

На правах рукописи

Корсун Мария Михайловна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В
ЭЛЕМЕНТАХ УСКОРИТЕЛЕЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2010

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении
высшего профессионального образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Рояк Михаил Эммануилович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Винокуров Николай Александрович

доктор технических наук, профессор
Фроловский Владимир Дмитриевич

Ведущая организация: Институт вычислительной математики и мате-
матической геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Защита состоится 23 декабря 2010 года в 12⁰⁰ часов на заседании диссертаци-
онного совета Д 212.173.06 при Государственном образовательном учрежде-
нии высшего профессионального образования «Новосибирский государст-
венный технический университет» по адресу: 630092, г. Новосибирск,
пр. Карла Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государ-
ственного технического университета.

Автореферат разослан «___» ноября 2010 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Чубич В.М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. При разработке конструктивных элементов ускорителей заряженных частиц необходимо рассматривать большое количество вариантов для выбора наилучшей конструкции, что, как правило, удается с большими временными, материальными и энергетическими затратами. Поэтому современное проектирование сложных технических установок во многом определяется степенью эффективности предварительного математического моделирования, суть которого заключается в детальном анализе различных физических процессов.

В области ускорительной физики к самым распространенным можно отнести задачи: моделирования трёхмерных магнитостатических полей с возможностью задания сложной геометрии устройства, нелинейных и анизотропных свойств материалов; исследования динамики заряженных частиц в магнитном поле. Решением перечисленных задач успешно занимаются известные зарубежные программные комплексы такие, как ANSYS, OPERA3D, FEMLAB. В качестве основного метода моделирования в этих программных комплексах используется метод конечных элементов (МКЭ), а в качестве основной математической модели электромагнитного поля используется система уравнений Максвелла.

За последнее десятилетие моделирование нестационарных электромагнитных процессов получило наибольшее развитие в задачах геоэлектроразведки (поиск нефтегазоносных слоев, залежей угля и других ископаемых) и волновых процессов (моделирование СВЧ устройств, выбор оптимальных конструкций антенн и пр.). Для решения таких задач могут применяться как указанные выше универсальные программные пакеты, так и разрабатываемые для решения конкретной проблемы узконаправленные программные комплексы (например, ЭР-ГЭЛ, QuickWave, CST MWS, HFSS).

Для решения новых нестандартных задач зачастую требуется такой инструментарий, которого универсальные программные комплексы не имеют в наличии. Поэтому большинство проектировщиков-исследователей вынуждены проводить «приближенное» компьютерное моделирование с использованием, например, двумерных расчетов. Стоит отметить, что существует достаточно много развитых программных комплексов для моделирования двумерных нестационарных задач электромагнетизма, среди зарубежных можно выделить COMSOL, FLUX 2D, среди российских ELCUT (QuickField).

Моделирование трёхмерных задач, в которых необходимо достаточно точно учитывать влияние вихревых токов на изучаемый физический процесс, представляет особую сложность. В области ускорительной физики к таким задачам можно отнести: оценку времени выхода циклотрона на стационарный режим (фактически нужно отслеживать время затухания вихревых токов), моделирование схем экстракции, в которых используются импульсные магниты. При изучении таких процессов методы моделирования должны, прежде всего, обладать высокоточными вычислительными схемами.

В настоящее время для решения таких задач предлагаются подходы с использованием элементов векторного типа. Эти методы основаны на применении специально организованных векторных базисов, которые позволяют строить аппроксимации математических моделей как в терминах естественных векторных переменных, так и в терминах потенциалов. Такие методы хотя и существенно расширяют класс решаемых задач, но имеют серьёзные проблемы при наличии в трёхмерной расчётной области непроводящих подобластей. В работах Соловейчика Ю.Г. рассматриваются математические модели, основанные на использовании в проводящих подобластях векторного МКЭ, а в непроводящих подобластях – скалярного МКЭ. Предлагаемый подход позволяет в непроводящем пространстве описать физический процесс скалярным потенциалом, что не только делает матрицу конечноэлементной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) невырожденной, но и существенно сокращает ее размерность.

Наряду с использованием МКЭ, при моделировании нестационарных электромагнитных процессов в некоторых работах зарубежных исследователей предлагается использовать метод граничных элементов (МГЭ). Безусловно, к преимуществам этого метода можно отнести значительное упрощение алгоритмов построения сеток, поскольку в нём нет необходимости проводить дискретизацию внутри области, а также возможность естественным образом учитывать неограниченные подобласти. Однако применение метода граничных элементов в чистом виде для моделирования нестационарных электромагнитных процессов затруднительно из-за необходимости использования векторного потенциала в проводящих областях и возможной зависимости коэффициентов уравнения от искомого поля. Кроме того, получаемая в методе граничных элементов СЛАУ является плотной, что в условиях ограниченных вычислительных ресурсов может создавать дополнительные трудности.

В данной диссертационной работе рассматриваются и исследуются подходы к моделированию нестационарных электромагнитных полей, основанные на математических моделях с совместным использованием векторного и скалярного МКЭ, как напрямую (т.е. без выделения нормального поля), так и с учетом технологии разделения полей. Кроме решения задач традиционным для большинства программных пакетов методом конечных элементов, в данной работе исследуется возможность моделирования электромагнитных процессов смешанным методом – методом конечных и граничных элементов. Все предлагаемые вычислительные технологии реализованы в программном комплексе TELMA.

Разработанные в данной диссертационной работе вычислительные схемы и их программная реализация позволяют создавать новые технологии моделирования электромагнитных процессов, необходимые на этапе проектирования элементов ускорительной техники, что в конечном итоге заметно ускоряет и удешевляет процесс проектирования технических устройств. Всё это и определяет **актуальность** предлагаемой диссертационной работы.

Основной научной проблемой, решению которой посвящена данная диссертационная работа, является проблема численного моделирования трехмерных электромагнитных полей, формирующихся в основном за счет вихревых токов, в конструкциях с высоким контрастом магнитных проницаемостей и электрических проводимостей.

Цель исследования состоит в разработке новых и повышении эффективности наиболее часто используемых перспективных методов численного моделирования трёхмерных электромагнитных процессов в сложных трёхмерных областях и программных средств, реализующих эти методы.

Научная новизна:

1. Разработаны вычислительные схемы с использованием смешанных конечноэлементных сеток для моделирования нестационарных электромагнитных полей, которые в проводящих подобластях описываются дифференциальным уравнением в естественных переменных, а в непроводящих подобластях – дифференциальным уравнением относительно магнитного потенциала.

2. Разработана и реализована технология совместного использования метода конечных и граничных элементов для вычислительной схемы моделирования нестационарных электромагнитных полей, описываемых дифференциальными уравнениями на основе скалярного и векторного потенциалов.

3. Проведены исследования эффективности использования различных вычислительных схем при решении задачи моделирования слоистых магнитных экранов для проектирования ускорителей заряженных частиц.

4. Разработана и реализована вычислительная схема с использованием анизотропных коэффициентов магнитной проницаемости и электрической проводимости для моделирования нестационарных электромагнитных полей в технических устройствах с шихтованными материалами.

На защиту выносятся

1. Результаты исследования эффективности вычислительных схем при решении задачи моделирования слоистых магнитных экранов для проектирования ускорителей заряженных частиц.

