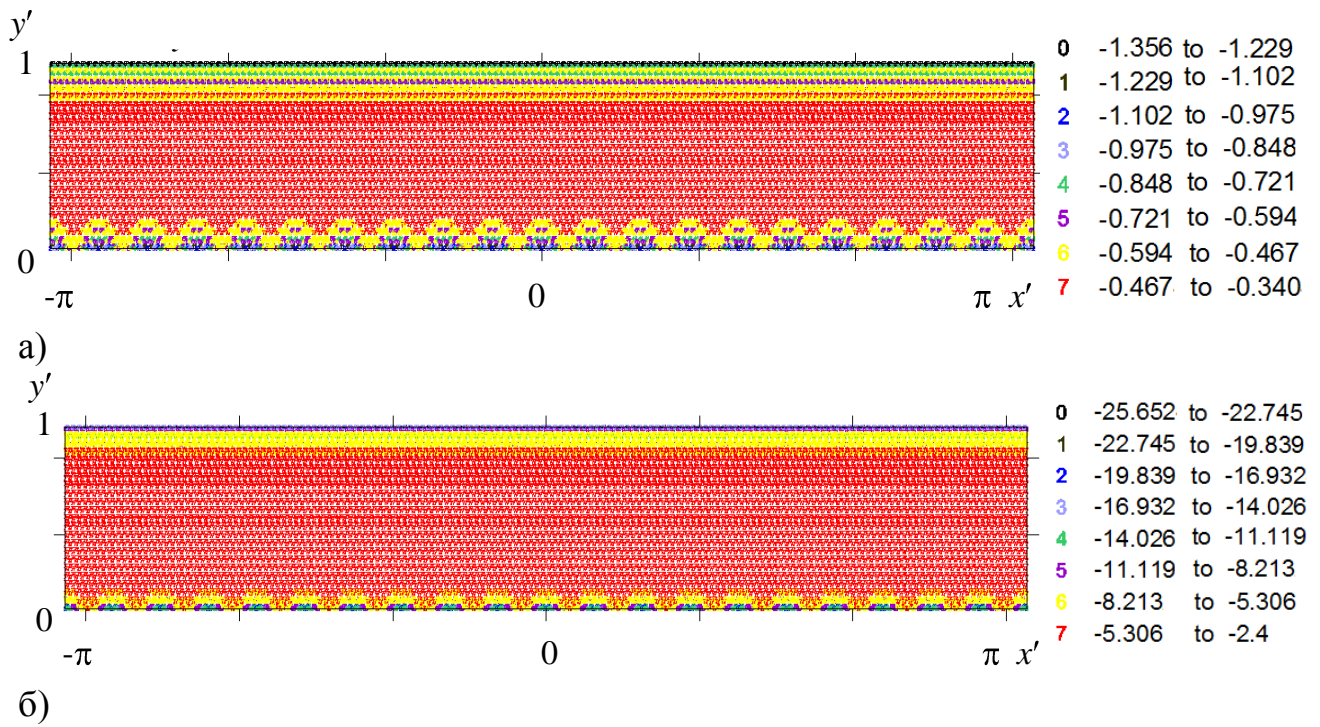


Рисунок И.4 –Поля фоновых напряжений  $\sigma_s$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в обшивке:

а – внутренний слой, б – внешний слой

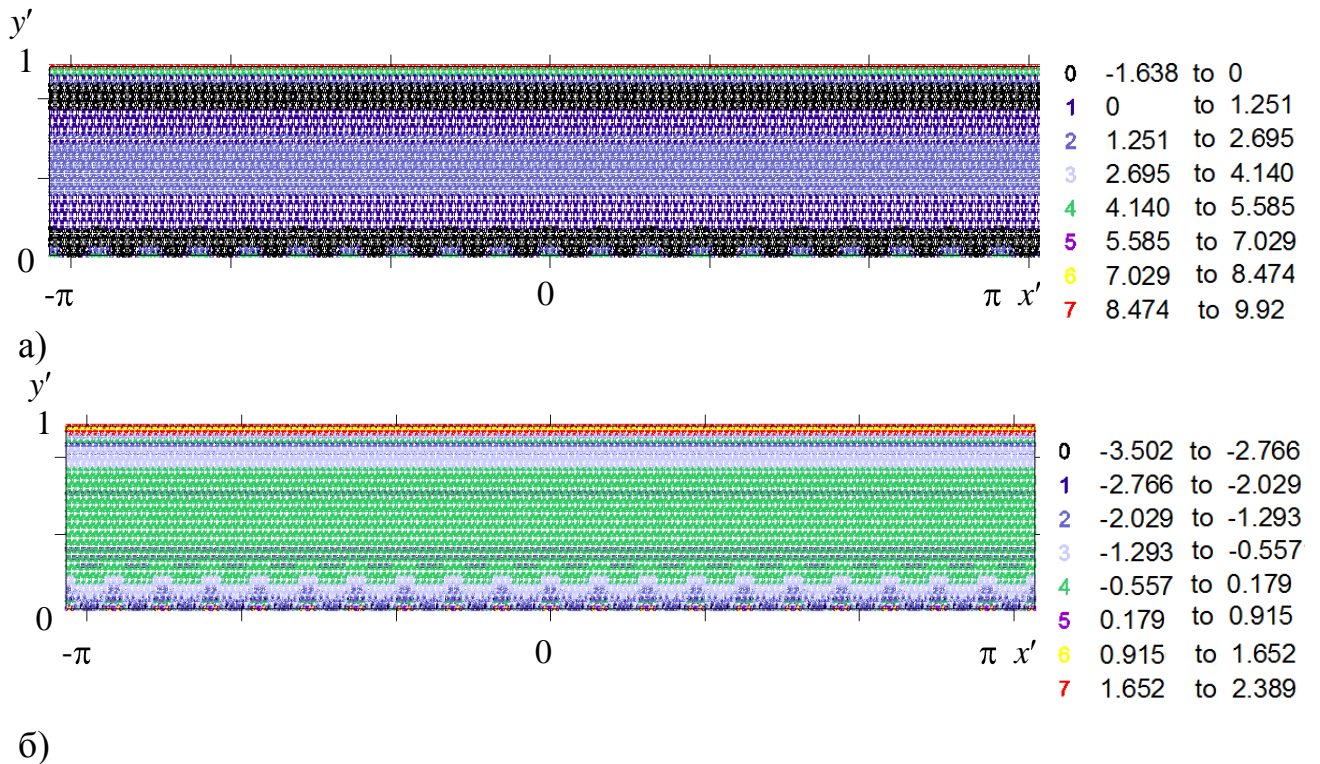


Рисунок И.5 –Поля фоновых напряжений  $\sigma_t$  (кГ/мм<sup>2</sup>) в обшивке:

а – внутренний слой, б – внешний слой

**Таблица И.1 – Коэффициенты концентрации максимальных сжимающих напряжений  $\sigma_s$  во внешнем слое обшивки вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_o$	$Z'_2$	$\tilde{Z}_2(d'_c, d'_o)$	$A_i = \frac{ Z'_{2i} - \tilde{Z}_{2i} }{ Z'_{2i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	2,7752	2,7785	0,1173
0,33	0,17	2,7752	2,6994	2,8084
0,33	0,33	2,5269	2,6862	5,9297
0,33	0,47	2,7826	2,6815	3,7712
0,33	0,73	2,9880	2,6769	11,6239
0,33	1,00	3,0604	2,6746	14,4258
0,47	0,00	2,9484	2,7305	7,9771
0,47	0,17	2,8106	2,6515	6,0008
0,47	0,33	2,6728	2,6382	1,3103
0,47	0,47	2,7647	2,6336	4,9762
0,47	0,73	2,9688	2,6290	12,9248
0,47	1,00	3,0414	2,6266	15,7883
0,67	0,00	2,9221	2,6913	8,5733
0,67	0,17	2,6028	2,6123	0,3628
0,67	0,33	2,6562	2,5990	2,1992
0,67	0,47	2,7469	2,5944	5,8769
0,67	0,73	2,9489	2,5897	13,8699
0,67	1,00	3,0224	2,5874	16,8100
0,87	0,00	2,9037	2,6689	8,7974
0,87	0,17	2,5926	2,5898	0,1082
0,87	0,33	2,6459	2,5766	2,6913
0,87	0,47	2,6524	2,5720	3,1263
0,87	0,73	2,9460	2,5673	14,7486
0,87	1,00	3,0258	2,5650	17,9657
1,00	0,00	2,8954	2,6586	8,9075
1,00	0,17	2,5874	2,5796	0,3056
1,00	0,33	2,6407	2,5663	2,8978
1,00	0,47	2,7302	2,5617	6,5790
1,00	0,73	2,9496	2,5571	15,3499
1,00	1,00	3,0310	2,5547	18,6422

**Таблица И.2 – Коэффициенты концентрации максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внутреннем слое обшивки вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_\partial$	$Z'_3$	$\tilde{Z}_3(d'_c, d'_\partial)$	$A_i = \frac{ Z'_{3i} - \tilde{Z}_{3i} }{ Z'_{3i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	2,5743	3,1091	17,2033
0,33	0,17	2,6008	2,6788	2,9118
0,33	0,33	2,4806	2,5764	3,7192
0,33	0,47	2,6483	2,5376	4,3644
0,33	0,73	2,5782	2,4970	3,2519
0,33	1,00	2,5024	2,4760	1,0660
0,47	0,00	3,4306	3,0939	10,8820
0,47	0,17	2,6097	2,6636	2,0232
0,47	0,33	2,6433	2,5612	3,2048
0,47	0,47	2,6345	2,5224	4,4436
0,47	0,73	2,5620	2,4818	3,2318
0,47	1,00	2,5375	2,4608	3,1134
0,67	0,00	3,5370	3,0810	14,8004
0,67	0,17	2,6121	2,6506	1,4543
0,67	0,33	2,6438	2,5483	3,7501
0,67	0,47	2,6336	2,5094	4,9481
0,67	0,73	2,5579	2,4689	3,6065
0,67	1,00	2,6704	2,4479	9,0896
0,87	0,00	3,6557	3,0734	18,9465
0,87	0,17	2,6299	2,6430	0,4965
0,87	0,33	2,6609	2,5407	4,7316
0,87	0,47	2,6503	2,5018	5,9361
0,87	0,73	2,6197	2,4613	6,4387
0,87	1,00	2,8169	2,4403	15,4334
1,00	0,00	3,6733	3,0698	19,6566
1,00	0,17	2,6432	2,6395	0,1419
1,00	0,33	2,6744	2,5371	5,4091
1,00	0,47	2,6644	2,4983	6,6507
1,00	0,73	2,7043	2,4577	10,0313
1,00	1,00	2,9041	2,4368	19,1781