2. Объектно-ориентированная реализация вычислительной схемы с использованием смешанных конечноэлементных сеток и возможностью использования в непроводящих подобластях граничных элементов совместно с векторными конечными элементами в проводящих подобластях.

3. Результаты исследования эффективности вычислительной схемы с совместным использованием конечных и граничных элементов.

4. Результаты исследований возможности учёта шихтованного материала как материала с анизотропными коэффициентами магнитной проницаемости и электрической проводимости при решении практических задач.

5. Объектно-ориентированная реализация библиотеки токовых обмоток COILEDITOR в программном комплексе TELMA и полученные с её использованием результаты решения практических задач.

Практическая ценность работы и реализация результатов

Разработанные методы и алгоритмы реализованы в программном комплексе TELMA и применяются для решения сложных практических задач:

- моделирование многослойных магнитных экранов, используемых в системе экстракции пучка заряженных частиц из ускорительных установок;
- моделирование магнитостатических полей при анализе качества фокусировки квадрупольной линзы;
- моделирование магнитных систем, основанных на использовании косинусных магнитов.

Результаты диссертационной работы использовались при выполнении следующих хозяйственных работ:

- «Конечноэлементные исследования магнитных полей дипольных магнитов НЕВТ и МЕВТ с учетом шихтованности и сложной геометрии» (2007 г., НИУ ИЯФ им Г. И. Будкера СО РАН);
- «Конечноэлементные исследования магнитных полей косинусных магнитов» (2009 г., НИУ ИЯФ им Г. И. Будкера СО РАН).

Достоверность результатов

Корректность вычислительных процедур, разработанных на основе математических моделей нестационарного электромагнитного поля, подтверждена следующими вычислительными экспериментами.

1. Корректность расчетов трехмерных нестационарных электромагнитных полей проверялась посредством сравнения решения осесимметричной задачи в трехмерной постановке с решением этой же осесимметричной задачи в двумерной постановке.

2. Точность расчетов нестационарного электромагнитного поля с использованием технологии выделения поля проверялась путем сравнения с решениями трехмерных задач на сетках с высоким уровнем подробности.

3. Корректность результатов, полученных вычислительными схемами, позволяющими заменить шихтованный материал материалом с анизотропными коэффициентами, проверялась в сравнении с серией расчетов трехмерной задачи, в расчетной области которой постепенно уменьшалась толщина шихтовки и, следовательно, увеличивалось число пластинок. При уменьшении толщины шихтовки решение задачи сходилось к решению задачи с анизотропными коэффициентами.

Теоретическая значимость работы состоит в том, что исследованы различные вычислительные схемы для решения задач электромагнетизма в технических устройствах, содержащих слоистые материалы.

Личный вклад

Разработаны и программно реализованы конечноэлементные схемы моделирования нестационарных электромагнитных полей. Построенные численные процедуры протестированы, проведена оценка их точности и вычислительной эффективности. Выполнена верификация решения трехмерных задач.

Для использования в программном комплексе TELMA смешанных сеток автором реализованы пятигранные и шестигранные конечные элементы с линейными базисами скалярного и векторного типов.

Автором проведен анализ точности разработанных методов и алгоритмов, выполнено сравнение их вычислительной эффективности с другими подходами.

Все приведённые в диссертационной работе результаты численного моделирования получены с использованием программного комплекса TELMA, одним из разработчиков которого является автор.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены и докладывались на: Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (г. Новосибирск, 2005 и 2006 г.г.); Российской научно-технической конференции «Информатика и проблемы телекоммуникации» (г. Новосибирск, 2006 г.); Восьмой международной конференции Актуальные проблемы электронного приборостроения (г. Новосибирск, 2006 г.); XV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (г. Москва, 2008 г.); XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2009 г.); Шестой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2009 г.); V и VII Всероссийской межвузовской конференции молодых ученых (г. Санкт-Петербург, 2008 и 2010 г.г.); XVII международной конференции «Математика. Компьютер. Образование» (г. Дубна, 2010 г.).

Публикации

По результатам выполненных исследований опубликовано 10 печатных работ, из них: 3 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ; 1 статья в сборнике научных трудов; 6 работ в сборниках трудов конференций.

Диссертационная работа выполнялась при финансовой поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников (132 наименования) и двух приложений. Работа изложена на 186 страницах, содержит 68 рисунков и 9 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В первой главе рассматриваются вычислительные схемы, которые используются при моделировании трехмерных нестационарных электромагнитных процессов, описываемых системой уравнений Максвелла.

В п. 1.1 приводится математическая модель с совместным использованием векторного потенциала электромагнитного поля и скалярного потенциала магнитного поля.

Будем считать, что среда, в которой изучается электромагнитное поле, состоит из двух (возможно, не односвязных) подобластей Ω^σ и Ω^0 , причём в подобласти Ω^σ удельная проводимость σ отлична от нуля, а в подобласти Ω^0 проводимость равна нулю. Магнитная проницаемость μ в обеих подобластях может быть произвольной функцией координат (в том числе и зависеть от напряженности магнитного поля). Будем также считать, что в подобласти Ω^0 отсутствуют сторонние токи.

В подобласти Ω^0 для напряженности и индукции магнитного поля должны выполняться уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}}^0 = \mathbf{0}, \quad \operatorname{div} \vec{\mathbf{B}}^0 = 0. \quad (1.1)$$

Тогда напряженность магнитного поля $\vec{\mathbf{H}}^0$ и магнитную индукцию $\vec{\mathbf{B}}^0$ можно представить в виде:

$$\vec{\mathbf{H}}^0 = -\operatorname{grad} U, \quad \vec{\mathbf{B}}^0 = -\mu \operatorname{grad} U, \quad (1.2)$$

где U – полный скалярный магнитный потенциал. Для выполнения уравнений системы (1.1) нужно, чтобы скалярный потенциал U в области Ω^0 удовлетворял уравнению

$$-\operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} U) = 0. \quad (1.3)$$

В подобласти Ω^σ представим индукцию магнитного поля $\vec{\mathbf{B}}^\sigma$ и напряженность электрического поля $\vec{\mathbf{E}}^\sigma$ через вектор-потенциал $\vec{\mathbf{A}}$ с помощью соотношений

$$\vec{\mathbf{B}}^\sigma = \operatorname{rot} \vec{\mathbf{A}}, \quad \vec{\mathbf{E}}^\sigma = -\frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t}. \quad (1.4)$$

Тогда с учетом (1.4) получим векторное уравнение для описания электромагнитного поля в подобласти Ω^σ :

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{A}} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t} = \vec{\mathbf{J}}^{\text{ст}}. \quad (1.5)$$

Чтобы индукция $\vec{\mathbf{B}}$, определяемая в подобласти Ω^0 соотношением (1.2), а в подобласти Ω^σ соотношением (1.4), удовлетворяла системе уравнений Максвелла во всей расчетной области $\Omega = \Omega^0 \cup \Omega^\sigma$, на границе S^\cap между подобла-

стями Ω^0 и Ω^σ должны выполняться следующие соотношения (обеспечивающие непрерывность нормальной составляющей \vec{V} и тангенциальной составляющей \vec{H}):

$$\vec{V}_n^0 = \vec{V}_n^\sigma, \quad \vec{H}_\tau^0 = \vec{H}_\tau^\sigma, \quad (1.6)$$

где \vec{n} – любая (например, внешняя по отношению к Ω^σ) нормаль к рассматриваемой границе S^\cap , $\vec{\tau}$ – произвольный касательный вектор к границе S^\cap .