**Таблица И.3 – Коэффициенты концентрации максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_t$  во внешнем слое обшивки вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_\delta$	$Z'_4$	$\tilde{Z}_4(d'_c, d'_\delta)$	$A_i = \frac{ Z'_{4i} - \tilde{Z}_{4i} }{ Z'_{4i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	13,8422	15,9645	13,2942
0,33	0,17	14,8397	15,2294	2,5590
0,33	0,33	12,8447	15,0546	14,6791
0,33	0,47	14,1425	14,9882	5,6429
0,33	0,73	15,0218	14,9189	0,6894
0,33	1,00	16,4966	14,8831	10,8414
0,47	0,00	15,4022	15,5246	0,7885
0,47	0,17	13,6173	14,7895	7,9257
0,47	0,33	13,7866	14,6147	5,6661
0,47	0,47	13,9860	14,5483	3,8651
0,47	0,73	14,8207	14,4790	2,3594
0,47	1,00	16,8994	14,4432	17,0060
0,67	0,00	16,6849	15,1502	10,1299
0,67	0,17	13,6709	14,4151	5,1620
0,67	0,33	13,8559	14,2402	2,6992
0,67	0,47	13,9648	14,1739	1,4752
0,67	0,73	15,3536	14,1046	8,8554
0,67	1,00	17,7335	14,0688	26,0486
0,87	0,00	16,6212	14,9301	11,3271
0,87	0,17	13,8961	14,1949	2,1052
0,87	0,33	14,0726	14,0201	0,3746
0,87	0,47	14,1927	13,9538	1,7126
0,87	0,73	16,3642	13,8845	17,8600
0,87	1,00	18,7257	13,8487	35,2167
1,00	0,00	17,6620	14,8276	19,1155
1,00	0,17	14,0966	14,0925	0,0296
1,00	0,33	14,2391	13,9177	2,3097
1,00	0,47	14,4117	13,8513	4,0459
1,00	0,73	16,9804	13,7820	23,2072
1,00	1,00	19,3587	13,7462	40,8291

**Таблица И.4 – Коэффициенты концентрации максимальных напряжений  $\sigma_s$  в спиральных ребрах вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_o$	$Z'_5$	$\tilde{Z}_5(d'_c, d'_o)$	$A_i = \frac{ Z'_{5i} - \tilde{Z}_{5i} }{ Z'_{5i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	1,8967	2,0131	5,7849
0,33	0,17	1,9161	1,8545	3,3239
0,33	0,33	1,8370	1,8279	0,4995
0,33	0,47	1,9047	1,8186	4,7356
0,33	0,73	1,9037	1,8093	5,2142
0,33	1,00	1,8972	1,8047	5,1265
0,47	0,00	2,1278	2,0057	6,0873
0,47	0,17	1,9626	1,8470	6,2583
0,47	0,33	1,9080	1,8205	4,8092
0,47	0,47	1,8930	1,8112	4,5175
0,47	0,73	1,8924	1,8019	5,0257
0,47	1,00	1,8867	1,7972	4,9771
0,67	0,00	2,1158	1,9996	5,8091
0,67	0,17	1,9520	1,8410	6,0320
0,67	0,33	1,8972	1,8144	4,5627
0,67	0,47	1,8820	1,8051	4,2595
0,67	0,73	1,8820	1,7958	4,7988
0,67	1,00	1,8774	1,7912	4,8175
0,87	0,00	2,1070	1,9962	5,5522
0,87	0,17	1,9449	1,8375	5,8433
0,87	0,33	1,8899	1,8109	4,3612
0,87	0,47	1,8745	1,8016	4,0461
0,87	0,73	1,8748	1,7923	4,5984
0,87	1,00	1,8713	1,7877	4,6755
1,00	0,00	2,1023	1,9946	5,4003
1,00	0,17	1,9410	1,8359	5,7250
1,00	0,33	1,8860	1,8094	4,2351
1,00	0,47	1,8705	1,8001	3,9127
1,00	0,73	1,8708	1,7907	4,4675
1,00	1,00	1,8677	1,7861	4,5686

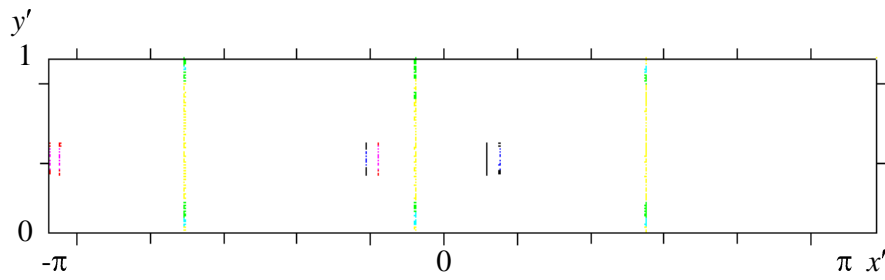
**Таблица И.5 – Коэффициенты концентрации максимальных напряжений  $\sigma_s$  в кольцевых ребрах вблизи внешней окантовки**

$d'_c$	$d'_o$	$Z'_6$	$\tilde{Z}_6(d'_c, d'_o)$	$A_i = \frac{ Z'_{6i} - \tilde{Z}_{6i} }{ Z'_{6i} } \cdot 100\%$
0,33	0,00	2,4004	3,9870	39,7932
0,33	0,17	2,4845	2,5400	2,1849
0,33	0,33	2,5333	2,2979	10,2451
0,33	0,47	2,5485	2,2130	15,1609
0,33	0,73	2,3575	2,1282	10,7746
0,33	1,00	2,2148	2,0857	6,1872
0,47	0,00	4,7757	4,0260	18,6222
0,47	0,17	3,0776	2,5791	19,3297
0,47	0,33	2,6101	2,3369	11,6904
0,47	0,47	2,5118	2,2521	11,5347
0,47	0,73	2,3199	2,1672	7,0451
0,47	1,00	2,1769	2,1248	2,4528
0,67	0,00	5,0756	4,0579	25,0778
0,67	0,17	3,2612	2,6110	24,9036
0,67	0,33	2,5830	2,3688	9,0394
0,67	0,47	2,4837	2,2840	8,7437
0,67	0,73	2,2883	2,1991	4,0557
0,67	1,00	2,1605	2,1567	0,1750
0,87	0,00	5,3364	4,0762	30,9164
0,87	0,17	3,4868	2,6293	32,6146
0,87	0,33	2,6418	2,3871	10,6707
0,87	0,47	2,4812	2,3023	7,7730
0,87	0,73	2,2822	2,2174	2,9206
0,87	1,00	2,2691	2,1750	4,3271
1,00	0,00	5,5075	4,0846	34,8377
1,00	0,17	3,7156	2,6376	40,8679
1,00	0,33	2,8125	2,3955	17,4095
1,00	0,47	2,4875	2,3106	7,6551
1,00	0,73	2,2872	2,2258	2,7576
1,00	1,00	2,3331	2,1833	6,8595

**ПРИЛОЖЕНИЕ К**

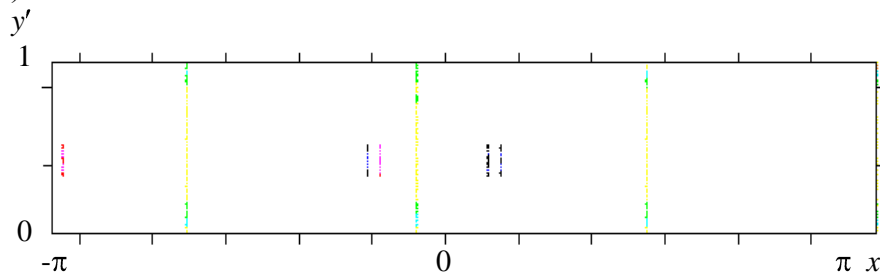
**ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ В СТРИНГЕРАХ И ВЕРТИКАЛЬНЫХ  
БАЛКАХ ОТСЕКА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**





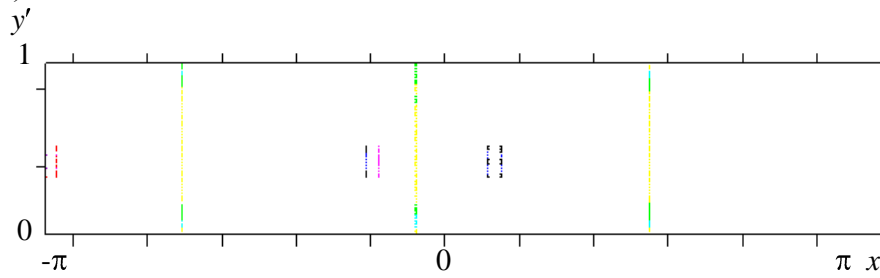
0	-25.608	to	-22.895
1	-22.895	to	-20.182
2	-20.182	to	-17.469
3	-17.469	to	-14.756
4	-14.756	to	-12.043
5	-12.043	to	-9.330
6	-9.330	to	-6.617
7	-6.617	to	-3.904
8	-3.904	to	-1.191

a)



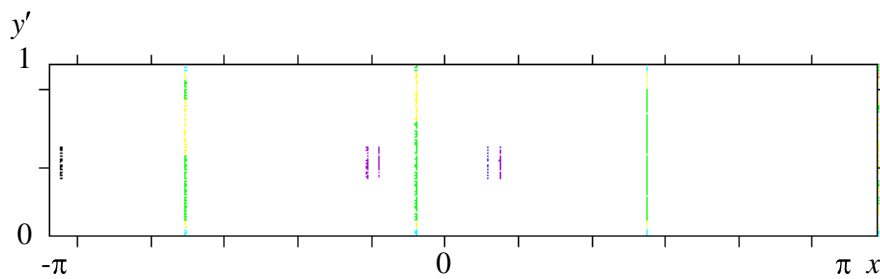
0	-25.594	to	-22.882
1	-22.882	to	-20.170
2	-20.170	to	-17.458
3	-17.458	to	-14.746
4	-14.746	to	-12.034
5	-12.034	to	-9.322
6	-9.322	to	-6.609
7	-6.609	to	-3.897
8	-3.897	to	-1.185

б)



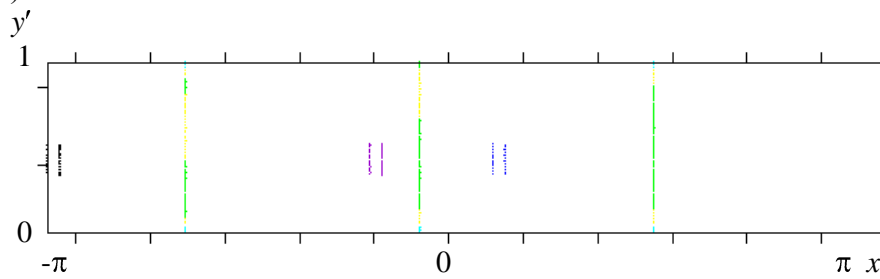
0	-25.954	to	-23.201
1	-23.201	to	-20.448
2	-20.448	to	-17.695
3	-17.695	to	-14.943
4	-14.943	to	-12.190
5	-12.190	to	-9.437
6	-9.437	to	-6.684
7	-6.684	to	-3.931
8	-3.931	to	-1.179

в)



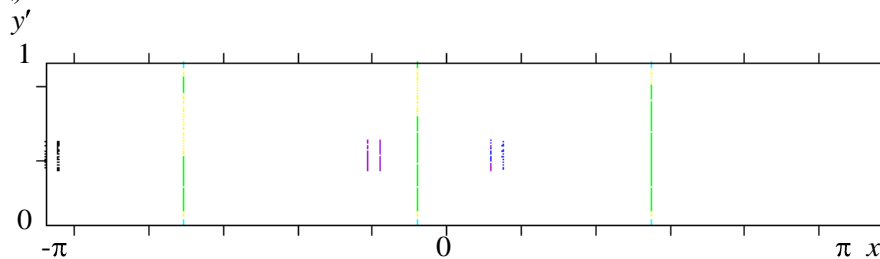
0	-22.210	to	-20.082
1	-20.082	to	-17.954
2	-17.954	to	-15.825
3	-15.825	to	-13.697
4	-13.697	to	-11.569
5	-11.569	to	-9.441
6	-9.441	to	-7.313
7	-7.313	to	-5.185
8	-5.185	to	-3.057

г)



0	-21.652	to	-19.586
1	-19.586	to	-17.519
2	-17.519	to	-15.452
3	-15.452	to	-13.386
4	-13.386	to	-11.319
5	-11.319	to	-9.253
6	-9.253	to	-7.186
7	-7.186	to	-5.120
8	-5.120	to	-3.053