Особенностью рассмотренной модели является то, что во многих случаях для сохранения её корректности необходимо либо вводить поверхности разрыва скалярного магнитного потенциала внутри Ω^0 , либо изменять способ деления расчётной области на подобласти Ω^0 и Ω^σ . Это необходимо делать в случае, когда внутри Ω^0 можно провести такой замкнутый контур L , что интеграл от всех токов, пересекающих натянутую на этот контур поверхность Γ_L , не равен нулю.

Конечноэлементная аппроксимация эквивалентной вариационной постановки для модели (1.3), (1.5) с условиями (1.6) выполняется с использованием векторного и скалярного МКЭ на смешанных конечных элементах. Для дискретизации по времени используется полностью неявная трехслойная схема.

В п. 1.2 приводится вычислительная схема на основе потенциалов (\vec{A}, U) для совместного решения задач методом конечных и граничных элементов. В такой схеме, основанной на совместном использовании двух методов, аппроксимация в проводящих подобластях Ω^σ осуществляется с помощью векторного метода конечных элементов, в непроводящих подобластях Ω^0 – с помощью метода граничных элементов.

Аппроксимация по времени уравнения (1.5) приводит к векторному уравнению

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) + \gamma \vec{A} = \vec{F}, \quad (1.7)$$

где коэффициент γ и вектор-функция \vec{F} определяются разностной схемой аппроксимации по времени. Учитывая представление индукции и напряженности магнитного поля через векторный и скалярный потенциалы, условия непрерывности (1.6) принимают вид:

$$\left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \times \vec{n} \right) \Big|_{S^\cap} = -(\text{grad} U \times \vec{n}) \Big|_{S^\cap}, \quad (1.8)$$

$$\left(-\mu \cdot \text{grad } U \cdot \vec{\mathbf{n}}\right)\Big|_{S^\cap} = \left(\text{rot } \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\right)\Big|_{S^\cap}. \quad (1.9)$$

Будем считать, что граница расчетной области Ω может быть либо бесконечно удаленной, либо на ней в качестве краевых условий могут быть заданы краевые условия равенства нулю касательных или нормальных составляющих магнитной индукции. Обозначим через S^\top участок границы, на котором задано условие равенства нулю касательных составляющих $\vec{\mathbf{B}}$, а через S^n – участок границы расчетной области Ω , на котором задано условие равенства нулю нормальных составляющих $\vec{\mathbf{B}}$.

Введем следующие обозначения для скалярных произведений, соответствующие интегралам по объему и по границе: $(v, w)_V = \int_V v \cdot w dV$,

$$(v, w)_\Gamma = \int_\Gamma v \cdot w d\Gamma. \text{ С учетом введенных обозначений эквивалентная вариационная постановка для векторного уравнения (1.7) и условия сопряжения (1.8) принимает вид:}$$

онная постановка для векторного уравнения (1.7) и условия сопряжения (1.8) принимает вид:

$$\left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{\mathbf{A}}, \text{rot } \vec{\Psi}\right)_{\Omega^\sigma} + \left(\text{grad } U \times \vec{\mathbf{n}}, \vec{\Psi}\right)_{S^\cap} + \left(\gamma \vec{\mathbf{A}}, \vec{\Psi}\right)_{\Omega^\sigma} = \left(\vec{\mathbf{F}}, \vec{\Psi}\right)_{\Omega^\sigma}. \quad (1.10)$$

Уравнение (1.10) должно выполняться $\forall \vec{\Psi} \in H_0^{\text{rot}}(\Omega^\sigma)$, где под $H_0^{\text{rot}}(\Omega^\sigma)$ понимается пространство вектор-функций $\vec{\Psi}$, определённых на Ω^σ , для которых функция $\text{rot } \vec{\Psi}$ является суммируемой с квадратом, при этом касательные всех функций $\vec{\Psi}$ должны быть равны нулю на границе $S^n \cap S^\sigma$ (S^σ – граница области Ω^σ).

В том случае, когда коэффициент магнитной проницаемости μ в области Ω^0 является постоянным, уравнение (1.3) эквивалентно уравнению Лапласа

$$-\text{div}(\text{grad } U) = 0. \quad (1.11)$$

Тогда, используя представление решения этого уравнения в виде суммы потенциалов, можно получить граничные интегральные уравнения и построить аппроксимацию скалярного потенциала в подобласти Ω^0 с помощью метода граничных элементов.

Используя оператор Стеклова-Пуанкаре \mathbf{S} , который связывает значения потенциала на границе и потоки через границу, запишем вариационное уравнение, соответствующее условию (1.9):

$$\left(-\mu \mathbf{S}U|_{S^0}, v\right)_{S^0} = \left(\operatorname{rot} \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{n}}, v\right)_{S^0}, \quad \forall v \in H_0^1(S^0), \quad (1.12)$$

где S^0 – граница области Ω^0 , $H_0^1(S^0)$ – гильбертово пространство скалярных функций v , определенных на границе S^0 , имеющих интегрируемые с квадратом первые производные и равных нулю на границе $S^\Gamma \cap S^0$ (более подробно вывод уравнения (1.12) приводится в [3]).

Построив дискретные аппроксимации уравнений (1.10) и (1.12), получим систему линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти искомые потенциалы U и $\vec{\mathbf{A}}$.

В п. 1.3 рассматривается математическая модель на основе совместного использования напряженности магнитного поля и скалярного потенциала магнитного поля. Для проводящих подобластей, где коэффициент проводимости σ отличен от нуля, система уравнений Максвелла может быть преобразована к уравнению вида:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}} \right) + \frac{\partial (\mu \vec{\mathbf{H}})}{\partial t} = \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\mathbf{J}}^{\text{ст}} \right). \quad (1.13)$$

Таким образом, в проводящих подобластях вместо векторного уравнения (1.5) для вектор-потенциала $\vec{\mathbf{A}}$ будем использовать векторное уравнение (1.13) для напряженности магнитного поля $\vec{\mathbf{H}}$.

Недостатком такой модели является то, что в подобластях с нулевой σ электромагнитное поле может быть описано только скалярным потенциалом U . Это может привести к серьезным трудностям в тех случаях, когда в решаемой задаче по подобластям с нулевой проводимостью возможны обходы ненулевых токов.

В предположении, что на границах расчётной области заданы краевые условия равенства нулю касательных либо нормальных составляющих магнитной индукции, эквивалентная вариационная постановка для соответствующей системы дифференциальных уравнений (1.3), (1.13) с условиями сопряжения (1.6) будет включать в себя два уравнения

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^\sigma} \frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}} \cdot \operatorname{rot} \vec{\Psi} d\Omega + \int_{\Omega^\sigma} \mu \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t} \cdot \vec{\Psi} d\Omega = \int_{\Omega^\sigma} \frac{1}{\sigma} \vec{\mathbf{J}}^{\text{ст}} \cdot \operatorname{rot} \vec{\Psi} d\Omega - \\ - \int_{S^\cap} \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\mathbf{J}}^{\text{ст}} \times \vec{\mathbf{n}} \right) \cdot \vec{\Psi} dS, \quad \forall \vec{\Psi} \in H_0^{\text{rot}}(\Omega^\sigma), \quad \left(\vec{\Psi} \times \vec{\mathbf{n}} \right) \Big|_{S^\cap} = \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\int_{\Omega^0} \mu \operatorname{grad} U \cdot \operatorname{grad} \Phi d\Omega - \int_{S^\cap} \left(\mu^{\Omega^\sigma} \vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\mathbf{n}} \right) \Phi dS = 0, \quad \forall \Phi \in H^1(\Omega^0) \quad (1.15)$$

и условие $(\vec{\mathbf{H}} \times \vec{\mathbf{n}})|_{S^\cap} = -(\text{grad } U \times \vec{\mathbf{n}})|_{S^\cap}$, которое можно рассматривать как главное краевое условие, либо учитывать в вариационной постановке в слабой форме. Запись μ^{Ω^σ} означает, что в поверхностном интеграле значения μ берутся по поверхности S^\cap со стороны подобласти Ω^σ .