д)



0	-22.024	to	-19.915
1	-19.915	to	-17.806
2	-17.806	to	-15.697
3	-15.697	to	-13.588
4	-13.588	to	-11.479
5	-11.479	to	-9.370
6	-9.370	to	-7.261
7	-7.261	to	-5.152
8	-5.152	to	-3.043

е)

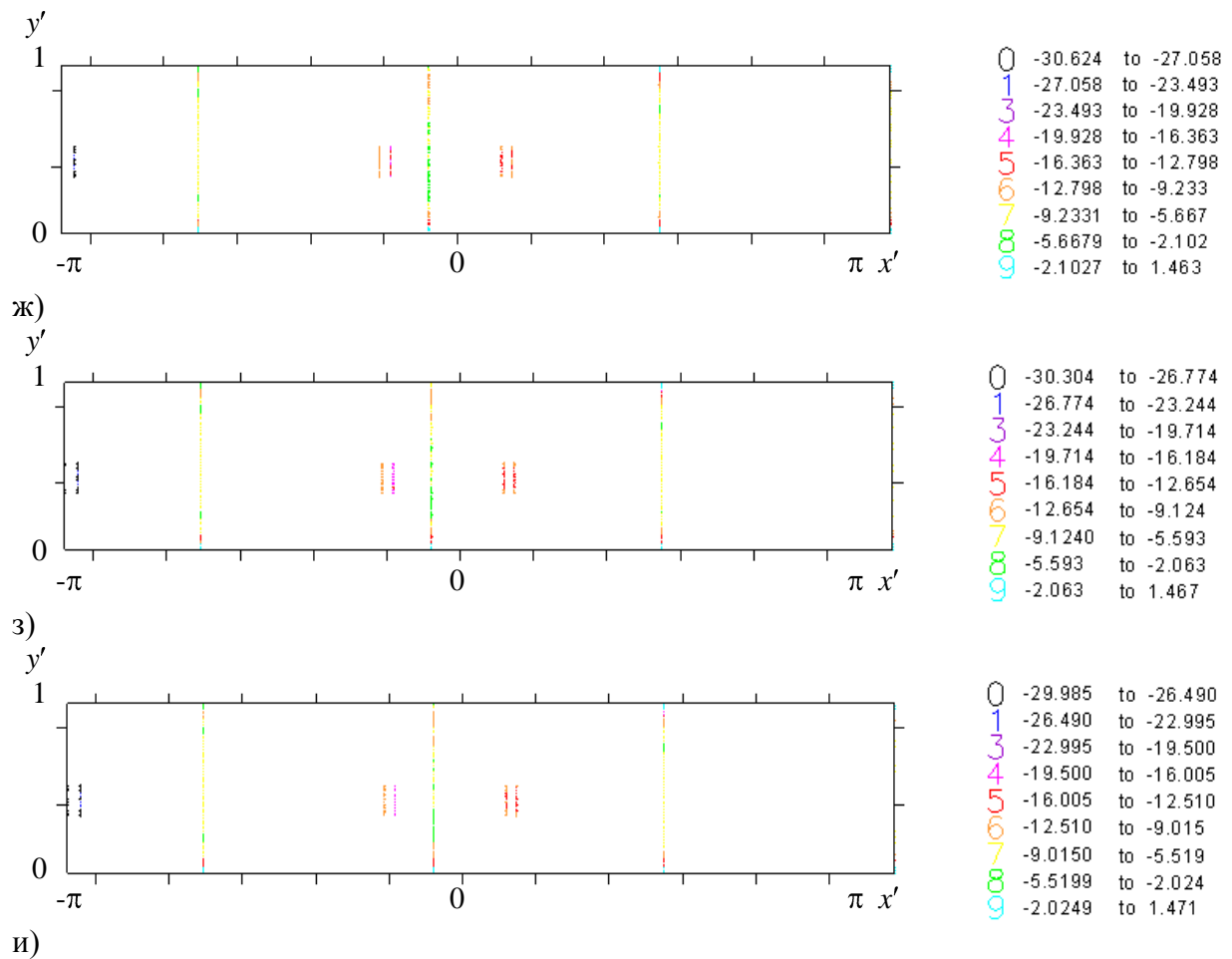


Рисунок К.1 –Поля напряжений  $\sigma_y$  в вертикальных балка и стрингерах:

- а – 1 точка в поперечном сечении, б – 2 точка в поперечном сечении,  
 в – 3 точка в поперечном сечении, г – 4 точка в поперечном сечении,  
 д – 5 точка в поперечном сечении, е – 6 точка в поперечном сечении,  
 ж – 7 точка в поперечном сечении, з – 8 точка в поперечном сечении,  
 и – 9 точка в поперечном сечении

**ПРИЛОЖЕНИЕ Л**

**СВИДЕТЕЛЬСТВА О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ  
ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2010611370

«Композит НК»

Правообладатель(ли): *Каледин Валерий Олегович (RU), Бурнышева Татьяна Витальевна (RU), Равковская Ирина Викторовна (RU), Решетникова Елена Васильевна (RU), Седова Елена Александровна (RU), Эптешева Светлана Валерьевна (RU), Шпакова Юлия Владимировна (RU), Шпаков Артем Михайлович (RU), Глечиков Дмитрий Игоревич (RU), Марченко Аркадий Юрьевич (RU)*

Автор(ы): *(см. на обороте)*

Заявка № 2009617588

Дата поступления 28 декабря 2009 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ

17 февраля 2010 г.



Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам

Б.П. Симонов



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2014613344

Композит НК АнизоGRID

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет» (RU)*

Авторы: *Каледин Валерий Олегович (RU), Решетникова Елена Васильевна (RU), Бурнышева Татьяна Витальевна (RU), Фанасков Виталий Сергеевич (RU), Нагайцева Наталья Валерьевна (RU), Равковская Елена Викторовна (RU), Крюкова Яна Сергеевна (RU), Кравцова Юлия Анатольевна (RU), Штейнбрехер Ольга Александровна (RU)*

Заявка № 2014611032

Дата поступления 13 февраля 2014 г.

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 25 марта 2014 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.И. Симонов

**ПРИЛОЖЕНИЕ М**

**АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ**



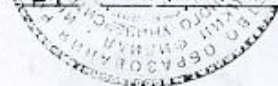
УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной работе  
Новокузнецкого филиала  
Кемеровского государственного  
университета,

профессор, доктор химических наук


 Ф.И. ИВАНОВ

«27» 12 2004 г.



УТВЕРЖДАЮ

Начальник обособленного  
отделения «Центр прочности»  
открытого акционерного общества  
«Центральный научно-  
исследовательский институт  
специального машиностроения»

 А.Б. МИТКЕВИЧ

«20» 12 2004 г.



### АКТ ВНЕДРЕНИЯ ЗАКОНЧЕННОЙ НИР

Мы нижеподписавшиеся, представители открытого акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» (ОАО ЦНИИСМ): начальник отдела, д.т.н, профессор В.Л.Страхов и начальник отдела, к.т.н, А.А.Филипенко, с одной стороны, и представители НФИ КемГУ: декан факультета информационных технологий, д.т.н. В.О.Каледин и зав. кафедрой математики и математического моделирования д.т.н., профессор С.П.Казаков, с другой стороны, составили настоящий акт о внедрении научно-исследовательской работы «Разработка методики, алгоритмов и программного обеспечения для уточнённых прочностных и тепловых расчётов оболочечных конструкций из композиционных материалов», выполненной кафедрой математики и математического моделирования НФИ КемГУ в 2002-2003 г.

Результаты НИР внедрены в ОАО ЦНИИСМ в следующем виде:

Принято для использования в работах ОАО ЦНИИСМ:


- Базовый пакет программ с открытым интерфейсом для прочностных и тепловых расчётов оболочечных конструкций из композиционных материалов.
- Программа-препроцессор для геометрического моделирования пространственных оболочечных конструкций из композиционных материалов.
- Программа-процессор для прочностных расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов с пространственными схемами армирования при силовых и термических воздействиях.
- Программа для прочностных расчетов осесимметричных оболочечных конструкций с пространственными схемами армирования при силовых и термических воздействиях.
- Методика расчета линейной статике и линейной устойчивости тонких и слоистых цилиндрических оболочечных конструкций.
- Методика расчета линейной статике и линейной устойчивости трехслойных подкрепленных цилиндрических оболочечных конструкций с легким наполнителем.
- Методика расчета линейной статике, линейной устойчивости и колебаний оболочек вращения с пространственными схемами армирования.
- Методика расчета линейной статике и линейной устойчивости стержневых систем и сетчатых оболочек.

При внедрении результатов НИР получен следующий технический эффект:

- 1) автоматизация и сокращение трудоёмкости подготовки исходных данных для математического моделирования напряженно-деформированного состояния силовых конструкций из полимерных композиционных материалов с пространственными схемами армирования;
- 2) сокращение календарной продолжительности, затрат машинного времени и повышение точности при прочностных расчетах конструкций.

Подписи:


От НИИ КемГУ:



 декан факультета информационных технологий, д.т.н., профессор  
 В.О. Каледин  
 зав. кафедрой математики и математического моделирования, д.т.н., профессор

  
 С.П. Казаков

От ОАО ЦНИИСМ:

начальник отдела,  
д.т.н., профессор

  
 В.Л. Страхов  
 28.12.04  
 начальник отдела, к.т.н.,

  
 А.А. Филипенко



УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной работе  
НФИ КемГУ, профессор,  
доктор химических наук



Ф.И. ИВАНОВ

2007 г.

УТВЕРЖДАЮ

Начальник обособленного отделения  
«Центр прочности» открытого  
акционерного общества  
«Центральный научно-  
исследовательский институт  
специального машиностроения»



А.Б. МИТКЕВИЧ

« 04 » 09 2007 г.

### АКТ ВНЕДРЕНИЯ ЗАКОНЧЕННОЙ НИР

Мы, нижеподписавшиеся, представители открытого акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» (ОАО ЦНИИСМ): начальник отдела, д.т.н., профессор В.Л. Страхов и начальник отдела, д.т.н., К.Н. Лебедев, с одной стороны, и представители НФИ КемГУ: декан факультета информационных технологий, д.т.н., профессор В.О. Каледин и зав. кафедрой математики и математического моделирования д.т.н., профессор С.П. Казаков, с другой стороны, составили настоящий акт о внедрении научно-исследовательской работы «Исследования прочности и устойчивости многослойных оболочечных конструкций из полимерных композиционных материалов на прочность и устойчивость с учетом непроклеев и расслоений слоистой стенки», выполненной кафедрой математики и математического моделирования НФИ КемГУ в 2004-2006 г.

Результаты НИР внедрены в ОАО ЦНИИСМ в следующем виде:

Принято для использования в работах ОАО ЦНИИСМ:

- Пакет прикладных программ с открытым интерфейсом для прочностных расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов.
- Интерпретатор входного языка для задания исходных данных конечно-элементной модели.
- Программа-процессор для прочностных расчетов слоистых оболочечных конструкций из композиционных материалов с несовершенствами структуры в виде непроклеев и местных расслоений при силовых и термических воздействиях.
- Методика расчета линейной статики и линейной устойчивости подкрепленных оболочек вращения из слоистых композиционных материалов с начальными дефектами типа расслоений.

- Количественные оценки зависимости параметров напряженно-деформированного состояния и несущей способности многослойных цилиндрических оболочек при варьировании размеров и положения начальных дефектов.