В п.1.4 вводится понятие нормального поля, описывается постановка задачи на поиск добавочного поля в терминах системы уравнений Максвелла. Предлагается вычислительная схема с выделением нормального поля для рассмотренной в п. 1.1 модели с разрывным векторным потенциалом и скалярным потенциалом магнитного поля.

В предположении, что рассматриваемый электромагнитный процесс имеет довольно хорошее приближение в виде более простой задачи, определяющей электрическое поле $\vec{\mathbf{E}}^0$ и магнитное поле $\vec{\mathbf{H}}^0$, удовлетворяющие системе уравнений Максвелла, получим следующую систему уравнений:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{\mathbf{A}} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t} = \vec{\mathbf{J}}_{\text{ст}} - \vec{\mathbf{J}}^0 - \text{rot} \left(\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^0} \right) \vec{\mathbf{B}}^0 \right) + (\sigma - \sigma^0) \vec{\mathbf{E}}^0, \quad (1.16)$$

$$-\text{div}(\mu \text{grad } U) = -\text{div} \left((\mu - \mu^0) \vec{\mathbf{H}}^0 \right), \quad (1.17)$$

где $\vec{\mathbf{B}}^+ = \text{rot} \vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{E}}^+ = -\frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t}$ – искомые поля в уравнении (1.16), U – искомый магнитный потенциал в уравнении (1.17), при этом $\vec{\mathbf{H}}^+ = -\text{grad } U$.

Условия сопряжения на границе S^\cap записываются в виде:

$$\text{rot} \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = -\mu \text{grad } U \cdot \vec{\mathbf{n}} + (\mu - \mu^0) \vec{\mathbf{H}}^0 \cdot \vec{\mathbf{n}}, \quad (1.18)$$

$$\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^0} \right) \vec{\mathbf{B}}^0 \times \vec{\mathbf{n}} + \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{n}} = -\text{grad } U \times \vec{\mathbf{n}}. \quad (1.19)$$

В п. 1.5 рассматривается пример решения модельной задачи – обнаружения дефекта в металлическом объекте. Приводятся результаты исследования эффективности реализованных вычислительных схем.

В качестве объекта моделирования был выбран усеченный металлический цилиндр толщиной 5 и радиусом 50 мм с проводимостью $\sigma = 10^7$ См/м и относительной магнитной проницаемостью $\hat{\mu} = 10$. Источником возбуждения электромагнитного поля является токовая петля, имеющая радиус 25 мм и расположенная соосно с объектом на высоте 10 мм над ним. Токовый импульс имеет прямоугольную форму: в начальный момент времени $t = 0$ с импульса нет, в

следующий момент времени $t = 10^{-9}$ с подается импульс тока, который длится до времени $t = 5 \cdot 10^{-4}$ с, затем отключается. Объект имеет сквозную щель толщиной 0.02 мм и длиной 19 мм, идущую вдоль радиуса от края цилиндра. Щель расположена симметрично относительно плоскости $y = 0$, перпендикулярна основанию цилиндра, тогда в силу симметрии задачи в расчетную область можно включить только половину цилиндра.

Обратим внимание на то, что при отсутствии щели в объекте рассматриваемая задача является осесимметричной, т.е. может быть решена как двумерная в цилиндрических координатах. Поскольку двумерную задачу можно решить с любой необходимой точностью, решение трехмерной задачи с однородным объектом можно использовать не только для проверки правильности разработанных вычислительных схем, но и для оценки погрешности конечноэлементной аппроксимации построенной трехмерной сетки.

Задача была решена тремя постановками на различных сетках, для решения СЛАУ использовался решатель PARDISO из библиотеки *Intel MKL*. Поскольку в рассматриваемой задаче был выбран равномерный временной шаг и трехслойная неявная схема по времени, то, начиная с третьего временного слоя, матрица СЛАУ не изменялась. Следовательно, разложение матрицы СЛАУ решателем PARDISO строилось только для первых трех временных слоёв, для решения задачи на следующих временных слоях использовалось сохраненное разложение, что значительно увеличило скорость решения. В таблице 1.1 показаны размерности СЛАУ, время счета для одного временного слоя (приведено время в случае сохранения разложения и в случае, когда разложение строилось на каждом слое по времени), погрешность полученного решения в точках измерения.

Таблица 1.1

Сравнительный анализ результатов моделирования осесимметричной задачи

Тип постановки	Тип сетки	Число степеней свободы	Погрешность решения, %	Временные затраты на слой, мин	
				сохр. разложения	без сохр. разложения
(\vec{A}, U) на основе МКЭ и МГЭ	грубая	20988	11	менее 0.5	
	подробная	159238	3	0.5-1.5	5
(\vec{A}, U)	грубая	18200	15		1
	подробная	187736	3		4
	самая подробная	369309	1.5		7
(\vec{H}, U)	грубая	187736	60		4
	подробная	402041	8		10

Исследования показывают, что вычислительная схема на основе постановки (\vec{H}, U) оказывается достаточно чувствительной к выбору конечноэлементной сетки. Для использования данной вычислительной схемы требуется строить конечноэлементную сетку с более сильными сгущениями к границам

раздела векторно-скалярных подобластей. На построенной по такому принципу конечноэлементной сетке было получено решение с погрешностью 8%, при этом число степеней свободы на такой сетке в два и более раза выше, чем на сетке, где постановкой (\vec{A}, U) получено решение с погрешностью 4%.

В таблице 1.2 показаны результаты решения трехмерной задачи при наличии дефекта в исследуемом объекте. Погрешность приведена относительно решения на самой подробной сетке, полученного с использованием технологии выделения нормального поля.

Таблица 1.2

Сравнительный анализ результатов моделирования

Тип постановки	Тип сетки	Число степеней свободы	Погрешность решения, %
(\vec{A}, U) на основе МКЭ и МГЭ	грубая	28749	8
	подробная	215500	2
(\vec{A}, U)	грубая	66814	7
	подробная	187736	6
	самая подробная	369309	3
(\vec{A}, U) с выделением нормального поля	грубая	9543	10
	подробная	79670	3
	самая подробная	665127	-
(\vec{H}, U)	подробная	393357	9
	самая подробная	777558	6

Анализ результатов показывает, что наличие щели в объекте вносит существенное изменение в конфигурацию электромагнитного поля, в некоторых точках измерения аномалия достигает 90% от нормального поля. Хотя использование технологии выделения нормальной части поля оказывается довольно эффективным, когда аномалия составляет 15-25%, однако, и в рассматриваемой задаче с существенной аномалией технология выделения поля с гораздо меньшими вычислительными затратами даёт точность, сравнимую с решением задачи напрямую на подробных сетках.

Глава 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНОГО ТИПА

Вторая глава посвящена описанию скалярных и векторных конечных элементов различных типов, приводятся методы вычисления локальных матриц для рассматриваемых элементов. Особое внимание уделяется вычислению вкладов по поверхности скалярных и векторных конечных элементов, а также по поверхности граничных элементов и векторных конечных элементов.

В п. 2.1 описывается конечноэлементная аппроксимация на скалярных элементах. К наиболее простым в реализации конечным элементам относятся тетраэдры, более трудоемкими в реализации являются пятигранные и шестигранные конечные элементы, которые и рассматриваются в данном пункте. Среди пятигранников отдельно рассматривается призма, у которой две параллельные друг другу грани – основания – являются одинаковыми двумерными

фигурами, а все остальные – боковые – грани являются прямоугольниками. Среди шестигранных элементов отдельно рассматривается прямоугольный параллелепипед и шестигранник, аналогичный по построению прямой призме, только основания такого элемента – два одинаковых четырехугольника. Такой шестигранник будем называть прямой призмой с четырехугольным основанием.

Выделение более простых элементов связано с возможностью применения аналитических или полуаналитических методов расчета локальных вкладов от элемента, что значительно ускоряет процедуру сборки глобальной СЛАУ.

В п. 2.2 описывается конечноэлементная аппроксимация на векторных элементах. Рассматривается построение векторных базисных функций, являющихся элементами пространства \mathbf{H}^{rot} , для прямой призмы, прямоугольного параллелепипеда, пятигранника, шестигранника и прямой призмы с четырехугольным основанием.

Базисные функции в векторном МКЭ, как и в скалярном, строятся в виде полиномов пространственных координат, определяемых на ячейках сетки. Однако в векторном МКЭ базисные функции не должны быть полностью непрерывными, допускаются такие функции, у которых на границах конечных элементов непрерывны только касательные составляющие к этим границам. Разрывность нормальных составляющих базисных вектор-функций во многих случаях является даже необходимым свойством (например, в случаях разрывности коэффициента σ в уравнении (1.5)).

В п. 2.3 рассматривается технология вычисления вкладов в глобальную СЛАУ от поверхностных интегралов между подобластями Ω^σ и Ω^0 .

В п. 2.4 приводятся способы вычисления вкладов от нормального поля для постановок с совместным использованием векторного и скалярного МКЭ. Показано, как может быть построена универсальная процедура вычисления локальной матрицы и вкладов в вектор правой части от произвольного конечного элемента на основе шаблонных локальных матриц этого элемента (содержащих интегралы от произведений локальных базисных функций элемента и их частных производных).

В п. 2.5 описывается объектно-ориентированная программная реализация рассматриваемых в диссертационной работе вычислительных схем в программном комплексе TELMA. На примере шестигранного конечного элемента рассматриваются классы *Hexahedron* и *VectorHexahedron* для работы со скалярным и векторным шестигранниками, описываются основные функции классов.

Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ЭКРАНОВ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СХЕМАХ ЭКСТРАКЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В п. 3.1 рассматривается задача моделирования элемента системы экстракции пучка заряженных частиц из синхротрона. Схема экстракции основана на применении многослойных магнитных экранов.

Сечение магнитного экрана состоит из чередующихся слоев меди и железа (электротехнической стали). Внешний радиус экрана равен 9.5 мм, внутренний – 6 мм. Толщина кольца меди составляет 0.1 мм, стали 0.08 мм, толщина межслоевого воздушного зазора 0.11 мм. Относительная магнитная проницаемость электротехнической стали задана кривой намагничивания $\mu(\vec{H})$, коэффициент проводимости меди $\sigma = 57 \cdot 10^6$ См/м, стали $\sigma = 3.3 \cdot 10^6$ См/м. Длина магнитного экрана составляет 200 мм. Трубка магнитного экрана помещена в дипольный магнит (см. рис. 3.1) и смещена относительно его центра по оси Oy на 5.5 мм. Относительная магнитная проницаемость электротехнической стали, из которой выполнен дипольный магнит, составляет $\hat{\mu} = 1000$. Ток в каждой из двух токовых обмоток изменяется по следующему закону:

$I = 5580 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{24 \cdot 10^{-4}}\right)$ А, наибольший интерес представляет возмущение поля магнитным экраном первые 500 мкс от начала импульса.



Рис. 3.1. Схема конструкции магнита: проекции в плоскостях ZY (слева) и XY (справа). Размеры указаны в миллиметрах

В п. 3.1.1 для оценки возможности моделирования подобных систем рассматривается упрощенная геометрия экрана: экран состоит из двух слоев меди и железа, аппроксимация колец задана в виде многогранника с фиксированным числом вершин (16 вершин), коэффициент магнитной проницаемости постоянен ($\hat{\mu} = 547$).

В качестве измеряемой характеристики требуется вычислять $\frac{\partial \vec{B}_y}{\partial x}$ в точках, расположенных вдоль оси Oy на расстоянии от 13 до 20 мм от центра экрана. Таким образом, результаты моделирования будем рассматривать в точках при минимальном расположении от оси экрана – 13 мм, при максимальном – 20 мм и в середине этого участка – 17.5 мм. Вдоль оси Oz измерительные точки расположим при $z = 0$ мм, $z = 25$ мм, $z = 50$ мм, $z = 75$ мм.

В п. 3.1.2 приводится технология учета анизотропных коэффициентов магнитной проницаемости и электрической проводимости в вычислительной схеме относительно векторного и скалярного магнитных потенциалов.

На рис. 3.2 показан результат решения двумерной задачи (в плоскости $z = 0$ мм), в которой экран был задан как слоистая среда и как материал с анизотропными коэффициентами. Исследования показывают, что в случае задания анизотропных свойств материалов вместо слоистого экрана электромагнитный процесс не может быть правильно описан.