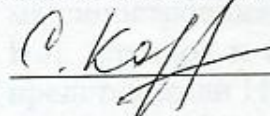
При внедрении результатов НИР получен следующий технический эффект:

- 1) сокращение календарной продолжительности и затрат машинного времени при прочностных расчетах многослойных конструкций из композиционных материалов;
- 2) повышение достоверности результатов расчетно-теоретического исследования несущей способности при проектировании конструкций.

Подписи:

От НФИ КемГУ:

Зав. кафедрой, д.т.н., профессор

 С.П. Казаков

Д.т.н., профессор

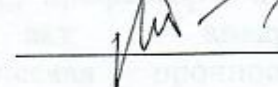
 В.О. Каледин

От ОАО ЦНИИСМ:

Начальник отдела, д.т.н., профессор

 В.Л. Страхов

Начальник отдела, д.т.н., профессор

 К.Н. Лебедев



УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной работе  
Новокузнецкого института (филиала)  
ФГБОУ ВПО «Кемеровский  
государственный университет»,  
профессор, доктор химических наук

  
Ф.И. ИВАНОВ  
2014 г.

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор  
Открытого акционерного  
общества «Центральный научно-  
исследовательский институт  
специального машиностроения»

  
В.А. БАРИНИН  
2014 г.

### АКТ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Мы нижеподписавшиеся, представители ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» заместитель главного конструктора, докт. техн. наук Разин А.Ф. и начальник отделения, канд. техн. наук Каледин В.О. с одной стороны, и представитель НФИ КемГУ зав. кафедрой математики и математического моделирования, канд. техн. наук, доцент Решетникова Е.В. с другой стороны, составили настоящий акт о внедрении результатов диссертационной работы «Разработка и применение методологии вычислительного эксперимента при расчете и диагностике анизотридных конструкций космических летательных аппаратов», выполненной канд. техн. наук, доцентом кафедры математики и математического моделирования Бурнышевой Т.В. в 2006 - 2014 г.

Результаты диссертационной работы внедрены в ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» в следующем виде.

Принято для использования в работах ОАО ЦНИИСМ:

- многофакторные математические модели статического деформирования анизотридных конструкций агрегатов регулярной и нерегулярной структуры, основанные на классе расчетных схем типа пространственной рамы, в которых обшивка и система ребер деформируются совместно, учитываются конструктивные вырезы и окантовки;
- результаты интерпретации многофакторных вычислительных экспериментов статического деформирования анизотридных конструкций нерегулярной структуры космических летательных аппаратов;
- специализированный комплекс программ «Композит НК Анизотрид» для многофакторного вычислительного эксперимента по определению напряжений, деформаций и критических нагрузок потери устойчивости анизотридных конструкций с переменными параметрами прочности и жесткости при проектных и фактических нагрузках;
- алгоритмы рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций по критерию статической прочности, использующие многофакторный вычислительный эксперимент и редуцирование конечно-элементной модели;
- алгоритмы идентификации фактических условий нагружения, прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанные на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения, для расчетно-экспериментального обеспечения статической прочности анизотридных конструкций.


При внедрении диссертационной работы получен следующий технический эффект:

- снижение трудоемкости проектирования за счет использования современных методов математического моделирования и методологии вычислительного эксперимента при проектировании и диагностики анизотридных конструкций;
- повышение обоснованности принятия конструкторских решений, обеспечивающих прочностные и жесткостные характеристики элементов анизотридных конструкций нерегулярной структуры.

Подписи.

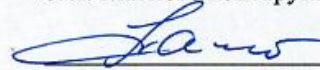
От НФИ КемГУ:

Зав. кафедрой, канд. техн. наук, доцент

 Е.В. Решетникова

От ОАО ЦНИИСМ:

Зам. главного конструктора, докт. техн. наук

 Разин А.Ф.

Начальник отделения, канд. техн. наук

 Каледин В.О.



УТВЕРЖДАЮ

Директор НФИ КемГУ



В.С. Гершгорин

2016 г.

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель генеральн  
директора и главного конструктор  
АО «ЦНИИСМ»

А.А.Кульков

2016 г.

### АКТ ВНЕДРЕНИЯ НИР

Мы, ниже подписавшиеся, представители открытого акционерного общества «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения» (АО «ЦНИИСМ»): начальник отдела, д.т.н., профессор Страхов В.Л., с одной стороны и представитель НФИ КемГУ, зав. кафедрой математики и математического моделирования канд. техн. наук, доцент Решетникова Е.В., с другой стороны, составили настоящий акт о внедрении научно-исследовательской работы «Разработка методики определения оптимальных технологических и конструктивных параметров сетчатых анизотридных конструкций с переменными жесткостными и прочностными характеристиками», выполненной кафедрой математики и математического моделирования НФИ КемГУ в 2013-2015 г.

Результаты НИР внедрены в ОАО ЦНИИСМ в следующем виде:

Принято для использования в работах ОАО ЦНИИСМ:

- методика идентификации фактических параметров прочности и жесткости анизотридных сетчатых конструкций;
- комплекс прикладных программ «Композит НК Анизотрид» с частично открытым интерфейсом и реализацией вычислительного эксперимента для прочностных расчетов оболочечных конструкций из композиционных материалов.

При внедрении результатов НИР получен следующий технический эффект:

- 1) повышение производительности труда инженеров-расчетчиков при выполнении расчетов на прочность оболочечных конструкций анизотридной сетчатой структуры из композиционных материалов;
- 2) повышение достоверности результатов прочностных расчетов сетчатых анизотридных конструкций с переменными жесткостными и прочностными характеристиками;
- 3) возможность оптимального проектирования конструкций из полимерных композиционных материалов с повышенным весовым совершенством.

Подписи:

От НФИ КемГУ:

От АО «ЦНИИСМ»

Зав. кафедрой, канд. техн. наук,  
доцент

Начальник отдела, д.т.н..  
Профессор



Е. В. Решетникова



В.Л. Страхов

УТВЕРЖДАЮ  
 Зам. директора по научной работе НФИ КемГУ,  
 профессор, доктор химических наук  
 Ф.И. Иванов  
 «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.