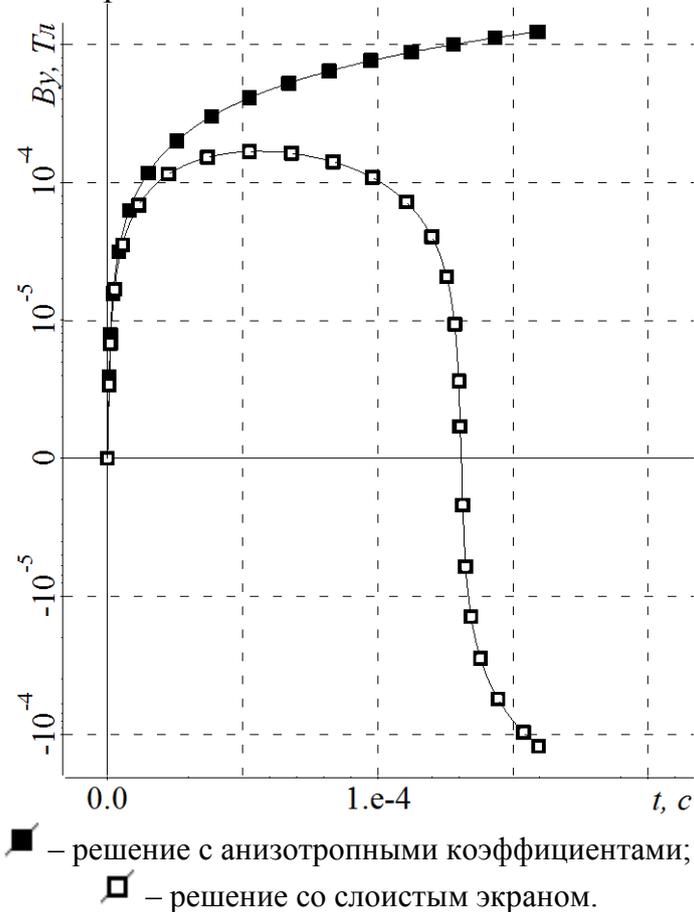


Рис. 3.2. Измерение \vec{B}_y в средней точке от центра экрана

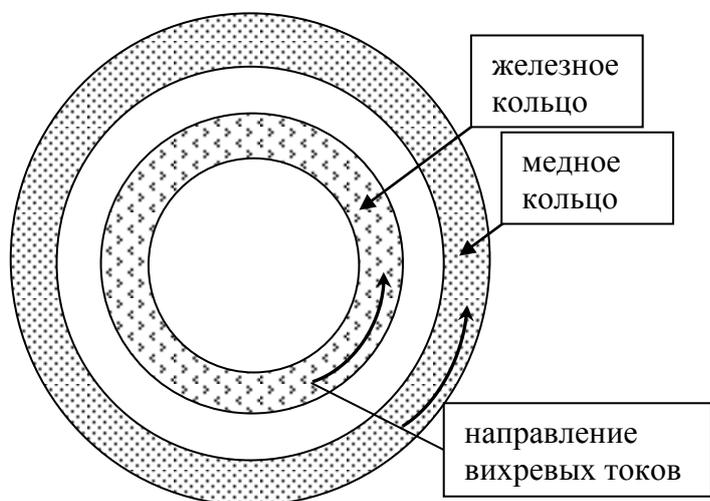


Рис. 3.3. Направление вихревых токов в кольцах

Причина этого объяснена следующим (см. рис. 3.3). Конструкция экрана такова, что на начальных временах скин-слой будет сформирован на внешнем медном кольце, а на внутренних слоях его не будет, поскольку поле внутрь еще не проникло. Очевидно, что усреднение коэффициентов σ и μ вдоль радиуса колец приводит к принципиально

неправильному развитию физического процесса. Далее рассматривается моделирование электромагнитного процесса, когда слои экрана учитываются непосредственно в конечноэлементной сетке.

В п. 3.1.3 рассматриваются результаты математического моделирования, для решения трехмерной задачи использовалась постановка с потенциалами (\vec{A}, U) как напрямую, так и на основе технологии выделения нормального поля. Для оценки сходимости конечноэлементных решений задача была решена напрямую (без выделения нормального поля) на трех вложенных сетках. Характеристики построенных сеток приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Параметры сеток

Тип сетки	Число степеней свободы
Грубая сетка	46820
Подробная сетка	348390
Самая подробная сетка	2363261

В качестве нормального поля было выбрано решение двумерной задачи, расчетная область которой представляет сечение трехмерной задачи в плоскости $z = 0$. При таком выборе нормального поля источники тока в задаче на аномалию являются бесконечно длинными вдоль оси Oz . Для того чтобы учесть их конечную длину, необходимо дополнительно решить следующую задачу: расчетная область этой задачи полностью совпадает с исходной областью задачи, а токовые обмотки геометрически представляют собой разность между бесконечно длинными обмотками и обмотками исходной задачи. Ток в таких обмотках задается в обратном направлении относительно направления тока в задаче на вычисление нормального поля. Тогда искомое решение трехмерной задачи будет составлять сумму трех полей: нормальное поле, аномальное поле и поле от задачи с «обратными» обмотками.

Исследования показали, что аномалия в точках измерения на плоскости $z = 0$ мм не превышает 5%, в точках измерения на плоскости $z = 25$ мм достигает 15%, при $z = 50$ мм уровень аномалии составляет 50%, а при $z = 75$ мм может превышать 100%.

Учитывая, что в плоскости $z = 0$ мм аномалия составляет низкий процент от нормального поля, решение трехмерной задачи в этой плоскости фактически должно совпадать с решением двумерной задачи. Полученные результаты показывают, что решение трехмерной задачи прямым методом на грубой сетке отличается от нормального поля на 12%, на подробной сетке на 4%, на самой подробной сетке на 1.5%. При этом решение с выделением поля даже на грубой сетке получено с погрешностью, не превышающей 0.1% относительно нормального поля. Полученные результаты доказывают сходимость конечноэлементных решений с дроблением сеток к наиболее точному – нормальному полю.

В точках измерения при $z = 25$ мм погрешность трехмерного решения, полученного без разделения полей, на грубой сетке не превышает 12%, на под-

робной 4%, на самой подробной 2%. Погрешность решения с выделением поля на грубой сетке не превышает 0.5%.

В плоскости $z = 50$ мм получены измерения на грубой сетке с погрешностью 14%, на подробной 5% и на самой подробной 4%, различие с решением на грубой сетке с использованием технологии выделения поля составляет 2%.

Такие результаты моделирования объясняются следующим: поскольку в качестве нормального поля было выбрано решение двумерной задачи в плоскости $z = 0$, а трехмерная задача до $z \leq 50$ мм имеет достаточно хорошее двумерное приближение, то точность расчета, а, следовательно, и измеренных характеристик в этой области выше, чем в точках при $z > 50$ мм, где аномалия трехмерной задачи значительно выше. В таблице 3.2 показано, что при $z > 50$ мм технология выделения нормального поля уступает по точности решению задачи напрямую, результаты приведены в процентах относительно решения без разделения полей на самой подробной конечноэлементной сетке.

Таблица 3.2

Измерения $\partial \vec{B}_y / \partial x$ в плоскости $z = 75$ мм

	Погрешность решения, %
Решение прямым методом на грубой сетке	25
Решение прямым методом на подробной сетке	10
Решение с выделением поля на грубой сетке	80
Решение с выделением поля на подробной сетке	50

В п. 3.1.4 приведены результаты моделирования электромагнитного процесса в исходной многослойной конструкции экрана с учетом зависимости $\mu(\vec{H})$.

В п. 3.2 в качестве примера эффективного моделирования нестационарных электромагнитных процессов в областях, содержащих шихтованные материалы, рассматривается модельная задача индукционного нагрева. На рис. 3.4 приведен фрагмент моделируемого устройства, предназначенного для «спекания» тонких пластинок электротехнической стали, разделенных слоями лака, в единый шихтованный материал. Нагрев выполняется от стабилизированного источника тока на промышленной частоте (50 Гц).

Тепловое поле в конструкции описывается уравнением теплопроводности

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda \text{grad} T) = f, \quad (3.1)$$

где T – неизвестная температура, ρ – плотность, c_p – теплоемкость, λ – теплопроводность, f – объемная плотность источников тепловыделения. Плотность источников тепловыделения f определяется через модуль E напряженности электрического поля \vec{E} как $f = \sigma E^2$.