СПРАВКА

об использовании результатов диссертации Бурнышевой Т.В. «Разработка и применение методологии вычислительного эксперимента при расчете и диагностике анизотридных конструкций космических летательных аппаратов» при выполнении НИР, проводимых Новокузнецким институтом (филиалом) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет»

При выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, проводимых на кафедре математики и математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет» по плану НИР НФИ КемГУ, использованы основные результаты диссертации Бурнышевой Т.В. «Разработка и применение методологии вычислительного эксперимента при расчете и диагностике анизотридных конструкций космических летательных аппаратов»: многофакторные математические модели статического деформирования анизотридных конструкций агрегатов регулярной и нерегулярной структуры, основанные на классе расчетных схем типа пространственной рамы; алгоритмы рационального проектирования сложных нерегулярных сетчатых конструкций по критерию статической прочности, использующие многофакторный вычислительный эксперимент; алгоритмы идентификации фактических условий нагружения, прочностных и жесткостных характеристик сетчатых конструкций по данным натурных испытаний, основанные на применении вычислительного эксперимента и разработанного программного обеспечения.

Указанные результаты использованы в хоздоговорных научно-исследовательских работах «Разработка методики, алгоритмов и программного обеспечения для уточненных прочностных и тепловых расчетов оболочечных конструкций из полимерных композиционных материалов с силовым набором», «Параметрическое исследование прочности и жесткости многослойных оболочечных конструкций из полимерных композиционных материалов с силовым набором», «Проведение расчетов и разработка рекомендаций по конструктивному оформлению зон концентрации».

Результаты НИР внедрены в Центральном научно-исследовательском институте специального машиностроения (г. Хотьково). Акты и справка о внедрении работы прилагаются.



Отдельные результаты диссертационной работы использованы в учебном процессе при проведении лабораторного практикума по дисциплине «Вычислительный эксперимент» и «Численные методы решения краевых задач» для бакалавров и магистров направления «Прикладная математика и информатика», а также в курсе научно-исследовательской работы студентов.

Результаты диссертации опубликованы в ряде печатных работ, в том числе:

1. Бурнышева, Т. В. Влияние обшивки на фоновые напряжения при статическом деформировании ферменных конструкций из композитов [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научный вестник НГТУ. - 2012. - №3 (48). - С. 93-100.
2. Бурнышева, Т. В. Методика проектировочного расчета сетчатых оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом нагружении [Текст] / Т. В. Бурнышева// Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. - №3. – С. 97-100.
3. Бурнышева, Т. В. Напряженное состояние сетчатых оболочечных конструкций с вырезами при осевом сжатии [Текст] / Т. В. Бурнышева, В.О. Каледин // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. -№1. — С. 25-27.
4. Бурнышева, Т. В. Особенности деформирования сетчатых композиционных оболочек при статическом осевом сжатии [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, А.Б. Миткевич // Заводская лаборатория. Диагностика материалов.- 2012. - Т. 78. - № 11. - С. 61-65.
5. Бурнышева, Т. В. Решение задачи устойчивости сетчатых оболочек из композиционных материалов при статическом нагружении [Текст] / Т. В. Бурнышева, Ю.А. Кравцова // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. - №1. – С. 101-105.
6. Бурнышева, Т. В. Сравнение дискретного и континуального подхода к расчету напряженного состояния сетчатых оболочечных конструкций при статическом нагружении [Текст] / Т. В. Бурнышева, В.О. Каледин // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. - №4. – С. 113-116.
7. Бурнышева, Т. В. Учет конструктивных вырезов при расчете полей напряжений ребренных оболочечных конструкций из композиционных материалов при статическом деформировании [Текст] / Т.В. Бурнышева // Научный вестник НГТУ. - 2011. - №3 (44). - С. 93-102.
8. Математическое моделирование статики сетчатой оболочки с учетом концентрации напряжений [Текст] / Т.В. Бурнышева [и др.] // Вестник ТГУ. Сер. «Математика. Кибернетика. Информатика». – 2006. - №19. – С.233-237.
9. Бурнышева, Т. В. Математическая модель совместного деформирования элементов анизотридных конструкций космических летательных аппаратов [Текст] /Т. В. Бурнышева// Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. - №6. – С.94-97.
10. Бурнышева, Т. В. Применение методологии вычислительного эксперимента в задачах проектирования и диагностики анизотридных конструкций космических летательных аппаратов [Текст] / Т. В. Бурнышева// Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. - №1. – С. 98-102.



11. Развитие пакета программ математического моделирования сопряженных задач механики неоднородных конструкций [Текст] / Т.В. Бурнышева [и др.] // Вестник Кемеровского государственного университета. - 2010. - №1 (41). - С. 3-8.

12. Бурнышева, Т. В. Фоновые напряжения в ферменных конструкциях из композитов [Текст] / Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин, А.Б. Миткевич // Научный вестник НГТУ. - 2011. - №3 (44). - С. 103-114.

13. Каледин В. О. Интерпретация данных натурных испытаний оболочечной композитной конструкции при статическом осевом сжатии [Текст] / В. О. Каледин, А.Ф. Разин, Т. В. Бурнышева, О.А. Штейнбрехер // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2015. Т. 81. № 3. С. 53-58.

В этих работах Т.В. Бурнышевой принадлежит: дискретная математическая модель совместного деформирования структурных элементов анизотридных конструкций с нарушением регулярности сетчатой структуры при сжимающих нагрузках, постановка и алгоритмы решения задач рационального проектирования, идентификации фактических условий нагружения, прочностных и жесткостных характеристик конструкции по данным натурных испытаний, применение методологии вычислительного эксперимента при расчете и диагностике анизотридных конструкций, численные решения прикладных задач.

Зав. кафедрой математики и математического  
моделирования, канд. техн. наук,  
доцент

Е.В. Решетникова