Следовательно, решение задачи индукционного нагрева можно представить в виде двух связанных задач: тепловой и электромагнитной; связь осуще-

ствляется как по соответствующим коэффициентам уравнений (в общем случае магнитная проницаемость μ и электрическая проводимость σ зависят не только от индукции поля, но и от температуры), так и по правой части уравнения (3.1).

В рамках данной работы рассмотрим только этап моделирования электромагнитного поля. Для упрощения будем полагать, что коэффициенты магнитной проницаемости и электрической проводимости не зависят ни от магнитного, ни от теплового поля.

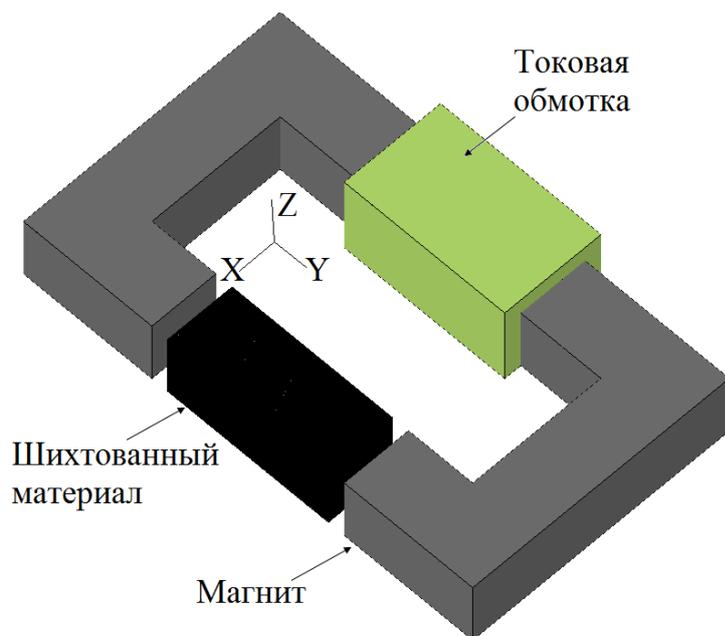


Рис. 3.4. Трехмерное изображение конструкции моделируемого устройства

Пусть внешний магнит выполнен из ферромагнитной стали с коэффициентом относительной магнитной проницаемости $\hat{\mu} = 2000$. Шихтованный материал состоит из стальных пластинок толщиной 2 мм, доля лака между пластинками составляет 3% от общего объема, направление шихтовки совпадает с осью Oy . Относительная магнитная проницаемость «спекаемых» пластинок $\hat{\mu} = 2000$, удельная проводимость $\sigma = 3.3 \cdot 10^6$ См/м.

Для моделирования электромагнитного поля будем использовать вычислительную схему на основе векторного потенциала и скалярного магнитного потенциала. Целью моделирования является демонстрация возможности решения задачи с учетом задания в шихтованном материале анизотропных свойств магнитной проницаемости и электрической проводимости. Сравнение результатов решения задачи с анизотропными коэффициентами будем проводить с результатами решения задачи, в которой шихтованный материал задан полностью с учетом всех пластинок.

Число пластинок железа в шихтованном материале составляет 60 штук, межслоевых прослоек лака – 59 штук. Число неизвестных в СЛАУ для конечноэлементных сеток, на которых проводились расчеты, показано в таблице 3.3. Также в таблице 3.3 приводятся результаты вычисления мощности теплового источника (для единичного полного тока в обмотках). Для расчета мощности

использовалась следующая формула:
$$P = \frac{1}{t_n - t_0} \int_V \int_{t_0}^{t_n} \sigma E^2(t) dt dV,$$
 где V –

область, занимаемая шихтованным материалом.

Результаты исследований показывают, что задание единого материала с анизотропными коэффициентами вместо шихтованного материала позволяет сократить вычислительные затраты в 4-5 раз, при этом разница между решениями составляет от 1 до 2%.

Таблица 3.3

Измерения мощности теплового источника		
	Число степеней свободы	Мощность, Вт
Решение задачи с наличием слоев шихтовки в сетке	203787	5.881e-009
Решение задачи с наличием слоев шихтовки в сетке на подробной сетке	346438	5.896e-009
Решение задачи с анизотропными коэффициентами	44575	5.9963e-009
Решение задачи с анизотропными коэффициентами на подробной сетке	337984	5.952e-009

Глава 4. ПОДСИСТЕМЫ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА TELMA для МОДЕЛИРОВАНИЯ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

В четвертой главе рассматриваются задачи моделирования магнитостатических полей в практических задачах, для моделирования используется разработанная подсистема токовых обмоток COILEEDITOR.

В п. 4.1 описывается подсистема COILEEDITOR, которая является частью объектно-ориентированного конечноэлементного комплекса TELMA, включает в себя определенный набор токовых обмоток и обладает удобным пользовательским интерфейсом (см. рис. 4.1).

Подсистема реализована на языке C++ и является Windows-приложением, для отображения заданной конструкции используется графическая библиотека OpenGL. Подсистему условно можно разделить на графический препроцессор (интерактивное Windows-приложение) и вычислительную часть (модули расчета напряженности магнитного поля).

В п. 4.2 приводятся алгоритмы вычисления напряженности магнитного поля, создаваемого токовыми обмотками. При решении задач магнитостатики с использованием полного и неполного потенциалов напряженность магнитного поля в однородном пространстве вычисляется по закону Био-Савара [9].

В п. 4.3 и п. 4.4 рассматривается использование подсистемы COILEEDITOR на примере решения двух практических задач: моделирование магнитостатических полей в квадрупольной линзе и моделирование магнитостатических полей в косинусных магнитах, в которых поле формируется в основном специальной системой обмоток. И в той, и в другой задачах конфигурация поля в апертуре ускорителя заряженных частиц крайне чувствительна к выбору геометрии обмоток и величине тока. Поэтому к разработанной подсистеме COILEEDITOR предъявляются высокие требования как с точки зрения точности вычисления напряженности магнитного поля токовых обмоток, так и с точки зрения точного описания конфигурации обмоток.

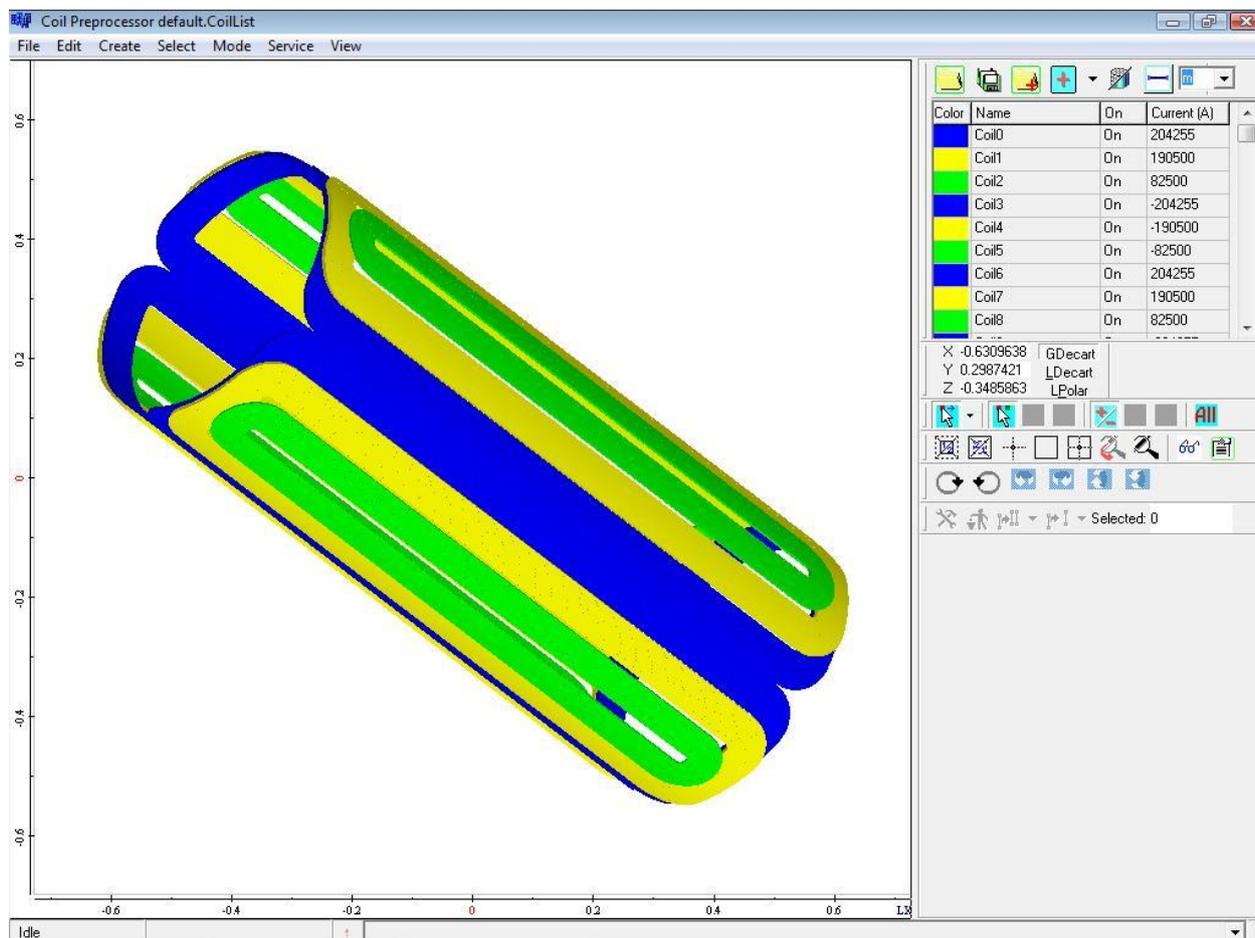


Рис. 4.1. Окно подсистемы COILEDITOR. Система обмоток для косинусного магнита

При проектировании подобных магнитных систем, как правило, используют следующий *критерий*: квадрупольная линза будет иметь хорошую фокусировку при выполнении условия $B_{10}/B_2 \sim 10^{-4}$ (B_2 и B_{10} – вторая и десятая косинусные гармоники поля). Поэтому отдельной задачей при моделировании являлась задача подбора таких параметров токовых обмоток, чтобы выполнялся заданный критерий.

Моделирование для полученной системы обмоток проводилось на трех рабочих токах. На основании приведенных в диссертации результатов моделирования можно утверждать, что подобранные параметры магнитной системы обеспечивают выполнение критерия о допустимой фокусировке магнитного поля в квадрупольной линзе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты проведенных в диссертационной работе исследований заключаются в следующем:

1. Разработаны и реализованы вычислительные схемы с использованием смешанных конечноэлементных сеток для решения трёхмерных нестационарных задач электромагнетизма с совместным использованием векторных и узловых конечных элементов, а также с совместным

использованием векторных конечных элементов и скалярных граничных элементов. Проведены исследования эффективности этих вычислительных схем для моделирования электромагнитных полей в технических устройствах, содержащих как подобласти с высокой проводимостью, так и непроводящие подобласти.

2. Исследованы возможности учёта шихтованного материала как материала с анизотропными коэффициентами магнитной проницаемости и электрической проводимости при численном моделировании. Показано, что при существенном влиянии скин-эффектов использование анизотропных коэффициентов приводит к существенным погрешностям в результатах моделирования.

3. Проведены исследования эффективности применения технологии выделения главной части поля при решении ряда модельных и практических задач. По результатам исследований выбраны эффективные методы и проведено трехмерное компьютерное моделирование электромагнитных процессов в магнитном экране, проектируемом для системы выпуска пучка заряженных частиц.

4. В рамках программного комплекса TELMA реализована подсистема задания токовых обмоток COILEDITOR. Подсистема обладает удобным интерфейсом задания геометрии катушек, содержит основные типы токовых обмоток и при необходимости может быть расширена. С использованием разработанного программного обеспечения проведена оптимизация геометрии обмоток для двух разновидностей квадрупольной линзы.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ступаков И. М. Об учете источников электромагнитного поля в совместном методе конечных и граничных элементов / И. М. Ступаков, М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – СПб : Изд-во СПбГУ ИТМО, 2010. – № 5 (69). – С. 67–71 (из перечня ВАК).

2. Корсун М. М. Об использовании граничных элементов при моделировании электромагнитных процессов с существенным влиянием вихревых токов / М. М. Корсун, И. М. Ступаков, М. Э. Рояк // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2010. – № 2 (39). – С. 100–109 (из перечня ВАК).

3. Корсун М. М. Вычислительные схемы моделирования нестационарных задач электромагнетизма / М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Труды шестой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Самара. – 2009. – Ч. 2. – С. 76–79.

4. Корсун М. М. Моделирование нестационарных трёхмерных электромагнитных полей в задачах ускорительной физики / М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Алушта. – М. : Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. – С. 215–218.

5. Корсун М. М. Применение технологии выделения поля при конечноэлементном моделировании квадрупольной линзы / М. М. Корсун, А. Н. Игнатъев, М. Э. Рояк // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – СПб : Изд-во СПбГУ ИТМО, 2008. – Т. 55. – С. 61–70 (из перечня ВАК).

6. Корсун М. М. О моделировании динамики заряженных частиц в магнитном поле ускорителей / М. М. Корсун // Сборник научных трудов Новосибирского государственного технического университета. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2007. – № 4 (50). – С. 51–57.

7. Корсун М. М. Методы повышения точности выдачи характеристик электромагнитных полей, являющихся пространственными производными конечноэлементного решения / М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Материалы восьмой международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения». – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2006. – Т. 6. – С. 68–72.

8. Корсун М. М. Вычисление характеристик электромагнитного поля, являющихся производными конечноэлементного решения / М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Материалы Российской научно-технической конференции «Информатика и проблемы телекоммуникации». – Новосибирск : СибГУТИ, 2006. – Т. 1. – С. 170–172.

9. Корсун М. М. Разработка алгоритмов вычисления напряженности поля токовых обмоток в программном комплексе MASTAC / М. М. Корсун, И. М. Ступаков // Материалы Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука Технологии Инновации». – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2006. – Ч. 1. – С. 100–102.

10. Корсун М. М. Разработка модулей сглаживания трехмерных решений / М. М. Корсун, М. Э. Рояк // Материалы Всерос. науч. конф. молодых ученых «Наука Технологии Инновации». Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2005. – Ч. 1. – С. 140–142.

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, тел. (383)346-08-57
формат 60x84/16, объем 1.5 п.л., тираж 100 экз.,
заказ № , подписано в печать 18.11.2010 г.